# Introducción a los Algoritmos Validez, Satisfactibilidad, Tipos y Funciones

Pedro Sánchez Terraf

CIEM-FaMAF — Universidad Nacional de Córdoba

FaMAF UNC 17 de marzo de 2014



### Contenido

- Demostraciones: Cómo Justificar
- Validez y Satisfactibilidad
- Tipos Básicos y Derivados
  - Listas
- 4 Funciones
  - Cómo definirlas
  - Funciones que comen tuplas
  - Funciones que comen listas
- 5 Haskell: ghci
  - Resolver Problemas con Funciones
- 6 Resumen de Tareas



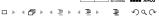


$$\equiv \{ \dots \}$$

$$5*(x+3) = 20$$

$$5*(3+x) = 20$$





$$5*(x+3) = 20$$

$$\equiv \{ \text{ Conmutativa + } \}$$

$$5*(3+x) = 20$$

- 1 El "equivalente" (≡) es el "si y sólo si" (⇔)
- Debo justificar usando propiedades válidas o definiciones.



$$5*(x+3) = 20$$

$$\equiv \{ \text{ Conmutativa + } \}$$

$$5*(3+x) = 20$$

Expandimos la justificación:

#### Conmutativa de +:

$$a+b=b+a$$

Sustituyo a por \_\_ Sustituyo b por \_\_ para obtener

$$x + 3 = 3 + x$$
.

- 1 El "equivalente" ( $\equiv$ ) es el "si y sólo si" ( $\Leftrightarrow$ ).
- Debo justificar usando propiedades válidas o definiciones.



$$5*(x+3) = 20$$

$$\equiv \{ \text{ Conmutativa + } \}$$

$$5*(3+x) = 20$$

Expandimos la justificación:

#### Conmutativa de +:

$$a+b=b+a$$

Sustituyo a por \_\_ Sustituyo b por \_\_ para obtener

$$x + 3 = 3 + x$$
.

- 1 El "equivalente" ( $\equiv$ ) es el "si y sólo si" ( $\Leftrightarrow$ ).
- Debo justificar usando propiedades válidas o definiciones.



$$5*(x+3) = 20$$

$$\equiv \{ \text{ Conmutativa + } \}$$

$$5*(3+x) = 20$$

Expandimos la justificación:

#### Conmutativa de +:

$$a+b=b+a$$

Sustituyo a por  $\underline{x}$ Sustituyo b por  $\underline{3}$ para obtener

$$x + 3 = 3 + x$$
.

- 1 El "equivalente" ( $\equiv$ ) es el "si y sólo si" ( $\Leftrightarrow$ ).
- Debo justificar usando propiedades válidas o definiciones.





$$5*(x+3) = 20$$

$$\equiv \{ \text{ Conmutativa + } \}$$

$$5*(3+x) = 20$$

Expandimos la justificación:

#### Conmutativa de +:

$$a+b=b+a$$

Sustituyo a por  $\underline{x}$ Sustituyo b por  $\underline{3}$ para obtener

$$x + 3 = 3 + x$$
.

- $\blacksquare$  El "equivalente" ( $\equiv$ ) es el "si y sólo si" ( $\Leftrightarrow$ ).
- Debo justificar usando propiedades válidas o definiciones.



$$5*(x+3) = 20$$

$$\equiv \{ \text{ Conmutativa + } \}$$

$$5*(3+x) = 20$$

Expandimos la justificación:

Conmutativa de +:

$$a+b=b+a$$

Sustituyo a por  $\underline{x}$ Sustituyo b por  $\underline{3}$ para obtener

$$x + 3 = 3 + x$$
.

- $\blacksquare$  El "equivalente" ( $\equiv$ ) es el "si y sólo si" ( $\Leftrightarrow$ ).
- Debo justificar usando propiedades válidas o definiciones.



- 1 válida si es True para todos los valores de sus variables
- 2 satisfactible si hay al menos un valor de las variables que las hace *True*
- 3 no válida si es False para algún valor de sus variables;
- 4 no satisfactible si es *False* para todos los valores de sus variables

- **11 válida** si es *True* para todos los valores de sus variables
- 2 satisfactible si hay al menos un valor de las variables que las hace True
- **3 no válida** si es *False* para algún valor de sus variables:
- **no satisfactible** si es *False* para todos los valores de sus variables

- **válida** si es *True* para todos los valores de sus variables (puedo demostrar que es equivalente a *True*);
- 2 satisfactible si hay al menos un valor de las variables que las hace True
- no válida si es False para algún valor de sus variables;
- 4 no satisfactible si es False para todos los valores de sus variables

