

Pesquisa Operacional

Modelagem de Problemas de Programação Linear

Felipe Augusto Lima Reis

felipe.reis@ifmg.edu.br



**INSTITUTO
FEDERAL**
Minas Gerais

Sumário

1 Prob. Produção

2 Prob. Dieta

3 Prob. Mistura

4 Prob. Alloc. Recursos

5 Prob. Transporte

PROBLEMAS DE PRODUÇÃO

PROBLEMA DE PRODUÇÃO [SILVA ET AL., 2010]¹

¹Apud. [Diego Mello da Silva, 2016]

Problema de Produção [Silva et al., 2010]

Certa empresa fabrica dois produtos, P_1 e P_2 . O lucro unitário do produto P_1 é de 1.000 unidades monetárias, e o lucro unitário de P_2 é de 1.800 unidades monetárias. A empresa precisa de 20 horas para fabricar uma unidade de P_1 , e de 30 horas para fabricar uma unidade de P_2 . O tempo anual de produção disponível para fabricação é de 1.200 horas. A demanda esperada para cada produto é de 40 unidades anuais de P_1 e 30 unidades anuais de P_2 .

Formule o problema de programação linear que maximiza o lucro, a partir da produção dos produtos P_1 e P_2 .

Problema de Produção [Silva et al., 2010]

- Certa empresa fabrica dois produtos, P_1 e P_2 .
- O lucro unitário do produto P_1 é de 1.000 unidades monetárias, e o lucro unitário de P_2 é de 1.800 unidades monetárias.
- A empresa precisa de 20 horas para fabricar uma unidade de P_1 , e de 30 horas para fabricar uma unidade de P_2 .
- O tempo anual de produção disponível para fabricação é de 1.200 horas.
- A demanda esperada para cada produto é de 40 unidades anuais de P_1 e 30 unidades anuais de P_2 .
- **Formule o problema de programação linear que maximiza o lucro, a partir da produção dos produtos P_1 e P_2 .**

Problema de Produção [Silva et al., 2010]

- Qual o objetivo do problema?
 - Maximizar o lucro
- Quais as variáveis de produção (o que eu vou produzir)?
 - Produto P_1 (x_1)
 - Produto P_2 (x_2)
- Quais as restrições de produção?
 - Tempo anual de produção disponível para fabricação: (1.200 horas)
- Quais as restrições de demanda?
 - Produto P_1 : (40 unidades)
 - Produto P_2 : (30 unidades)
- Existem outras restrições?
 - Não

Problema de Produção [Silva et al., 2010]

- Qual o objetivo do problema?
 - **Maximizar o lucro**
- Quais as variáveis de produção (o que eu vou produzir)?
 - Produto P_1 (x_1)
 - Produto P_2 (x_2)
- Quais as restrições de produção?
 - Tempo anual de produção disponível para fabricação: (1.200 horas)
- Quais as restrições de demanda?
 - Produto P_1 : (40 unidades)
 - Produto P_2 : (30 unidades)
- Existem outras restrições?
 - Não

Problema de Produção [Silva et al., 2010]

- Qual o objetivo do problema?
 - **Maximizar o lucro**
- Quais as variáveis de produção (o que eu vou produzir)?
 - Produto P_1 (x_1)
 - Produto P_2 (x_2)
- Quais as restrições de produção?
 - Tempo anual de produção disponível para fabricação: (1.200 horas)
- Quais as restrições de demanda?
 - Produto P_1 : (40 unidades)
 - Produto P_2 : (30 unidades)
- Existem outras restrições?
 - Não

Problema de Produção [Silva et al., 2010]

- Qual o objetivo do problema?
 - **Maximizar o lucro**
- Quais as variáveis de produção (o que eu vou produzir)?
 - Produto P_1 (x_1)
 - Produto P_2 (x_2)
- Quais as restrições de produção?
 - Tempo anual de produção disponível para fabricação: (1.200 horas)
- Quais as restrições de demanda?
 - Produto P_1 : (40 unidades)
 - Produto P_2 : (30 unidades)
- Existem outras restrições?
 - Não

Problema de Produção [Silva et al., 2010]

- Qual o objetivo do problema?
 - **Maximizar o lucro**
- Quais as variáveis de produção (o que eu vou produzir)?
 - Produto P_1 (x_1)
 - Produto P_2 (x_2)
- Quais as restrições de produção?
 - Tempo anual de produção disponível para fabricação: (1.200 horas)
- Quais as restrições de demanda?
 - Produto P_1 : (40 unidades)
 - Produto P_2 : (30 unidades)
- Existem outras restrições?
 - Não

Problema de Produção [Silva et al., 2010]

- Qual o objetivo do problema?
 - **Maximizar o lucro**
- Quais as variáveis de produção (o que eu vou produzir)?
 - Produto P_1 (x_1)
 - Produto P_2 (x_2)
- Quais as restrições de produção?
 - Tempo anual de produção disponível para fabricação: (1.200 horas)
- Quais as restrições de demanda?
 - Produto P_1 : (40 unidades)
 - Produto P_2 : (30 unidades)
- Existem outras restrições?
 - Não

Problema de Produção [Silva et al., 2010]

- Qual o objetivo do problema?
 - **Maximizar o lucro**
- Quais as variáveis de produção (o que eu vou produzir)?
 - Produto P_1 (x_1)
 - Produto P_2 (x_2)
- Quais as restrições de produção?
 - **Tempo anual de produção disponível para fabricação: (1.200 horas)**
- Quais as restrições de demanda?
 - Produto P_1 : (40 unidades)
 - Produto P_2 : (30 unidades)
- Existem outras restrições?
 - Não

Problema de Produção [Silva et al., 2010]

- Qual o objetivo do problema?
 - **Maximizar o lucro**
- Quais as variáveis de produção (o que eu vou produzir)?
 - Produto P_1 (x_1)
 - Produto P_2 (x_2)
- Quais as restrições de produção?
 - Tempo anual de produção disponível para fabricação: (1.200 horas)
- Quais as restrições de demanda?
 - Produto P_1 : (40 unidades)
 - Produto P_2 : (30 unidades)
- Existem outras restrições?
 - Não

Problema de Produção [Silva et al., 2010]

- Qual o objetivo do problema?
 - Maximizar o lucro
- Quais as variáveis de produção (o que eu vou produzir)?
 - Produto P_1 (x_1)
 - Produto P_2 (x_2)
- Quais as restrições de produção?
 - Tempo anual de produção disponível para fabricação: (1.200 horas)
- Quais as restrições de demanda?
 - Produto P_1 : (40 unidades)
 - Produto P_2 : (30 unidades)
- Existem outras restrições?
 - Não

Problema de Produção [Silva et al., 2010]

- Qual o objetivo do problema?
 - Maximizar o lucro
- Quais as variáveis de produção (o que eu vou produzir)?
 - Produto P_1 (x_1)
 - Produto P_2 (x_2)
- Quais as restrições de produção?
 - Tempo anual de produção disponível para fabricação: (1.200 horas)
- Quais as restrições de demanda?
 - Produto P_1 : (40 unidades)
 - Produto P_2 : (30 unidades)
- Existem outras restrições?
 - Não

Problema de Produção [Silva et al., 2010]

Função Objetivo:

- Qual o objetivo do problema?
 - Maximizar o lucro
- Qual o lucro por produto?
 - Produto P_1 : (1000 unidades monetárias)
 - Produto P_2 : (1800 unidades monetárias)

$$\max z = 1000x_1 + 1800x_2$$

Problema de Produção [Silva et al., 2010]

Função Objetivo:

- Qual o objetivo do problema?
 - **Maximizar o lucro**
- Qual o lucro por produto?
 - Produto P_1 : (1000 unidades monetárias)
 - Produto P_2 : (1800 unidades monetárias)

$$\max z = 1000x_1 + 1800x_2$$

Problema de Produção [Silva et al., 2010]

Função Objetivo:

- Qual o objetivo do problema?
 - **Maximizar o lucro**
- Qual o lucro por produto?
 - Produto P_1 : (1000 unidades monetárias)
 - Produto P_2 : (1800 unidades monetárias)

$$\max z = 1000x_1 + 1800x_2$$

Problema de Produção [Silva et al., 2010]

Função Objetivo:

- Qual o objetivo do problema?
 - **Maximizar o lucro**
- Qual o lucro por produto?
 - Produto P_1 : (1000 unidades monetárias)
 - Produto P_2 : (1800 unidades monetárias)

$$\max z = 1000x_1 + 1800x_2$$

Problema de Produção [Silva et al., 2010]

Restrições:

- Restrição 1: Tempo disponível para fabricação (1200 horas)

- Produção do produto P_1 : 20 horas
- Produção do produto P_2 : 30 horas

$$20x_1 + 30x_2 \leq 1200$$

- Restrição 2: Demanda produto P_1 : (40 unidades)

$$x_1 \leq 40$$

- Restrição 3: Demanda produto P_2 : (30 unidades)

$$x_2 \leq 30$$

Problema de Produção [Silva et al., 2010]

Restrições:

- Restrição 1: Tempo disponível para fabricação (1200 horas)

- Produção do produto P_1 : 20 horas
- Produção do produto P_2 : 30 horas

$$20x_1 + 30x_2 \leq 1200$$

- Restrição 2: Demanda produto P_1 : (40 unidades)

$$x_1 \leq 40$$

- Restrição 3: Demanda produto P_2 : (30 unidades)

$$x_2 \leq 30$$

Problema de Produção [Silva et al., 2010]

Restrições:

- Restrição 1: Tempo disponível para fabricação (1200 horas)

- Produção do produto P_1 : 20 horas
- Produção do produto P_2 : 30 horas

$$20x_1 + 30x_2 \leq 1200$$

- Restrição 2: Demanda produto P_1 : (40 unidades)

$$x_1 \leq 40$$

- Restrição 3: Demanda produto P_2 : (30 unidades)

$$x_2 \leq 30$$

Problema de Produção [Silva et al., 2010]

Restrições:

- Restrição 1: Tempo disponível para fabricação (1200 horas)
 - Produção do produto P_1 : 20 horas
 - Produção do produto P_2 : 30 horas

$$20x_1 + 30x_2 \leq 1200$$

- Restrição 2: Demanda produto P_1 : (40 unidades)

$$x_1 \leq 40$$

- Restrição 3: Demanda produto P_2 : (30 unidades)

$$x_2 \leq 30$$

Problema de Produção [Silva et al., 2010]

Restrições:

- Restrição 1: Tempo disponível para fabricação (1200 horas)
 - Produção do produto P_1 : 20 horas
 - Produção do produto P_2 : 30 horas

$$20x_1 + 30x_2 \leq 1200$$

- Restrição 2: Demanda produto P_1 : (40 unidades)

$$x_1 \leq 40$$

- Restrição 3: Demanda produto P_2 : (30 unidades)

$$x_2 \leq 30$$

Problema de Produção [Silva et al., 2010]

● Sumarizando...

$$\max z = 1000x_1 + 1800x_2$$

$$\text{sujeito a:} \quad 20x_1 + 30x_2 \leq 1200 \quad (\text{horas disponíveis})$$

$$x_1 \leq 40 \quad (\text{demanda } P_1)$$

$$x_2 \leq 30 \quad (\text{demanda } P_2)$$

$$x_1, x_2 \geq 0 \quad (\text{não negatividade})$$

PROBLEMA DE PRODUÇÃO [MOREIRA, 2013]²

²Apud. [Diego Mello da Silva, 2016]

Problema de Produção [Moreira, 2013]

Uma fábrica produz dois produtos, A e B. Cada um deles é processado por duas máquinas, M_1 e M_2 . Devido à programação de outros produtos, a máquina M_1 tem 24 horas de tempo disponível para os produtos A e B, enquanto que a máquina M_2 tem 16 horas de tempo disponível. Para produzir uma unidade de produto A gastam-se 4 horas em cada uma das máquinas. Para produzir uma unidade de produto B gastam-se 6 horas na máquina M_1 e 2 horas na máquina M_2 . Cada unidade vendida do produto A gera um lucro de R\$80,00, enquanto que cada unidade vendida de produto B gera um lucro de R\$60,00. Existe previsão máxima de demanda para o produto B de 3 unidades e não existe restrição de demanda do produto A.

Formule o problema de programação linear que maximiza o lucro, a partir da produção dos produtos A e B.

