

IV.11.14

a)

```
In[ ]:= fa[x_] := x * Log[x + 2] + x^2 - 1;  
Plot[fa[x], {x, -3, 3}]
```

```
In[ ]:= (*Видим, что корень локализован на [0,1]*)  
(*Проверим сжимаемость для каждого преобразования*)  
ga1[x_] := (1 - x^2)/(Log[x + 2]);  
  
maxGa1 = NMaxValue[{ga1[x], 0.5 ≤ x ≤ 0.65}, x];  
minGa1 = NMinValue[{ga1[x], 0.5 ≤ x ≤ 0.65}, x];  
maxGa1d = NMaxValue[{Abs[D[ga1[x], x]], 0.5 ≤ x ≤ 0.65}, x];  
{minGa1, maxGa1}  
{maxGa1d}
```

(*Достаточные условия не выполнены, где очень близко,
я беру области локализации по лучше*)
(*Для проверки достаточности беру мин и макс
функции на отрезке и максимум модуля производной*)

```
In[ ]:= ga2[x_] := Exp[1/x - x] - 2  
maxGa2 = NMaxValue[{ga2[x], 0 ≤ x ≤ 1}, x];  
minGa2 = NMinValue[{ga2[x], 0 ≤ x ≤ 1}, x];  
maxGa2d = NMaxValue[{Abs[D[ga2[x], x]], 0 < x < 1}, x];  
{minGa2, maxGa2}  
{maxGa2d}
```

(*Очев эксп улетает в беск, при маленьких x*)

In[]:=

```
ga3[x_] := (1 - x * Log[x + 2])^(1/2)
maxGa3 = NMaxValue[{ga3[x], 0 ≤ x ≤ 1}, x];
minGa3 = NMinValue[{ga3[x], 0 ≤ x ≤ 1}, x];
maxGa3d = NMaxValue[{Abs[D[ga3[x], x]], 0 < x < 1}, x];
{minGa3, maxGa3}
{maxGa3d}
```

(*Проблемы с производной, так как у производной корень в знаменателе,
а в числ логарифм, поэтому при стремлении к 1*)

In[]:=

```
ga4[x_] := 1/x - Log[x + 2]
maxGa4 = NMaxValue[{ga4[x], 0 ≤ x ≤ 1}, x];
minGa4 = NMinValue[{ga4[x], 0 ≤ x ≤ 1}, x];
maxGa4d = NMaxValue[{Abs[D[ga4[x], x]], 0 < x < 1}, x];
{minGa4, maxGa4}
{maxGa4d}
```

(*при $x \rightarrow 0$ функция улетает в беск*)

6)

In[]:=

```
fb[x_] := x + Log[x];
Plot[fb[x], {x, -3, 3}]
```

(*Видим, что корень локализован на $[0,1]$ *)

(*Проверим сжимаемость для каждого преобразования*)

$ln[] := gb1[x] := -\text{Log}[x];$

```
maxGb1 = MaxValue[{gb1[x], 0 ≤ x ≤ 1}, x];
minGb1 = NMinValue[{gb1[x], 0 ≤ x ≤ 1}, x];
maxGb1d = MaxValue[{Abs[D[gb1[x], x]], 0 ≤ x ≤ 1}, x];
{minGb1, maxGb1}
{maxGb1d}
```

(***не выполнено 1-е дост условие***)

$ln[] := gb2[x] := \text{Exp}[-x];$

```
maxGb2 = NMaxValue[{gb2[x], 0.4 ≤ x ≤ 0.6}, x];
minGb2 = NMinValue[{gb2[x], 0.4 ≤ x ≤ 0.6}, x];
maxGb2d = NMaxValue[{Abs[D[gb2[x], x]], 0.4 ≤ x ≤ 0.6}, x];
{minGb2, maxGb2}
{maxGb2d}
```

(***Видим, что производная не строго меньше 1, поэтому сжимаемости нет***)

(***Взяли отрезок локализации по лучше,**

так как там макс значения = 1, теперь сжимаемость есть*)

