IV.12.4(a).

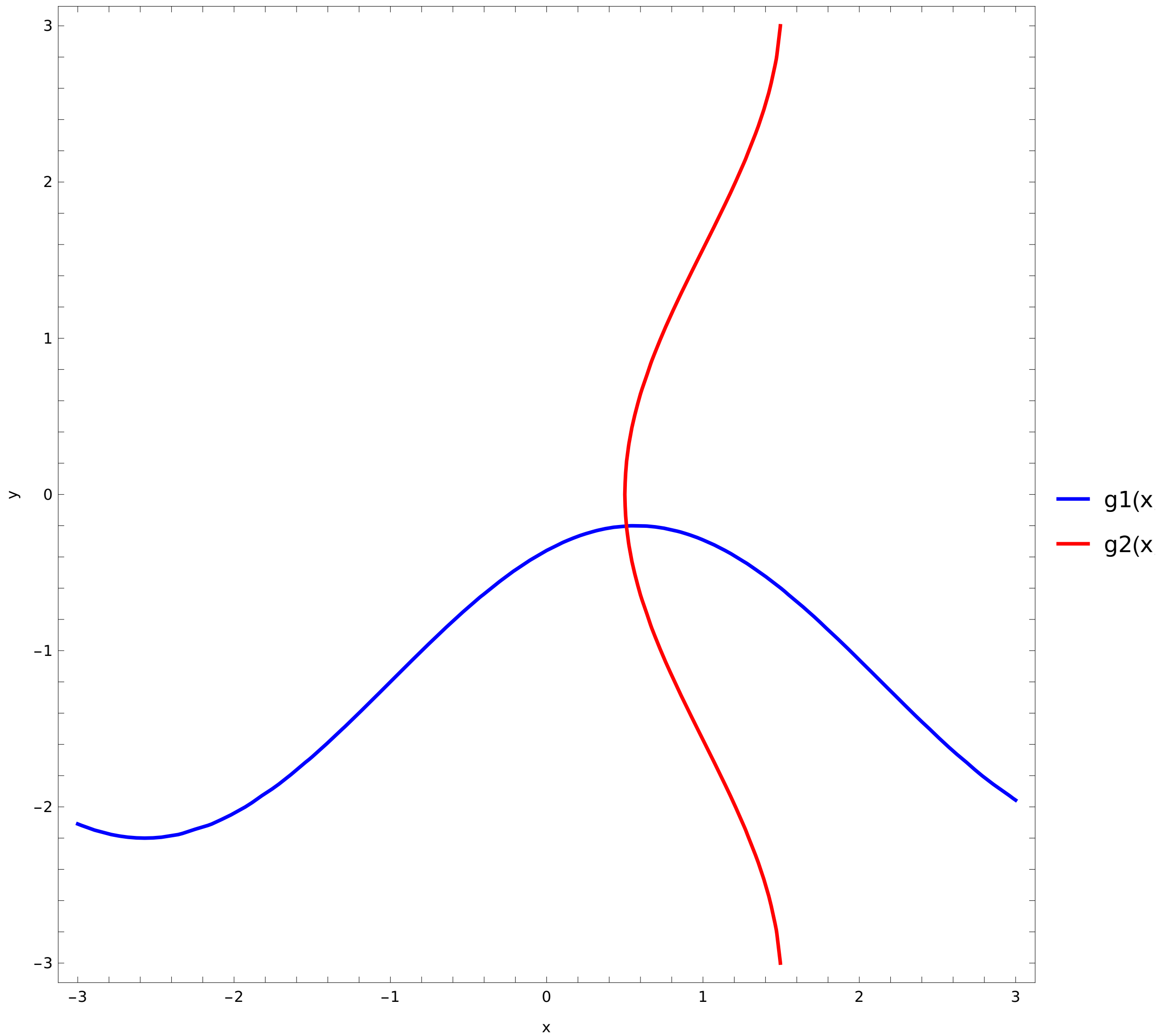
In[1]:=
```
(*запишем наши функции*)
g1[x_, y_] := Sin[x + 1] − y − 1.2
g2[x_, y_] := 2 x + Cos[y] − 2

g[x_, y_] := g1[x, y] − g2[x, y]

ContourPlot[{g1[x, y] == 0, g2[x, y] == 0}, {x, −3, 3},
 {y, −3, 3}, ContourStyle → {{Thick, Blue}, {Thick, Red}},
 PlotLegends → {"g1(x, y) = 0", "g2(x, y) = 0"},
 FrameLabel → {"x", "y"}, PlotRange → All, ImageSize → Large]

(*Найдем решение системы
 (иначе не знаю как оценивать точность начального приближения для МПИ)*)
FindRoot[{g1[x, y] == 0, g2[x, y] == 0}, {x, 0}, {y, 0}]
```