Problema de Produção [Moreira, 2013]

- Qual o objetivo do problema?
 - Maximizar o lucro
- Quais as variáveis de produção?
 - Produto A (x_1)
 - Produto B (x_2)
- Quais as restrições de produção?
 - Tempo disponível da máquina M_1 : (24 horas)
 - Tempo disponível da máquina M_2 : (16 horas)
- Quais as restrições de demanda?
 - Produto B: (3 unidades)
- Existem outras restrições?
 - Não

Problema de Produção [Moreira, 2013]

- Qual o objetivo do problema?
 - **Maximizar o lucro**
- Quais as variáveis de produção?
 - Produto A (x_1)
 - Produto B (x_2)
- Quais as restrições de produção?
 - Tempo disponível da máquina M_1 : (24 horas)
 - Tempo disponível da máquina M_2 : (16 horas)
- Quais as restrições de demanda?
 - Produto B: (3 unidades)
- Existem outras restrições?
 - Não

Problema de Produção [Moreira, 2013]

- Qual o objetivo do problema?
 - **Maximizar o lucro**
- Quais as variáveis de produção?
 - Produto A (x_1)
 - Produto B (x_2)
- Quais as restrições de produção?
 - Tempo disponível da máquina M_1 : (24 horas)
 - Tempo disponível da máquina M_2 : (16 horas)
- Quais as restrições de demanda?
 - Produto B: (3 unidades)
- Existem outras restrições?
 - Não

Problema de Produção [Moreira, 2013]

- Qual o objetivo do problema?
 - **Maximizar o lucro**
- Quais as variáveis de produção?
 - Produto A (x_1)
 - Produto B (x_2)
- Quais as restrições de produção?
 - Tempo disponível da máquina M_1 : (24 horas)
 - Tempo disponível da máquina M_2 : (16 horas)
- Quais as restrições de demanda?
 - Produto B: (3 unidades)
- Existem outras restrições?
 - Não

Problema de Produção [Moreira, 2013]

- Qual o objetivo do problema?
 - **Maximizar o lucro**
- Quais as variáveis de produção?
 - Produto A (x_1)
 - Produto B (x_2)
- Quais as restrições de produção?
 - Tempo disponível da máquina M_1 : (24 horas)
 - Tempo disponível da máquina M_2 : (16 horas)
- Quais as restrições de demanda?
 - Produto B: (3 unidades)
- Existem outras restrições?
 - Não

Problema de Produção [Moreira, 2013]

- Qual o objetivo do problema?
 - **Maximizar o lucro**
- Quais as variáveis de produção?
 - Produto A (x_1)
 - Produto B (x_2)
- Quais as restrições de produção?
 - Tempo disponível da máquina M_1 : (24 horas)
 - Tempo disponível da máquina M_2 : (16 horas)
- Quais as restrições de demanda?
 - Produto B: (3 unidades)
- Existem outras restrições?
 - Não

Problema de Produção [Moreira, 2013]

- Qual o objetivo do problema?
 - **Maximizar o lucro**
- Quais as variáveis de produção?
 - Produto A (x_1)
 - Produto B (x_2)
- Quais as restrições de produção?
 - Tempo disponível da máquina M_1 : (24 horas)
 - Tempo disponível da máquina M_2 : (16 horas)
- Quais as restrições de demanda?
 - Produto B: (3 unidades)
- Existem outras restrições?
 - Não

Problema de Produção [Moreira, 2013]

- Qual o objetivo do problema?
 - **Maximizar o lucro**
- Quais as variáveis de produção?
 - Produto A (x_1)
 - Produto B (x_2)
- Quais as restrições de produção?
 - Tempo disponível da máquina M_1 : (24 horas)
 - Tempo disponível da máquina M_2 : (16 horas)
- Quais as restrições de demanda?
 - Produto B: (3 unidades)
- Existem outras restrições?
 - Não

Problema de Produção [Moreira, 2013]

- Qual o objetivo do problema?
 - **Maximizar o lucro**
- Quais as variáveis de produção?
 - Produto A (x_1)
 - Produto B (x_2)
- Quais as restrições de produção?
 - Tempo disponível da máquina M_1 : (24 horas)
 - Tempo disponível da máquina M_2 : (16 horas)
- Quais as restrições de demanda?
 - **Produto B: (3 unidades)**
- Existem outras restrições?
 - Não

Problema de Produção [Moreira, 2013]

- Qual o objetivo do problema?
 - **Maximizar o lucro**
- Quais as variáveis de produção?
 - Produto A (x_1)
 - Produto B (x_2)
- Quais as restrições de produção?
 - Tempo disponível da máquina M_1 : (24 horas)
 - Tempo disponível da máquina M_2 : (16 horas)
- Quais as restrições de demanda?
 - Produto B: (3 unidades)
- Existem outras restrições?
 - Não

Problema de Produção [Moreira, 2013]

Função Objetivo:

- Qual o objetivo do problema?
 - Maximizar o lucro
- Qual o lucro por produto?
 - Produto A: (R\$80,00)
 - Produto B: (R\$60,00)

$$\max z = 80x_1 + 60x_2$$

Problema de Produção [Moreira, 2013]

Função Objetivo:

- Qual o objetivo do problema?
 - **Maximizar o lucro**
- Qual o lucro por produto?
 - Produto A: (R\$80,00)
 - Produto B: (R\$60,00)

$$\max z = 80x_1 + 60x_2$$

Problema de Produção [Moreira, 2013]

Função Objetivo:

- Qual o objetivo do problema?
 - Maximizar o lucro
- Qual o lucro por produto?
 - Produto A: (R\$80,00)
 - Produto B: (R\$60,00)

$$\max z = 80x_1 + 60x_2$$

Problema de Produção [Moreira, 2013]

Função Objetivo:

- Qual o objetivo do problema?
 - Maximizar o lucro
- Qual o lucro por produto?
 - Produto A: (R\$80,00)
 - Produto B: (R\$60,00)

$$\max z = 80x_1 + 60x_2$$

Problema de Produção [Moreira, 2013]

Restrições:

- Restrição 1: Tempo disponível da máquina M_1 : (24 horas)

- Produção do item A: 4 horas
- Produção do item B: 6 horas

$$4x_1 + 6x_2 \leq 24$$

- Restrição 2: Tempo disponível da máquina M_2 : (16 horas)

- Produção do item A: 4 horas
- Produção do item B: 2 horas

$$4x_1 + 2x_2 \leq 16$$

- Restrição 3: Restrição de demanda do item B: (3 unidades)

$$x_2 \leq 3$$

Problema de Produção [Moreira, 2013]

Restrições:

- Restrição 1: Tempo disponível da máquina M_1 : (24 horas)

- Produção do item A: 4 horas
- Produção do item B: 6 horas

$$4x_1 + 6x_2 \leq 24$$

- Restrição 2: Tempo disponível da máquina M_2 : (16 horas)

- Produção do item A: 4 horas
- Produção do item B: 2 horas

$$4x_1 + 2x_2 \leq 16$$

- Restrição 3: Restrição de demanda do item B: (3 unidades)

$$x_2 \leq 3$$

Problema de Produção [Moreira, 2013]

Restrições:

- Restrição 1: Tempo disponível da máquina M_1 : (24 horas)
 - Produção do item A: 4 horas
 - Produção do item B: 6 horas

$$4x_1 + 6x_2 \leq 24$$

- Restrição 2: Tempo disponível da máquina M_2 : (16 horas)
 - Produção do item A: 4 horas
 - Produção do item B: 2 horas

$$4x_1 + 2x_2 \leq 16$$

- Restrição 3: Restrição de demanda do item B: (3 unidades)

$$x_2 \leq 3$$

Problema de Produção [Moreira, 2013]

Restrições:

- Restrição 1: Tempo disponível da máquina M_1 : (24 horas)
 - Produção do item A: 4 horas
 - Produção do item B: 6 horas

$$4x_1 + 6x_2 \leq 24$$

- Restrição 2: Tempo disponível da máquina M_2 : (16 horas)
 - Produção do item A: 4 horas
 - Produção do item B: 2 horas

$$4x_1 + 2x_2 \leq 16$$

- Restrição 3: Restrição de demanda do item B: (3 unidades)

$$x_2 \leq 3$$

Problema de Produção [Moreira, 2013]

Restrições:

- Restrição 1: Tempo disponível da máquina M_1 : (24 horas)
 - Produção do item A: 4 horas
 - Produção do item B: 6 horas

$$4x_1 + 6x_2 \leq 24$$

- Restrição 2: Tempo disponível da máquina M_2 : (16 horas)
 - Produção do item A: 4 horas
 - Produção do item B: 2 horas

$$4x_1 + 2x_2 \leq 16$$

- Restrição 3: Restrição de demanda do item B: (3 unidades)

$$x_2 \leq 3$$

Problema de Produção [Moreira, 2013]

Restrições:

- Restrição 1: Tempo disponível da máquina M_1 : (24 horas)
 - Produção do item A: 4 horas
 - Produção do item B: 6 horas

$$4x_1 + 6x_2 \leq 24$$

- Restrição 2: Tempo disponível da máquina M_2 : (16 horas)
 - Produção do item A: 4 horas
 - Produção do item B: 2 horas

$$4x_1 + 2x_2 \leq 16$$

- Restrição 3: Restrição de demanda do item B: (3 unidades)

$$x_2 \leq 3$$

Problema de Produção [Moreira, 2013]

● Sumarizando...

$$\max z = 80x_1 + 60x_2$$

$$\text{subj. a: } 4x_1 + 6x_2 \leq 24 \quad (\text{horas máquina 1})$$

$$4x_1 + 2x_2 \leq 16 \quad (\text{horas máquina 2})$$

$$x_2 \leq 3 \quad (\text{demanda prod B})$$

$$x_1, x_2 \geq 0 \quad (\text{não negatividade})$$

PROBLEMAS DE DIETA

PROBLEMA DE DIETA [SILVA ET AL., 2010]³

³Apud. [Diego Mello da Silva, 2016]

Problema de Dieta [Silva et al., 2010]

Para uma boa alimentação, o corpo necessita de vitaminas e proteínas. A necessidade mínima de vitaminas é de 32 unidades/dia, e a de proteínas de 36 unidades/dia. Uma pessoa dispõe de carnes e ovos para se alimentar. Cada unidade de carne contém 4 unidades de vitaminas e 6 unidades de proteínas. Cada unidade de ovo contém 8 unidades de vitaminas e 6 unidades de proteínas. Cada unidade de carne custa \$3,00, e cada unidade de ovos custa \$2,50 unidades monetárias.

Formule o problema de programação linear de forma a minimizar o custo da dieta, de modo a suprir as necessidades de vitaminas e proteínas

Problema de Dieta [Silva et al., 2010]

- Qual o objetivo do problema?
 - Minimizar o custo da dieta
- Quais as variáveis da dieta (itens)?
 - Carne: (x_1)
 - Ovo: (x_2)
- Quais as restrições/recomendações da dieta?
 - Consumo de vitaminas: (32 unidades)
 - Consumo de proteínas: (36 unidades)
- Quais as restrições de demanda/disponibilidade?
 - Não há restrições de disponibilidade
- Existem outras restrições?
 - Não

Problema de Dieta [Silva et al., 2010]

- Qual o objetivo do problema?
 - **Minimizar o custo da dieta**
- Quais as variáveis da dieta (itens)?
 - Carne: (x_1)
 - Ovo: (x_2)
- Quais as restrições/recomendações da dieta?
 - Consumo de vitaminas: (32 unidades)
 - Consumo de proteínas: (36 unidades)
- Quais as restrições de demanda/disponibilidade?
 - Não há restrições de disponibilidade
- Existem outras restrições?
 - Não

Problema de Dieta [Silva et al., 2010]

- Qual o objetivo do problema?
 - **Minimizar o custo da dieta**
- Quais as variáveis da dieta (itens)?
 - Carne: (x_1)
 - Ovo: (x_2)
- Quais as restrições/recomendações da dieta?
 - Consumo de vitaminas: (32 unidades)
 - Consumo de proteínas: (36 unidades)
- Quais as restrições de demanda/disponibilidade?
 - Não há restrições de disponibilidade
- Existem outras restrições?
 - Não

Problema de Dieta [Silva et al., 2010]

- Qual o objetivo do problema?
 - **Minimizar o custo da dieta**
- Quais as variáveis da dieta (itens)?
 - Carne: (x_1)
 - Ovo: (x_2)
- Quais as restrições/recomendações da dieta?
 - Consumo de vitaminas: (32 unidades)
 - Consumo de proteínas: (36 unidades)
- Quais as restrições de demanda/disponibilidade?
 - Não há restrições de disponibilidade
- Existem outras restrições?
 - Não

Problema de Dieta [Silva et al., 2010]

- Qual o objetivo do problema?
 - **Minimizar o custo da dieta**
- Quais as variáveis da dieta (itens)?
 - Carne: (x_1)
 - Ovo: (x_2)
- Quais as restrições/recomendações da dieta?
 - Consumo de vitaminas: (32 unidades)
 - Consumo de proteínas: (36 unidades)
- Quais as restrições de demanda/disponibilidade?
 - Não há restrições de disponibilidade
- Existem outras restrições?
 - Não

Problema de Dieta [Silva et al., 2010]

- Qual o objetivo do problema?
 - **Minimizar o custo da dieta**
- Quais as variáveis da dieta (itens)?
 - Carne: (x_1)
 - Ovo: (x_2)
- Quais as restrições/recomendações da dieta?
 - Consumo de vitaminas: (32 unidades)
 - Consumo de proteínas: (36 unidades)
- Quais as restrições de demanda/disponibilidade?
 - Não há restrições de disponibilidade
- Existem outras restrições?
 - Não

Problema de Dieta [Silva et al., 2010]

- Qual o objetivo do problema?
 - **Minimizar o custo da dieta**
- Quais as variáveis da dieta (itens)?
 - Carne: (x_1)
 - Ovo: (x_2)
- Quais as restrições/recomendações da dieta?
 - Consumo de vitaminas: (32 unidades)
 - Consumo de proteínas: (36 unidades)
- Quais as restrições de demanda/disponibilidade?
 - Não há restrições de disponibilidade
- Existem outras restrições?
 - Não

Problema de Dieta [Silva et al., 2010]

- Qual o objetivo do problema?
 - **Minimizar o custo da dieta**
- Quais as variáveis da dieta (itens)?
 - Carne: (x_1)
 - Ovo: (x_2)
- Quais as restrições/recomendações da dieta?
 - Consumo de vitaminas: (32 unidades)
 - Consumo de proteínas: (36 unidades)
- Quais as restrições de demanda/disponibilidade?
 - **Não há restrições de disponibilidade**
- Existem outras restrições?
 - Não

