

### ЗАДАЧИ НА 3

$$\int \frac{x^2 dx}{1-x^2}$$

$$\int \frac{(1-x)^3}{x^3 \sqrt{x}} dx$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{2-5x}}$$

$$\int \frac{dx}{1+\cos x}$$

$$\int \frac{x dx}{4+x^4}$$

$$\int \frac{\ln^2 x}{x} dx,$$

$$\int \frac{dx}{\sin x}$$

$$\int x(1-x)^{10} dx$$

$$\int \frac{x dx}{(x+2)(x+3)}$$

$$\int \cos^3 x dx$$

$$\int \sin 3x \cdot \sin 5x dx,$$

$$\int x^3 \sqrt[3]{1-x} dx$$

$$\int_0^{\pi} x \sin x dx,$$

Исследовать на сходимость

$$\int_0^1 \frac{dx}{(2-x)\sqrt{1-x}}$$

$$\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x\sqrt{1+x^3+x^{10}}}$$

Найти  $\frac{\partial z}{\partial x}$  и  $\frac{dz}{dx}$ , если

$$z = \ln(3x - y^2), \quad y = e^{-x^2}$$

Показать, что функция  $z = y^2 \ln x - x^2$  ( $x > 0, y > 0$ ) не имеет экстремумов

Найти производную функции  $u(x, y, z)$  в точке  $M$  по направлению вектора  $l$

$$u = x + \ln(z^2 + y^2),$$

$$l = -2i + j - k, \quad M(2, 1, 1).$$

Найти  $z'_x$ , если

$$z = f(u, v), \quad u = x/y, \quad v = x^2 + y^3.$$

Найти производные  $y', y''$  функции, заданной неявно уравнением  $y^3 x + y^2 + 5x + 7 = 0$ .

Исследовать на экстремум функцию  $z = x^2 + y^2$  при условии  $3x + 4y = 12$

### ЗАДАЧИ НА 4

$$\int \sin(\ln x) dx$$

$$\int \operatorname{arctg} \sqrt{x} dx,$$

$$\int \frac{dx}{\sin x + 2 \cos x + 3}$$

$$\int \frac{dx}{x \sqrt{x^2 + x + 1}}$$

$$\int \frac{dx}{(x+1) \sqrt{x^2 + 1}}$$

$$\int \frac{x dx}{x^3 - 3x + 2}$$

$$\int \frac{x^2 + 1}{(x+1)^2 (x-1)} dx$$

$$\int \frac{x \sqrt[3]{2+x}}{x + \sqrt[3]{2+x}} dx$$

$$\int \frac{dx}{(1 + \sqrt[4]{x})^3 \sqrt{x}}$$

$$\int \frac{dx}{\sin^3 x}$$

Вычислить  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \cos x^2 dx}{x}$

Доказать, что  $\int_0^x e^{t^2} dt \sim \frac{1}{2x} e^{x^2}$  при  $x \rightarrow \infty$

Доказать, что если  $f(x)$  непрерывна на  $[0, 1]$ , то

$$\int_0^{\pi/2} f(\sin x) dx = \int_0^{\pi/2} f(\cos x) dx;$$

Найти

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \int_x^1 \frac{\cos t}{t^2} dt$$

Исследовать на сходимость

$$\int_0^2 \frac{dx}{\ln x} \quad \int_0^{+\infty} \frac{\ln(1+x)}{x^n} dx,$$

Вычислить

$$v. \text{ p. } \int_{-\infty}^{+\infty} \operatorname{arctg} x dx$$

Найти  $\frac{\partial z}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial z}{\partial y}$  и  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ , если  $F(x, x+y, x+y+z) = 0$ .

Исследовать на экстремум  
функцию  $z = x^3 - 12xy + 3y^2$

### ЗАДАЧИ НА 5

$$\int \frac{dx}{1 + \sqrt{1 - 2x - x^2}}$$

$$\int \frac{dx}{(x-1)^3 \sqrt{x^2 + 3x + 1}}$$

$$\int \frac{\sin^4 x}{\cos^6 x} dx.$$

$$\int \frac{\sin x dx}{\cos x \sqrt{1 + \sin^2 x}}$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt[3]{\lg x}}$$

$$\int \frac{xdx}{\sqrt{1 + \sqrt[3]{x^3}}}$$

Доказать, что функция  
Дирихле

$\chi(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \text{ иррационально;} \\ 1, & \text{если } x \text{ рационально,} \end{cases}$   
не интегрируема на любом  
отрезке

С помощью  
определенного интеграла  
найти предел  
 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left( \sin \frac{\pi}{n} + \sin \frac{2\pi}{n} + \dots + \sin \frac{(n-1)\pi}{n} \right)$

Вычислить интеграл от  
разрывной функции

$$\int_0^3 \operatorname{sgn}(x - x^3) dx$$

$$\int_0^2 [e^x] dx$$

Доказать, что

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 \frac{x^n}{1+x} dx = 0;$$

Исследовать на сходимость

$$\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^p \ln^q x}$$

Исследовать на абсолютную и  
условную сходимость

$$\int_0^{+\infty} \frac{\sqrt{x} \cos x}{x+100} dx.$$

Найти  $d^2z$ , если:

$$F\left(\frac{x}{z}, \frac{y}{z}\right) = 0.$$

Доказать, что касательные плоскости к поверх-  
ности  $xyz = a^3$  ( $a > 0$ ) образуют с плоскостями коор-  
динат тетраэдр постоянного объема.

Найти точки условного  
экстремума

$$f = xy + yz, \quad x^2 + y^2 = 2, \quad y + z = 2, \quad x > 0, \quad y > 0, \quad z > 0.$$

### ВОПРОСЫ НА 3 (теоремы без доказательств).

1. Первообразная
2. Интеграл Римана, его свойства.
3. Несобственные интегралы. Признаки сходимости. Абсолютная сходимость.
4. Метрическое пространство. Открытые и замкнутые множества. Предельные точки множества. Замыкание множества. Полнота метрического пространства. Предел функции. Непрерывность функции.
5. Дифференцируемость отображения в точке. Частные производные. Матрица производной отображения.
6. Теорема о независимости частных производных от порядка дифференцирования.
7. Производная по направлению и градиент
8. Формула Тейлора для функции нескольких переменных.
9. Компакт. Свойства непрерывных функций на компактах.