

# Perancangan Alat Pelontar Otomatis dengan Konsep Gerak Parabola Menggunakan Gaya Elastisitas

Arsya Raihan Nurfirjatullah Sumantri

Faiq Muhammad Razan

*Program Studi Teknik Fisika*

*Program Studi Teknik Fisika*

*Telkom University*

*Telkom University*

Bandung, Indonesia

Bandung, Indonesia

Email: arsyarns@telkomuniversity.ac.id

Email: faiqmuhamadrazaan@telkomuniversity.ac.id

**Makalah ini membahas perancangan alat pelontar elastis dengan menerapkan konsep gerak parabola dalam kajian fisika, di mana energi yang tersimpan akibat sifat elastis bahan diubah menjadi energi kinetik untuk melontarkan suatu benda. Fokus pembahasan diarahkan pada pengembangan simulasi numerik gerak proyektil bola dengan memasukkan pengaruh hambatan udara, di mana data hasil perhitungan kemudian divisualisasikan menggunakan Python melalui pustaka NumPy dan Matplotlib. Proyek ini memadukan konsep-konsep fisika dasar, pendekatan metode numerik, serta pemrograman ilmiah dalam sebuah studi kasus yang aplikatif dan dekat dengan kehidupan sehari-hari.**

## I. Pendahuluan

Pelontar elastis sederhana merupakan sistem mekanik yang merepresentasikan penerapan

konsep dasar mekanika klasik, khususnya prinsip usaha dan energi, elastisitas, serta gerak parabola [1]. Pada sistem ini, kerja yang diberikan pada elemen elastis akan tersimpan sebagai energi potensial elastis akibat terjadinya regangan dan tegangan pada material. Energi potensial tersebut kemudian dikonversi menjadi energi kinetik saat proyektil dilepaskan, sehingga menghasilkan kecepatan awal yang memungkinkan terbentuknya lintasan gerak parabola [2].

Alat ini dirancang menggunakan dudukan dengan sudut kemiringan sekitar  $25^\circ$  terhadap bidang horizontal, sehingga proyektil memiliki ketinggian awal sekitar 58 cm dari permukaan tanah saat dilepaskan. Pengaturan sudut pelontaran dan ketinggian awal ini berperan penting dalam menentukan komponen kecepatan awal proyektil serta bentuk lintasan parabola yang dihasilkan [3].

Ketika elemen elastis diregangkan, timbul gaya elastis yang besarnya bergantung pada nilai regangan dan sifat mekanik material. Tegangan yang terjadi pada elemen elastis menentukan besarnya energi potensial elastis yang tersimpan, sehingga berpengaruh langsung terhadap kecepatan awal proyektil. Kombinasi antara gaya elastis sebagai gaya awal peluncuran dan gaya gravitasi yang bekerja selama benda bergerak di udara menyebabkan proyektil mengalami gerak parabola [4].

Dalam proses pelontaran, gaya-gaya yang bekerja pada proyektil meliputi gaya elastis, gaya gravitasi, serta gaya hambat udara yang dapat memengaruhi jarak jangkauan dan lintasan gerak [5]. Proyektil yang digunakan pada perancangan ini berupa bola bermassa sekitar 200 gram, yang dengan pengaturan regangan elastis tertentu mampu dilontarkan hingga jarak sekitar 2 meter. Jarak lontar ini digunakan sebagai parameter evaluasi kinerja alat serta kesesuaian antara hasil eksperimen dengan model teoretis gerak parabola [6].

Setelah proyektil meninggalkan pelontar dengan kecepatan awal ( $v_0$ ), gerak yang dialami merupakan perpaduan antara gerak lurus beraturan pada arah horizontal dan gerak lurus berubah beraturan pada arah vertikal akibat percepatan gravitasi. Interaksi kedua komponen gerak tersebut menghasilkan lintasan berbentuk kurva parabola yang dapat dianalisis secara matematis dan diverifikasi melalui pengamatan eksperimen [7].

## I. METODE ANALITIK DAN SIMULASI

Pada bagian ini dilakukan penyusunan model matematis untuk menjelaskan gerak parabola yang dihasilkan oleh alat pelontar elastis. Pembahasan dimulai dengan analisis konversi energi elastis yang tersimpan pada karet akibat tarikan pelatuk, kemudian dikaitkan dengan energi kinetik dan energi potensial gravitasi bola pada saat awal pelontaran dari dudukan alat. Serta perhitungan gerak parabola.

