# Графическое решение 3.1 П

$f(X) = 5x + y \to extr$

$$-6x + 2y \geq 12 \quad (1)$$

$$12x + 6y \leq 72 \quad (2)$$

$$x \geq 0, y \geq 0 \quad (3), (4)$$

Решение:

1) Для графического решения задачи построим множество допустимых значений, задаваемое ограничениями (1) – (4)

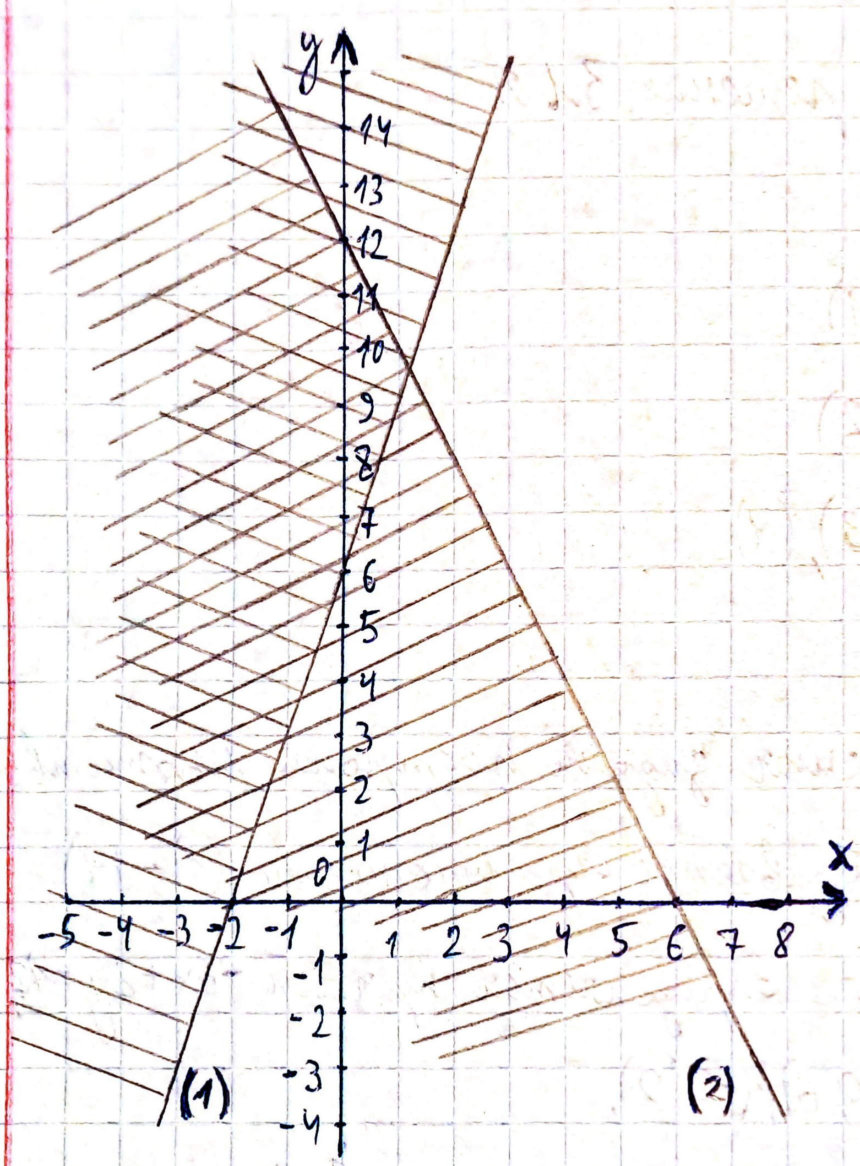
Ограничение (1) в задаче определяется прямой $-6x+2y=12$, проходящей через точки (0;6); (-2;0).

