

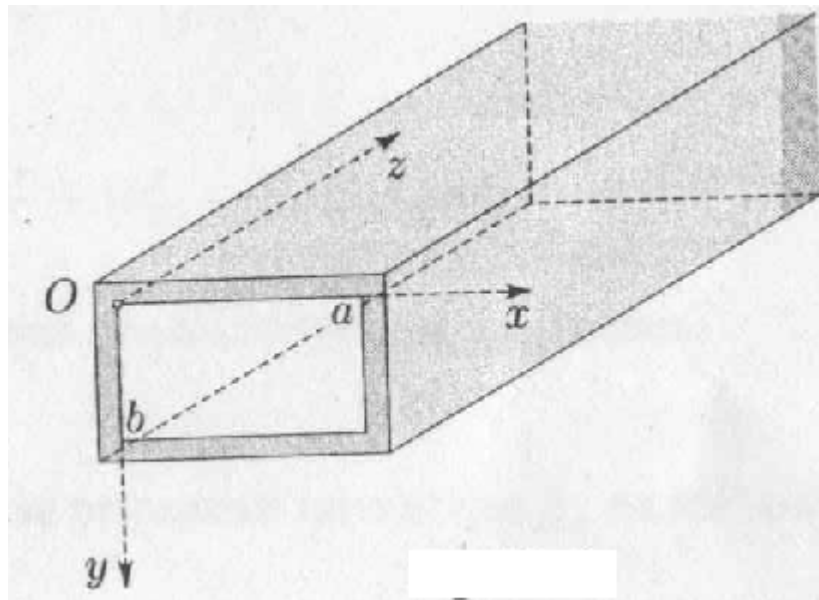
**PROPAGATION  
D'ONDES ELECTROMAGNETIQUES  
DANS UN GUIDE D'ONDE  
A SECTION RECTANGULAIRE**

**B. AMANA et J.-L. LEMAIRE**

## **PARTIE THEORIQUE : ONDES TRANSVERSALE ELECTRIQUE (TE) ET TRANSVERSALE MAGNETIQUE (TM) DANS UN GUIDE D'ONDE A SECTION RECTANGULAIRE.**

Les ondes TE et TM dans un guide d'onde sont des ondes électromagnétiques pour lesquelles le champ électrique ou le champ magnétique, respectivement, sont normaux à la direction de propagation Oz définie par l'axe du guide.

Nous allons étudier la propagation de ces ondes dans des guides métalliques sans pertes, à section rectangulaire, remplis d'un milieu diélectrique, non magnétique, linéaire, homogène, isotrope, de permittivité relative  $\epsilon_r$  (voir figure suivante). Dans ces conditions les champs  $\vec{B}$  et  $\vec{H}$  ne se distinguent que par le facteur de conversion universel  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ .



### **I- Expressions des composantes du champ électromagnétique dans un guide d'onde.**

#### **I-1 Equations de Maxwell dans le guide en régime sinusoïdal.**

En régime sinusoïdal les équations liant  $\vec{E}$  et  $\vec{B}$  s'écrivent :

$$\vec{\text{rot}} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = i\omega \vec{B} \text{ et } \vec{\text{rot}} \vec{B} = \mu_0 \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \text{ soit } \vec{\text{rot}} \vec{B} = -i\epsilon_0 \epsilon_r \mu_0 \omega \vec{E} = -i \frac{\omega}{c^2} \epsilon_r \vec{E}$$

puisque  $\epsilon_0 \mu_0 c^2 = 1$ .

Les deux autres équations s'écrivent :

$$\text{div} \vec{B} = 0 \text{ et } \text{div} \vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \text{div} \vec{E} = 0 \text{ en l'absence de charges étrangères.}$$

En utilisant l'identité vectorielle  $\vec{\text{rot}} \vec{\text{rot}} = \vec{\text{grad}} \text{div} - \Delta$ , il vient :

$$\Delta \vec{E} + \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_r \vec{E} = 0 \text{ et } \Delta \vec{B} + \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_r \vec{B} = 0 \quad (1)$$

## **I-2 Expressions des composantes transversales des champs.**

Explicitons les équations de Maxwell dans la base cartésienne de (O, x, y, z) qui admet Oz comme direction de propagation et cherchons des solutions de la forme :

$$\vec{E}(x, y, z) = \vec{E}_m(x, y) e^{ik_g z} e^{-i\omega t}$$

$$\text{et } \vec{B}(x, y, z) = \vec{B}_m(x, y) e^{ik_g z} e^{-i\omega t}$$

$k_g = k'_g + ik''_g$  étant le nombre d'onde complexe dans le guide.

La première équation vectorielle  $\vec{\text{rot}} \vec{E} = i\omega \vec{B}$  : donne :

$$\frac{\partial E_{m,z}}{\partial y} - ik_g E_{m,y} = i\omega B_{m,x} \quad (2)$$

$$ik_g E_{m,x} - \frac{\partial E_{m,z}}{\partial x} = i\omega B_{m,y} \quad (3)$$

$$\frac{\partial E_{m,y}}{\partial x} - \frac{\partial E_{m,x}}{\partial y} = i\omega B_{m,z} \quad (4).$$

Quant à la seconde  $\vec{\text{rot}} \vec{B} = -i \frac{\omega}{c^2} \epsilon_r \vec{E}$ , elle s'explicite selon :

$$\frac{\partial B_{m,z}}{\partial y} - ik_g B_{m,y} = -i \frac{\omega \epsilon_r}{c^2} E_{m,x} \quad (5)$$

$$ik_g B_{m,x} - \frac{\partial B_{m,z}}{\partial x} = -i \frac{\omega \epsilon_r}{c^2} E_{m,y} \quad (6)$$

$$\frac{\partial E_{m,y}}{\partial x} - \frac{\partial E_{m,x}}{\partial y} = -i \frac{\omega \epsilon_r}{c^2} E_{m,z} \quad (7).$$

En combinant ces équations on aboutit à :

$$B_{m,x} = \frac{i}{\omega^2 \epsilon_r / c^2 - k_g^2} (k_g \frac{\partial B_{m,z}}{\partial x} - \omega \epsilon \frac{\partial E_{m,z}}{\partial y}) \quad (8)$$

$$B_{m,y} = \frac{-i}{\omega^2 \epsilon_r / c^2 - k_g^2} (k_g \frac{\partial B_{m,z}}{\partial y} + \omega \epsilon \frac{\partial E_{m,z}}{\partial x}) \quad (9)$$

$$E_{m,x} = \frac{i}{\omega^2 \epsilon_r / c^2 - k_g^2} (k_g \frac{\partial E_{m,z}}{\partial x} - \omega \epsilon \frac{\partial B_{m,z}}{\partial y}) \quad (10)$$

$$E_{m,y} = \frac{i}{\omega^2 \epsilon_r / c^2 - k_g^2} (k_g \frac{\partial E_{m,z}}{\partial y} + \omega \epsilon \frac{\partial B_{m,z}}{\partial x}) \quad (11)$$

Posons  $k_m = \frac{\omega}{c} \epsilon_r^{1/2}$  : **nombre d'onde dans le milieu illimité**. On voit que la propagation des ondes TEM (composantes longitudinales nulles) correspondrait au cas singulier où  $k_g = k_m$  ce qui annulerait le dénominateur des expressions de champs et donc les numérateurs. Cependant les conditions aux limites sur le conducteur parfait à section rectangulaire imposent que les composantes tangentielles de  $\vec{E}$  et  $\vec{B}$  soient nulles.