Problema de Dieta [Silva et al., 2010]

- Qual o objetivo do problema?
 - **Minimizar o custo da dieta**
- Quais as variáveis da dieta (itens)?
 - Carne: (x_1)
 - Ovo: (x_2)
- Quais as restrições/recomendações da dieta?
 - Consumo de vitaminas: (32 unidades)
 - Consumo de proteínas: (36 unidades)
- Quais as restrições de demanda/disponibilidade?
 - **Não há restrições de disponibilidade**
- Existem outras restrições?
 - Não

Problema de Dieta [Silva et al., 2010]

- Qual o objetivo do problema?
 - **Minimizar o custo da dieta**
- Quais as variáveis da dieta (itens)?
 - Carne: (x_1)
 - Ovo: (x_2)
- Quais as restrições/recomendações da dieta?
 - Consumo de vitaminas: (32 unidades)
 - Consumo de proteínas: (36 unidades)
- Quais as restrições de demanda/disponibilidade?
 - **Não há restrições de disponibilidade**
- Existem outras restrições?
 - **Não**

Problema de Dieta [Silva et al., 2010]

Função Objetivo:

- Qual o objetivo do problema?
 - Minimizar o custo da dieta
- Qual o custo de cada item da dieta?
 - Carne: (\$3,00)
 - Ovo: (\$2,50)

$$\min z = 3x_1 + 2,5x_2$$

Problema de Dieta [Silva et al., 2010]

Função Objetivo:

- Qual o objetivo do problema?
 - **Minimizar o custo da dieta**
- Qual o custo de cada item da dieta?
 - Carne: (\$3,00)
 - Ovo: (\$2,50)

$$\min z = 3x_1 + 2,5x_2$$

Problema de Dieta [Silva et al., 2010]

Função Objetivo:

- Qual o objetivo do problema?
 - **Minimizar o custo da dieta**
- Qual o custo de cada item da dieta?
 - Carne: (\$3,00)
 - Ovo: (\$2,50)

$$\min z = 3x_1 + 2,5x_2$$

Problema de Dieta [Silva et al., 2010]

Função Objetivo:

- Qual o objetivo do problema?
 - **Minimizar o custo da dieta**
- Qual o custo de cada item da dieta?
 - Carne: (\$3,00)
 - Ovo: (\$2,50)

$$\min z = 3x_1 + 2,5x_2$$

Problema de Dieta [Silva et al., 2010]

Restrições:

● Restrição 1: Vitaminas

- Carne: 4 unidades
- Ovo: 8 unidades

$$4x_1 + 8x_2 \geq 32$$

● Restrição 2: Proteínas

- Carne: 6 unidades
- Ovo: 6 unidades

$$6x_1 + 6x_2 \geq 36$$

Problema de Dieta [Silva et al., 2010]

Restrições:

- Restrição 1: Vitaminas
 - Carne: 4 unidades
 - Ovo: 8 unidades

$$4x_1 + 8x_2 \geq 32$$

- Restrição 2: Proteínas
 - Carne: 6 unidades
 - Ovo: 6 unidades

$$6x_1 + 6x_2 \geq 36$$

Problema de Dieta [Silva et al., 2010]

Restrições:

- Restrição 1: Vitaminas
 - Carne: 4 unidades
 - Ovo: 8 unidades

$$4x_1 + 8x_2 \geq 32$$

- Restrição 2: Proteínas
 - Carne: 6 unidades
 - Ovo: 6 unidades

$$6x_1 + 6x_2 \geq 36$$

Problema de Dieta [Silva et al., 2010]

Restrições:

- Restrição 1: Vitaminas
 - Carne: 4 unidades
 - Ovo: 8 unidades

$$4x_1 + 8x_2 \geq 32$$

- Restrição 2: Proteínas
 - Carne: 6 unidades
 - Ovo: 6 unidades

$$6x_1 + 6x_2 \geq 36$$

Problema de Dieta [Silva et al., 2010]

Restrições:

- Restrição 1: Vitaminas
 - Carne: 4 unidades
 - Ovo: 8 unidades

$$4x_1 + 8x_2 \geq 32$$

- Restrição 2: Proteínas
 - Carne: 6 unidades
 - Ovo: 6 unidades

$$6x_1 + 6x_2 \geq 36$$

Problema de Dieta [Silva et al., 2010]

● Sumarizando...

$$\min z = 3x_1 + 2,5x_2$$

$$\text{subj. a:} \quad 4x_1 + 8x_2 \geq 32 \quad (\text{vitaminas})$$

$$6x_1 + 6x_2 \geq 36 \quad (\text{proteínas})$$

$$x_1, x_2 \geq 0 \quad (\text{não negatividade})$$

PROBLEMA DE DIETA [GOLDBARG AND LUNA, 2005]

Problema de Dieta [Goldbarg and Luna, 2005]

Suponha que uma certa dieta alimentar esteja restrita a leite desnatado, carne magra de boi, carne de peixe e uma salada de composição bem conhecida. Sabe-se ainda que os requisitos nutricionais serão expressos em termos de vitaminas A, C e D e controlados por suas quantidades mínimas (em miligramas). Os indivíduos que seguirem a dieta devem ingerir uma quantidade nutricional mínima, para preservação de sua saúde. A tabela a seguir resume a quantidade de cada vitamina disponível nos alimentos e a sua necessidade diária.

<i>Vitamina</i>	<i>Leite (litro)</i>	<i>Carne (kg)</i>	<i>Peixe (kg)</i>	<i>Salada (100g)</i>	<i>Requisito Nutricional Mínimo</i>
A	2 mg	2 mg	10 mg	20 mg	11 mg
C	50 mg	20 mg	10 mg	30 mg	70 mg
D	80 mg	70 mg	10 mg	80 mg	250 mg
Custo	2 reais	4 reais	1,5 real	1 real	

Fonte: [Goldbarg and Luna, 2005]

Formule o problema de programação linear de forma a minimizar o custo da dieta.

Problema de Dieta [Goldbarg and Luna, 2005]

- Qual o objetivo do problema?
 - Minimizar o custo da dieta
- Quais as variáveis do problema?
 - Leite: (x_1)
 - Carne: (x_2)
 - Peixe: (x_3)
 - Salada: (x_4)
- Quais as restrições/recomendações da dieta?
 - Consumo de vitamina A: (11 unidades)
 - Consumo de vitamina C: (70 unidades)
 - Consumo de vitamina D: (250 unidades)
- Existem outras restrições?
 - Não

Problema de Dieta [Goldbarg and Luna, 2005]

- Qual o objetivo do problema?
 - **Minimizar o custo da dieta**
- Quais as variáveis do problema?
 - Leite: (x_1)
 - Carne: (x_2)
 - Peixe: (x_3)
 - Salada: (x_4)
- Quais as restrições/recomendações da dieta?
 - Consumo de vitamina A: (11 unidades)
 - Consumo de vitamina C: (70 unidades)
 - Consumo de vitamina D: (250 unidades)
- Existem outras restrições?
 - Não

Problema de Dieta [Goldbarg and Luna, 2005]

- Qual o objetivo do problema?
 - **Minimizar o custo da dieta**
- Quais as variáveis do problema?
 - Leite: (x_1)
 - Carne: (x_2)
 - Peixe: (x_3)
 - Salada: (x_4)
- Quais as restrições/recomendações da dieta?
 - Consumo de vitamina A: (11 unidades)
 - Consumo de vitamina C: (70 unidades)
 - Consumo de vitamina D: (250 unidades)
- Existem outras restrições?
 - Não

Problema de Dieta [Goldbarg and Luna, 2005]

- Qual o objetivo do problema?
 - **Minimizar o custo da dieta**
- Quais as variáveis do problema?
 - Leite: (x_1)
 - Carne: (x_2)
 - Peixe: (x_3)
 - Salada: (x_4)
- Quais as restrições/recomendações da dieta?
 - Consumo de vitamina A: (11 unidades)
 - Consumo de vitamina C: (70 unidades)
 - Consumo de vitamina D: (250 unidades)
- Existem outras restrições?
 - Não

Problema de Dieta [Goldbarg and Luna, 2005]

- Qual o objetivo do problema?
 - **Minimizar o custo da dieta**
- Quais as variáveis do problema?
 - Leite: (x_1)
 - Carne: (x_2)
 - Peixe: (x_3)
 - Salada: (x_4)
- Quais as restrições/recomendações da dieta?
 - Consumo de vitamina A: (11 unidades)
 - Consumo de vitamina C: (70 unidades)
 - Consumo de vitamina D: (250 unidades)
- Existem outras restrições?
 - Não

Problema de Dieta [Goldbarg and Luna, 2005]

- Qual o objetivo do problema?
 - **Minimizar o custo da dieta**
- Quais as variáveis do problema?
 - Leite: (x_1)
 - Carne: (x_2)
 - Peixe: (x_3)
 - Salada: (x_4)
- Quais as restrições/recomendações da dieta?
 - Consumo de vitamina A: (11 unidades)
 - Consumo de vitamina C: (70 unidades)
 - Consumo de vitamina D: (250 unidades)
- Existem outras restrições?
 - Não

Problema de Dieta [Goldbarg and Luna, 2005]

- Qual o objetivo do problema?
 - **Minimizar o custo da dieta**
- Quais as variáveis do problema?
 - Leite: (x_1)
 - Carne: (x_2)
 - Peixe: (x_3)
 - Salada: (x_4)
- Quais as restrições/recomendações da dieta?
 - Consumo de vitamina A: (11 unidades)
 - Consumo de vitamina C: (70 unidades)
 - Consumo de vitamina D: (250 unidades)
- Existem outras restrições?
 - Não

Problema de Dieta [Goldbarg and Luna, 2005]

- Qual o objetivo do problema?
 - **Minimizar o custo da dieta**
- Quais as variáveis do problema?
 - Leite: (x_1)
 - Carne: (x_2)
 - Peixe: (x_3)
 - Salada: (x_4)
- Quais as restrições/recomendações da dieta?
 - Consumo de vitamina A: (11 unidades)
 - Consumo de vitamina C: (70 unidades)
 - Consumo de vitamina D: (250 unidades)
- Existem outras restrições?
 - Não

Problema de Dieta [Goldbarg and Luna, 2005]

Função Objetivo:

- Qual o objetivo do problema?
 - Minimizar o custo da dieta
- Qual o custo de cada item da dieta?
 - Leite: (\$2,00)
 - Carne: (\$4,00)
 - Peixe: (\$1,50)
 - Salada: (\$1,00)

$$\min z = 2x_1 + 4x_2 + 1,5x_3 + 1x_4$$

Problema de Dieta [Goldbarg and Luna, 2005]

Função Objetivo:

- Qual o objetivo do problema?
 - **Minimizar o custo da dieta**
- Qual o custo de cada item da dieta?
 - Leite: (\$2,00)
 - Carne: (\$4,00)
 - Peixe: (\$1,50)
 - Salada: (\$1,00)

$$\min z = 2x_1 + 4x_2 + 1,5x_3 + 1x_4$$

Problema de Dieta [Goldbarg and Luna, 2005]

Função Objetivo:

- Qual o objetivo do problema?
 - **Minimizar o custo da dieta**
- Qual o custo de cada item da dieta?
 - Leite: (\$2,00)
 - Carne: (\$4,00)
 - Peixe: (\$1,50)
 - Salada: (\$1,00)

$$\min z = 2x_1 + 4x_2 + 1,5x_3 + 1x_4$$

Problema de Dieta [Goldbarg and Luna, 2005]

Função Objetivo:

- Qual o objetivo do problema?
 - **Minimizar o custo da dieta**
- Qual o custo de cada item da dieta?
 - Leite: (\$2,00)
 - Carne: (\$4,00)
 - Peixe: (\$1,50)
 - Salada: (\$1,00)

$$\min z = 2x_1 + 4x_2 + 1,5x_3 + 1x_4$$

Problema de Dieta [Goldbarg and Luna, 2005]

Restrições:

● Restrição 1: Vitaminas A

- Leite: (2 unidades)
- Carne: (2 unidades)
- Peixe: (10 unidades)
- Salada: (20 unidades)

$$2x_1 + 2x_2 + 10x_3 + 20x_4 \geq 11$$

● Restrição 2: Vitaminas C

- Leite: (50 unidades)
- Carne: (20 unidades)
- Peixe: (10 unidades)
- Salada: (30 unidades)

$$50x_1 + 20x_2 + 10x_3 + 30x_4 \geq 70$$

Problema de Dieta [Goldbarg and Luna, 2005]

Restrições:

● Restrição 1: Vitaminas A

- Leite: (2 unidades)
- Carne: (2 unidades)
- Peixe: (10 unidades)
- Salada: (20 unidades)

$$2x_1 + 2x_2 + 10x_3 + 20x_4 \geq 11$$

● Restrição 2: Vitaminas C

- Leite: (50 unidades)
- Carne: (20 unidades)
- Peixe: (10 unidades)
- Salada: (30 unidades)

$$50x_1 + 20x_2 + 10x_3 + 30x_4 \geq 70$$

Problema de Dieta [Goldbarg and Luna, 2005]

Restrições:

● Restrição 1: Vitaminas A

- Leite: (2 unidades)
- Carne: (2 unidades)
- Peixe: (10 unidades)
- Salada: (20 unidades)

$$2x_1 + 2x_2 + 10x_3 + 20x_4 \geq 11$$

● Restrição 2: Vitaminas C

- Leite: (50 unidades)
- Carne: (20 unidades)
- Peixe: (10 unidades)
- Salada: (30 unidades)

$$50x_1 + 20x_2 + 10x_3 + 30x_4 \geq 70$$

Problema de Dieta [Goldbarg and Luna, 2005]