- **válida** si es *True* para todos los valores de sus variables (puedo demostrar que es equivalente a *True*);
- 2 satisfactible si hay al menos un valor de las variables que las hace True
- no válida si es False para algún valor de sus variables;
- 4 no satisfactible si es *False* para todos los valores de sus variables

- **válida** si es *True* para todos los valores de sus variables (puedo demostrar que es equivalente a *True*);
- **2 satisfactible** si hay al menos un valor de las variables que las hace *True* (hay un ejemplo);
- no válida si es False para algún valor de sus variables;
- 4 no satisfactible si es *False* para todos los valores de sus variables

- **válida** si es *True* para todos los valores de sus variables (puedo demostrar que es equivalente a *True*);
- **2 satisfactible** si hay al menos un valor de las variables que las hace *True* (hay un ejemplo);
- **no válida** si es *False* para algún valor de sus variables;
- 4 no satisfactible si es *False* para todos los valores de sus variables

- **válida** si es *True* para todos los valores de sus variables (puedo demostrar que es equivalente a *True*);
- satisfactible si hay al menos un valor de las variables que las hace True (hay un ejemplo);
- **3 no válida** si es *False* para algún valor de sus variables; (hay un contraejemplo);
- 4 no satisfactible si es *False* para todos los valores de sus variables

- **válida** si es *True* para todos los valores de sus variables (puedo demostrar que es equivalente a *True*);
- **2 satisfactible** si hay al menos un valor de las variables que las hace *True* (hay un ejemplo);
- **3 no válida** si es *False* para algún valor de sus variables; (hay un contraejemplo);
- **no satisfactible** si es *False* para todos los valores de sus variables

- **válida** si es *True* para todos los valores de sus variables (puedo demostrar que es equivalente a *True*);
- **2 satisfactible** si hay al menos un valor de las variables que las hace *True* (hay un ejemplo);
- **3 no válida** si es *False* para algún valor de sus variables; (hay un contraejemplo);
- **1 no satisfactible** si es *False* para todos los valores de sus variables (puedo demostrar que es equivalente a *False*);

# Tipos Básicos y Derivados

## Trabajamos en la Compu

- Abrir Terminal.
- 2 Abrir el intérprete de Haskell ghci.



## Tipos Básicos

Introdujimos los siguientes tipos básicos y otros (derivados) que podemos fabricar con ellos. Una expresión tiene tipo

- **Num**: si su valor es un número (real). Ejemplos:
  - $\blacksquare 10*5+7$ .
  - $\mathbf{x}^2$ .
  - $\blacksquare$  length [x, y, z].
- - $\blacksquare 10*5+7=x^2.$
  - 3\*7 < 1.
  - $p \equiv q$
- - 'a'.
  - 11'.

  - ' ' (espacio).





## Tipos Básicos

Introdujimos los siguientes tipos básicos y otros (derivados) que podemos fabricar con ellos. Una expresión tiene tipo

- **Num**: si su valor es un número (real). Ejemplos:
  - $\blacksquare 10*5+7$ .
  - $\mathbf{x}^2$ .
  - $\blacksquare$  length [x, y, z].
- **Bool**: si su valor es "verdadero" (*True*) o "falso" (*False*). Ejemplos:
  - $\blacksquare 10*5+7=x^2.$
  - $\blacksquare$  3 \* 7 < 1.
  - $p \equiv q$
- - 'a'.
  - 11'.
  - ' ' (espacio).



## Tipos Básicos

Introdujimos los siguientes tipos básicos y otros (derivados) que podemos fabricar con ellos. Una expresión tiene tipo

- **Num**: si su valor es un número (real). Ejemplos:
  - $\blacksquare 10*5+7.$
  - $\blacksquare x^2$
  - $\blacksquare$  length [x, y, z].
- **Bool**: si su valor es "verdadero" (*True*) o "falso" (*False*). Ejemplos:
  - $\blacksquare 10*5+7=x^2,$
  - 3\*7 < 1.
  - $p \equiv q$
- 3 Char: si su valor es una caracter (letras, etc.). Ejemplos:
  - 'a',
  - **1**′1′,
  - ' ' (espacio).



## Tipos en Haskell

#### Podemos averiguar tipos con ghci usando:t.

### La compu no entiende Num

No se pueden representar todos los números reales en la compu, pero podemos usar enteros (tipo Int) números con una cantidad fija de decimales (tipo Float) y hay más.