**Il en résulte qu'une onde TEM ne peut pas se propager dans un guide métallique à section rectangulaire.**

### **I-3. Equations différentielles des composantes longitudinales.**

En injectant les expressions précédentes des composantes transversales du champ électromagnétique dans les équations  $\text{div} \vec{E} = 0$  et  $\text{div} \vec{B} = 0$ , on obtient les équations auxquelles satisfont les amplitudes des composantes longitudinales des champs.

$$\text{div} \vec{E} = \frac{\partial E_{m,x}}{\partial x} + \frac{\partial E_{m,y}}{\partial y} + \frac{\partial E_{m,z}}{\partial z} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{i}{k_m^2 - k_g^2} (k_g \frac{\partial^2 E_{m,z}}{\partial x^2}) + \frac{i}{k_m^2 - k_g^2} (k_g \frac{\partial^2 E_{m,z}}{\partial y^2}) + i k_g E_{m,z} = 0$$

d'où :

$$\frac{\partial^2 E_{m,z}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_{m,z}}{\partial y^2} + (k_m^2 - k_g^2) E_{m,z} = 0 \quad (12)$$

De même on trouve :

$$\frac{\partial^2 B_{m,z}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 B_{m,z}}{\partial y^2} + (k_m^2 - k_g^2) B_{m,z} = 0 \quad (13)$$

Il suffit alors de résoudre ces équations en tenant compte des équations aux limites.

#### **I-4. Fréquence de coupure des ondes TE et TM.**

Deux cas peuvent se présenter :  $k_g$  réel ou  $k_g$  imaginaire.

##### **I-4.1. $k_g$ réel**

$k_g = k'_g$  et  $k''_g = 0$  :

$$\psi(x, y, z, t) = \psi_m(x, y) e^{i k_g z} e^{-i \omega t}$$

La fonction  $\psi(x, y, z, t)$  représente une onde monochromatique qui n'est pas plane et dont la vitesse de phase  $v_\phi = \omega/k_g$ .

D'après les équations différentielles auxquelles satisfont  $E_{m,z}$  et  $B_{m,z}$ , la condition pour qu'il y ait propagation de l'onde selon la direction Oz est alors :

$k_c^2 = k_m^2 - k_g^2 > 0$  soit  $k_m > k_c$  puisque  $k_g^2 > 0$ . Cette condition s'écrit aussi :

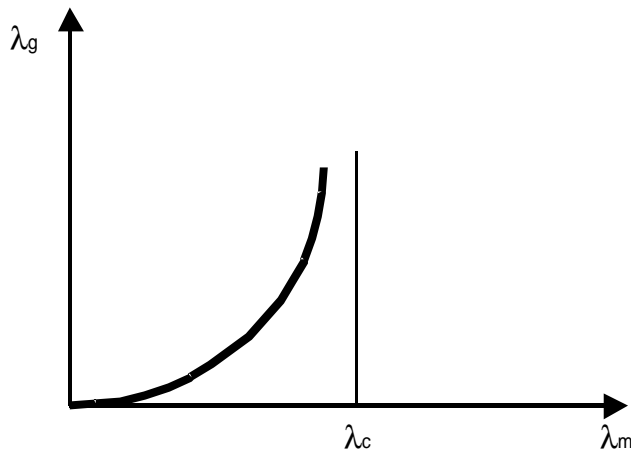
$$\omega > \omega_c \text{ avec } \omega_c \equiv \frac{k_c}{(\epsilon \mu_0)^{1/2}} = \frac{c}{(\epsilon_r)^{1/2}} k_c$$

Le guide se comporte donc comme un filtre passe-haut. En introduisant la longueur d'onde dans le guide  $\lambda_g = 2\pi/k_g$ , la longueur d'onde dans le milieu  $\lambda_m = 2\pi/k_m$  et la longueur d'onde de coupure  $\lambda_c = 2\pi/k_c$  on peut écrire :

$$\frac{1}{\lambda_g^2} = \frac{1}{\lambda_m^2} - \frac{1}{\lambda_c^2} \quad \text{soit :}$$

$$\lambda_g = \frac{\lambda_m}{(1 - \lambda_m^2/\lambda_c^2)^{1/2}} \quad (14)$$

avec  $\lambda_m < \lambda_c$



#### I-4.2 $k_g$ imaginaire.

Dans ce cas  $k_g = i k_g''$  et  $k_g' = 0$ , il vient alors :

$$\Psi(x, y, z, t) = \Psi_m(x, y) e^{-k_g'' z} e^{-i\omega t}$$

La vibration  $\Psi$  ne représente pas une onde qui se propage mais une vibration qui s'amortit dans le guide, en l'absence de phénomènes dissipatifs.

## **I-5 Ondes transversales électriques dans un guide sans pertes.**

### **I-5.1 Expression du champ électromagnétique.**

Dans une onde TE,  $E_z=0$  et l'amplitude complexe de la composante longitudinale  $B_{m,z}$  satisfait à l'équation

$$\frac{\partial^2 B_{m,z}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 B_{m,z}}{\partial y^2} + k_c^2 B_{m,z} = 0$$

Les solutions se mettent sous la forme  $B_{m,z} = \Psi_m(x,y) e^{ik_g z}$

avec  $\Psi_m(x,y) = \Psi_1(x)\Psi_2(y)$  compte tenu de la symétrie du problème.

En injectant cette solution dans l'équation ci-dessus, on obtient :

$$\Psi_2(y) \frac{d^2 \Psi_1(x)}{dx^2} + \Psi_1(x) \frac{d^2 \Psi_2(y)}{dy^2} + k_c^2 \Psi_1(x) \Psi_2(y) = 0$$

En divisant par  $\Psi_1(x)\Psi_2(y)$ , on obtient :

$$\frac{1}{\Psi_1(x)} \frac{d^2 \Psi_1(x)}{dx^2} + \frac{1}{\Psi_2(y)} \frac{d^2 \Psi_2(y)}{dy^2} + k_c^2 = 0$$

Vu que  $x$  et  $y$  sont des variables indépendantes, il doit exister des constantes  $k_x$  et  $k_y$  (avec  $k_c^2 = k_x^2 + k_y^2$ ) telles que :

$$\frac{1}{\Psi_1(x)} \frac{d^2 \Psi_1(x)}{dx^2} \equiv k_x^2 \quad \text{soit} \quad \frac{d^2 \Psi_1(x)}{dx^2} + k_x^2 \Psi_1(x) = 0 \quad \text{et}$$

$$\frac{1}{\Psi_2(y)} \frac{d^2 \Psi_2(y)}{dy^2} \equiv k_y^2 \quad \text{soit} \quad \frac{d^2 \Psi_2(y)}{dy^2} + k_y^2 \Psi_2(y) = 0$$

Par intégration on trouve :

$$\Psi_1(x) = A_1 e^{ik_x x} + B_1 e^{-ik_x x} \quad \text{et}$$

$$\Psi_2(y) = A_2 e^{ik_y y} + B_2 e^{-ik_y y}$$

Les constantes sont déterminées par les conditions aux limites sur les parois conductrices. Comme la composante tangentielle de  $E$  est nulle sur les parois, on montre à l'aide des équations de Maxwell que les dérivées des champs magnétiques par rapport aux variables  $x$  ou  $y$  sont nulles en ces points. On a donc :

$$\left[ \frac{\partial \Psi_m(x, y)}{\partial x} \right]_{x=0} = 0 \text{ soit } \Psi_2(y) \left( \frac{d\Psi_1(x)}{dx} \right)_{x=0} = ik_x (A_1 - B_1) \Psi_2(y) = 0$$

$$\text{et } \left[ \frac{\partial \Psi_m(x, y)}{\partial x} \right]_{x=a} = 0$$

$$\text{soit } \Psi_2(y) \left( \frac{d\Psi_1(x)}{dx} \right)_{x=a} = ik_x (A_1 e^{ik_x a} - B_1 e^{-ik_x a}) \Psi_2(y) = 0$$

On en déduit que  $A_1 = B_1$  et que  $2A_1 \sin(k_x a) = 0$

d'où  $k_x a = m\pi$ .

$m$  étant un entier positif ou négatif.