Restrições:

● Restrição 1: Vitaminas A

- Leite: (2 unidades)
- Carne: (2 unidades)
- Peixe: (10 unidades)
- Salada: (20 unidades)

$$2x_1 + 2x_2 + 10x_3 + 20x_4 \geq 11$$

● Restrição 2: Vitaminas C

- Leite: (50 unidades)
- Carne: (20 unidades)
- Peixe: (10 unidades)
- Salada: (30 unidades)

$$50x_1 + 20x_2 + 10x_3 + 30x_4 \geq 70$$

Problema de Dieta [Goldbarg and Luna, 2005]

Restrições:

● Restrição 1: Vitaminas A

- Leite: (2 unidades)
- Carne: (2 unidades)
- Peixe: (10 unidades)
- Salada: (20 unidades)

$$2x_1 + 2x_2 + 10x_3 + 20x_4 \geq 11$$

● Restrição 2: Vitaminas C

- Leite: (50 unidades)
- Carne: (20 unidades)
- Peixe: (10 unidades)
- Salada: (30 unidades)

$$50x_1 + 20x_2 + 10x_3 + 30x_4 \geq 70$$

Problema de Dieta [Goldbarg and Luna, 2005]

Restrições:

- Restrição 3: Vitaminas D
 - Leite: (80 unidades)
 - Carne: (70 unidades)
 - Peixe: (10 unidades)
 - Salada: (80 unidades)

$$80x_1 + 70x_2 + 10x_3 + 80x_4 \geq 250$$

Problema de Dieta [Goldbarg and Luna, 2005]

Restrições:

- Restrição 3: Vitaminas D
 - Leite: (80 unidades)
 - Carne: (70 unidades)
 - Peixe: (10 unidades)
 - Salada: (80 unidades)

$$80x_1 + 70x_2 + 10x_3 + 80x_4 \geq 250$$

Problema de Dieta [Goldbarg and Luna, 2005]

Restrições:

- Restrição 3: Vitaminas D
 - Leite: (80 unidades)
 - Carne: (70 unidades)
 - Peixe: (10 unidades)
 - Salada: (80 unidades)

$$80x_1 + 70x_2 + 10x_3 + 80x_4 \geq 250$$

Problema de Dieta [Goldbarg and Luna, 2005]

● Sumarizando...

$$\min z = 2x_1 + 4x_2 + 1,5x_3 + 1x_4$$

$$\text{sujeito a: } 2x_1 + 2x_2 + 10x_3 + 20x_4 \geq 11 \quad (\text{vitamina A})$$

$$50x_1 + 20x_2 + 10x_3 + 30x_4 \geq 70 \quad (\text{vitamina C})$$

$$80x_1 + 70x_2 + 10x_3 + 80x_4 \geq 250 \quad (\text{vitamina D})$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \quad (\text{não negatividade})$$

PROBLEMAS DE MISTURA

PROBLEMA DE MISTURA [SILVA ET AL., 2010]⁴

⁴Apud. [Diego Mello da Silva, 2016]

Problema de Mistura [Silva et al., 2010]

Uma liga especial é constituída de Ferro, Carvão, Silício e Níquel. Ela pode ser obtida a partir de uma mistura destes minerais puros e/ou 2 tipos de materiais recuperados. Os materiais recuperados, MR1 e MR2, tem sua composição definida por:

- MR1: ferro 60%, carvão 20%, silício 20%.
- MR2: ferro 70%, carvão 20%, silício 5%, níquel 5%.

Os materiais MR1 e MR2 tem custo/kg de \$0.20 e \$0.25, respectivamente. O custo/kg dos materiais puros de Ferro, Carvão, Silício e Níquel são de \$0.30, \$0.20, \$0.28 e \$0.50, respectivamente. A composição final da liga deve atender aos critérios descritos na tabela abaixo.

Matéria Prima	% Mínima	% Máxima
Ferro	60	65
Carvão	15	20
Silício	15	20
Níquel	5	8

Fonte: [Silva et al., 2010] apud. [Diego Mello da Silva, 2016]

Formule o problema de programação linear de forma a minimizar o custo por kg, a partir dos materiais disponíveis.

Problema de Mistura [Silva et al., 2010]

- Qual o objetivo do problema?
 - Minimizar o custo da liga metálica
- Quais as variáveis da mistura?
 - Material recuperado MR1: (x_1)
 - Material recuperado MR2: (x_2)
 - Ferro: (x_3)
 - Carvão: (x_4)
 - Silício: (x_5)
 - Níquel: (x_6)

Problema de Mistura [Silva et al., 2010]

- Qual o objetivo do problema?
 - **Minimizar o custo da liga metálica**
- Quais as variáveis da mistura?
 - Material recuperado MR1: (x_1)
 - Material recuperado MR2: (x_2)
 - Ferro: (x_3)
 - Carvão: (x_4)
 - Silício: (x_5)
 - Níquel: (x_6)

Problema de Mistura [Silva et al., 2010]

- Qual o objetivo do problema?
 - **Minimizar o custo da liga metálica**
- Quais as variáveis da mistura?
 - Material recuperado MR1: (x_1)
 - Material recuperado MR2: (x_2)
 - Ferro: (x_3)
 - Carvão: (x_4)
 - Silício: (x_5)
 - Níquel: (x_6)

Problema de Mistura [Silva et al., 2010]

- Qual o objetivo do problema?
 - **Minimizar o custo da liga metálica**
- Quais as variáveis da mistura?
 - Material recuperado MR1: (x_1)
 - Material recuperado MR2: (x_2)
 - Ferro: (x_3)
 - Carvão: (x_4)
 - Silício: (x_5)
 - Níquel: (x_6)

Problema de Mistura [Silva et al., 2010]

- Quais as restrições da mistura?
 - Mínimo Ferro: (60%)
 - Máximo Ferro: (65%)
 - Mínimo Carvão: (15%)
 - Máximo Carvão: (20%)
 - Mínimo Silício: (15%)
 - Máximo Silício: (20%)
 - Mínimo Níquel: (5%)
 - Máximo Níquel: (8%)
- Existem outras restrições?
 - Sim, a soma dos materiais deve ser igual a 100%.

Problema de Mistura [Silva et al., 2010]

- Quais as restrições da mistura?

- Mínimo Ferro: (60%)
- Máximo Ferro: (65%)
- Mínimo Carvão: (15%)
- Máximo Carvão: (20%)
- Mínimo Silício: (15%)
- Máximo Silício: (20%)
- Mínimo Níquel: (5%)
- Máximo Níquel: (8%)

- Existem outras restrições?

- Sim, a soma dos materiais deve ser igual a 100%.

Problema de Mistura [Silva et al., 2010]

- Quais as restrições da mistura?
 - Mínimo Ferro: (60%)
 - Máximo Ferro: (65%)
 - Mínimo Carvão: (15%)
 - Máximo Carvão: (20%)
 - Mínimo Silício: (15%)
 - Máximo Silício: (20%)
 - Mínimo Níquel: (5%)
 - Máximo Níquel: (8%)
- Existem outras restrições?
 - Sim, a soma dos materiais deve ser igual a 100%.

Problema de Mistura [Silva et al., 2010]

- Quais as restrições da mistura?
 - Mínimo Ferro: (60%)
 - Máximo Ferro: (65%)
 - Mínimo Carvão: (15%)
 - Máximo Carvão: (20%)
 - Mínimo Silício: (15%)
 - Máximo Silício: (20%)
 - Mínimo Níquel: (5%)
 - Máximo Níquel: (8%)
- Existem outras restrições?
 - Sim, a soma dos materiais deve ser igual a 100%.

Problema de Mistura [Silva et al., 2010]

- Quais as restrições da mistura?
 - Mínimo Ferro: (60%)
 - Máximo Ferro: (65%)
 - Mínimo Carvão: (15%)
 - Máximo Carvão: (20%)
 - Mínimo Silício: (15%)
 - Máximo Silício: (20%)
 - Mínimo Níquel: (5%)
 - Máximo Níquel: (8%)
- Existem outras restrições?
 - Sim, a soma dos materiais deve ser igual a 100%.

Problema de Mistura [Silva et al., 2010]

Função Objetivo:

- Qual o objetivo do problema?
 - Minimizar o custo da liga metálica
- Qual o custo de cada item disponível para a liga?
 - Material recuperado MR1: (\$0.20)
 - Material recuperado MR2: (\$0.25)
 - Ferro: (\$0.30)
 - Carvão: (\$0.20)
 - Silício: (\$0.28)
 - Níquel: (\$0.50)

$$\min z = 0.2x_1 + 0.25x_2 + 0.3x_3 + 0.2x_4 + 0.28x_5 + 0.5x_6$$

Problema de Mistura [Silva et al., 2010]

Função Objetivo:

- Qual o objetivo do problema?
 - **Minimizar o custo da liga metálica**
- Qual o custo de cada item disponível para a liga?
 - Material recuperado MR1: (\$0.20)
 - Material recuperado MR2: (\$0.25)
 - Ferro: (\$0.30)
 - Carvão: (\$0.20)
 - Silício: (\$0.28)
 - Níquel: (\$0.50)

$$\min z = 0.2x_1 + 0.25x_2 + 0.3x_3 + 0.2x_4 + 0.28x_5 + 0.5x_6$$

Problema de Mistura [Silva et al., 2010]

Função Objetivo:

- Qual o objetivo do problema?
 - **Minimizar o custo da liga metálica**
- Qual o custo de cada item disponível para a liga?
 - Material recuperado MR1: (\$0.20)
 - Material recuperado MR2: (\$0.25)
 - Ferro: (\$0.30)
 - Carvão: (\$0.20)
 - Silício: (\$0.28)
 - Níquel: (\$0.50)

$$\min z = 0.2x_1 + 0.25x_2 + 0.3x_3 + 0.2x_4 + 0.28x_5 + 0.5x_6$$

Problema de Mistura [Silva et al., 2010]

Função Objetivo:

- Qual o objetivo do problema?
 - **Minimizar o custo da liga metálica**
- Qual o custo de cada item disponível para a liga?
 - Material recuperado MR1: (\$0.20)
 - Material recuperado MR2: (\$0.25)
 - Ferro: (\$0.30)
 - Carvão: (\$0.20)
 - Silício: (\$0.28)
 - Níquel: (\$0.50)

$$\min z = 0.2x_1 + 0.25x_2 + 0.3x_3 + 0.2x_4 + 0.28x_5 + 0.5x_6$$

Problema de Mistura [Silva et al., 2010]

Restrições:

● Restrição 1: Mínimo percentual de ferro (60%)

- Material recuperado MR1: (60%)
- Material recuperado MR2: (70%)
- Ferro: (100%)

$$0.6x_1 + 0.7x_2 + 1x_3 \geq 0.6$$

● Restrição 2: Máximo percentual de ferro (65%)

- Material recuperado MR1: (60%)
- Material recuperado MR2: (70%)
- Ferro: (100%)

$$0.6x_1 + 0.7x_2 + 1x_3 \leq 0.65$$

Problema de Mistura [Silva et al., 2010]

Restrições:

● Restrição 1: Mínimo percentual de ferro (60%)

- Material recuperado MR1: (60%)
- Material recuperado MR2: (70%)
- Ferro: (100%)

$$0.6x_1 + 0.7x_2 + 1x_3 \geq 0.6$$

● Restrição 2: Máximo percentual de ferro (65%)

- Material recuperado MR1: (60%)
- Material recuperado MR2: (70%)
- Ferro: (100%)

$$0.6x_1 + 0.7x_2 + 1x_3 \leq 0.65$$

Problema de Mistura [Silva et al., 2010]

Restrições:

● Restrição 1: Mínimo percentual de ferro (60%)

- Material recuperado MR1: (60%)
- Material recuperado MR2: (70%)
- Ferro: (100%)

$$0.6x_1 + 0.7x_2 + 1x_3 \geq 0.6$$

● Restrição 2: Máximo percentual de ferro (65%)

- Material recuperado MR1: (60%)
- Material recuperado MR2: (70%)
- Ferro: (100%)

$$0.6x_1 + 0.7x_2 + 1x_3 \leq 0.65$$

Problema de Mistura [Silva et al., 2010]

Restrições:

● Restrição 1: Mínimo percentual de ferro (60%)

- Material recuperado MR1: (60%)
- Material recuperado MR2: (70%)
- Ferro: (100%)

$$0.6x_1 + 0.7x_2 + 1x_3 \geq 0.6$$

● Restrição 2: Máximo percentual de ferro (65%)

- Material recuperado MR1: (60%)
- Material recuperado MR2: (70%)
- Ferro: (100%)

$$0.6x_1 + 0.7x_2 + 1x_3 \leq 0.65$$

Problema de Mistura [Silva et al., 2010]

Restrições:

- Restrição 1: Mínimo percentual de ferro (60%)

- Material recuperado MR1: (60%)
- Material recuperado MR2: (70%)
- Ferro: (100%)

$$0.6x_1 + 0.7x_2 + 1x_3 \geq 0.6$$

- Restrição 2: Máximo percentual de ferro (65%)

- Material recuperado MR1: (60%)
- Material recuperado MR2: (70%)
- Ferro: (100%)

$$0.6x_1 + 0.7x_2 + 1x_3 \leq 0.65$$

Problema de Mistura [Silva et al., 2010]