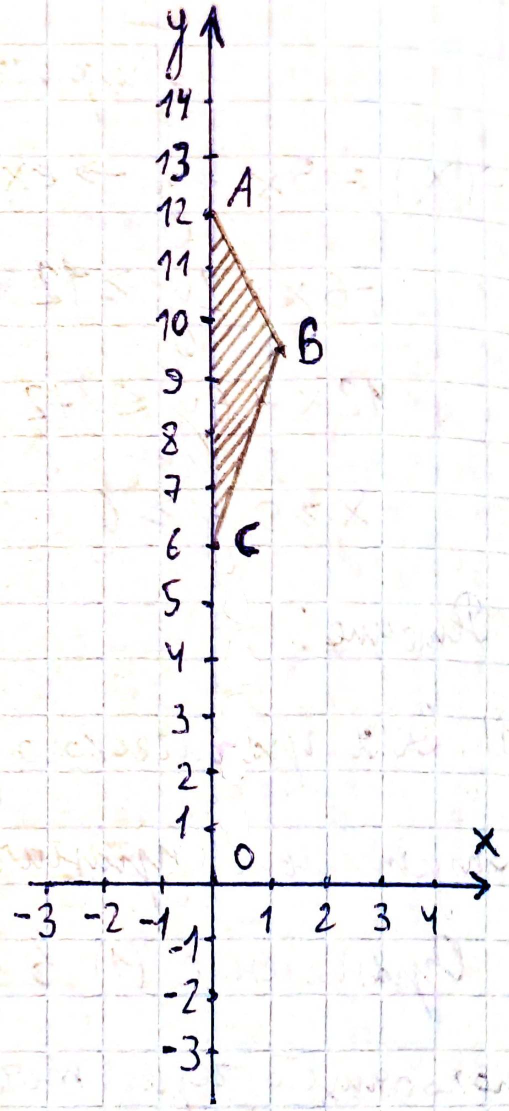
Множество допустимых решений в задаче будет ограничено этой прямой и находиться выше неё в первой четверти из-за ограничений (3)-(4).

Ограничение (2) в задаче определяется прямой $12x+6y=72$, проходящей через точки (0;12); (6;0).

Множество допустимых решений в задаче будет ограничено этой прямой и находиться ниже неё в первой четверти из-за ограничений (3)-(4)

Отметим крайние точки полученного множества; A, B и C.