De même on trouverait en dérivant par rapport à  $y$  :

$$2A_2 \sin(k_y b) = 0$$

d'où  $k_y b = n\pi$ .  $n$  étant un entier positif ou négatif.

Ainsi :

$$\Psi_1(x) = 2A_1 \cos(k_x x), \Psi_2(y) = 2A_2 \cos(k_y y) \text{ et}$$

$$\Psi_1(x) \Psi_2(y) = \text{Cte} \cdot \cos(k_x x) \cos(k_y y).$$

On en déduit l'expression suivante de la composante longitudinale  $B_z$  du champ  $\mathbf{B}$ .

$$B_z = B_0 \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-i(\omega t - k_g z)} \quad (15)$$



$B_0$  étant l'amplitude du champ magnétique sur les parois du guide.

En tenant compte de  $E_z=0$  et des équations de Maxwell, on obtient les autres composantes de  $B$  :

$$B_x = i \frac{k_g}{k_c^2} \left( \frac{m\pi}{a} \right) B_0 \sin \left( \frac{m\pi x}{a} \right) \cos \left( \frac{n\pi y}{b} \right) e^{-i(\omega t - k_g z)} \quad (16)$$

$$B_y = i \frac{k_g}{k_c^2} \left( \frac{n\pi}{b} \right) B_0 \cos \left( \frac{m\pi x}{a} \right) \sin \left( \frac{n\pi y}{b} \right) e^{-i(\omega t - k_g z)} \quad (17)$$

et les composantes du champ électrique transversal :

$$E_x = -i \frac{\omega}{\mu_0 k_c^2} \left( \frac{n\pi}{b} \right) B_0 \cos \left( \frac{m\pi x}{a} \right) \sin \left( \frac{n\pi y}{b} \right) e^{-i(\omega t - k_g z)} \quad (18)$$

$$E_y = i \frac{\omega}{\mu_0 k_c^2} \left( \frac{m\pi}{a} \right) B_0 \sin \left( \frac{m\pi x}{a} \right) \cos \left( \frac{n\pi y}{b} \right) e^{-i(\omega t - k_g z)} \quad (19)$$

### I-5.2 Fréquence de coupure d'une onde TE

Comme  $k_c^2 = k_x^2 + k_y^2 = k_m^2 - k_g^2$ , alors  $\omega^2 \epsilon \mu_0 = k_g^2 + \left( \frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left( \frac{n\pi}{b} \right)^2$ , la relation

$\omega(k_g)$  n'est pas linéaire et le système est dispersif. Les différentes valeurs de  $k_g$  associées à une pulsation donnée, sont appelées les modes propres de vibration spatiale du guide. A chaque valeur du couple  $(m,n)$  du guide correspond une courbe de dispersion.

La pulsation de coupure  $\omega_c$  est celle pour laquelle  $k_g=0$ . Ainsi :

$$\omega^2 \epsilon \mu_0 = \left( \frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left( \frac{n\pi}{b} \right)^2 \text{ d'où } \omega_c = \frac{c}{\epsilon_r^{1/2}} \left[ \left( \frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left( \frac{n\pi}{b} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (20)$$

On en déduit la longueur d'onde de coupure

$$\lambda_c = \frac{2\pi}{k_c} = \frac{2}{\left[ \left( \frac{m}{a} \right)^2 + \left( \frac{n}{b} \right)^2 \right]^{1/2}} \quad (21)$$

L'onde TE qui se propage dans le guide est caractérisée par le couple (m,n) de deux entiers.

### **I-5.3 Mode dominant.**

Le mode TE dominant d'un guide rectangulaire est celui pour lequel la pulsation est la plus faible. La relation de dispersion s'écrit dans ce cas :

$$\omega^2 \epsilon \mu_0 = k_g^2 + \frac{\pi^2}{a^2} \quad \text{soit :}$$

$$\omega^2 = \frac{1}{\epsilon \mu_0} \left( k_g^2 + \frac{\pi^2}{a^2} \right) = \frac{c^2}{\epsilon_r} \left( k_g^2 + \frac{\pi^2}{a^2} \right) \quad (22)$$

Si  $a > b$ , c'est le mode **TE<sub>10</sub>**. Dans ce mode  $k_c = \pi/a$ ,  $\omega_c = (c/\epsilon_r^{1/2}).(\pi/a)$  et

$$\lambda_c = 2a \quad (23)$$

Les composantes du champ électromagnétique ont pour expression :

$$E_x = 0 \quad (24)$$

$$E_y = i \frac{\omega}{\mu_0 k_c^2} \left( \frac{\pi}{a} \right) B_0 \sin \left( \frac{\pi x}{a} \right) e^{-i(\omega t - k_g z)} = i \frac{\omega}{\mu_0 k_c} B_0 \sin \left( \frac{\pi x}{a} \right) e^{-i(\omega t - k_g z)} \quad (25)$$

$$E_z = 0 \quad (26)$$

$$B_x = i \frac{k_g}{k_c^2} \left( \frac{\pi}{a} \right) B_0 \sin \left( \frac{\pi x}{a} \right) e^{-i(\omega t - k_g z)}$$

$$\Rightarrow B_x = i \frac{k_m}{k_c} \left( \frac{c}{\epsilon_r^{1/2}} \right) B_0 \sin \left( \frac{\pi x}{a} \right) e^{-i(\omega t - k_g z)} \quad (27)$$

$$B_y = 0 \quad (28)$$

$$B_z = B_0 \cos \left( \frac{\pi x}{a} \right) e^{-i(\omega t - k_g z)} \quad (29)$$

Nous avons montré que  $\lambda_g = \frac{\lambda_m}{(1 - \lambda_m^2 / \lambda_c^2)^{1/2}}$  (voir équation (14)). Dans le cas de mode dominant TE<sub>10</sub>, où  $\lambda_c = 2a$  (équation (23)), on peut déduire :

$$\lambda_g = \frac{\lambda_m}{(1 - \lambda_m^2 / 4a^2)^{1/2}} \quad (30)$$

Soit  $f_m$  et  $v_m$  respectivement la fréquence et la vitesse de l'onde dans le milieu diélectrique, on a  $\lambda_m = v_m / f_m$  ou encore :

$$f_m = \frac{v_m \sqrt{\lambda_g^2 + 4a^2}}{2a\lambda_g} \quad (31)$$

Dans le cas où le milieu dans le guide est l'air on a :

$$v_m = v_0 = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = 3.10^8 \text{ m/s} \text{ et}$$

$$f_0 = \frac{v_0 \sqrt{\lambda_g^2 + 4a^2}}{2a\lambda_g} = \frac{3.10^8 \sqrt{\lambda_g^2 + 4a^2}}{2a\lambda_g} \quad (32)$$

## **I-6 Ondes magnétiques transversales dans un guide sans pertes.**

Dans une onde monochromatique TM,  $B_z=0$  et l'amplitude complexe de la composante longitudinale  $E_{m,z}$  du champ électrique satisfait à l'équation :

$$\frac{\partial^2 E_{m,z}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_{m,z}}{\partial y^2} + (k_c^2) E_{m,z} = 0$$

Les expressions des composantes du champ s'obtiennent de la même manière que dans le cas des ondes TE en tenant compte des conditions aux limites :

$$E_z = E_0 \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-i(\omega t - k_g z)}$$

$$E_x = -i \frac{k_g}{k_c^2} \left(\frac{m\pi}{a}\right) E_0 \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-i(\omega t - k_g z)}$$

$$E_y = -i \frac{k_g}{k_c^2} \left(\frac{n\pi}{b}\right) E_0 \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-i(\omega t - k_g z)}$$

et les composantes du champ magnétique transversal :

$$B_x = -i \frac{\omega \epsilon \mu_0}{\mu_0 k_c^2} \left(\frac{n\pi}{b}\right) E_0 \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-i(\omega t - k_g z)}$$

$$B_y = i \frac{\omega \epsilon \mu_0}{k_c^2} \left(\frac{m\pi}{a}\right) E_0 \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-i(\omega t - k_g z)}$$

## **II- Etude des différents paramètres relatifs à la propagation d'une onde TE dans un guide à section rectangulaire.**

Dans un guide d'onde, on constate qu'une partie du signal fourni par le générateur placé à l'une des extrémités est réfléchi et donc ne parvient pas au détecteur. La superposition de l'onde incidente et de l'onde réfléchi produit des ondes stationnaires.

