# Инструмент «Поиск решения» (Solver)

***«Поиск решения»*** - это надстройка MS Excel, с помощью которой можно найти оптимальное решение задачи с учетом заданных пользователем ограничений.

Для формализации поставленной задачи требуется создать модель, которая бы отражала существенные характеристики предметной области. В MS Excel модель представляет собой совокупность связанных между собой формул, которые в качестве аргументов используют переменные. Часто эти переменные могут принимать только допустимые значения с учетом заданных пользователем ограничений.

«Поиск решения» оптимизируется модель **только по одному показателю** (целевая функция). Под целевой функцией подразумевается формула, возвращающая единственное значение в ячейку, целевая функция должна зависеть от переменных модели (не обязательно напрямую, можно через результат вычисления других формул).

Ограничения модели могут быть наложены как на диапазон варьирования самих переменных, так и на результаты вычисления других формул модели, зависящих от этих переменных.

Все ячейки, содержащие переменные и ограничения модели должны быть расположены только на одном листе книги. Ввод параметров в диалоговом окне «Поиска решения» возможен только с этого листа.

Целевая функция (ячейка) также должна быть расположена на этом листе, но промежуточные вычисления (формулы) могут быть размещены на других листах.

Алгоритм работы с инструментом «Поиск решения»:

- определите ячейки с переменными модели;
- создайте формулу в ячейке, которая будет рассчитывать целевую функцию модели;
- создайте формулы в ячейках, которые будут вычислять значения, сравниваемые с ограничениями (левая сторона выражения);
- запустите «Поиск решения» для нахождения оптимального решения;
- с помощью диалогового окна «Поиск решения» введите ссылки на ячейки содержащие переменные, на целевую функцию, на формулы для ограничений и сами значения ограничений.

Рассмотрим задачу

**<u>Дано</u>:** $f(X) = x_1^2 + 2x_2^2 - 2x_1 - 6x_2 - 12 \to \text{extr}$

при $2x_1 + x_2 = -1$.

Подготовим на рабочем листе Excel данные для расчета:

- определим ячейки, содержащие значения переменных $x_1, x_2$ – это ячейки A2−□2;
- в некоторую ячейку листа (например, в ячейку С3) введем формулу, вычисляющую значение целевой функции (рис. 1):
  =**A2**^2+2***B2**^2−2***A2**−6***B2**−12,

- в некоторую ячейку листа (например, в ячейку C4) введем формулу, вычисляющую левую часть ограничения (рис. 2):
 =2***A2+B2**.

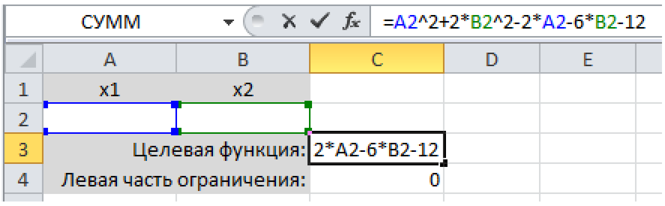


Рис. 1.

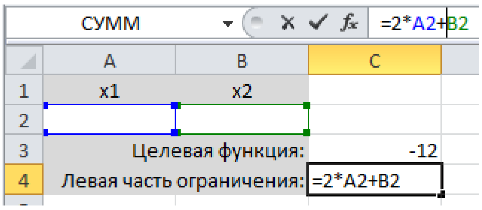


Рис. 2.

При этом адреса ячеек, содержащие значения переменных A2–B2, подставляются в формулы щелчком мыши по соответствующей ячейке. Отметим, что поскольку ячейки A2–B2 пусты, соответствующие значения переменных считаются нулевыми: $x_1 = 0,\ x_2 = 0$.

- запустим «Поиск решения» для нахождения оптимального решения.

Далее для решения задачи с помощью инструментов MS Excel необходимо выполнить следующие действия.

1. Подключить инструмент «Поиск решения», выполнив последовательность команд: **Файл –> Параметры –> Надстройки**. Затем следует нажать кнопку «Перейти» в разделе Управление и в открывшемся окне подключить инструмент «Поиск решения» (рис. 3).