Restrições:

● Restrição 3: Mínimo percentual de carvão (15%)

- Material recuperado MR1: (20%)
- Material recuperado MR2: (20%)
- Carvão: (100%)

$$0.2x_1 + 0.2x_2 + 1x_4 \geq 0.15$$

● Restrição 4: Máximo percentual de carvão (20%)

$$0.2x_1 + 0.2x_2 + 1x_4 \leq 0.2$$

Problema de Mistura [Silva et al., 2010]

Restrições:

- Restrição 3: Mínimo percentual de carvão (15%)
 - Material recuperado MR1: (20%)
 - Material recuperado MR2: (20%)
 - Carvão: (100%)

$$0.2x_1 + 0.2x_2 + 1x_4 \geq 0.15$$

- Restrição 4: Máximo percentual de carvão (20%)

$$0.2x_1 + 0.2x_2 + 1x_4 \leq 0.2$$

Problema de Mistura [Silva et al., 2010]

Restrições:

- Restrição 3: Mínimo percentual de carvão (15%)
 - Material recuperado MR1: (20%)
 - Material recuperado MR2: (20%)
 - Carvão: (100%)

$$0.2x_1 + 0.2x_2 + 1x_4 \geq 0.15$$

- Restrição 4: Máximo percentual de carvão (20%)

$$0.2x_1 + 0.2x_2 + 1x_4 \leq 0.2$$

Problema de Mistura [Silva et al., 2010]

Restrições:

- Restrição 3: Mínimo percentual de carvão (15%)
 - Material recuperado MR1: (20%)
 - Material recuperado MR2: (20%)
 - Carvão: (100%)

$$0.2x_1 + 0.2x_2 + 1x_4 \geq 0.15$$

- Restrição 4: Máximo percentual de carvão (20%)

$$0.2x_1 + 0.2x_2 + 1x_4 \leq 0.2$$

Problema de Mistura [Silva et al., 2010]

Restrições:

● Restrição 5: Mínimo percentual de silício (15%)

- Material recuperado MR1: (20%)
- Material recuperado MR2: (5%)
- Silício: (100%)

$$0.2x_1 + 0.05x_2 + 1x_5 \geq 0.15$$

● Restrição 6: Máximo percentual de silício (20%)

$$0.2x_1 + 0.05x_2 + 1x_5 \leq 0.2$$

Problema de Mistura [Silva et al., 2010]

Restrições:

- Restrição 5: Mínimo percentual de silício (15%)
 - Material recuperado MR1: (20%)
 - Material recuperado MR2: (5%)
 - Silício: (100%)

$$0.2x_1 + 0.05x_2 + 1x_5 \geq 0.15$$

- Restrição 6: Máximo percentual de silício (20%)

$$0.2x_1 + 0.05x_2 + 1x_5 \leq 0.2$$

Problema de Mistura [Silva et al., 2010]

Restrições:

- Restrição 5: Mínimo percentual de silício (15%)
 - Material recuperado MR1: (20%)
 - Material recuperado MR2: (5%)
 - Silício: (100%)

$$0.2x_1 + 0.05x_2 + 1x_5 \geq 0.15$$

- Restrição 6: Máximo percentual de silício (20%)

$$0.2x_1 + 0.05x_2 + 1x_5 \leq 0.2$$

Problema de Mistura [Silva et al., 2010]

Restrições:

- Restrição 5: Mínimo percentual de silício (15%)
 - Material recuperado MR1: (20%)
 - Material recuperado MR2: (5%)
 - Silício: (100%)

$$0.2x_1 + 0.05x_2 + 1x_5 \geq 0.15$$

- Restrição 6: Máximo percentual de silício (20%)

$$0.2x_1 + 0.05x_2 + 1x_5 \leq 0.2$$

Problema de Mistura [Silva et al., 2010]

Restrições:

- Restrição 7: Mínimo percentual de níquel (5%)
 - Material recuperado MR2: (5%)
 - Níquel: (100%)

$$0.05x_2 + 1x_6 \geq 0.05$$

- Restrição 8: Máximo percentual de níquel (8%)

$$0.05x_2 + 1x_6 \leq 0.08$$

Problema de Mistura [Silva et al., 2010]

Restrições:

- Restrição 7: Mínimo percentual de níquel (5%)
 - Material recuperado MR2: (5%)
 - Níquel: (100%)

$$0.05x_2 + 1x_6 \geq 0.05$$

- Restrição 8: Máximo percentual de níquel (8%)

$$0.05x_2 + 1x_6 \leq 0.08$$

Problema de Mistura [Silva et al., 2010]

Restrições:

- Restrição 7: Mínimo percentual de níquel (5%)
 - Material recuperado MR2: (5%)
 - Níquel: (100%)

$$0.05x_2 + 1x_6 \geq 0.05$$

- Restrição 8: Máximo percentual de níquel (8%)

$$0.05x_2 + 1x_6 \leq 0.08$$

Problema de Mistura [Silva et al., 2010]

Restrições:

- Restrição 7: Mínimo percentual de níquel (5%)
 - Material recuperado MR2: (5%)
 - Níquel: (100%)

$$0.05x_2 + 1x_6 \geq 0.05$$

- Restrição 8: Máximo percentual de níquel (8%)

$$0.05x_2 + 1x_6 \leq 0.08$$

Problema de Mistura [Silva et al., 2010]

Restrições:

- Restrição 9: A soma dos materiais deve ser igual a 100%.

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 1$$

Problema de Mistura [Silva et al., 2010]

Restrições:

- Restrição 9: A soma dos materiais deve ser igual a 100%.

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 1$$

Problema de Mistura [Silva et al., 2010]

● Sumarizando...

$$\min z = 0.2x_1 + 0.25x_2 + 0.3x_3 + 0.2x_4 + 0.28x_5 + 0.5x_6$$

$$\text{sujeito a: } 0.6x_1 + 0.7x_2 + x_3 \geq 0.6 \quad (\text{mínimo ferro})$$

$$0.6x_1 + 0.7x_2 + x_3 \leq 0.65 \quad (\text{máximo ferro})$$

$$0.2x_1 + 0.2x_2 + x_4 \geq 0.15 \quad (\text{mínimo carvão})$$

$$0.2x_1 + 0.2x_2 + x_4 \leq 0.2 \quad (\text{máximo carvão})$$

$$0.2x_1 + 0.05x_2 + x_5 \geq 0.15 \quad (\text{mínimo silício})$$

$$0.2x_1 + 0.05x_2 + x_5 \leq 0.2 \quad (\text{máximo silício})$$

$$0.05x_2 + x_6 \geq 0.05 \quad (\text{mínimo níquel})$$

$$0.05x_2 + x_6 \leq 0.08 \quad (\text{máximo níquel})$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 1 \quad (\text{soma materiais})$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0 \quad (\text{não negatividade})$$

PROBLEMAS DE ALOCAÇÃO DE RECURSOS

PROBLEMA ALOCAÇÃO RECURSOS

[PRADO, 2016]⁵

⁵Apud. [Diego Mello da Silva, 2016]

Problema Alocação Recursos [Prado, 2016]

Modelos de agropecuária procuram determinar qual o melhor uso da terra. Neste exemplo, deseja-se otimizar o lucro pela utilização de até quatro opções de cultura (milho, trigo, soja e cana de açúcar). Restrições referem-se ao espaço utilizado, gastos com preparo do terreno e utilização de mão-de-obra, dados pela tabela:

Atividade	Milho	Trigo	Soja	Açúcar	Disponibilidade
Espaço (hectares)	1	1	1	1	400
Preparo do terreno (R\$)	1.000	1.200	1.500	1.200	500.000
Mão de obra (homens/dia)	20	30	25	28	10.000
Lucro Hectare (R\$)	600	800	900	500	—

Fonte: [Prado, 2016] apud [Diego Mello da Silva, 2016]

Formule o problema de programação linear que possibilite a destinação de terras para cada cultura de modo a maximizar o lucro total.

Problema Alocação Recursos [Prado, 2016]



- Qual o objetivo do problema?
 - Maximizar o lucro
- Quais as variáveis de alocação de recursos?
 - Milho: (x_1)
 - Trigo: (x_2)
 - Soja: (x_3)
 - Açúcar: (x_4)
- Quais as restrições da alocação de recursos?
 - Espaço (hectares): (400)
 - Preparo terreno (\$): (500.000)
 - Mão de obra (homens/dia): (10.000)
- Quais as restrições de demanda?
 - Sem restrições
- Existem outras restrições?
 - Não

Problema Alocação Recursos [Prado, 2016]



- Qual o objetivo do problema?
 - **Maximizar o lucro**
- Quais as variáveis de alocação de recursos?
 - Milho: (x_1)
 - Trigo: (x_2)
 - Soja: (x_3)
 - Açúcar: (x_4)
- Quais as restrições da alocação de recursos?
 - Espaço (hectares): (400)
 - Preparo terreno (\$): (500.000)
 - Mão de obra (homens/dia): (10.000)
- Quais as restrições de demanda?
 - Sem restrições
- Existem outras restrições?
 - Não

Problema Alocação Recursos [Prado, 2016]

- Qual o objetivo do problema?
 - **Maximizar o lucro**
- Quais as variáveis de alocação de recursos?
 - Milho: (x_1)
 - Trigo: (x_2)
 - Soja: (x_3)
 - Açúcar: (x_4)
- Quais as restrições da alocação de recursos?
 - Espaço (hectares): (400)
 - Preparo terreno (\$): (500.000)
 - Mão de obra (homens/dia): (10.000)
- Quais as restrições de demanda?
 - Sem restrições
- Existem outras restrições?
 - Não

Problema Alocação Recursos [Prado, 2016]

- Qual o objetivo do problema?
 - **Maximizar o lucro**
- Quais as variáveis de alocação de recursos?
 - Milho: (x_1)
 - Trigo: (x_2)
 - Soja: (x_3)
 - Açúcar: (x_4)
- Quais as restrições da alocação de recursos?
 - Espaço (hectares): (400)
 - Preparo terreno (\$): (500.000)
 - Mão de obra (homens/dia): (10.000)
- Quais as restrições de demanda?
 - Sem restrições
- Existem outras restrições?
 - Não

Problema Alocação Recursos [Prado, 2016]

- Qual o objetivo do problema?
 - **Maximizar o lucro**
- Quais as variáveis de alocação de recursos?
 - Milho: (x_1)
 - Trigo: (x_2)
 - Soja: (x_3)
 - Açúcar: (x_4)
- Quais as restrições da alocação de recursos?
 - Espaço (hectares): (400)
 - Preparo terreno (\$): (500.000)
 - Mão de obra (homens/dia): (10.000)
- Quais as restrições de demanda?
 - Sem restrições
- Existem outras restrições?
 - Não

Problema Alocação Recursos [Prado, 2016]

- Qual o objetivo do problema?
 - **Maximizar o lucro**
- Quais as variáveis de alocação de recursos?
 - Milho: (x_1)
 - Trigo: (x_2)
 - Soja: (x_3)
 - Açúcar: (x_4)
- Quais as restrições da alocação de recursos?
 - Espaço (hectares): (400)
 - Preparo terreno (\$): (500.000)
 - Mão de obra (homens/dia): (10.000)
- Quais as restrições de demanda?
 - Sem restrições
- Existem outras restrições?
 - Não

Problema Alocação Recursos [Prado, 2016]

- Qual o objetivo do problema?
 - **Maximizar o lucro**
- Quais as variáveis de alocação de recursos?
 - Milho: (x_1)
 - Trigo: (x_2)
 - Soja: (x_3)
 - Açúcar: (x_4)
- Quais as restrições da alocação de recursos?
 - Espaço (hectares): (400)
 - Preparo terreno (\$): (500.000)
 - Mão de obra (homens/dia): (10.000)
- Quais as restrições de demanda?
 - Sem restrições
- Existem outras restrições?
 - Não

Problema Alocação Recursos [Prado, 2016]

- Qual o objetivo do problema?
 - **Maximizar o lucro**
- Quais as variáveis de alocação de recursos?
 - Milho: (x_1)
 - Trigo: (x_2)
 - Soja: (x_3)
 - Açúcar: (x_4)
- Quais as restrições da alocação de recursos?
 - Espaço (hectares): (400)
 - Preparo terreno (\$): (500.000)
 - Mão de obra (homens/dia): (10.000)
- Quais as restrições de demanda?
 - **Sem restrições**
- Existem outras restrições?
 - Não

Problema Alocação Recursos [Prado, 2016]

- Qual o objetivo do problema?
 - Maximizar o lucro
- Quais as variáveis de alocação de recursos?
 - Milho: (x_1)
 - Trigo: (x_2)
 - Soja: (x_3)
 - Açúcar: (x_4)
- Quais as restrições da alocação de recursos?
 - Espaço (hectares): (400)
 - Preparo terreno (\$): (500.000)
 - Mão de obra (homens/dia): (10.000)
- Quais as restrições de demanda?
 - Sem restrições
- Existem outras restrições?
 - Não

Problema Alocação Recursos [Prado, 2016]

- Qual o objetivo do problema?
 - Maximizar o lucro
- Quais as variáveis de alocação de recursos?
 - Milho: (x_1)
 - Trigo: (x_2)
 - Soja: (x_3)
 - Açúcar: (x_4)
- Quais as restrições da alocação de recursos?
 - Espaço (hectares): (400)
 - Preparo terreno (\$): (500.000)
 - Mão de obra (homens/dia): (10.000)
- Quais as restrições de demanda?
 - Sem restrições
- Existem outras restrições?
 - Não