En effet, en certains points du guide, les tensions des deux ondes sont en phase et elles s'additionnent, produisant ainsi des maxima de tension ; en d'autres

points, elles sont en opposition de phase et elles se retranchent, produisant alors des minima de tension.

La différence entre les maxima et les minima est d'autant plus grande que l'impédance de charge  $Z_L$  s'éloigne de la valeur de l'impédance caractéristique  $Z_c$ .

## **II-1 Impédance d'onde dans un guide.**

L'impédance d'onde est définie par :

$$Z = \frac{E}{B/\mu_0} \left( \frac{\mu_0}{\epsilon} \right)^{1/2} = \left( \frac{\mu_0}{\epsilon_0} \right)^{1/2} \left( \frac{1}{\epsilon_r} \right) = 377 \left( \frac{1}{\epsilon_r} \right)^{1/2} \Omega$$

Par analogie avec l'impédance caractéristique d'une ligne, on définit l'impédance caractéristique d'un guide à l'aide du rapport entre les champs électrique et magnétique.

$$Z_c = \frac{E_{\perp}}{B_{\perp}/\mu_0}$$

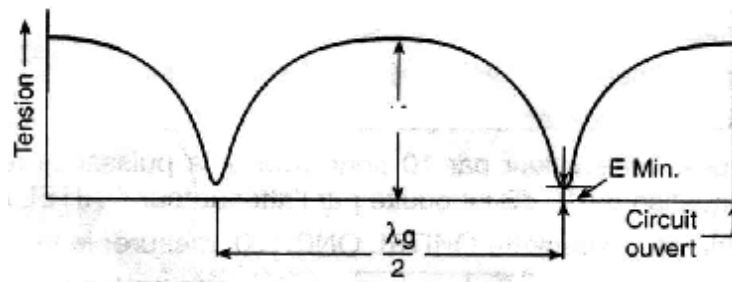
Pour le mode dominant  $TE_{10}$

$$Z_c = \frac{E_y}{B_x/\mu_0} = \frac{k_m}{k_g} \left( \frac{\mu_0}{\epsilon_0 \epsilon_r} \right)^{1/2} \text{ soit}$$

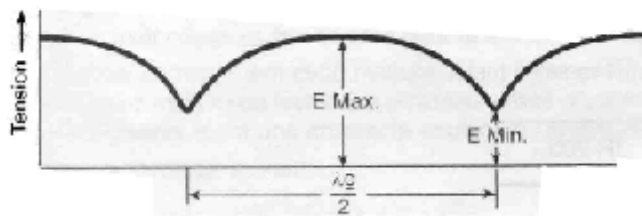
$$Z_c = 377 \left( \frac{1}{\epsilon_r} \right)^{1/2} \Omega \quad (33)$$

$Z_c$  est un nombre complexe si  $\epsilon_r$  l'est aussi, ce qui traduit une atténuation de l'onde.

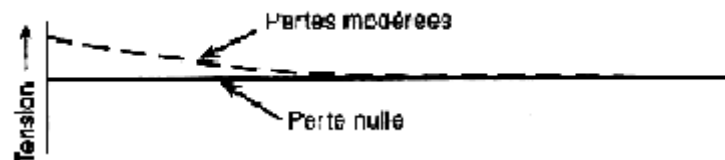
La différence entre les maxima et les minima de tension observés dans le guide est d'autant plus grande que l'impédance de charge  $Z_L$  s'éloigne de la valeur de l'impédance caractéristique  $Z_c$ . Dans le cas particulier où  $Z_L = Z_c$ , il n'y a pas d'onde stationnaire, l'amplitude de la tension est constante le long du guide d'onde. On parle alors **d'adaptation de charge**.



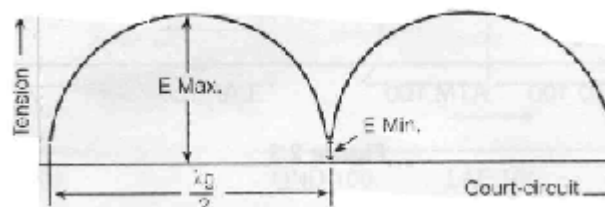
Charge en circuit ouvert  $Z_L = \infty$



Impédance de charge modérément élevée :  $0 < Z_L < Z_c$



Impédance de charge égale à l'impédance caractéristique :  $Z_L = Z_c$



Impédance de charge en court-circuit :  $Z_L = 0$

## **II-2. Facteur de réflexion d'un guide.**

D'une manière générale  $Z_L$  est complexe et de la forme  $Z_L = R + jX$ . Là encore on définit le facteur de réflexion par analogie à celle d'une ligne coaxiale ou bifilaire.

$$r = \frac{Z_L - Z_c}{Z_L + Z_c}$$

où  $Z_L$  est l'impédance de charge placée à l'autre extrémité du guide.

$r$  est donc un nombre complexe de la forme :

$$r = |r|e^{j\theta}$$

L'amplitude  $|r|$  donne le rapport des amplitudes des ondes réfléchie et incidente, et la phase  $\theta$ , la rotation de phase lors de la réflexion.

On montre que sur une ligne de transmission sans pertes  $r$  dépend de la position sur la ligne mais que  $|r|$  **reste constant** sur toute la ligne.

## **II-3. Relation entre l'impédance de charge et le facteur de réflexion.**

L'impédance réduite est définie par  $z_L = Z_L / Z_c$ . Ainsi :

$$r = \frac{Z_L - Z_c}{Z_L + Z_c} \quad (34)$$

$$\text{et } z_L = \frac{1 + r}{1 - r} \quad (35)$$

L'abaque de Smith est un diagramme qui permet le passage direct sans calcul entre  $r$  et  $z_L$ . Il donne à la fois la représentation polaire ( $r, \theta$ ) de  $r$ , le cercle extérieur étant l'unité, et directement la valeur de l'impédance réduite  $z$ , par ses composantes réelle  $R/Z_c$  (résistance réduite) et imaginaire  $X/Z_c$  (réactance réduite).

La rotation de phase  $\theta$  se traduit par un déplacement de tout l'ensemble de l'onde stationnaire, et si la distance entre l'impédance  $Z_L$  et le premier minimum de tension est  $d$ , on peut écrire :

$$\theta - \frac{2\pi d}{\lambda_g/2} = -\pi \text{ ou encore :}$$

$$\theta = \frac{4\pi d}{\lambda_g} - \pi \quad (36)$$

Le problème revient à obtenir  $Z_L$  en module et en phase, à partir des éléments mesurables sur le guide. Les valeurs de R et X sont obtenues sur l'abaque de Smith.

#### **II-4. Taux d'Ondes Stationnaires (TOS) dans un guide.**

Le TOS est défini comme le rapport des champs électriques maximal et minimal de l'onde stationnaire dans le guide.

$$\text{TOS} = \frac{E_{\max}}{E_{\min}} = \frac{|E_i| + |E_r|}{|E_i| - |E_r|} = \frac{1 + |E_i/E_r|}{1 - |E_i/E_r|} = \frac{1 + |r|}{1 - |r|} \quad (37)$$

$$\Rightarrow |r| = \frac{\text{TOS} - 1}{\text{TOS} + 1} \quad (38)$$

Ainsi TOS varie entre 1 (adaptation parfaite) et  $+\infty$  (court-circuit et circuit ouvert).