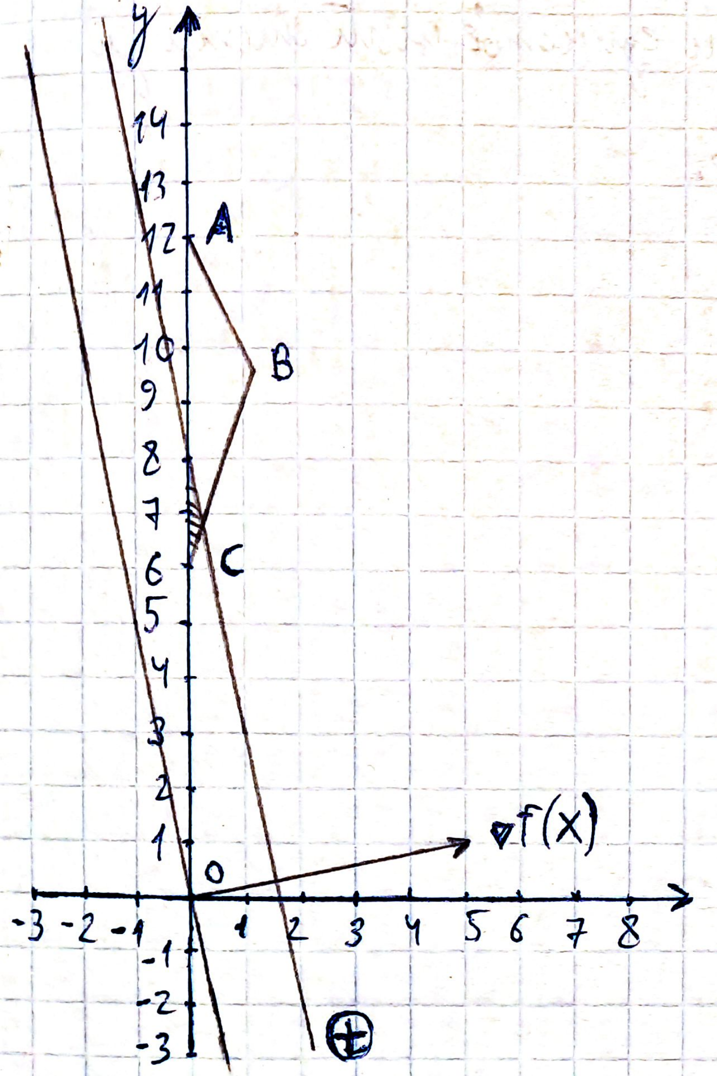


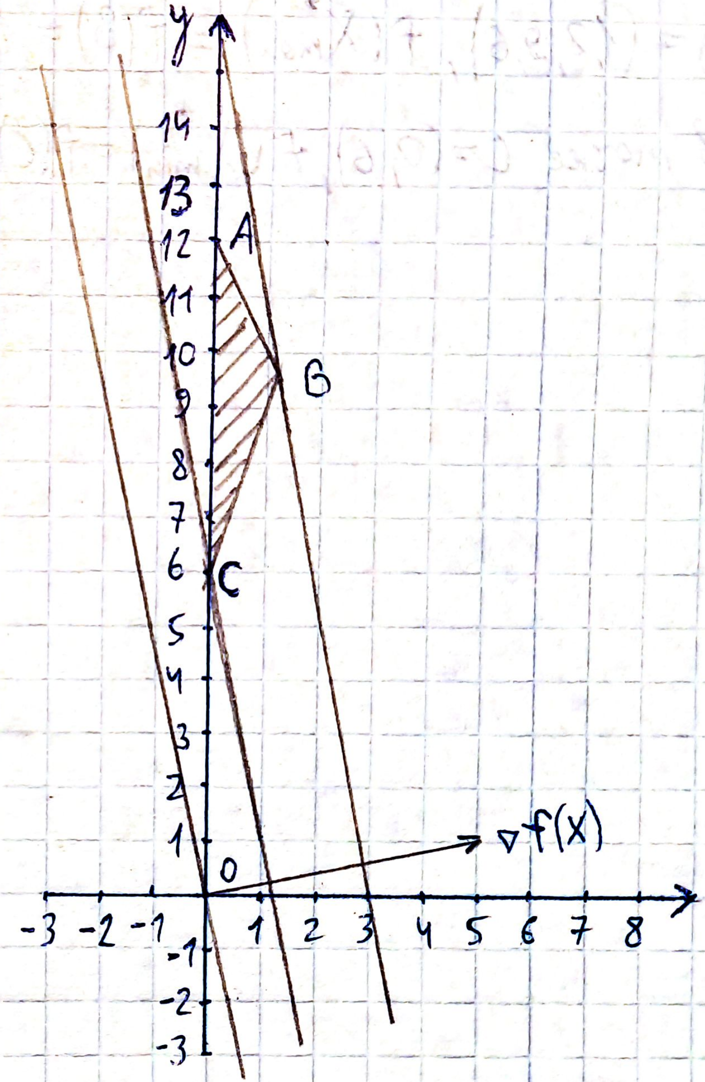
2) Построим градиент функции $\nabla f(X) = (5;1)^T$ в т. $(0;0)$.

3) Построим линию уровня $f(X) = C$, проходящую через точку с координатами $(0;0)$. Для этого найдём значение константы $C$, подставив координаты точки в целевую функцию: $C = 5 \cdot 0 + 1 \cdot 0 = 0$ и построим прямую $y + 5x = 0$.

Построенная линия уровня не имеет общих точек с множеством решений, построим ещё одну линию уровня, пересекающую множество, используя параллельный перенос и отметим её как $\oplus$.

4) Будем искать точку максимума функции как последнюю точку касания линии уровня ⊕ и множества допустимых решений в направлении градиента функции.




Как видно из чертежа, это точка $B(1{,}2;\ 9{,}6)$, получено решение задачи поиска точки максимума функции: $x^* = 1{,}2$; $y^* = 9{,}6$.

$$f(X^*) = f(B) = 5 \cdot 1{,}2 + 1 \cdot 9{,}6 = 15{,}6$$

Будем искать минимум функции как последнюю точку касания линии уровня ⊕ и множества допустимых значений в направлении, обратном градиенту функции, это точка $C(0;\ 6)$, получено решение задачи поиска минимума функции: $x^* = 0,\ y^* = 6.$

$f(X^*) = f(C) = 5 \cdot 0 + 1 \cdot 6 = 6$

Ответ: Функция имеет единственный максимум в точке $B = (1{,}2;\ 9{,}6)$, $f(X^*_{max}) = f(B) = 15{,}6$ и единственный минимум в точке $C = (0;\ 6)$, $f(X^*_{min}) = f(C) = 6.$