Problema Alocação Recursos [Prado, 2016]

Função Objetivo:

- Qual o objetivo do problema?
 - Maximizar o lucro
- Qual o lucro por produto (hectare)?
 - Milho: (600)
 - Trigo: (800)
 - Soja: (900)
 - Açúcar: (500)

$$\max z = 600x_1 + 800x_2 + 900x_3 + 500x_4$$

Problema Alocação Recursos [Prado, 2016]

Função Objetivo:

- Qual o objetivo do problema?
 - **Maximizar o lucro**
- Qual o lucro por produto (hectare)?
 - Milho: (600)
 - Trigo: (800)
 - Soja: (900)
 - Açúcar: (500)

$$\max z = 600x_1 + 800x_2 + 900x_3 + 500x_4$$

Problema Alocação Recursos [Prado, 2016]

Função Objetivo:

- Qual o objetivo do problema?
 - **Maximizar o lucro**
- Qual o lucro por produto (hectare)?
 - Milho: (600)
 - Trigo: (800)
 - Soja: (900)
 - Açúcar: (500)

$$\max z = 600x_1 + 800x_2 + 900x_3 + 500x_4$$

Problema Alocação Recursos [Prado, 2016]

Função Objetivo:

- Qual o objetivo do problema?
 - **Maximizar o lucro**
- Qual o lucro por produto (hectare)?
 - Milho: (600)
 - Trigo: (800)
 - Soja: (900)
 - Açúcar: (500)

$$\max z = 600x_1 + 800x_2 + 900x_3 + 500x_4$$

Problema Alocação Recursos [Prado, 2016]

Restrições:

● Restrição 1: Espaço (hectares)

- Milho: (1)
- Trigo: (1)
- Soja: (1)
- Açúcar: (1)

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 400$$

● Restrição 2: Preparo do terreno (\$)

- Milho: (1000)
- Trigo: (1200)
- Soja: (1200)
- Açúcar: (1500)

$$1000x_1 + 1200x_2 + 1200x_3 + 1500x_4 \leq 500000$$

Problema Alocação Recursos [Prado, 2016]

Restrições:

● Restrição 1: Espaço (hectares)

- Milho: (1)
- Trigo: (1)
- Soja: (1)
- Açúcar: (1)

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 400$$

● Restrição 2: Preparo do terreno (\$)

- Milho: (1000)
- Trigo: (1200)
- Soja: (1200)
- Açúcar: (1500)

$$1000x_1 + 1200x_2 + 1200x_3 + 1500x_4 \leq 500000$$

Problema Alocação Recursos [Prado, 2016]

Restrições:

● Restrição 1: Espaço (hectares)

- Milho: (1)
- Trigo: (1)
- Soja: (1)
- Açúcar: (1)

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 400$$

● Restrição 2: Preparo do terreno (\$)

- Milho: (1000)
- Trigo: (1200)
- Soja: (1200)
- Açúcar: (1500)

$$1000x_1 + 1200x_2 + 1200x_3 + 1500x_4 \leq 500000$$

Problema Alocação Recursos [Prado, 2016]

Restrições:

● Restrição 1: Espaço (hectares)

- Milho: (1)
- Trigo: (1)
- Soja: (1)
- Açúcar: (1)

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 400$$

● Restrição 2: Preparo do terreno (\$)

- Milho: (1000)
- Trigo: (1200)
- Soja: (1200)
- Açúcar: (1500)

$$1000x_1 + 1200x_2 + 1200x_3 + 1500x_4 \leq 500000$$

Problema Alocação Recursos [Prado, 2016]

Restrições:

● Restrição 1: Espaço (hectares)

- Milho: (1)
- Trigo: (1)
- Soja: (1)
- Açúcar: (1)

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 400$$

● Restrição 2: Preparo do terreno (\$)

- Milho: (1000)
- Trigo: (1200)
- Soja: (1200)
- Açúcar: (1500)

$$1000x_1 + 1200x_2 + 1200x_3 + 1500x_4 \leq 500000$$

Problema Alocação Recursos [Prado, 2016]

Restrições:

- Restrição 3: Mão de obra (homens/dia)
 - Milho: (20)
 - Trigo: (30)
 - Soja: (25)
 - Açúcar: (28)

$$20x_1 + 30x_2 + 25x_3 + 28x_4 \leq 10000$$

Problema Alocação Recursos [Prado, 2016]

Restrições:

- Restrição 3: Mão de obra (homens/dia)
 - Milho: (20)
 - Trigo: (30)
 - Soja: (25)
 - Açúcar: (28)

$$20x_1 + 30x_2 + 25x_3 + 28x_4 \leq 10000$$

Problema Alocação Recursos [Prado, 2016]

Restrições:

- Restrição 3: Mão de obra (homens/dia)
 - Milho: (20)
 - Trigo: (30)
 - Soja: (25)
 - Açúcar: (28)

$$20x_1 + 30x_2 + 25x_3 + 28x_4 \leq 10000$$

Problema Alocação Recursos [Prado, 2016]

● Sumarizando...

$$\max z = 600x_1 + 800x_2 + 900x_3 + 500x_4$$

$$\text{subj. a: } x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 400 \quad (\text{espaço})$$

$$1000x_1 + 1200x_2 + 1200x_3 + 1500x_4 \leq 500000 \quad (\text{preparo terreno})$$

$$20x_1 + 30x_2 + 25x_3 + 28x_4 \leq 10000 \quad (\text{mão de obra})$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \quad (\text{não negatividade})$$

PROBLEMA ALOCAÇÃO RECURSOS

[SILVA ET AL., 2010]⁶

⁶Apud. [Diego Mello da Silva, 2016]

Problema Alocação Recursos [Silva et al., 2010]

O departamento de marketing de uma empresa estuda a forma mais econômica de aumentar em 30% as vendas de cada um dos seus dois produtos, P_1 e P_2 . As alternativas são:

- ❶ Investir em um programa institucional com outras empresas do mesmo ramo. Este programa requer um investimento mínimo de \$3.000,00 e deve proporcionar um aumento de 3% nas vendas de cada produto, para cada \$1.000,00 investidos;
- ❷ Investir diretamente na divulgação dos produtos. Cada \$1.000,00 investidos em P_1 retornam um aumento de 4% nas vendas, enquanto que para P_2 o aumento é de 10%.

A empresa dispõe de \$10.000,00 para este empreendimento.

Formule o problema de programação linear que faça alocação de recursos para cada atividade.

O aumento deve ser de 30% em cada um dos produtos, P_1 e P_2 .

Problema Alocação Recursos [Silva et al., 2010]

O departamento de marketing de uma empresa estuda a forma mais econômica de aumentar em 30% as vendas de cada um dos seus dois produtos, P_1 e P_2 . As alternativas são:

- ① Investir em um programa institucional com outras empresas do mesmo ramo. Este programa requer um investimento mínimo de \$3.000,00 e deve proporcionar um aumento de 3% nas vendas de cada produto, para cada \$1.000,00 investidos;
- ② Investir diretamente na divulgação dos produtos. Cada \$1.000,00 investidos em P_1 retornam um aumento de 4% nas vendas, enquanto que para P_2 o aumento é de 10%.

A empresa dispõe de \$10.000,00 para este empreendimento.

Formule o problema de programação linear que faça alocação de recursos para cada atividade.

Problema Alocação Recursos [Silva et al., 2010]

- Qual o objetivo do problema?
 - Minimizar o custo para aumentar as vendas em 30%
- Quais as possibilidades de alocação de recursos?
 - Investimento institucional: (x_1)
 - Investimento produto P_1 : (x_2)
 - Investimento produto P_2 : (x_3)
- Quais as restrições da alocação de recursos?
 - Investimento institucional mínimo: (\$3000)
 - Aumento mínimo produto P_1 : (30%)
 - Aumento mínimo produto P_2 : (30%)
- Quais as restrições de verba?
 - Total disponível: (\$10000)
- Existem outras restrições?
 - Não

Problema Alocação Recursos [Silva et al., 2010]

- Qual o objetivo do problema?
 - **Minimizar o custo para aumentar as vendas em 30%**
- Quais as possibilidades de alocação de recursos?
 - Investimento institucional: (x_1)
 - Investimento produto P_1 : (x_2)
 - Investimento produto P_2 : (x_3)
- Quais as restrições da alocação de recursos?
 - Investimento institucional mínimo: (\$3000)
 - Aumento mínimo produto P_1 : (30%)
 - Aumento mínimo produto P_2 : (30%)
- Quais as restrições de verba?
 - Total disponível: (\$10000)
- Existem outras restrições?
 - Não

Problema Alocação Recursos [Silva et al., 2010]

- Qual o objetivo do problema?
 - **Minimizar o custo para aumentar as vendas em 30%**
- Quais as possibilidades de alocação de recursos?
 - Investimento institucional: (x_1)
 - Investimento produto P_1 : (x_2)
 - Investimento produto P_2 : (x_3)
- Quais as restrições da alocação de recursos?
 - Investimento institucional mínimo: (\$3000)
 - Aumento mínimo produto P_1 : (30%)
 - Aumento mínimo produto P_2 : (30%)
- Quais as restrições de verba?
 - Total disponível: (\$10000)
- Existem outras restrições?
 - Não

Problema Alocação Recursos [Silva et al., 2010]

- Qual o objetivo do problema?
 - **Minimizar o custo para aumentar as vendas em 30%**
- Quais as possibilidades de alocação de recursos?
 - Investimento institucional: (x_1)
 - Investimento produto P_1 : (x_2)
 - Investimento produto P_2 : (x_3)
- Quais as restrições da alocação de recursos?
 - Investimento institucional mínimo: (\$3000)
 - Aumento mínimo produto P_1 : (30%)
 - Aumento mínimo produto P_2 : (30%)
- Quais as restrições de verba?
 - Total disponível: (\$10000)
- Existem outras restrições?
 - Não

Problema Alocação Recursos [Silva et al., 2010]

- Qual o objetivo do problema?
 - **Minimizar o custo para aumentar as vendas em 30%**
- Quais as possibilidades de alocação de recursos?
 - Investimento institucional: (x_1)
 - Investimento produto P_1 : (x_2)
 - Investimento produto P_2 : (x_3)
- Quais as restrições da alocação de recursos?
 - Investimento institucional mínimo: (\$3000)
 - Aumento mínimo produto P_1 : (30%)
 - Aumento mínimo produto P_2 : (30%)
- Quais as restrições de verba?
 - Total disponível: (\$10000)
- Existem outras restrições?
 - Não

Problema Alocação Recursos [Silva et al., 2010]

- Qual o objetivo do problema?
 - **Minimizar o custo para aumentar as vendas em 30%**
- Quais as possibilidades de alocação de recursos?
 - Investimento institucional: (x_1)
 - Investimento produto P_1 : (x_2)
 - Investimento produto P_2 : (x_3)
- Quais as restrições da alocação de recursos?
 - Investimento institucional mínimo: (\$3000)
 - Aumento mínimo produto P_1 : (30%)
 - Aumento mínimo produto P_2 : (30%)
- Quais as restrições de verba?
 - Total disponível: (\$10000)
- Existem outras restrições?
 - Não

Problema Alocação Recursos [Silva et al., 2010]

- Qual o objetivo do problema?
 - **Minimizar o custo para aumentar as vendas em 30%**
- Quais as possibilidades de alocação de recursos?
 - Investimento institucional: (x_1)
 - Investimento produto P_1 : (x_2)
 - Investimento produto P_2 : (x_3)
- Quais as restrições da alocação de recursos?
 - Investimento institucional mínimo: (\$3000)
 - Aumento mínimo produto P_1 : (30%)
 - Aumento mínimo produto P_2 : (30%)
- Quais as restrições de verba?
 - Total disponível: (\$10000)
- Existem outras restrições?
 - Não

Problema Alocação Recursos [Silva et al., 2010]

- Qual o objetivo do problema?
 - **Minimizar o custo para aumentar as vendas em 30%**
- Quais as possibilidades de alocação de recursos?
 - Investimento institucional: (x_1)
 - Investimento produto P_1 : (x_2)
 - Investimento produto P_2 : (x_3)
- Quais as restrições da alocação de recursos?
 - Investimento institucional mínimo: (\$3000)
 - Aumento mínimo produto P_1 : (30%)
 - Aumento mínimo produto P_2 : (30%)
- Quais as restrições de verba?
 - Total disponível: (\$10000)
- Existem outras restrições?
 - Não

Problema Alocação Recursos [Silva et al., 2010]

- Qual o objetivo do problema?
 - **Minimizar o custo para aumentar as vendas em 30%**
- Quais as possibilidades de alocação de recursos?
 - Investimento institucional: (x_1)
 - Investimento produto P_1 : (x_2)
 - Investimento produto P_2 : (x_3)
- Quais as restrições da alocação de recursos?
 - Investimento institucional mínimo: (\$3000)
 - Aumento mínimo produto P_1 : (30%)
 - Aumento mínimo produto P_2 : (30%)
- Quais as restrições de verba?
 - Total disponível: (\$10000)
- Existem outras restrições?
 - Não

Problema Alocação Recursos [Silva et al., 2010]