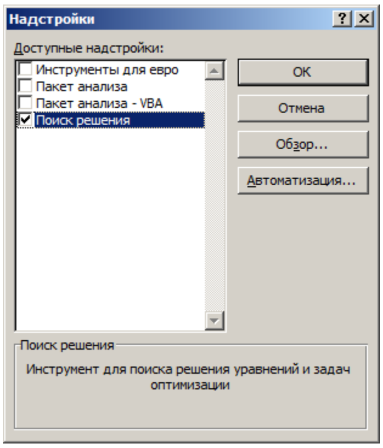


Рис. 3.

2. Вызвать инструмент «Поиск решения», обратившись к команде Ленты в разделе «Данные». В появившемся диалоговом окне указать параметры (рис. 4):

- Оптимизировать целевую функцию: ячейка **$C$3**;
- До: Минимум;
- Изменяя ячейки переменных: ячейки **$A$2:$B$2**;
- В соответствии с ограничениями: **$C$4 = –1**.

Для задания ограничения следует использовать кнопку «Добавить». Отметим, что параметры в полях диалогового окна удобно задавать щелчком мыши по соответствующим ячейкам, в этом случае значок фиксации адреса «$» устанавливается автоматически.

Далее в выпадающем списке выбрать метод решения:

- **Метод общего понижающего градиента (ОПГ)** - для гладких нелинейных задач;
- **Симплекс-метод** - для линейных задач;
- **Эволюционный поиск решения** - для негладких задач.

Очевидно, что для рассматриваемой задачи следует выбрать метод общего понижающего градиента (ОПГ). Также следует отключить параметр «Сделать переменные без ограничений неотрицательными», так как этого не требуется согласно постановке задачи.

Далее следует нажать кнопку «Найти решение».

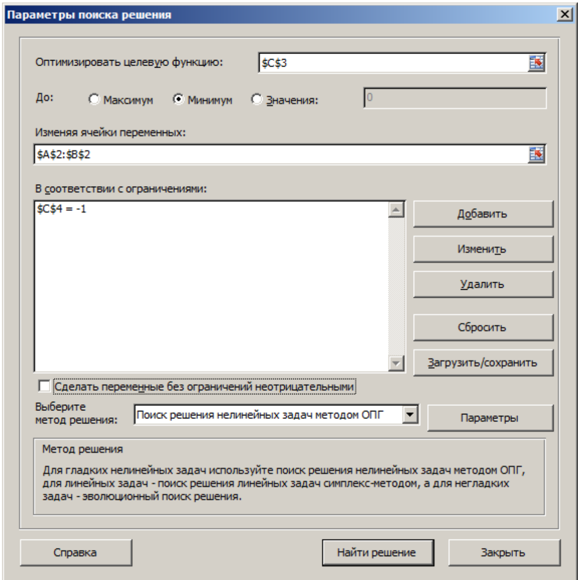


Рис. 4.

3. Результат работы инструмента «Поиск решения» представлен на рис. 5. Как видно из рисунка, в ячейках A2–B2 появились вычисленные значения переменных $x_1^* = -1,\ x_2^* = 1$, также в ячейках C3 и C4 можно увидеть минимальное значение целевой функции и вычисленную левую часть ограничения.

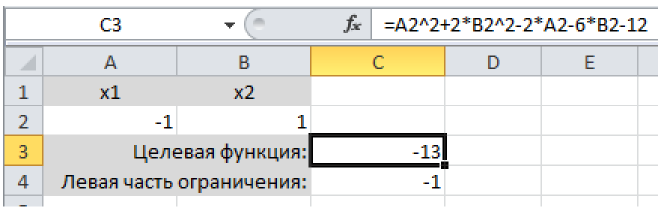


Рис. 5.

Вывод найденного решения сопровождается информационным окном (рис. 6.), а для подтверждения окончания решения задачи следует нажать кнопку «Ок».

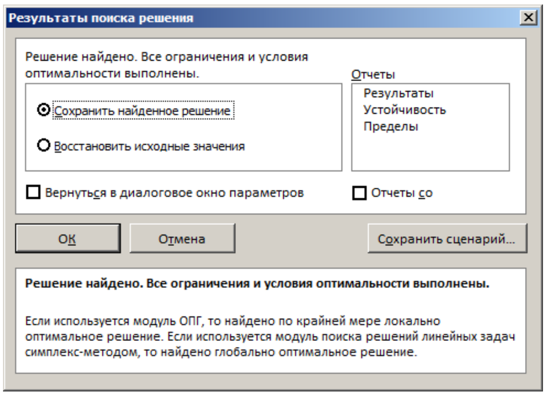


Рис. 6.