## PARTIE EXPERIMENTALE

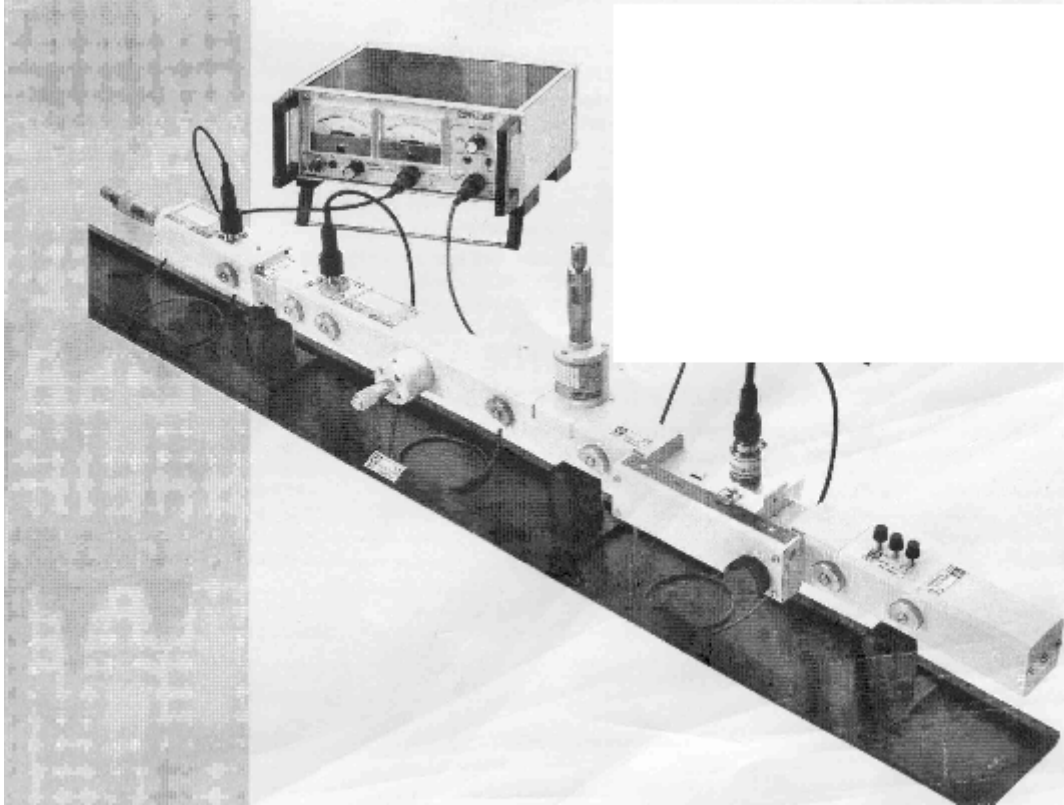
Un banc didactique hyperfréquence de marque ORITEL est utilisé pour :

- la mesure de la fréquence de l'onde,
- la mesure du TOS,
- l'étude de la longueur d'onde,
- la mesure de l'impédance,
- l'étude de l'oscillateur à effet Gunn...

Le signal émis par la diode Gunn est de type **TE** dont le mode **dominant est le mode  $TE_{10}$** .

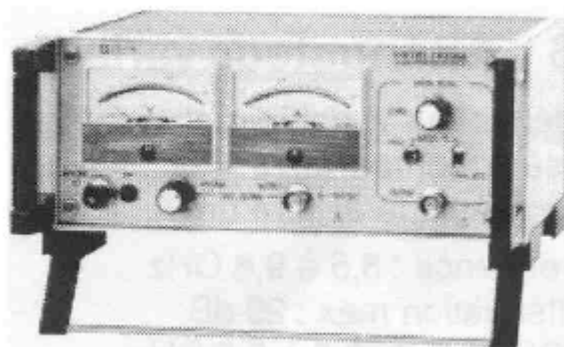
.

### I-Matériel



### **I-1 Alimentation (ORITEL CF 204 A)**

L'alimentation est spécialement étudiée pour alimenter l'oscillateur à effet Gunn (OSG 100) et le modulateur à diode PIN (MOD 100). Elle fournit une tension réglable de 0 à 10 V à l'oscillateur et des signaux carrés à une fréquence de 1 kHz nécessaires à la modulation du signal fourni par la diode Gunn.

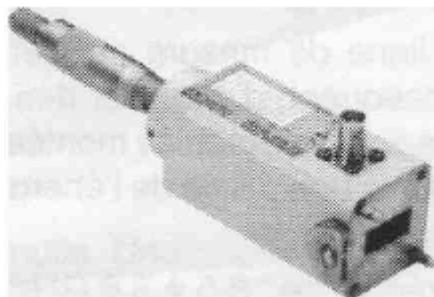


### **I-2 Oscillateur à diode Gunn (ORITEL OSG 100)**

Les dispositifs à effet Gunn se comportent comme un oscillateur à transfert d'électrons au sein d'un bloc d'Arséniure de Gallium (GaAs). Il peut être considéré comme une diode mais n'a pas de jonction p-n et ne dispose pas de ce fait de caractéristique de redressement. Son fonctionnement est basé sur la présence d'une charge d'espace qui traverse le semi-conducteur de la cathode vers l'anode pendant chaque cycle de courant d'oscillation. L'effet est donc associé à un temps de transit.

Montée dans une cavité résonante, la diode à effet Gunn est utilisée comme élément actif pour produire des hyperfréquences. C'est le volume de la cavité qui détermine alors la fréquence d'oscillation. Faire varier la longueur de la cavité par déplacement longitudinal de la diode Gunn revient donc à faire varier la fréquence d'oscillation.

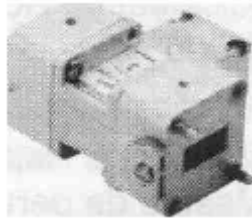
L'oscillateur ORITEL OSG 100 que nous utilisons dans ce TP (qui est la source d'énergie hyperfréquence) est réglable en fréquence de 8,5 à 9,6 GHz à l'aide d'une vis micrométrique et délivre un signal dont la puissance de sortie est supérieure à 17 dB.



### **I-3 Isolateur à ferrite (ORITEL ISO 100)**

Les ferrites sont constituées d'oxyde de fer magnétique, auquel sont ajoutés d'autres constituants comme l'yttrium, le nickel ou le manganèse. Si on place la ferrite dans un champ magnétique l'orientation du moment magnétique des atomes est modifiée créant ainsi une magnétisation proportionnelle au champ magnétique extérieur, jusqu'à ce qu'une saturation soit atteinte. La perméabilité d'une ferrite saturée change suivant le sens de la magnétisation ; cette propriété est utilisée en hyperfréquence pour la réalisation de composants à caractéristiques directionnelles tels que les isolateurs...

L'isolateur à ferrite ORITEL ISO 100 laisse passer l'énergie sans atténuation dans le sens oscillateur-charge (voir sens de la flèche sur cet élément) et produit une forte atténuation ( $>20$  dB) dans le sens inverse protégeant ainsi la diode Gunn contre l'onde réfléchiée due aux variations d'impédance de charge.



#### **I-4 Modulateur à diode PIN (ORITEL MOD 100).**

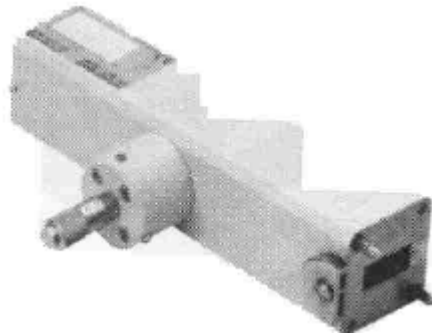
Le modulateur à diode PIN permet de moduler en signaux carrés à 1 kHz, l'onde hyperfréquence produite par l'oscillateur. La profondeur de modulation est supérieure à 20 dB.