$ln[] := gb3[x] := (x + \text{Exp}[-x])/2;$

```
maxGb3 = NMaxValue[{gb3[x], 0 ≤ x ≤ 1}, x];
minGb3 = NMinValue[{gb3[x], 0 ≤ x ≤ 1}, x];
maxGb3d = NMaxValue[{Abs[D[gb3[x], x]], 0 ≤ x ≤ 1}, x];
{minGb3, maxGb3}
{maxGb3d}
```

(***Все достаточные условия выполняются***)

```

In[ ]:= gb4[x_] := (3 * x + 5 * Exp[-x]) / 8;

maxGb4 = NMaxValue[{gb4[x], 0 ≤ x ≤ 1}, x];
minGb4 = NMinValue[{gb4[x], 0 ≤ x ≤ 1}, x];
maxGb4d = NMaxValue[{Abs[D[gb4[x], x]], 0 ≤ x ≤ 1}, x];
{minGb4, maxGb4}
{maxGb4d}

(*Все достаточные условия выполняются*)
Out[ ]:= {0.56656, 0.625}
Out[ ]:= {0.25}

```

B)

```

In[ ]:= fv[x_] := x ^ 6 - 5 x - 2;
Plot[fv[x], {x, -3, 3}]

(*Видим, что корень локализован на [1,2]*)
(*Проверим сжимаемость для каждого преобразования*)

In[ ]:= gv1[x_] := (x ^ 6 - 2) / 5;

maxGv1 = NMaxValue[{gv1[x], 1 ≤ x ≤ 2}, x];
minGv1 = NMinValue[{gv1[x], 1 ≤ x ≤ 2}, x];
maxGv1d = NMaxValue[{Abs[D[gv1[x], x]], 1 ≤ x ≤ 2}, x];
{minGv1, maxGv1}
{maxGv1d}

(*Достаточные условия не выполняются*)

```

In[]:=

$$gv2[x] := 5/(x^4) + 2/(x^5);$$

$$\text{maxGv2} = \text{NMaxValue}[\{gv2[x], 1 \leq x \leq 2\}, x];$$

$$\text{minGv2} = \text{NMinValue}[\{gv2[x], 1 \leq x \leq 2\}, x];$$

$$\text{maxGv2d} = \text{NMaxValue}[\{Abs[D[gv2[x], x]], 1 \leq x \leq 2\}, x];$$

$$\{\text{minGv2}, \text{maxGv2}\}$$

$$\{\text{maxGv2d}\}$$

(*Достаточные условия не выполняются*)

In[]:=

$$gv3[x] := (5 * x + 2)^(1/6);$$

$$\text{maxGv3} = \text{NMaxValue}[\{gv3[x], 1 \leq x \leq 2\}, x];$$

$$\text{minGv3} = \text{NMinValue}[\{gv3[x], 1 \leq x \leq 2\}, x];$$

$$\text{maxGv3d} = \text{NMaxValue}[\{Abs[D[gv3[x], x]], 1 \leq x \leq 2\}, x];$$

$$\{\text{minGv3}, \text{maxGv3}\}$$

$$\{\text{maxGv3d}\}$$

(*Достаточные условия выполняются*)

In[]:=

$$gv4[x] := (5/(x^3) + 2/(x^4))^(1/2);$$

$$\text{maxGv4} = \text{NMaxValue}[\{gv4[x], 1.3 \leq x \leq 1.5\}, x];$$

$$\text{minGv4} = \text{NMinValue}[\{gv4[x], 1.3 \leq x \leq 1.5\}, x];$$

$$\text{maxGv4d} = \text{NMaxValue}[\{Abs[D[gv4[x], x]], 1.3 \leq x \leq 1.5\}, x];$$

$$\{\text{minGv4}, \text{maxGv4}\}$$

$$\{\text{maxGv4d}\}$$

(*Достаточные условия не выполняются,

где значения близко стараюсь брать область локализации по лучше*)

Г)

```
In[ ]:= fg[x_] := Log[x + 1] - 2 * x ^ 2 + 1;
Plot[fg[x], {x, -3, 3}]
```