- Qual o objetivo do problema?
 - **Minimizar o custo para aumentar as vendas em 30%**
- Quais as possibilidades de alocação de recursos?
 - Investimento institucional: (x_1)
 - Investimento produto P_1 : (x_2)
 - Investimento produto P_2 : (x_3)
- Quais as restrições da alocação de recursos?
 - Investimento institucional mínimo: (\$3000)
 - Aumento mínimo produto P_1 : (30%)
 - Aumento mínimo produto P_2 : (30%)
- Quais as restrições de verba?
 - Total disponível: (\$10000)
- Existem outras restrições?
 - Não

Problema Alocação Recursos [Silva et al., 2010]

Função Objetivo:

- Qual o objetivo do problema?
 - Minimizar o custo⁷
- Qual o custo de cada investimento?
 - Investimento institucional⁸: (\$1000)
 - Investimento produto P_1 : (\$1000)
 - Investimento produto P_2 : (\$1000)

$$\min z = 1000x_1 + 1000x_2 + 1000x_3$$

⁷Custo será minimizado em função do mínimo de \$1000 por investimento

⁸Investimento inicial será tratado em uma restrição

Problema Alocação Recursos [Silva et al., 2010]

Função Objetivo:

- Qual o objetivo do problema?
 - **Minimizar o custo**⁷
- Qual o custo de cada investimento?
 - Investimento institucional⁸: (\$1000)
 - Investimento produto P_1 : (\$1000)
 - Investimento produto P_2 : (\$1000)

$$\min z = 1000x_1 + 1000x_2 + 1000x_3$$

⁷Custo será minimizado em função do mínimo de \$1000 por investimento

⁸Investimento inicial será tratado em uma restrição

Problema Alocação Recursos [Silva et al., 2010]

Função Objetivo:

- Qual o objetivo do problema?
 - **Minimizar o custo**⁷
- Qual o custo de cada investimento?
 - Investimento institucional⁸: (\$1000)
 - Investimento produto P_1 : (\$1000)
 - Investimento produto P_2 : (\$1000)

$$\min z = 1000x_1 + 1000x_2 + 1000x_3$$

⁷Custo será minimizado em função do mínimo de \$1000 por investimento

⁸Investimento inicial será tratado em uma restrição

Problema Alocação Recursos [Silva et al., 2010]

Função Objetivo:

- Qual o objetivo do problema?
 - **Minimizar o custo**⁷
- Qual o custo de cada investimento?
 - Investimento institucional⁸: (\$1000)
 - Investimento produto P_1 : (\$1000)
 - Investimento produto P_2 : (\$1000)

$$\min z = 1000x_1 + 1000x_2 + 1000x_3$$

⁷Custo será minimizado em função do mínimo de \$1000 por investimento

⁸Investimento inicial será tratado em uma restrição

Problema Alocação Recursos [Silva et al., 2010]

Restrições:

- Restrição 1: Mínimo de investimento institucional

$$x_1 \geq 3$$

- Restrição 2: Aumento mínimo produto P_1 : (30%)

- Investimento institucional: (3%)
- Investimento produto P_1 : (4%)

$$3x_1 + 4x_2 \geq 30$$

Problema Alocação Recursos [Silva et al., 2010]

Restrições:

- Restrição 1: Mínimo de investimento institucional

$$x_1 \geq 3$$

- Restrição 2: Aumento mínimo produto P_1 : (30%)

- Investimento institucional: (3%)
- Investimento produto P_1 : (4%)

$$3x_1 + 4x_2 \geq 30$$

Problema Alocação Recursos [Silva et al., 2010]

Restrições:

- Restrição 1: Mínimo de investimento institucional

$$x_1 \geq 3$$

- Restrição 2: Aumento mínimo produto P_1 : (30%)

- Investimento institucional: (3%)
- Investimento produto P_1 : (4%)

$$3x_1 + 4x_2 \geq 30$$

Problema Alocação Recursos [Silva et al., 2010]

Restrições:

- Restrição 1: Mínimo de investimento institucional

$$x_1 \geq 3$$

- Restrição 2: Aumento mínimo produto P_1 : (30%)

- Investimento institucional: (3%)
- Investimento produto P_1 : (4%)

$$3x_1 + 4x_2 \geq 30$$

Problema Alocação Recursos [Silva et al., 2010]



Restrições:

- Restrição 3: Aumento mínimo produto P_2 : (30%)

- Investimento institucional: (3%)
- Investimento produto P_2 : (10%)

$$3x_1 + 10x_3 \geq 30$$

- Restrição 4: Total disponível para investimento: (10000)

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 10$$

Problema Alocação Recursos [Silva et al., 2010]

Restrições:

- Restrição 3: Aumento mínimo produto P_2 : (30%)
 - Investimento institucional: (3%)
 - Investimento produto P_2 : (10%)

$$3x_1 + 10x_3 \geq 30$$

- Restrição 4: Total disponível para investimento: (10000)

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 10$$

Problema Alocação Recursos [Silva et al., 2010]

Restrições:

- Restrição 3: Aumento mínimo produto P_2 : (30%)
 - Investimento institucional: (3%)
 - Investimento produto P_2 : (10%)

$$3x_1 + 10x_3 \geq 30$$

- Restrição 4: Total disponível para investimento: (10000)

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 10$$

Problema Alocação Recursos [Silva et al., 2010]



Restrições:

- Restrição 3: Aumento mínimo produto P_2 : (30%)
 - Investimento institucional: (3%)
 - Investimento produto P_2 : (10%)

$$3x_1 + 10x_3 \geq 30$$

- Restrição 4: Total disponível para investimento: (10000)

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 10$$

Problema Alocação Recursos [Silva et al., 2010]

● Sumarizando...

$$\min z = 1000x_1 + 1000x_2 + 1000x_3$$

$$\text{sujeito a:} \quad x_1 \geq 3 \quad (\text{invest. instituc. mín})$$

$$3x_1 + 4x_2 \geq 30 \quad (\text{aumento mínimo } P_1)$$

$$3x_1 + 10x_3 \geq 30 \quad (\text{aumento mínimo } P_2)$$

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 10 \quad (\text{disponibilidade \$})$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0 \quad (\text{não negatividade})$$

PROBLEMAS DE TRANSPORTE

PROBLEMA DE TRANSPORTE

[CORRAR AND THEÓPHILO, 2009]⁹

⁹Apud. [Diego Mello da Silva, 2016]

Problema Transporte [Corrar and Theóphilo, 2009]

A Transportes Ótimos é responsável pela distribuição de produtos de uma indústria de refrigerantes, que possui duas fábricas e três depósitos. A administração da distribuidora está empenhada em reduzir os custos de transporte dos produtos das fábricas para os depósitos. O gerente da empresa reuniu dados relativos ao próximo período e elaborou tabelas com propósito de determinar a distribuição ótima dos produtos. A Fábrica 1 produz o equivalente à 160 viagens de caixas de refrigerante/dia, enquanto que a Fábrica 2 produz 100 viagens de caixas/dia. A capacidade de armazenamento dos depósitos são, respectivamente, 100, 120 e 80 caminhões completos. Os custos de remessa por caminhão, com carga total, para cada trajeto estão descritos na tabela abaixo:

Fábrica	Depósito 1	Depósito 2	Depósito 3
Fab. 1	\$ 450	\$ 580	\$ 380
Fab. 2	\$ 630	\$ 720	\$ 410

Fonte: [Corrar and Theóphilo, 2009] apud. [Diego Mello da Silva, 2016]

Formule o problema de programação linear para definição da quantidade de caminhões que devem ser enviados de cada fábrica para cada depósito, de modo que o custo de transporte seja mínimo.

Problema Transporte [Corrar and Theóphilo, 2009]

- Qual o objetivo do problema?
 - Minimizar o custo de transporte
- Quais as variáveis de transporte?
 - Fábrica 1 → Depósito 1: (x_{11})
 - Fábrica 1 → Depósito 2: (x_{12})
 - Fábrica 1 → Depósito 3: (x_{13})
 - Fábrica 2 → Depósito 1: (x_{21})
 - Fábrica 2 → Depósito 2: (x_{22})
 - Fábrica 2 → Depósito 3: (x_{23})

Fábrica A → Depósito B: (x_{FabDep})

Problema Transporte [Corrar and Theóphilo, 2009]



- Qual o objetivo do problema?
 - **Minimizar o custo de transporte**
- Quais as variáveis de transporte?
 - Fábrica 1 → Depósito 1: (x_{11})
 - Fábrica 1 → Depósito 2: (x_{12})
 - Fábrica 1 → Depósito 3: (x_{13})
 - Fábrica 2 → Depósito 1: (x_{21})
 - Fábrica 2 → Depósito 2: (x_{22})
 - Fábrica 2 → Depósito 3: (x_{23})

Fábrica A → Depósito B: (x_{FabDep})

Problema Transporte [Corrar and Theóphilo, 2009]

- Qual o objetivo do problema?
 - **Minimizar o custo de transporte**
- Quais as variáveis de transporte?
 - Fábrica 1 → Depósito 1: (x_{11})
 - Fábrica 1 → Depósito 2: (x_{12})
 - Fábrica 1 → Depósito 3: (x_{13})
 - Fábrica 2 → Depósito 1: (x_{21})
 - Fábrica 2 → Depósito 2: (x_{22})
 - Fábrica 2 → Depósito 3: (x_{23})

Fábrica A → Depósito B: (x_{FabDep})

Problema Transporte [Corrar and Theóphilo, 2009]

- Qual o objetivo do problema?
 - **Minimizar o custo de transporte**

- Quais as variáveis de transporte?
 - Fábrica 1 → Depósito 1: (x_{11})
 - Fábrica 1 → Depósito 2: (x_{12})
 - Fábrica 1 → Depósito 3: (x_{13})
 - Fábrica 2 → Depósito 1: (x_{21})
 - Fábrica 2 → Depósito 2: (x_{22})
 - Fábrica 2 → Depósito 3: (x_{23})

Fábrica A → Depósito B: (x_{FabDep})

Problema Transporte [Corrar and Theóphilo, 2009]

- Qual o objetivo do problema?
 - **Minimizar o custo de transporte**
- Quais as variáveis de transporte?
 - Fábrica 1 → Depósito 1: (x_{11})
 - Fábrica 1 → Depósito 2: (x_{12})
 - Fábrica 1 → Depósito 3: (x_{13})
 - Fábrica 2 → Depósito 1: (x_{21})
 - Fábrica 2 → Depósito 2: (x_{22})
 - Fábrica 2 → Depósito 3: (x_{23})

Fábrica A → Depósito B: (x_{FabDep})

Problema Transporte [Corrar and Theóphilo, 2009]

- Quais as restrições de produção?
 - Produção Fábrica 1: (160 caminhões de refrigerante)
 - Produção Fábrica 2: (100 caminhões de refrigerante)
- Quais as restrições de armazenamento?
 - Produção Depósito 1: (100 caminhões)
 - Produção Depósito 2: (120 caminhões)
 - Produção Depósito 3: (80 caminhões)
- Existem outras restrições?
 - Não

Problema Transporte [Corrar and Theóphilo, 2009]

- Quais as restrições de produção?
 - Produção Fábrica 1: (160 caminhões de refrigerante)
 - Produção Fábrica 2: (100 caminhões de refrigerante)
- Quais as restrições de armazenamento?
 - Produção Depósito 1: (100 caminhões)
 - Produção Depósito 2: (120 caminhões)
 - Produção Depósito 3: (80 caminhões)
- Existem outras restrições?
 - Não

Problema Transporte [Corrar and Theóphilo, 2009]

- Quais as restrições de produção?
 - Produção Fábrica 1: (160 caminhões de refrigerante)
 - Produção Fábrica 2: (100 caminhões de refrigerante)
- Quais as restrições de armazenamento?
 - Produção Depósito 1: (100 caminhões)
 - Produção Depósito 2: (120 caminhões)
 - Produção Depósito 3: (80 caminhões)
- Existem outras restrições?
 - Não

Problema Transporte [Corrar and Theóphilo, 2009]

- Quais as restrições de produção?
 - Produção Fábrica 1: (160 caminhões de refrigerante)
 - Produção Fábrica 2: (100 caminhões de refrigerante)
- Quais as restrições de armazenamento?
 - Produção Depósito 1: (100 caminhões)
 - Produção Depósito 2: (120 caminhões)
 - Produção Depósito 3: (80 caminhões)
- Existem outras restrições?
 - Não

Problema Transporte [Corrar and Theóphilo, 2009]

- Quais as restrições de produção?
 - Produção Fábrica 1: (160 caminhões de refrigerante)
 - Produção Fábrica 2: (100 caminhões de refrigerante)
- Quais as restrições de armazenamento?
 - Produção Depósito 1: (100 caminhões)
 - Produção Depósito 2: (120 caminhões)
 - Produção Depósito 3: (80 caminhões)
- Existem outras restrições?
 - Não

Problema Transporte [Corrar and Theóphilo, 2009]

- Quais as restrições de produção?
 - Produção Fábrica 1: (160 caminhões de refrigerante)
 - Produção Fábrica 2: (100 caminhões de refrigerante)
- Quais as restrições de armazenamento?
 - Produção Depósito 1: (100 caminhões)
 - Produção Depósito 2: (120 caminhões)
 - Produção Depósito 3: (80 caminhões)
- Existem outras restrições?
 - Não

Problema Transporte [Corrar and Theóphilo, 2009]

- Quais as restrições de produção?
 - Produção Fábrica 1: (160 caminhões de refrigerante)
 - Produção Fábrica 2: (100 caminhões de refrigerante)
- Quais as restrições de armazenamento?
 - Produção Depósito 1: (100 caminhões)
 - Produção Depósito 2: (120 caminhões)
 - Produção Depósito 3: (80 caminhões)
- Existem outras restrições?
 - Não