#### **I-5 Atténuateur variable (ORITEL ATM 100)**

L'atténuateur variable étalonné permet le dosage de l'énergie transmise par une ligne et la mesure comparative (en dB) de différents niveaux.

Dans l'ATM 100, l'atténuation est produite par le déplacement d'une lame résistive parallèlement au petit côté du guide. Le déplacement de cette lame (donc la commande d'atténuation) est assuré par un micromètre de précision permettant ainsi d'obtenir une bonne répétitivité des réglages. Une courbe d'étalonnage permet de déterminer l'atténuation en fonction de la position du micromètre. L'atténuation maximale est de 20 dB.



### **I-6 Ondemètre (ORITEL OND 100)**

L'ondemètre permet de mesurer la fréquence du signal issu de l'oscillateur. L'ondemètre du type à absorption est constitué d'un élément droit de guide d'onde rectangulaire ayant en dérivation une cavité cylindrique couplée au guide à l'aide d'un iris. A l'intérieur de cette cavité se déplace un piston commandé par un micromètre (gradué en centièmes de millimètre) qui change le volume de la cavité. A la résonance l'énergie transmise par le tronçon de guide droit est absorbée par la cavité résonante

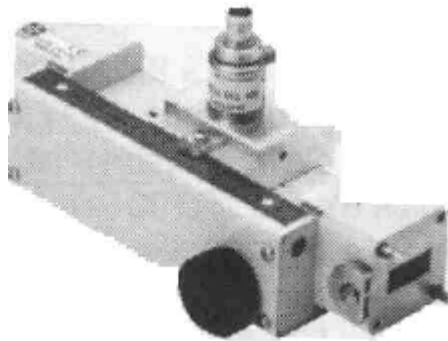
L'accord se manifeste par une chute brusque du signal sur la ligne de mesure. Une courbe d'étalonnage permet de déterminer la fréquence d'accord en fonction des graduations du micromètre.



### **I-7 Ligne de mesure (ORITEL LAF 100)**

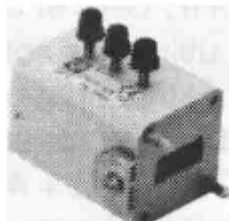
Cette ligne de mesure permet de mesurer l'amplitude et la phase des ondes stationnaires, et, par conséquent d'effectuer les mesures d'impédance.

La partie principale de la ligne est constituée par un élément de guide, fendu sur le grand côté. Une sonde montée sur un chariot plonge dans le guide au travers de la fente. La sonde prélève une partie de l'énergie qui est transmise à un détecteur. Le chariot permet de déplacer la sonde sur toute la longueur de la fente.



### **I-8. Adaptateur d'impédance à 3 plongeurs (ADZ 100/3).**

C'est un élément équipé de 3 plongeurs à vis qui permettent de réaliser des désadaptations d'impédance dans la bande de fréquence 8,5 à 9,6 GHz.



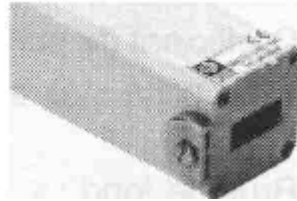
### **I-9. Détecteur coaxial (ORITEL DEL 100).**

Cet élément permet de convertir l'énergie hyperfréquence modulée, en signaux à fréquence faible ou nulle. Une diode Schottky assure la détection, la fiche coaxiale BNC assure le connexion à l'appareil mesurant le courant détecté.



### **I-10. Charge adaptée (ORITEL CHG 100).**

La charge adaptée permet de fermer la ligne sur son impédance caractéristique, et, en conséquence, d'obtenir une réflexion négligeable. Ce tronçon de guide contient un élément dissipatif. Le taux d'onde stationnaire est dans la gamme de fréquence toujours inférieur à 1,05.



### **I-11. Plaque de court-circuit (ORITEL CC 100).**

Le CC 100 est une plaque qui permet de réaliser un court circuit parfait en fin de ligne.

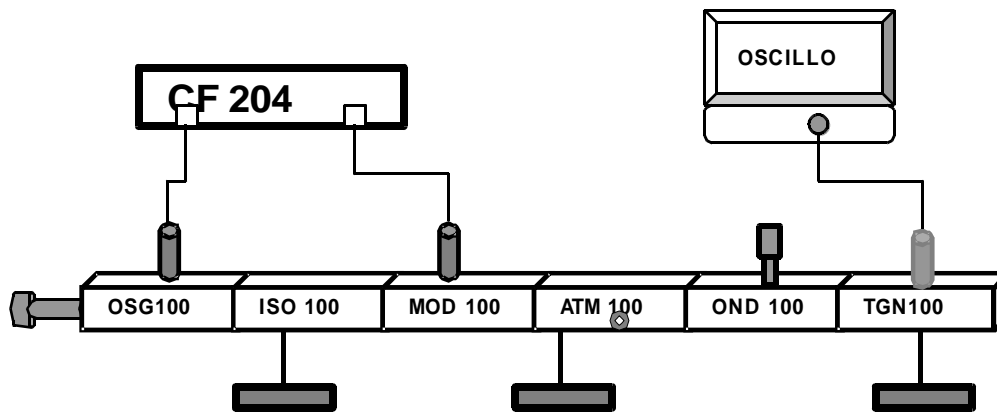
### **I-12. Transition guide-coaxial (ORITEL TGN 100).**

La transition guide-coaxial permet de terminer le guide par un coaxial de type N femelle.



## **II-Manipulations.**





**Attention :**

Dans toutes les manipulations la tension injectée à l'oscillateur Gunn par l'alimentation CF 204 sera maximale (10 V). On prendra soin de la ramener à 0 V chaque fois que l'on voudra ajouter ou retirer un élément au guide d'onde.

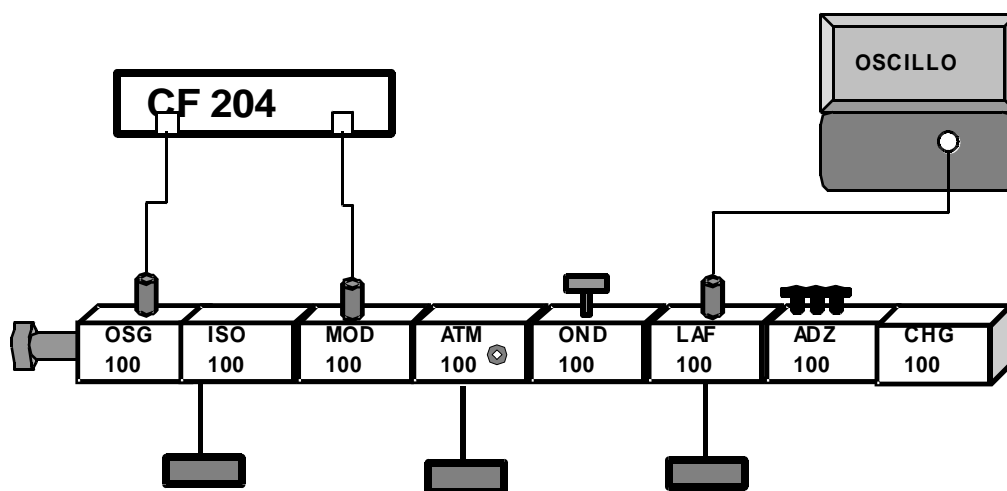
**II-1. Mesure de la caractéristique déplacement-fréquence de l'oscillateur Gunn.**

- Réaliser le montage de la figure ci-dessous.
- Régler l'atténuateur de manière à observer un signal bien visible sur l'oscilloscope.
- Positionner le micromètre de l'oscillateur à la valeur désirée (soit d cette valeur).
- Tourner le micromètre de l'ondemètre jusqu'à obtenir l'accord en fréquence.
- Consulter la courbe d'étalonnage de l'ondemètre OND 100 pour lire la fréquence d'accord (soit f cette fréquence).
- Explorer toute la plage de déplacement de l'oscillateur et mesurer à chaque fois la fréquence f d'accord.
- Tracer la courbe d(f) et la comparer à celle du constructeur.