### A. Energi Regangan Karet

Ketika pelatuk ditarik, karet mengalami pertambahan panjang sebesar  $x$  dari posisi semulanya. Pertambahan Panjang inilah yang menyebabkan energi tersimpan dalam karet berupa energi potensial elastis yang dinyatakan dalam rumus berikut.

$$E_{el} = \frac{1}{2}kx^2$$

Di mana,  $k$  adalah konstanta elastis karet. Energi ini menjadi sumber utama yang menyebabkan bola dapat terlontar.

### B. Konversi Energi menjadi energi kinetik

Saat pelontaran, energi elastis yang berada pada karet berpindah menjadi energi kinetik pada bola dengan mengasumsikan tidak ada energi yang hilang pada saat proses pelepasan. Berlaku hukum kekekalan energi berikut.

$$\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mv_0^2$$

Dengan  $m$  menyatakan massa bola lalu  $V_0$  sebagai kecepatan awal. Kecepatan awal yang diperoleh dari persamaan diatas sebagai berikut.

$$v_0 = x \sqrt{\frac{k}{m}}$$

### C. Hubungan energi kinetik dan energi potensial gravitasi bola

Pada saat bola baru saja meninggalkan dudukan alat pelontar, bola memiliki kecepatan awal  $v_0$  dan berada pada ketinggian awal  $y_0$  terhadap permukaan tanah. Oleh karena itu, bola memiliki dua bentuk energi mekanik, yaitu energi kinetik dan energi potensial gravitasi dinyatakan sebagai berikut :

$$E_k = \frac{1}{2}mv_0^2$$

$$E_p = mgy_0$$

Dengan demikian, energi mekanik total bola pada saat awal pelontaran :

$$E_m = \frac{1}{2}mv_0^2 + mgy_0$$

Energi mekanik diatas berasal dari energi potensial elastis yang tersimpan pada alat pelontar. Dengan mengasumsikan tidak adanya kehilangan energi mekanik, berlaku hubungan:

$$\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mv_0^2 + mgy_0$$

Persamaan diatas menunjukkan bahwa energi elastis berubah menjadi energi kinetik bola sekaligus energi potensial gravitasi akibat ketinggian awal dudukan alat.

### D. Gerak Parabola

Kecepatan awal bola diuraikan menjadi dua yaitu komponen horizontal dan komponen vertikal sebagai berikut :

$$v_{0x} = v_0 \cos \theta$$

$$v_{0y} = v_0 \sin \theta$$

Gerak bola pada arah horizontal merupakan gerak lurus beraturan, sehingga posisi horizontal bola sebagai fungsi waktu dapat dinyatakan :

$$x(t) = v_{0x}t$$

Gerak bola pada arah vertikal mengalami percepatan gravitasi, sehingga posisi vertikalnya dapat dinyatakan :

$$y(t) = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$$

Dengan mengeleminasi variabel t waktu dari persamaan diatas , diperoleh lintasan bola yang berbentuk parabola sebagai berikut :

$$y(x) = y_0 + x \tan \theta - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \theta} x^2$$

Jika ketinggian awal sama dengan ketinggian akhir, maka waktu tempuh bola di udara dan jangkauan horizontal berturut-turut adalah:

$$t = \frac{2v_0 \sin \theta}{g}$$

$$R = \frac{v_0^2 \sin(2\theta)}{g}$$

#### E. Analisis simulasi percobaan

Perhitungan posisi dan kecepatan bola dilakukan menggunakan metode Euler interval waktu kecil , simulasi dimulai dengan :

Perubahan kecepatan vertikal akibat gravitasi dinyatakan oleh

$$v_{y,n+1} = v_{y,n} - g\Delta t$$

Kecepatan horizontal tetap konstan

$$v_{x,n+1} = v_{x,n}$$

Lalu, posisi bola diperbarui setiap Langkah dengan

$$x_{n+1} = x_n + v_{x,n}\Delta t$$

$$y_{n+1} = y_n + v_{y,n}\Delta t$$

Dan simulasi berhenti saat posisi vertical sudah memenuhi kondisi

$$y_n \leq 0$$

Kondisi diatas menandakan bola sudah menyentuh tanah dan nilai posisi horizontal pada kondisi ini dianggap sebagai jangkauan horizontal hasil simulasi.

