**Московский авиационный институт**

**(Национальный исследовательский университет)**

Факультет прикладной математики и физики

Кафедра вычислительной математики и программирования

**Лабораторная работа № 6**

по курсу «Численные методы»

Студент: Аксенов А. Е.

Группа: М80-408Б-20

Преподаватель: Пивоваров Д. Е.

Оценка:

Москва, 2023

**Лабораторная №6**

Задание

Используя явную схему крест и неявную схему, решить начально-краевую задачу для дифференциального уравнения гиперболического типа. Аппроксимацию второго начального условия произвести с первым и со вторым порядком. Осуществить реализацию трех вариантов аппроксимации граничных условий, содержащих производные: двухточечная аппроксимация с первым порядком, трехточечная аппроксимация со вторым порядком, двухточечная аппроксимация со вторым порядком. В различные моменты времени вычислить погрешность численного решения путем сравнения результатов с приведенным в задании аналитическим решением . Исследовать зависимость погрешности от сеточных параметров .

Вариант 1

, ,



,

.

Аналитическое решение: 

Теория

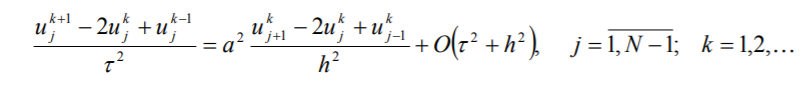
Классическим примером уравнения гиперболического типа является волновое уравнение, которое в области имеет вид:

Первая начально-краевая задача для волнового уравнения имеет вид:

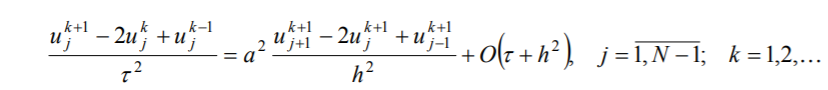
Вторая начально-краевая задача для волнового уравнения имеет вид:

Третья начально-краевая задача для волнового уравнения имеет вид:

Разностные схемы для аппроксимации



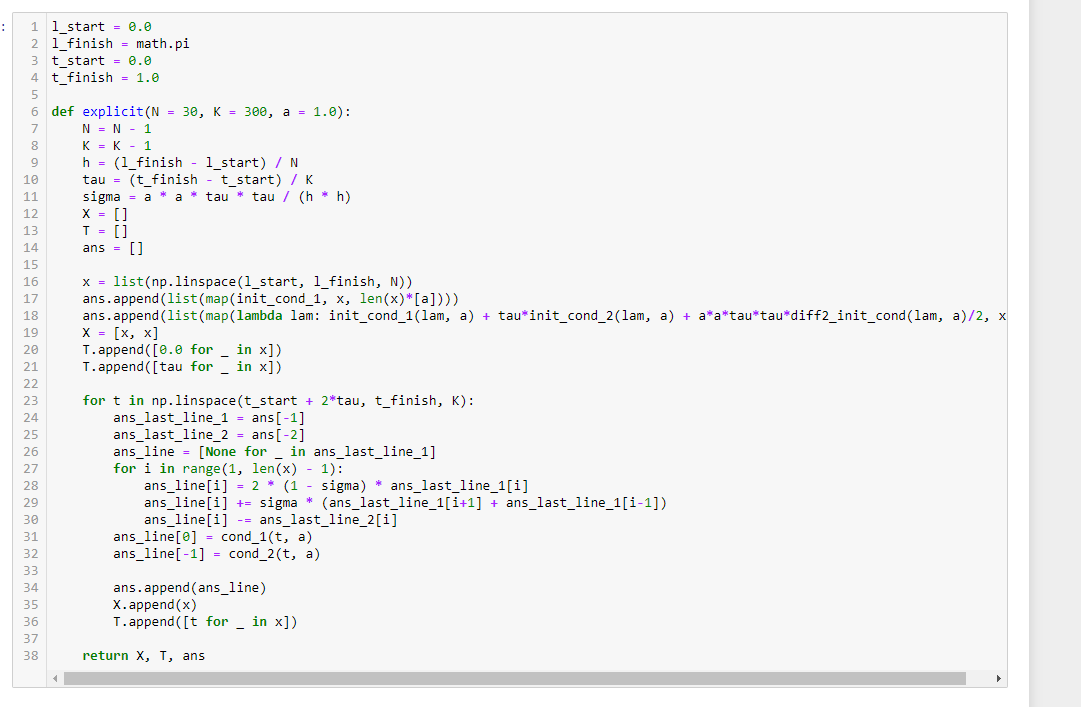
Cхема является явной. С ее помощью решение , определяется сразу, поскольку значения сеточных функции , на нижних временных слоях должны быть известны. В соответствии с шаблоном для этой схемы порядок аппроксимации равен двум, как по пространственной, так и по временной переменной. При этом явная конечно-разностная схема для волнового уравнения условно устойчива с условием , накладываемым на сеточные характеристики τ и h .