Out[4]=



Out[5]= {x → 0.51015, y → −0.201838}

```
(*область локализации, [0,1]*[-1,0]*)
(*Возьмем некоторое отображение и проверим доста-е условия сжимаемости*)
(*x=1-cosy, y=sin(x+1)-1,2*)
G1[x_, y_] := 1 - Cos[y]/2
G2[x_, y_] := Sin[x + 1] - 1.2
```

In[∘]:=
```
maxG1 = NMaxValue[{G1[x, y], 0 ≤ x ≤ 1 && -1 ≤ y ≤ 0}, {x, y}];
minG1 = NMinValue[{G1[x, y], 0 ≤ x ≤ 1 && -1 ≤ y ≤ 0}, {x, y}];

maxG2 = NMaxValue[{G2[x, y], 0 ≤ x ≤ 1 && -1 ≤ y ≤ 0}, {x, y}];
minG2 = NMinValue[{G2[x, y], 0 ≤ x ≤ 1 && -1 ≤ y ≤ 0}, {x, y}];

{minG1, maxG1}
{minG2, maxG2}

(*видим, что наша вектор функция не вылетает из области локализации*)
```

Out[∘]= {0.5, 0.729849}

Out[∘]= {-0.358529, -0.2}

```
J[x_, y_] := {{D[G1[x, y], x], D[G1[x, y], y]}, {D[G2[x, y], x], D[G2[x, y], y]}}

Norm1[x_, y_] := Max[Total[Abs[J[x, y][[All, 1]]]], Total[Abs[J[x, y][[All, 2]]]]];
NMaximize[{Norm1[x, y], 0 ≤ x ≤ 1 && -1 ≤ y ≤ 0}, {x, y}]

(*взяли 1 норму, видим что максимум нормы матрицы Якоби < 1*)
```

In[∘]:=

```
(*Итог: наше отображение G является сжимающим, теперь построим МПИ*)
NormV1[x_, y_] := Abs[x] + Abs[y]
(*взяли 1 векторную норму для согласованности*)

q := 0.540302 (*из прошлого пункта*)
accuracy := 10^(-3)

(*Начальное приближение*)
xk := 0.0
yk := 0.0
err := NormV1[0.5, -0.2]

For[i = 1, i ≤ 100, i++,
 curXk = xk;
 curYk = yk;

 xk = G1[curXk, curYk];
 yk = G2[curXk, curYk];

 err = err * q; (*На семинаре показали эволюцию ошибки*)
 If[err < accuracy, Break[]];
]

{xk, yk, i}

(*Итог: при начальном приближении (0,0) МПИ сходится за 11 шагов*)
```

Out[∘]=

```
{0.51015, -0.201838, 11}
```

```
(*Теперь построим метод Ньютона*)
(*Начальное приближение*)
xnk := 0.51015
ynk := -0.201838

f1[x_, y_] := Sin[x + 1] - y - 1.2
f2[x_, y_] := 2 x + Cos[y] - 2

df1x[x_, y_] := Cos[1.0 + x];
df1y[x_, y_] := -1.0;
df2x[x_, y_] := 2.0;
df2y[x_, y_] := -Sin[y];

For[i = 1, i ≤ 100, i++,
 curXnk = xnk;
 curYnk = ynk;

 der = Inverse[{{df1x[curXnk, curYnk], df1y[curXnk, curYnk]},
    {df2x[curXnk, curYnk], df2y[curXnk, curYnk]}}];

 xnk = curXnk - der[[1, 1]] * f1[curXnk, curYnk] + der[[1, 2]] * f2[curXnk, curYnk];
 ynk = curYnk - der[[2, 1]] * f1[curXnk, curYnk] + der[[2, 2]] * f2[curXnk, curYnk];

 deltaX = Abs[xnk - curXnk];
 deltaY = Abs[ynk - curYnk];
 Print["Step: ", i, ", Δx: ", deltaX, ", Δy: ", deltaY];
]

{xnk, ynk, i}

(*Видим, что до 8 шага точность хорошоая, а потом метод начинает расходиться*)
```