Remarque :

- La rotation du micromètre doit se faire dans le sens des aiguilles d'une montre si la fréquence d'oscillation est trop faible, et dans l'autre sens si elle est trop élevée.
- A l'approche de la résonance, il est conseillé de tourner lentement le micromètre de l'OND 100.

## II-2. Mesure du TOS à la ligne de mesure : Méthode directe.



- Réaliser le montage ci-dessus.
- Fixer la valeur du micromètre de l'atténuateur à 4mm.

### II-2.1. Mesure de TOS faible.

- Dévisser les 3 plongeurs du ADZ 100 de manière à les mettre tous hors du guide (**sans dévisser complètement**).
- Déplacer la sonde de la ligne LAF 100, et noter les valeurs de  $V_{\max}$  et  $V_{\min}$  lues à l'oscilloscope.

- Déterminer le TOS.

### **II-2.2 : Mesure de TOS élevés**

- Déterminer comme précédemment, le TOS pour des enfoncements suivants des plongeurs du désadaptateur ADZ 100 :
  - a) seule la 3<sup>e</sup> vis est enfoncée à fond dans le guide,
  - b) 2<sup>e</sup> et 3<sup>e</sup> vis enfoncées à fond
  - c) les 3 vis enfoncées à fond.

### **II-3. Mesure de TOS élevés par des méthodes différentes.**

Lorsque le TOS à mesurer dépasse 3, la mesure classique (effectuée ci-dessus) est entachée d'erreur. La loi de détection ne peut pas être considérée comme uniforme sur une grande dynamique. Il faut alors changer de méthode de mesure.

#### **II-3.1 Méthode de l'atténuateur calibré.**

On va ici utiliser la méthode de l'atténuateur calibré pour mesurer les TOS correspondant aux 3 cas du paragraphe II-2.2.

Même montage que précédemment.

Pour chacun des 3 cas (voir enfoncement des vis de l'ADZ 100):

- Placer la sonde du LAF 100 sur un minimum et régler le niveau d'atténuation de l'ATM 100 pour obtenir une amplitude de tension à l'oscilloscope  $V$  bien visible. Noter la valeur de  $A_1$  (en dB et non en mm) de l'atténuateur.

- Placer la sonde sur un maximum. Régler l'atténuation pour amener la tension lue à l'oscilloscope à la même valeur  $V$  que précédemment. Noter la nouvelle valeur  $A_2$  de l'atténuateur.

La différence d'atténuation entre ces deux positions minimum et maximum, donne la valeur du TOS exprimés en dB soit :

$$A_2 - A_1 = 20 \log_{10}(V_{\max}/V_{\min}) = 20 \log_{10}(\text{TOS}).$$

$$\Rightarrow \text{TOS} = 10^{\frac{A_2 - A_1}{20}}$$

- Déterminer dans chaque cas le TOS.
- Comparer ces valeurs à celles obtenues par la méthode directe dite classique.

### **II-3.2 Méthode de la ligne de mesure.**

Une autre méthode peut être utilisée pour la mesure des valeurs élevées de TOS.

Pour réaliser correctement cette mesure, il faut éliminer l'erreur due au couplage de la sonde à laquelle s'ajoute une erreur due aux variations de la loi de lecture, le détecteur utilisé étant en général un cristal. La méthode se ramène à une mesure de distance entre deux points ayant une amplitude double de l'amplitude minimum.

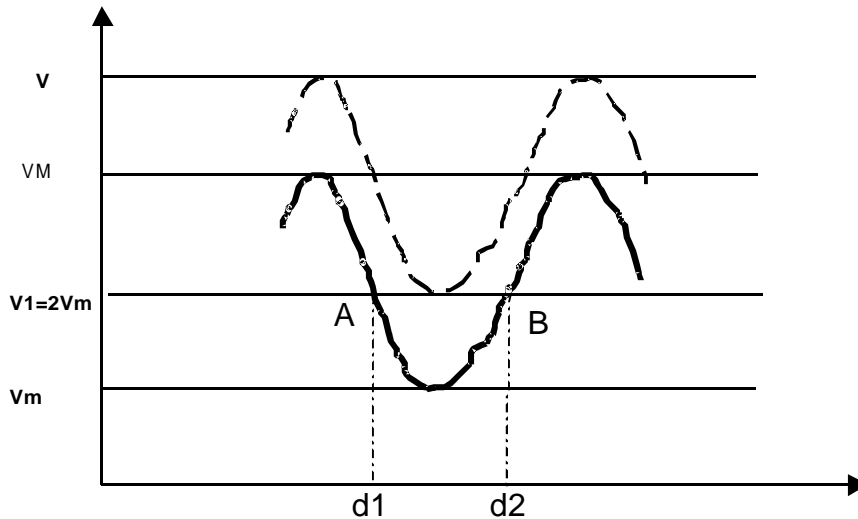
Le montage reste inchangé.

Pour chacune des 3 configurations précédentes de l'ADZ :

- Placer la sonde sur un minimum et régler le niveau d'atténuation de l'ATM (à 2,65 mm (10 dB) par exemple) pour obtenir une tension mesurable.
- Atténuer de 3 dB la puissance transmise dans le guide en réglant l'ATM (à 3 mm (7 dB par exemple)).
- Déplacer la sonde de part et d'autre du minimum et noter les distances  $d_1$  et  $d_2$  (voir figure suivante) correspondant aux points A et B ayant même amplitude que celle du minimum précédent.
- Mesurer la demi-longueur d'onde  $\lambda_g/2$  (distance entre deux minima).

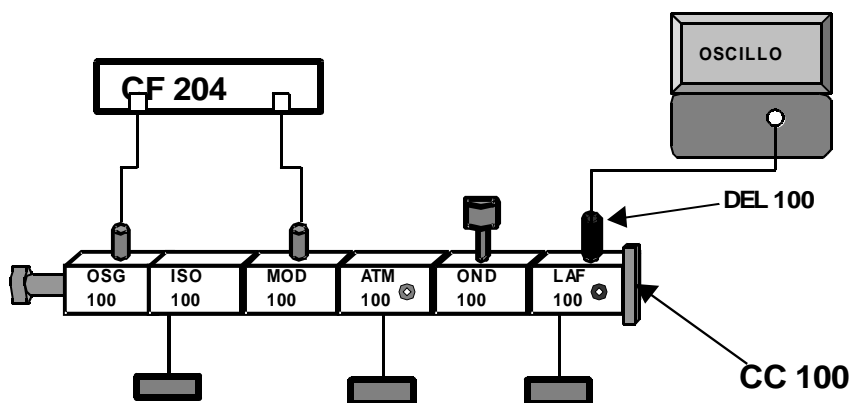
$$\text{TOS} = 1 + \sqrt{\frac{1}{\sin^2 \left( \frac{\pi(d_1 - d_2)}{\lambda_g/2} \right)}}$$

- Déterminer les valeurs du TOS dans les 3 cas et les comparer à celles obtenues par la méthode de l'atténuateur calibré.
- Discuter les résultats obtenus par les 2 méthodes précédentes (atténuateur calibré et ligne de mesure).



## II-4 Etude de la longueur d'onde.

La méthode fait appel à une mesure directe sur une onde stationnaire. On sait en effet qu'en régime stationnaire la demi-longueur d'onde est la distance entre deux minima ou entre deux maxima.