(***Видим, что корень локализован на [0.8,1]***)

(***Проверим сжимаемость для каждого преобразования***)

```
In[ ]:=
```

```
gg1[x_] := ((Log[x + 1] + 1) / 2) ^ (1 / 2);
```

```
maxGg1 = NMaxValue[{gg1[x], 0.8 ≤ x ≤ 1}, x];
```

```
minGg1 = NMinValue[{gg1[x], 0.8 ≤ x ≤ 1}, x];
```

```
maxGg1d = NMaxValue[{Abs[D[gg1[x], x]], 0.8 ≤ x ≤ 1}, x];
```

```
{minGg1, maxGg1}
```

```
{maxGg1d}
```

(***Достаточные условия выполняются***)

```
In[ ]:=
```

```
gg2[x_] := Exp[2 * x ^ 2 - 1] - 1;
```

```
maxGg2 = NMaxValue[{gg2[x], 0.8 ≤ x ≤ 1}, x];
```

```
minGg2 = NMinValue[{gg2[x], 0.8 ≤ x ≤ 1}, x];
```

```
maxGg2d = NMaxValue[{Abs[D[gg2[x], x]], 0.8 ≤ x ≤ 1}, x];
```

```
{minGg2, maxGg2}
```

```
{maxGg2d}
```

(***Достаточные условия не выполняются***)

```
In[ ]:= gg3[x_] := (Log[x + 1] + 1)/(2 * x);
```

```
maxGg3 = NMaxValue[{gg3[x], 0.8 ≤ x ≤ 1}, x];
```

```
minGg3 = NMinValue[{gg3[x], 0.8 ≤ x ≤ 1}, x];
```

```
maxGg3d = NMaxValue[{Abs[D[gg3[x], x]], 0.8 ≤ x ≤ 1}, x];  
{minGg3, maxGg3}  
{maxGg3d}
```

(***Достаточные условия выполняются***)

```
gg4[x_] := x + Log[x + 1] - 2 * x^2 + 1;
```

```
maxGg4 = NMaxValue[{gg4[x], 0.8 ≤ x ≤ 1}, x];
```

```
minGg4 = NMinValue[{gg4[x], 0.8 ≤ x ≤ 1}, x];
```

```
maxGg4d = NMaxValue[{Abs[D[gg4[x], x]], 0.8 ≤ x ≤ 1}, x];  
{minGg4, maxGg4}  
{maxGg4d}
```

(***Достаточные условия не выполняются***)

Д)

```
In[ ]:= fd[x_] := Sin[x] - x^2 + 1;
```

```
Plot[fd[x], {x, -3, 3}]
```

(***Видим, что корень локализован на [1.25,1.5]***)

(***Проверим сжимаемость для каждого преобразования***)

In[]:=

$$gd1[x] := \text{ArcSin}[x^2 - 1];$$

$$\text{maxGd1} = \text{MaxValue}[\{gd1[x], 1.25 \leq x \leq 1.5\}, x];$$

$$\text{minGd1} = \text{MinValue}[\{gd1[x], 1.25 \leq x \leq 1.5\}, x];$$

$$\text{maxGd1d} = \text{NMaxValue}[\{\text{Abs}[D[gd1[x], x]], 1.25 \leq x \leq 1.5\}, x];$$

$$\{\text{minGd1}, \text{maxGd1}\}$$

$$\{\text{maxGd1d}\}$$

(*Достаточные условия не выполняются*)

In[]:=

$$gd2[x] := (\sin[x] + 1)^{(1/2)};$$

$$\text{maxGd2} = \text{NMaxValue}[\{gd2[x], 1.25 \leq x \leq 1.5\}, x];$$

$$\text{minGd2} = \text{NMinValue}[\{gd2[x], 1.25 \leq x \leq 1.5\}, x];$$

$$\text{maxGd2d} = \text{NMaxValue}[\{\text{Abs}[D[gd2[x], x]], 1.25 \leq x \leq 1.5\}, x];$$

$$\{\text{minGd2}, \text{maxGd2}\}$$

$$\{\text{maxGd2d}\}$$

(*Достаточные условия выполняются*)