Todos los demás tipos sí están definidos en Haskell.



## Tipos en Haskell

Podemos averiguar tipos con ghci usando:t.

### La compu no entiende Num

No se pueden representar todos los números reales en la compu, pero podemos usar enteros (tipo Int) números con una cantidad fija de decimales (tipo Float) y hay más.

Todos los demás tipos sí están definidos en Haskell.

## Tipos en Haskell

Podemos averiguar tipos con ghci usando:t.

### La compu no entiende Num

No se pueden representar todos los números reales en la compu, pero podemos usar enteros (tipo Int) números con una cantidad fija de decimales (tipo Float) y hay más.

Todos los demás tipos sí están definidos en Haskell.



Con los tipos básicos podemos hacer listas y tuplas. Las "tuplas" (pares, ternas, etc.) se escriben entre paréntesis y tienen tamaño fijo.

Con los tipos básicos podemos hacer listas y tuplas. Las "tuplas" (pares, ternas, etc.) se escriben entre paréntesis y tienen tamaño fijo.

- Listas.
  - Ejemplos:
    - 1 [x, y+z] (de tipo [Num]),
    - [True, p] (de tipo [Bool]),
    - [ "hola", "chau"] (de tipo [String])
- 2 Tuplas.
  - Ejemplos:
    - (3,-10,x\*2) (de tipo (Num,Num,Num)),
    - (x\*5, True) (de tipo (Num, Bool)).
    - 3 ("Juan", 1.75) (de tipo (String, Num)),

Comparar los tipos que obtenemos para ambos ejemplos (3) en Haskell.

Se pueden combinar, por ejemplo listas de listas [[1,2],[5],[8,9,10]] (de tipo [[Num]]), listas de pares [("Juan",1.75),("Jose",1.83)], pares de listas ([1,2],['b','1']) etcétera.

8 / 16

Con los tipos básicos podemos hacer listas y tuplas. Las "tuplas" (pares, ternas, etc.) se escriben entre paréntesis y tienen tamaño fijo.

#### Listas.

Ejemplos:

- [x, y+z] (de tipo [Num]),
- [True, p] (de tipo [Bool]),
- [ "hola", "chau"] (de tipo [String])

## 2 Tuplas.

Ejemplos:

- (3,-10,x\*2) (de tipo (Num,Num,Num)),
- (x\*5, True) (de tipo (Num, Bool)).
- **3** ("Juan", 1.75) (de tipo (*String*, *Num*)),

Comparar los tipos que obtenemos para ambos ejemplos (3) en Haskell

Se pueden combinar, por ejemplo listas de listas [[1,2],[5],[8,9,10]] (de tipo [[Num]]), listas de pares [("Juan",1.75),("Jose",1.83)], pares de listas ([1,2],['b','1']) etcétera.

Con los tipos básicos podemos hacer listas y tuplas. Las "tuplas" (pares, ternas, etc.) se escriben entre paréntesis y tienen tamaño fijo.

#### Listas.

Ejemplos:

- 1 [x, y+z] (de tipo [Num]),
- [True, p] (de tipo [Bool]),
- [ "hola", "chau"] (de tipo [String])

## 2 Tuplas.

Ejemplos:

- (3,-10,x\*2) (de tipo (Num,Num,Num)),
- (x\*5, True) (de tipo (Num, Bool)).
- **3** ("Juan", 1.75) (de tipo (*String*, *Num*)),

Comparar los tipos que obtenemos para ambos ejemplos (3) en Haskell

Se pueden combinar, por ejemplo listas de listas [[1,2],[5],[8,9,10]] (de tipo [[Num]]), listas de pares [("Juan",1.75),("Jose",1.83)], pares de listas ([1,2],['b','1']) etcétera.

Con los tipos básicos podemos hacer listas y tuplas. Las "tuplas" (pares, ternas, etc.) se escriben entre paréntesis y tienen tamaño fijo.

#### Listas.

Ejemplos:

- 1 [x, y+z] (de tipo [Num]),
- [True, p] (de tipo [Bool]),
- [ "hola", "chau"] (de tipo [String])

### 2 Tuplas.

Ejemplos:

- (3,-10,x\*2) (de tipo (Num,Num,Num)),
- (x\*5, True) (de tipo (Num, Bool)).
- **3** ("Juan", 1.75) (de tipo (*String*, *Num*)),

Comparar los tipos que obtenemos para ambos ejemplos (3) en Haskell.