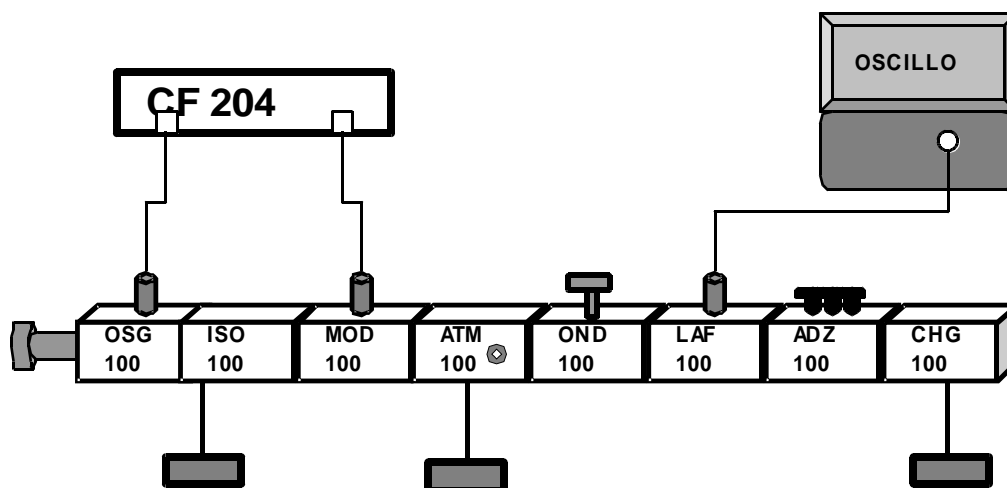


- Réaliser le montage ci-dessus.
- Régler l'oscillateur Gunn sur une fréquence  $f_0$ .
- Déplacer le chariot de la sonde le long de la ligne du LAF 100 et observer la répartition de l'onde stationnaire.

- Se positionner sur le minimum le plus éloigné de la charge et noter avec précision la position de ce minimum.
- Déplacer ensuite le chariot vers la charge en comptant les minima (compter 3 au moins) et se positionner sur un minima et lire avec précision sa position.
- Déterminer la longueur d'onde  $\lambda_g$  dans le guide.
- Sachant que le milieu de propagation dans le guide est l'air, déterminer la fréquence (voir équation (32)) du signal émis par la diode Gunn.
- Comparer cette fréquence à celle lue sur le micromètre de l'oscillateur en utilisant la courbe d'étalonnage que l'on a établie en début de TP.
- Refaire les mêmes mesures que ci-dessus pour d'autres fréquences de l'onde émise.

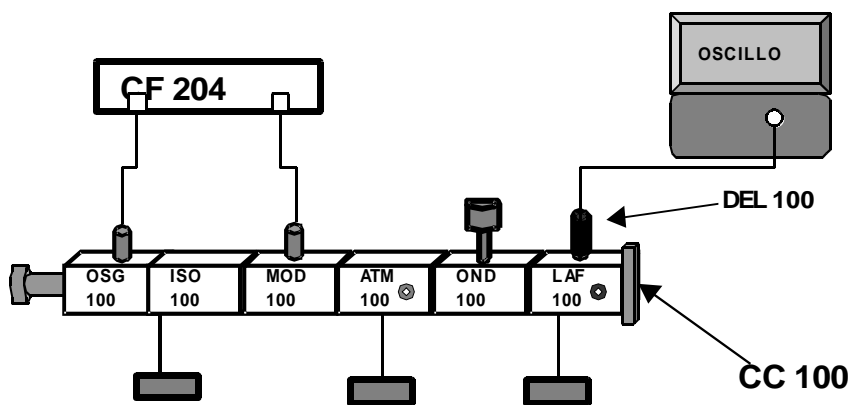
## II-5 Etude de l'impédance.

Prévoir un compas et un rapporteur.



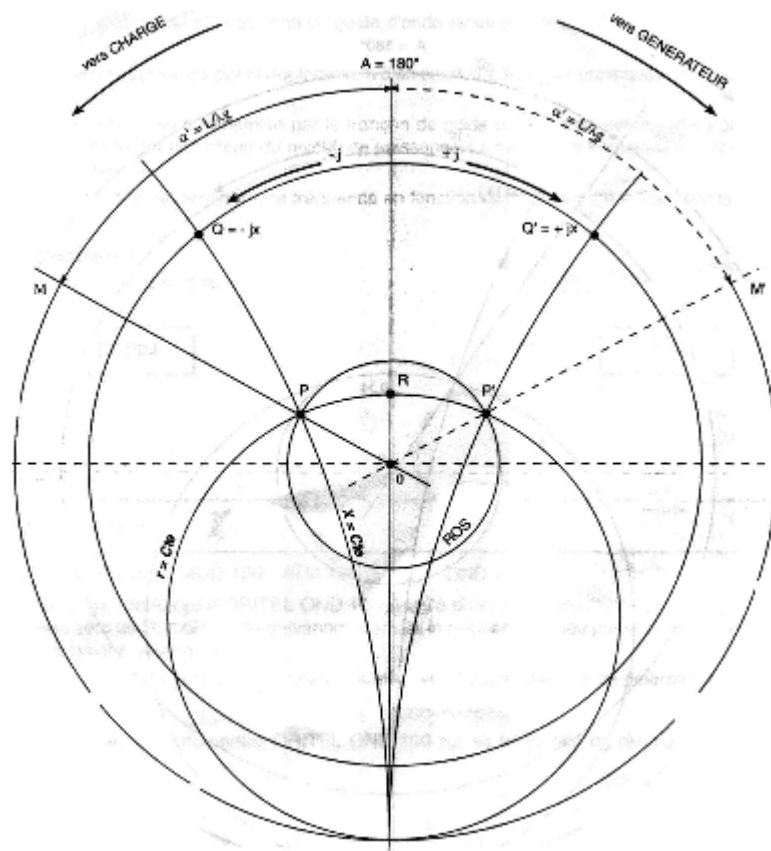
- Réaliser le montage de la figure ci-dessus. La charge à mesurer dépend de la position des vis de l'ADZ 100.

- Mettre les 2 premières vis hors du guide d'onde, et enfoncer la 3<sup>e</sup> vis jusqu'à mi-course.
- Mesurer le TOS sur la ligne et calculer  $|r|$ .
- Tracer sur l'abaque de Smith (ci-dessous) le cercle représentant les lieux à  $|r|$  constant (demander l'abaque à l'enseignant).
- En déplaçant le chariot du LAF 100 rechercher le minimum le plus proche de la charge et noter sa position  $D_1$ .
- Remplacer l'élément à mesurer (ADZ 100 + CHG 100) par un court-circuit (CC 100). Le plan du court-circuit correspond au point A sur la figure ci-dessous.



- En déplaçant le chariot de part et d'autre du repère  $D_1$ , rechercher le minimum le plus proche de ce repère. Soit  $D_2$  ce repère.
- Déterminer  $L = D_1 - D_2$ .
- Déterminer  $\lambda_g$  et en déduire  $L / \lambda_g$ .
- Si le déplacement du minimum  $L$  s'est effectué vers le générateur ( $L > 0$ ), tourner à partir du point A (situé à  $180^\circ$ ) dans le sens « En arrière » (vers le générateur) de la quantité  $\alpha' = 4\pi L / \lambda_g$  (voir équation (36)). Soit le point M' (voir figure suivante). Si au contraire, le déplacement s'est effectué vers la charge ( $L < 0$ ), tourner sur l'abaque dans le sens « En avant » (vers la charge) de la quantité  $\alpha = 4\pi L / \lambda_g$ . Soit le point M.

- Tracer une droite joignant le centre de l'abaque à M' (ou M) : cette droite coupe le cercle des r en un point P' (ou P) ; par ce point il passe :
  - a) un cercle à réactance constante qui donne la valeur  $jX/Z_c$  de l'impédance réduite ; soit Q ce point
  - b) un cercle de résistance constante qui donne la valeur réelle  $R/Z_c$  de l'impédance réduite ; soit R ce point.
- On obtient l'impédance réduite  $z = (R+jX)/Z_c$ .





## Abaque de Smith

### COORDONNÉES EN IMPÉDANCE OU ADMITTANCE NORMALISÉES