Step: 1, Δx: 7.27853×10^{-8}, Δy: 4.29311×10^{-7}

Step: 2, Δx: 2.30236×10^{-7}, Δy: 1.39544×10^{-8}

Step: 3, Δx: 4.60472×10^{-7}, Δy: 2.7909×10^{-8}

Step: 4, Δx: 9.20944×10^{-7}, Δy: 5.58185×10^{-8}

Step: 5, Δx: 1.84189×10^{-6}, Δy: 1.11639×10^{-7}

Step: 6, Δx: 3.68378×10^{-6}, Δy: 2.23285×10^{-7}

Step: 7, Δx: 7.36755×10^{-6}, Δy: 4.46601×10^{-7}

Step: 8, Δx: 0.0000147351, Δy: 8.93322×10^{-7}

Step: 9, Δx: 0.0000294701, Δy: 1.78713×10^{-6}

Step: 10, Δx: 0.00005894, Δy: 3.5762×10^{-6}

Step: 11, Δx: 0.000117879, Δy: 7.16015×10^{-6}

Step: 12, Δx: 0.000235755, Δy: 0.0000143513

Step: 13, Δx: 0.000471498, Δy: 0.0000288267

Step: 14, Δx: 0.000942946, Δy: 0.0000581495

Step: 15, Δx: 0.00188569, Δy: 0.000118283

Step: 16, Δx: 0.00377058, Δy: 0.000244499

Step: 17, Δx: 0.00753792, Δy: 0.000520694

Step: 18, Δx: 0.0150629, Δy: 0.00116791

Step: 19, Δx: 0.0300738, Δy: 0.0028397

Step: 20, Δx: 0.0599365, Δy: 0.00767639

Step: 21, Δx: 0.118997, Δy: 0.0231758

Step: 22, Δx: 0.234106, Δy: 0.0760437

Step: 23, Δx: 0.448379, Δy: 0.25361

Step: 24, Δx: 0.791986, Δy: 0.73627

Step: 25, Δx: 1.3747, Δy: 1.44479

Step: 26, Δx: 4.15095, Δy: 0.579064

Step: 27, Δx: 6.38551, Δy: 3.93471

Step: 28, Δx: 14.2924, Δy: 7.51817

Step: 29, Δx: 29.4109, Δy: 2.87276

Step: 30, Δx: 82.9359, Δy: 51.5454

Step: 31, Δx: 160.339, Δy: 78.2492

Step: 32, Δx: 500.557, Δy: 540.832

Step: 33, Δx: 643.09, Δy: 328.901

Step: 34, Δx: 1150.39, Δy: 770.82

Step: 35, Δx: 2618.38, Δy: 184.963

Step: 36, Δx: 6960.11, Δy: 5768.15

Step: 37, Δx: 8344.55, Δy: 10 294.4

Step: 38, Δx: 18 588.5, Δy: 3874.76

Step: 39, Δx: 42 295.4, Δy: 13 727.6

Step: 40, Δx: 67 312.5, Δy: 28 273.9

Step: 41, Δx: 199 426., Δy: 108 230.

Step: 42, Δx: 541 768., Δy: 607 207.

Step: 43, Δx: 1.10803×10^{6}, Δy: 540 181.

Step: 44, Δx: 2.10178×10^{6}, Δy: 338 558.

Step: 45, Δx: 3.82918×10^{6}, Δy: 572 671.