Problema Transporte [Corrar and Theóphilo, 2009]

Função Objetivo:

- Qual o objetivo do problema?
 - Minimizar o custo de transporte
- Qual o custo por transporte de mercadorias?
 - Fábrica 1 → Depósito 1: (\$450)
 - Fábrica 1 → Depósito 2: (\$580)
 - Fábrica 1 → Depósito 3: (\$380)
 - Fábrica 2 → Depósito 1: (\$630)
 - Fábrica 2 → Depósito 2: (\$720)
 - Fábrica 2 → Depósito 3: (\$410)

$$\min z = 450x_{11} + 580x_{12} + 380x_{13} + 630x_{21} + 720x_{22} + 410x_{23}$$

Problema Transporte [Corrar and Theóphilo, 2009]

Função Objetivo:

- Qual o objetivo do problema?
 - **Minimizar o custo de transporte**
- Qual o custo por transporte de mercadorias?
 - Fábrica 1 → Depósito 1: (\$450)
 - Fábrica 1 → Depósito 2: (\$580)
 - Fábrica 1 → Depósito 3: (\$380)
 - Fábrica 2 → Depósito 1: (\$630)
 - Fábrica 2 → Depósito 2: (\$720)
 - Fábrica 2 → Depósito 3: (\$410)

$$\min z = 450x_{11} + 580x_{12} + 380x_{13} + 630x_{21} + 720x_{22} + 410x_{23}$$

Problema Transporte [Corrar and Theóphilo, 2009]



Função Objetivo:

- Qual o objetivo do problema?
 - **Minimizar o custo de transporte**
- Qual o custo por transporte de mercadorias?
 - Fábrica 1 → Depósito 1: (\$450)
 - Fábrica 1 → Depósito 2: (\$580)
 - Fábrica 1 → Depósito 3: (\$380)
 - Fábrica 2 → Depósito 1: (\$630)
 - Fábrica 2 → Depósito 2: (\$720)
 - Fábrica 2 → Depósito 3: (\$410)

$$\min z = 450x_{11} + 580x_{12} + 380x_{13} + 630x_{21} + 720x_{22} + 410x_{23}$$

Problema Transporte [Corrar and Theóphilo, 2009]

Função Objetivo:

- Qual o objetivo do problema?
 - **Minimizar o custo de transporte**
- Qual o custo por transporte de mercadorias?
 - Fábrica 1 → Depósito 1: (\$450)
 - Fábrica 1 → Depósito 2: (\$580)
 - Fábrica 1 → Depósito 3: (\$380)
 - Fábrica 2 → Depósito 1: (\$630)
 - Fábrica 2 → Depósito 2: (\$720)
 - Fábrica 2 → Depósito 3: (\$410)

$$\min z = 450x_{11} + 580x_{12} + 380x_{13} + 630x_{21} + 720x_{22} + 410x_{23}$$

Problema Transporte [Corrar and Theóphilo, 2009]

Restrições:

● Restrição 1: Produção Fábrica 1 (160 caminhões)

- Fábrica 1 → Depósito 1: (x_{11})
- Fábrica 1 → Depósito 2: (x_{12})
- Fábrica 1 → Depósito 3: (x_{13})

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} = 160$$

● Restrição 2: Produção Fábrica 2 (100 caminhões)

- Fábrica 2 → Depósito 1: (x_{21})
- Fábrica 2 → Depósito 2: (x_{22})
- Fábrica 2 → Depósito 3: (x_{23})

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} = 100$$

Problema Transporte [Corrar and Theóphilo, 2009]

Restrições:

● Restrição 1: Produção Fábrica 1 (160 caminhões)

- Fábrica 1 → Depósito 1: (x_{11})
- Fábrica 1 → Depósito 2: (x_{12})
- Fábrica 1 → Depósito 3: (x_{13})

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} = 160$$

● Restrição 2: Produção Fábrica 2 (100 caminhões)

- Fábrica 2 → Depósito 1: (x_{21})
- Fábrica 2 → Depósito 2: (x_{22})
- Fábrica 2 → Depósito 3: (x_{23})

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} = 100$$

Problema Transporte [Corrar and Theóphilo, 2009]

Restrições:

● Restrição 1: Produção Fábrica 1 (160 caminhões)

- Fábrica 1 → Depósito 1: (x_{11})
- Fábrica 1 → Depósito 2: (x_{12})
- Fábrica 1 → Depósito 3: (x_{13})

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} = 160$$

● Restrição 2: Produção Fábrica 2 (100 caminhões)

- Fábrica 2 → Depósito 1: (x_{21})
- Fábrica 2 → Depósito 2: (x_{22})
- Fábrica 2 → Depósito 3: (x_{23})

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} = 100$$

Problema Transporte [Corrar and Theóphilo, 2009]

Restrições:

● Restrição 1: Produção Fábrica 1 (160 caminhões)

- Fábrica 1 → Depósito 1: (x_{11})
- Fábrica 1 → Depósito 2: (x_{12})
- Fábrica 1 → Depósito 3: (x_{13})

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} = 160$$

● Restrição 2: Produção Fábrica 2 (100 caminhões)

- Fábrica 2 → Depósito 1: (x_{21})
- Fábrica 2 → Depósito 2: (x_{22})
- Fábrica 2 → Depósito 3: (x_{23})

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} = 100$$

Problema Transporte [Corrar and Theóphilo, 2009]

Restrições:

● Restrição 1: Produção Fábrica 1 (160 caminhões)

- Fábrica 1 → Depósito 1: (x_{11})
- Fábrica 1 → Depósito 2: (x_{12})
- Fábrica 1 → Depósito 3: (x_{13})

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} = 160$$

● Restrição 2: Produção Fábrica 2 (100 caminhões)

- Fábrica 2 → Depósito 1: (x_{21})
- Fábrica 2 → Depósito 2: (x_{22})
- Fábrica 2 → Depósito 3: (x_{23})

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} = 100$$

Problema Transporte [Corrar and Theóphilo, 2009]



Restrições:

● Restrição 3: Capacidade armazenamento Depósito 1 (100)

- Fábrica 1 → Depósito 1: (x_{11})
- Fábrica 2 → Depósito 1: (x_{21})

$$x_{11} + x_{21} \leq 100$$

● Restrição 4: Capacidade armazenamento Depósito 2 (120)

- Fábrica 1 → Depósito 2: (x_{12})
- Fábrica 2 → Depósito 2: (x_{22})

$$x_{12} + x_{22} \leq 120$$

● Restrição 5: Capacidade armazenamento Depósito 3 (80)

- Fábrica 1 → Depósito 3: (x_{13})
- Fábrica 2 → Depósito 3: (x_{23})

$$x_{13} + x_{23} \leq 80$$

Problema Transporte [Corrar and Theóphilo, 2009]

Restrições:

- Restrição 3: Capacidade armazenamento Depósito 1 (100)

- Fábrica 1 → Depósito 1: (x_{11})
- Fábrica 2 → Depósito 1: (x_{21})

$$x_{11} + x_{21} \leq 100$$

- Restrição 4: Capacidade armazenamento Depósito 2 (120)

- Fábrica 1 → Depósito 2: (x_{12})
- Fábrica 2 → Depósito 2: (x_{22})

$$x_{12} + x_{22} \leq 120$$

- Restrição 5: Capacidade armazenamento Depósito 3 (80)

- Fábrica 1 → Depósito 3: (x_{13})
- Fábrica 2 → Depósito 3: (x_{23})

$$x_{13} + x_{23} \leq 80$$

Problema Transporte [Corrar and Theóphilo, 2009]

Restrições:

- Restrição 3: Capacidade armazenamento Depósito 1 (100)

- Fábrica 1 → Depósito 1: (x_{11})
- Fábrica 2 → Depósito 1: (x_{21})

$$x_{11} + x_{21} \leq 100$$

- Restrição 4: Capacidade armazenamento Depósito 2 (120)

- Fábrica 1 → Depósito 2: (x_{12})
- Fábrica 2 → Depósito 2: (x_{22})

$$x_{12} + x_{22} \leq 120$$

- Restrição 5: Capacidade armazenamento Depósito 3 (80)

- Fábrica 1 → Depósito 3: (x_{13})
- Fábrica 2 → Depósito 3: (x_{23})

$$x_{13} + x_{23} \leq 80$$

Problema Transporte [Corrar and Theóphilo, 2009]

Restrições:

- Restrição 3: Capacidade armazenamento Depósito 1 (100)

- Fábrica 1 → Depósito 1: (x_{11})
- Fábrica 2 → Depósito 1: (x_{21})

$$x_{11} + x_{21} \leq 100$$

- Restrição 4: Capacidade armazenamento Depósito 2 (120)

- Fábrica 1 → Depósito 2: (x_{12})
- Fábrica 2 → Depósito 2: (x_{22})

$$x_{12} + x_{22} \leq 120$$

- Restrição 5: Capacidade armazenamento Depósito 3 (80)

- Fábrica 1 → Depósito 3: (x_{13})
- Fábrica 2 → Depósito 3: (x_{23})

$$x_{13} + x_{23} \leq 80$$

Problema Transporte [Corrar and Theóphilo, 2009]

Restrições:

- Restrição 3: Capacidade armazenamento Depósito 1 (100)

- Fábrica 1 → Depósito 1: (x_{11})
- Fábrica 2 → Depósito 1: (x_{21})

$$x_{11} + x_{21} \leq 100$$

- Restrição 4: Capacidade armazenamento Depósito 2 (120)

- Fábrica 1 → Depósito 2: (x_{12})
- Fábrica 2 → Depósito 2: (x_{22})

$$x_{12} + x_{22} \leq 120$$

- Restrição 5: Capacidade armazenamento Depósito 3 (80)

- Fábrica 1 → Depósito 3: (x_{13})
- Fábrica 2 → Depósito 3: (x_{23})

$$x_{13} + x_{23} \leq 80$$

Problema Transporte [Corrar and Theóphilo, 2009]

Restrições:

- Restrição 3: Capacidade armazenamento Depósito 1 (100)

- Fábrica 1 → Depósito 1: (x_{11})
- Fábrica 2 → Depósito 1: (x_{21})

$$x_{11} + x_{21} \leq 100$$

- Restrição 4: Capacidade armazenamento Depósito 2 (120)

- Fábrica 1 → Depósito 2: (x_{12})
- Fábrica 2 → Depósito 2: (x_{22})

$$x_{12} + x_{22} \leq 120$$

- Restrição 5: Capacidade armazenamento Depósito 3 (80)

- Fábrica 1 → Depósito 3: (x_{13})
- Fábrica 2 → Depósito 3: (x_{23})

$$x_{13} + x_{23} \leq 80$$

Problema Transporte [Corrar and Theóphilo, 2009]

Restrições:

- Restrição 3: Capacidade armazenamento Depósito 1 (100)

- Fábrica 1 → Depósito 1: (x_{11})
- Fábrica 2 → Depósito 1: (x_{21})

$$x_{11} + x_{21} \leq 100$$

- Restrição 4: Capacidade armazenamento Depósito 2 (120)

- Fábrica 1 → Depósito 2: (x_{12})
- Fábrica 2 → Depósito 2: (x_{22})

$$x_{12} + x_{22} \leq 120$$

- Restrição 5: Capacidade armazenamento Depósito 3 (80)

- Fábrica 1 → Depósito 3: (x_{13})
- Fábrica 2 → Depósito 3: (x_{23})

$$x_{13} + x_{23} \leq 80$$

Problema Transporte [Corrar and Theóphilo, 2009]

● Sumarizando...

$$\min z = 450x_{11} + 580x_{12} + 380x_{13} + 630x_{21} + 720x_{22} + 410x_{23}$$

$$\text{su. a: } x_{11} + x_{12} + x_{13} = 160 \quad (\text{capacidade produção Fábrica 1})$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} = 100 \quad (\text{capacidade produção Fábrica 2})$$

$$x_{11} + x_{21} \leq 100 \quad (\text{capacidade armaz. Depósito 1})$$

$$x_{12} + x_{22} \leq 120 \quad (\text{capacidade armaz. Depósito 2})$$

$$x_{13} + x_{23} \leq 80 \quad (\text{capacidade armaz. Depósito 3})$$

$$x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{21}, x_{22}, x_{23} \geq 0 \quad (\text{não negatividade})$$

Referências I



Belfiore, P. and Fávero, L. P. (2013).
Pesquisa operacional para cursos de engenharia.
Elsevier, 1 edition.



Corrar, J. L. and Theóphilo, C. R. (2009).
Pesquisa Operacional para Decisão em Contabilidade e Administração.
Editora Atlas, 2 edition.



Diego Mello da Silva (2016).
Pesquisa Operacional - Slides de Aula.
IFMG - Instituto Federal de Minas Gerais, Campus Formiga.



Goldbarg, M. C. and Luna, H. P. L. (2005).
Otimização combinatória e programação linear: modelos e algoritmos.
Elsevier, 2 edition.



Moreira, D. A. (2013).
Pesquisa operacional: curso introdutório. 2a edição revista e atualizada.
Cengage Learning, 2 edition.



Prado, D. (2016).
Programação Linear (Pesquisa Operacional Livro 1).
Falconi Editora, 7 edition.



Silva, E. M. d., Silva, E. M. d., and Gonçalves, V. (2010).
Pesquisa Operacional para os Cursos de Administração e Engenharia.
Editora Atlas, 4 edition.