## Особенности решения некоторых практических задач с помощью инструмента «Поиск решения»

### *Решение систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)*

**Важно!** Число уравнений в системе должно равняться числу ограничений, и СЛАУ должна иметь единственное решение

Для решения СЛАУ следует подготовить следующие данные:

- определить ячейки с переменными модели;
- создать формулы в ячейках, которые будут вычислять левые части соответствующих уравнений;
- определить ячейку с псевдокритерием (целевой функцией) и ввести в нее произвольную формулу, использующую переменные модели, например сумм всех переменных.

Далее в диалоговом окне «Поиска решения» ввести подготовленные данные, параметр «До» для целевой функции задать «Минимум». В качестве метода решения выбрать симплекс-метод.

В этом случае сначала будет решена система уравнений, представленная ограничениями, и найдено ее единственное решение, а затем вычислено значение целевой функции. Поскольку решение системы единственное, значение целевой функции будет удовлетворять требованию минимума.

### *Решение алгебраических уравнений*

**Важно!** Алгебраическое уравнение может иметь более одного корня, для корректного поиска решений корни должны быть отделены на отрезках (отрезок отделения корня – это отрезок, содержащий один корень уравнения).

Для решения уравнения следует подготовить следующие данные:

- определить ячейку с переменной модели – корнем уравнения; ввести в ячейку начальное приближение решения – любое значение из отрезка отделения корня.
- создайте формулу в ячейке, которая будет рассчитывать целевую функцию модели – левую часть уравнения.

Ограничений в задаче нет.

Далее в диалоговом окне «Поиска решения» ввести подготовленные данные, параметр «До» для целевой функции задать «Значение» и ввести в соответствующее поле 0. В качестве метода решения выбрать метод ОПГ.

## *Решение задачи аппроксимации точечным методом наименьших квадратов*

Дана сеточная функция, заданная таблицей:

| $x$ | $x_0$ | $x_1$ | $x_2$ | $\cdots$ | $x_{n-1}$ | $x_n$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $y = f(x)$ | $y_0$ | $y_1$ | $y_2$ | $\cdots$ | $y_{n-1}$ | $y_n$ |

Формулировка задачи ***аппроксимации*** выглядит следующим образом: для сеточной функции $f(x)$, заданной таблично необходимо найти функцию заданного вида $y = F(x)$, которая в точках $x_0, x_1, x_2 \ldots x_n$ принимает значения, как можно более близкие к табличным $y_0, y_1, y_2 \ldots y_n$.

На практике вид аппроксимирующей функции $F(x)$ чаще всего определяют путем сравнения вида приближенно построенного графика функции $f(x)$ с графиками известных исследователю функций, заданных аналитически (чаще всего простых по виду элементарных функций – линейная, экспоненциальная, логарифмическая), неизвестными в задаче являются числовые параметры $p_i$ приближающих функций.

Выберем за меру отклонения приближающей аппроксимирующей функции $F(x)$ от данной функции $f(x)$ на множестве точек $x_0, x_1, x_2 \ldots x_n$ величину:

$$\Delta = \sum_{i=0}^{n} [F(x_i) - y_i]^2 \text{ , где } y_i = f(x_i),$$

равную сумме квадратов отклонений функции $F(x)$ от функции $f(x)$ на заданной системе точек. $\Delta$ - это функция коэффициентов $p_i$, эти коэффициенты надо подобрать так, чтобы величина $\Delta$ была наименьшей. Таким образом, имеет место задача безусловной минимизации:

$$\Delta = \sum_{i=0}^{n} [F(x_i) - y_i]^2 \to \min_{p_i} .$$

Для решения задачи следует подготовить следующие данные:

- определить ячейки с переменными модели – параметрами функции $F(x)$;
- создайте формулу в ячейке, которая будет рассчитывать целевую функцию модели – $\Delta = \sum_{i=0}^{n} [F(x_i) - y_i]^2$ .

Ограничений в задаче нет.

Далее в диалоговом окне «Поиска решения» ввести подготовленные данные, параметр «До» для целевой функции задать «Минимум». В качестве метода решения выбрать метод ОПГ.