Step: 46, Δx: 6.32892×10^{6}, Δy: 5.46756×10^{6}

Step: 47, Δx: 1.55312×10^{7}, Δy: 5.25041×10^{6}

Step: 48, Δx: 3.07968×10^{7}, Δy: 5.87317×10^{6}

Step: 49, Δx: 8.70128×10^{7}, Δy: 5.71496×10^{7}

Step: 50, Δx: 9.62426×10^{7}, Δy: 1.0672×10^{8}

Step: 51, Δx: 2.43624×10^{8}, Δy: 2.14114×10^{7}

Step: 52, Δx: 4.78216×10^{8}, Δy: 3.90541×10^{7}

Step: 53, Δx: 1.40442×10^{9}, Δy: 8.81918×10^{8}

Step: 54, Δx: 1.48796×10^{9}, Δy: 2.26564×10^{9}

Step: 55, Δx: 4.60801×10^{9}, Δy: 1.53756×10^{9}

Step: 56, Δx: 1.21422×10^{10}, Δy: 1.08353×10^{10}

Step: 57, Δx: 2.10202×10^{10}, Δy: 9.59467×10^{9}

Step: 58, Δx: 4.15067×10^{10}, Δy: 1.8856×10^{9}

Step: 59, Δx: 1.26281×10^{11}, Δy: 1.06207×10^{11}

Step: 60, Δx: 2.7936×10^{11}, Δy: 1.44106×10^{11}

Step: 61, Δx: 4.75985×10^{11}, Δy: 2.23717×10^{11}

Step: 62, Δx: 1.84341×10^{12}, Δy: 2.11028×10^{12}

Step: 63, Δx: 2.30039×10^{12}, Δy: 2.47348×10^{12}

Step: 64, Δx: 6.33758×10^{12}, Δy: 3.04603×10^{12}

Step: 65, Δx: 1.07528×10^{13}, Δy: 7.33554×10^{12}

Step: 66, Δx: 2.24961×10^{13}, Δy: 1.24425×10^{13}

Step: 67, Δx: 3.53956×10^{13}, Δy: 4.67247×10^{13}

Step: 68, Δx: 6.73855×10^{13}, Δy: 9.51145×10^{13}

Step: 69, Δx: 1.34237×10^{14}, Δy: 3.239×10^{13}

Step: 70, Δx: 2.55869×10^{14}, Δy: 3.09189×10^{14}

Step: 71, Δx: 1.19782×10^{15}, Δy: 1.34155×10^{15}

Step: 72, Δx: 1.53351×10^{15}, Δy: 1.06637×10^{15}

Step: 73, Δx: 2.23097×10^{15}, Δy: 2.08684×10^{15}

Step: 74, Δx: 4.23978×10^{15}, Δy: 2.92528×10^{15}

Step: 75, Δx: 7.00366×10^{15}, Δy: 6.81562×10^{15}

Step: 76, Δx: 1.57932×10^{16}, Δy: 7.59656×10^{15}

Step: 77, Δx: 2.96885×10^{16}, Δy: 9.81554×10^{15}

Step: 78, Δx: 7.02568×10^{16}, Δy: 1.65565×10^{16}

Step: 79, Δx: 1.27144×10^{17}, Δy: 4.15373×10^{16}

Step: 80, Δx: 2.09045×10^{17}, Δy: 1.40975×10^{17}

Step: 81, Δx: 3.96159×10^{17}, Δy: 3.30754×10^{17}

Step: 82, Δx: 8.4343×10^{17}, Δy: 4.44168×10^{17}

Step: 83, Δx: 2.79605×10^{18}, Δy: 2.19158×10^{18}

Step: 84, Δx: 4.89446×10^{18}, Δy: 2.4279×10^{18}

Step: 85, Δx: 9.5848×10^{18}, Δy: 3.7365×10^{17}

Step: 86, Δx: 1.54621×10^{19}, Δy: 7.45497×10^{18}

Step: 87, Δx: 3.24749×10^{19}, Δy: 4.65238×10^{18}

Step: 88, Δx: 6.83654×10^{19}, Δy: 1.01058×10^{19}

Step: 89, Δx: 1.20442×10^{20}, Δy: 8.88383×10^{19}

Step: 90, Δx: 2.54075×10^{20}, Δy: 8.04813×10^{18}

Step: 91, Δx: 3.08425×10^{20}, Δy: 4.05441×10^{20}

Step: 92, Δx: 5.4244×10^{20}, Δy: 6.72868×10^{20}

Step: 93, Δx: 9.67976×10^{20}, Δy: 1.1801×10^{21}

Step: 94, Δx: 1.52917×10^{21}, Δy: 1.77809×10^{21}

Step: 95, Δx: 4.22521×10^{21}, Δy: 1.04272×10^{21}

Step: 96, Δx: 5.48263×10^{21}, Δy: 5.39537×10^{21}

Step: 97, Δx: 1.24855×10^{22}, Δy: 2.62124×10^{21}

Step: 98, Δx: 2.67469×10^{22}, Δy: 5.82988×10^{21}

Step: 99, Δx: 5.18929×10^{22}, Δy: 4.2346×10^{22}

Step: 100, Δx: 1.04977×10^{23}, Δy: 7.46152×10^{21}

Out[∘]= $\{-2.09668 \times 10^{23}, -2.09645 \times 10^{22}, 101\}$

In[∘]:=