Se pueden combinar, por ejemplo listas de listas [[1,2],[5],[8,9,10]] (de tipo [[Num]]), listas de pares [("Juan",1.75),("Jose",1.83)], pares de listas ([1,2],['b','1']) etcétera.

### Más sobre Listas

Las listas se construyen a partir de [] (lista vacía) y de ⊳ (agregar elementos)

#### En el Formalismo Básico

$$[2,3]=2\triangleright\underline{[3]}=2\triangleright(3\triangleright[])$$

#### En Haskell

$$[2,3] = 2 : [3] = 2 : (3 : [])$$

Para **definir** una función en el *Formalismo Básico* usamos el signo ≐.

#### Definición de S

$$S.x \doteq x + 1$$

```
 \begin{array}{c} \underline{S.(1+1)} = S.1 + S.1 \\ \hline \equiv \{ \begin{array}{c} \overline{\mathrm{Definicion}} \ \mathrm{de} \ S \ \} \\ 1 + 1 + 1 = \underline{S.1} + \underline{S.1} \\ \hline \equiv \{ \begin{array}{c} \overline{\mathrm{Definicion}} \ \mathrm{de} \ S \ \mathrm{x2} \ \} \\ 1 + 1 + 1 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 \\ \hline \equiv \{ \begin{array}{c} \overline{\mathrm{Aritmética}} \ \} \\ 3 = 4 \\ \hline \equiv \{ \begin{array}{c} \overline{\mathrm{Aritmética}} \ \} \\ \hline \end{array} \end{array} \right. \end{array}
```

Para **definir** una función en el *Formalismo Básico* usamos el signo ≐.

#### Definición de S

$$S.x \doteq x + 1$$

$$\underbrace{\frac{S.(1+1)}{\text{Definición de }S}}_{1+1+1} = \underbrace{S.1+S.1}_{1+1+1}$$

$$\equiv \left\{ \begin{array}{l} \text{Definición de }S \text{ x2} \right\} \\ 1+1+1=1+1+1+1+1 \\ \equiv \left\{ \begin{array}{l} \text{Aritmética} \end{array} \right\}$$

$$\equiv \left\{ \begin{array}{l} \text{Aritmética} \end{array} \right\}$$

Para **definir** una función en el *Formalismo Básico* usamos el signo  $\doteq$ .

#### Definición de S

$$S.x \doteq x + 1$$



Para **definir** una función en el *Formalismo Básico* usamos el signo  $\doteq$ .

#### Definición de S

$$S.x \doteq x + 1$$

Para **definir** una función en el *Formalismo Básico* usamos el signo  $\doteq$ .

#### Definición de S

$$S.x \doteq x + 1$$

$$\begin{array}{l} \underline{S.(1+1)} = S.1 + S.1 \\ \equiv \{ \begin{array}{l} \overline{\mathrm{Definición}} \ \mathrm{de} \ S \ \} \\ 1 + 1 + 1 = \underline{S.1} + \underline{S.1} \\ \equiv \{ \begin{array}{l} \overline{\mathrm{Definición}} \ \mathrm{de} \ S \ \mathrm{x2} \ \} \\ 1 + 1 + 1 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 \\ \equiv \{ \begin{array}{l} \overline{\mathrm{Aritm\acute{e}tica}} \ \} \\ 3 = 4 \\ \equiv \{ \begin{array}{l} \overline{\mathrm{Aritm\acute{e}tica}} \ \} \\ False \end{array} \right. \end{array}$$



# Definiciones de Funciones (II)

Un ejemplo de función que tiene una tupla como argumento.

#### En el Formalismo Básico

$$g.(x,y) \doteq (x^2 + y^2, x * y)$$

#### En Haskell

$$g(x,y) = (x**2+y**2, x*y)$$

#### Ejercicio

Aplicarla a (3,4) y a (x\*y,x).





# Definiciones de Funciones (II)

Un ejemplo de función que tiene una tupla como argumento.

#### En el Formalismo Básico

$$g.(x,y) \doteq (x^2 + y^2, x * y)$$

#### En Haskell

$$g(x,y) = (x**2+y**2, x*y)$$

## Ejercicio

Aplicarla a (3,4) y a (x\*y,x).





# Definiciones de Funciones (III)

Un ejemplo de función que tiene una lista como argumento.

#### En el Formalismo Básico

$$head.(x \triangleright xs) \doteq x$$

### En Haskell

head 
$$(x : xs) = x$$

### Ejercicio

Aplicarla a [1,2,3], a [ "hola", "chau"] y a [[],[1,2]].