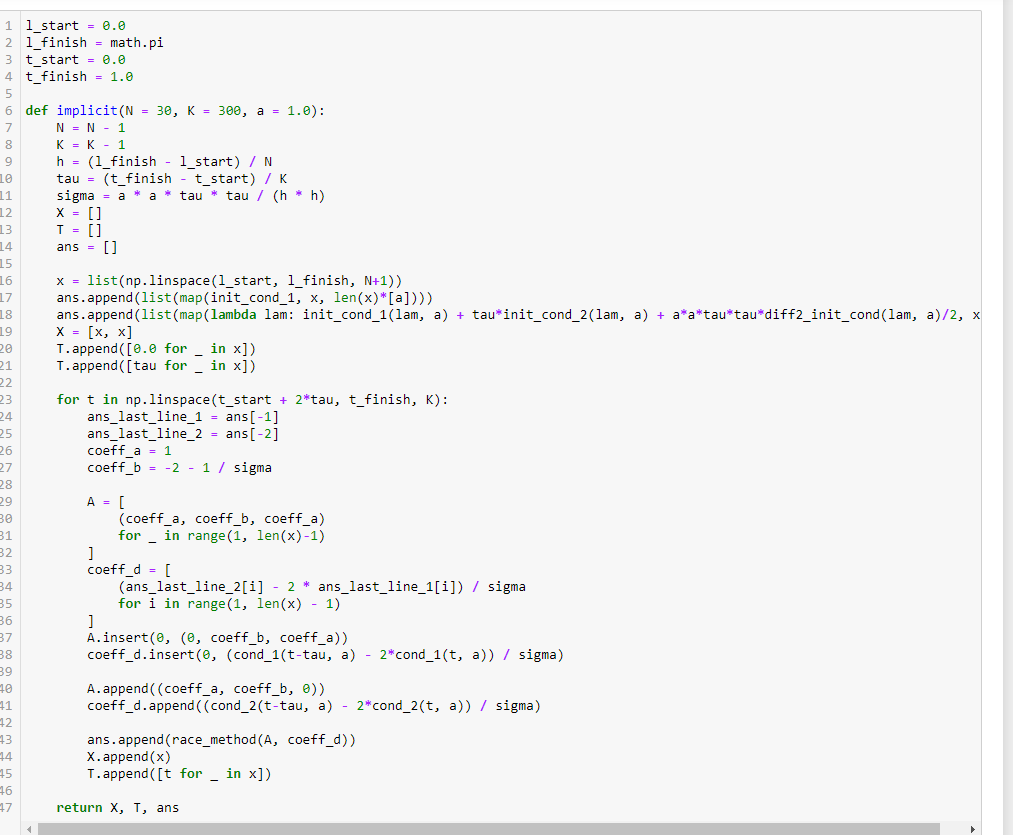
Данная является неявной схемой и обладает абсолютной устойчивостью. Ее можно свести к СЛАУ с трехдиагональной матрицей, решаемой методом прогонки.

Ключевые моменты программы

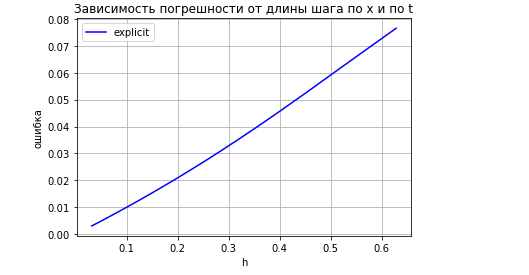
Явная схема



Неявная схема

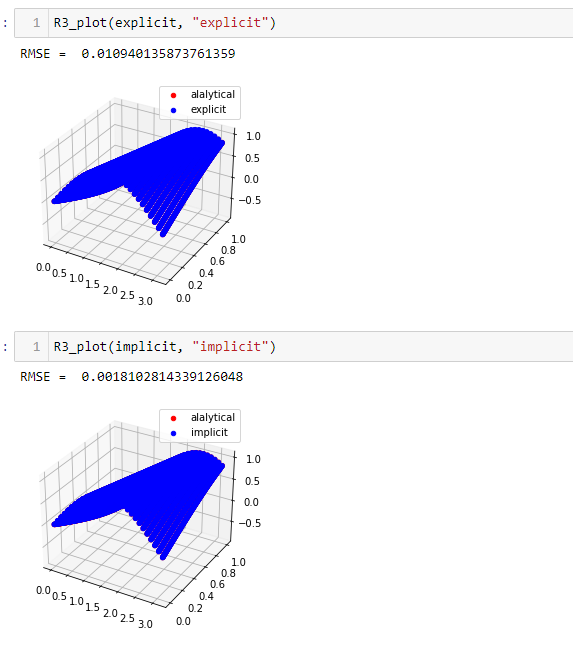


Ошибки





Численные и аналитические решения



Вывод

Были реализованы методы решения задачи гиперболического типа:

· Явная схема

· Неявная схема

Также были построены графики зависимости ошибки от размера шага по пространству. График возрастает, что говорит о том, что алгоритм сходится. Также мной были отрисованы графики аналитического и численного решения. Графики почти совпадают. Данный факт говорит о том, что алгоритмы сходятся.