$$gd3[x] := (\sin[x] + 1)/x;$$

$$\text{maxGd3} = \text{NMaxValue}[\{gd3[x], 1.25 \leq x \leq 1.45\}, x];$$

$$\text{minGd3} = \text{NMinValue}[\{gd3[x], 1.25 \leq x \leq 1.45\}, x];$$

$$\text{maxGd3d} = \text{NMaxValue}[\{\text{Abs}[D[gd3[x], x]], 1.25 \leq x \leq 1.5\}, x];$$

$$\{\text{minGd3}, \text{maxGd3}\}$$

$$\{\text{maxGd3d}\}$$

(*Достаточные условия не выполняются*)

In[]:=

```
gd4[x_] := x + 0.1 * (Sin[x] - x^2 + 1);
```

```
maxGd4 = NMaxValue[{gd4[x], 1.25 ≤ x ≤ 1.5}, x];
```

```
minGd4 = NMinValue[{gd4[x], 1.25 ≤ x ≤ 1.5}, x];
```

```
maxGd4d = NMaxValue[{Abs[D[gd4[x], x]], 1.25 ≤ x ≤ 1.5}, x];
```

```
{minGd4, maxGd4}
```

```
{maxGd4d}
```

(***Достаточные условия выполняются***)

e)

In[]:=

```
fe[x_] := x * Exp[x] + x^2 - 1;
```

```
Plot[fe[x], {x, -3, 3}]
```

(***Видим, что корень локализован на [0.45, 0.55]***)

(***Проверим сжимаемость для каждого преобразования***)

In[]:=

```
ge1[x_] := Log[1/x - x];
```

```
maxGe1 = NMaxValue[{ge1[x], 0.45 ≤ x ≤ 0.55}, x];
```

```
minGe1 = NMinValue[{ge1[x], 0.45 ≤ x ≤ 0.55}, x];
```

```
maxGe1d = NMaxValue[{Abs[D[ge1[x], x]], 0.45 ≤ x ≤ 0.55}, x];
```

```
{minGe1, maxGe1}
```

```
{maxGe1d}
```

(***Достаточные условия не выполняются***)

```
ge2[x_] := (1 - x * Exp[x])^(1/2);
```

```
maxGe2 = NMaxValue[{ge2[x], 0.45 ≤ x ≤ 0.55}, x];
```

```
minGe2 = NMinValue[{ge2[x], 0.45 ≤ x ≤ 0.55}, x];
```

```
maxGe2d = NMaxValue[{Abs[D[ge2[x], x]], 0.45 ≤ x ≤ 0.55}, x];  
{minGe2, maxGe2}  
{maxGe2d}
```

(*Достаточные условия не выполняются*)

```
In[ ]:=
```

```
ge3[x_] := (1 - x^2) * Exp[-x];
```

```
maxGe3 = NMaxValue[{ge3[x], 0.46 ≤ x ≤ 0.49}, x];
```

```
minGe3 = NMinValue[{ge3[x], 0.46 ≤ x ≤ 0.49}, x];
```

```
maxGe3d = NMaxValue[{Abs[D[ge3[x], x]], 0.46 ≤ x ≤ 0.49}, x];  
{minGe3, maxGe3}  
{maxGe3d}
```

(*Достаточные условия не выполняются*)

```
Out[ ]= {0.465535, 0.497704}
```

```
Out[ ]= {1.07848}
```

```
In[ ]:= ge4[x_] := -Exp[x] + 1/x;
```

```
maxGe4 = MaxValue[{ge4[x], 0.46 ≤ x ≤ 0.49}, x];
```

```
minGe4 = MinValue[{ge4[x], 0.46 ≤ x ≤ 0.49}, x];
```

```
maxGe4d = MaxValue[{Abs[D[ge4[x], x]], 0.46 ≤ x ≤ 0.49}, x];  
{minGe4, maxGe4}  
{maxGe4d}
```

(*Достаточные условия не выполняются*)

```
Out[ ]= {3.67313, 3.75799}
```

```
Out[ ]= {3.14182}
```