# Definiciones de Funciones (III)

Un ejemplo de función que tiene una lista como argumento.

#### En el Formalismo Básico

$$head.(x \triangleright xs) \doteq x$$

### En Haskell

head 
$$(x : xs) = x$$

## Ejercicio

Aplicarla a [1,2,3], a ["hola", "chau"] y a [[],[1,2]].





# Definir Funciones en ghci

- Abrir Terminal.
- Abrir Editor de texto (gedit, kate).
- 3 Escribir las funciones f y multiplicar del ejercicio 15 del Práctico 1 y la función g de antes.
- 4 Guardar el archivo con el nombre apellido\_nombre.hs (ejemplo: sanchezterraf\_pedro.hs).
- 5 Enviarlo a mi email (pedrost arroba gmail punto com).

Una vez creado el archivo, se puede abrir con ghci.

- En ghci, cargamos nuestro archivo con :l (dos puntos ele).:l apellido\_nombre.hs
- Podemos ahora probar ejemplos.



# Definir Funciones en ghci

- Abrir Terminal.
- Abrir Editor de texto (gedit, kate).
- 3 Escribir las funciones f y multiplicar del ejercicio 15 del Práctico 1 y la función g de antes.
- 4 Guardar el archivo con el nombre apellido\_nombre.hs (ejemplo: sanchezterraf\_pedro.hs).
- 5 Enviarlo a mi email (pedrost arroba gmail punto com).

Una vez creado el archivo, se puede abrir con ghci.

- En ghci, cargamos nuestro archivo con : I (dos puntos ele).:1 apellido\_nombre.hs
- Podemos ahora probar ejemplos.



### Resolver Problemas con Funciones

## Ejercicio

Plantear un problema "práctico" que se pueda resolver con una función.

Ejemplo: Tengo la lista de contactos de mi celular anotados con el nombre primero y luego el apellido. Lo necesito al revés.

Llamo *alReves* a la función que quiero; va a "comer" una lista de ternas y devuelve otra lista de ternas

#### Así funcionaría

```
alReves.[("Juan","Pérez",4223729), ("Pepito","Sánchez",4555555)] =
= [("Pérez","Juan",4223729), ("Sánchez","Pepito",4555555)].
```



#### Resolver Problemas con Funciones

## Ejercicio

Plantear un problema "práctico" que se pueda resolver con una función.

Ejemplo: Tengo la lista de contactos de mi celular anotados con el nombre primero y luego el apellido. Lo necesito al revés.

Llamo *alReves* a la función que quiero; va a "comer" una lista de ternas y devuelve otra lista de ternas.

#### Así funcionaría

```
alReves.[("Juan","Pérez",4223729), ("Pepito","Sánchez",4555555)] =
= [("Pérez","Juan",4223729), ("Sánchez","Pepito",4555555)].
```

#### Resolver Problemas con Funciones

## Ejercicio

Plantear un problema "práctico" que se pueda resolver con una función.

Ejemplo: Tengo la lista de contactos de mi celular anotados con el nombre primero y luego el apellido. Lo necesito al revés.

Llamo *alReves* a la función que quiero; va a "comer" una lista de ternas y devuelve otra lista de ternas.

#### Así funcionaría:

```
alReves.[("Juan","P\'erez",4223729), ("Pepito","S\'anchez",4555555)] = = [("P\'erez","Juan",4223729), ("S\'anchez","Pepito",4555555)].
```



# Un problema más simple

## Ejercicio

Definir la función  $intercambia: (String, String) \rightarrow (String, String)$  que intercambia los lugares de un par.

## Ejemplos:

- intercambia.("Juan", "Pérez") = ("Pérez", "Juan");
- intercambia.("Pepito", "Sánchez") = ("Sánchez", "Pepito")

# Un problema más simple

## Ejercicio

Definir la función  $intercambia: (String, String) \rightarrow (String, String)$  que intercambia los lugares de un par.

## Ejemplos:

- intercambia.("Juan","Pérez") = ("Pérez","Juan");
- intercambia.("Pepito","Sánchez")=("Sánchez","Pepito").

# Tareas para hoy

#### En este orden.

- Crear archivo de Haskell con las 3 funciones y mandármelo por mail.
- Entregar por escrito los ejemplos de las funciones g y head (justificando  $con \equiv \{\cdots\}$ ).
- Entregar por escrito el problema "de la vida real" que se resuelve con una función.
- Definir la función *intercambia*.



16 / 16