## II. IMPLEMENTASI ALGORITMA DAN KODE

### A. Implementasi Program Utama Python dan untuk visualiasi animasi

Program Python diimplementasikan dalam satu sumber menggunakan struktur data yang mudah dipahami.

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

g = 9.81 # (m/s^2)
v0 = 50 # (m/s)
launch_angle = 25
initial_height = 0.58 #(m)
k = 1.225
mass = 0.5

def calculating_accel(t, state, k, m):
    x, y, vx, vy = state
    v = np.sqrt(vx**2 + vy**2)
    f_air_x = -k * v * vx
    f_air_y = -k * v * vy
    ax = f_air_x / m
    ay = (f_air_y - m * g) / m
    return [vx, vy, ax, ay]

def runge_kutta_step(t, state, dt, k, m):
    k1 = calculating_accel(t, state, k, m)
    k2 = calculating_accel(t + 0.5*dt, [s + 0.5*dt*k for s, k in zip(state, k1)], k, m)
    k3 = calculating_accel(t + 0.5*dt, [s + 0.5*dt*k for s, k in zip(state, k2)], k, m)
    k4 = calculating_accel(t + dt, [s + dt*k for s, k in zip(state, k3)], k, m)

    return [s + dt/6 * (k1_i + 2*k2_i + 2*k3_i + k4_i) for s, k1_i, k2_i, k3_i, k4_i in zip(state, k1, k2, k3, k4)]
```

```
def projectile_motion(v0, theta, h0, k, m):
    if k==0 and theta==90:
        vx0=0
        vy0=v0
    else:
        theta = np.radians(theta)
        vx0 = v0 * np.cos(theta)
        vy0 = v0 * np.sin(theta)
```

```

vy0 = v0 * np.sin(theta)
state = [0, h0, vx0, vy0]
dt = 0.01
times = [0]

x_values = [0]
y_values = [h0]

while state[1] >= 0:
    t = times[-1]
    state = runge_kutta_step(t, state, dt, k, m)
    times.append(t + dt)
    x_values.append(state[0])
    y_values.append(state[1])

time_of_flight = times[-1]

return time_of_flight, times, x_values, y_values

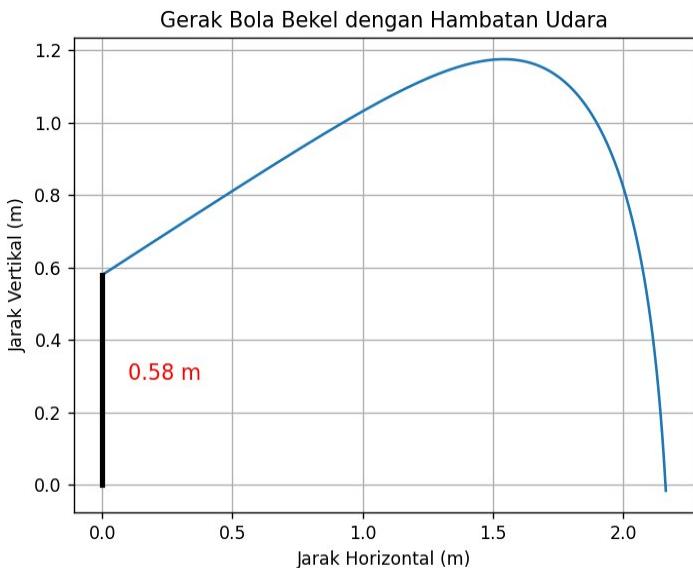
time_of_flight, times, x_values, y_values = \
projectile_motion(v0, launch_angle, initial_height, k, mass)

plt.plot(x_values, y_values)
plt.xlabel('Jarak Horizontal (m)')
plt.ylabel('Jarak Vertikal (m)')
plt.title('Gerak Bola Bekel dengan Hambatan Udara')
plt.plot([0,0],[0,initial_height],'k',linewidth=3)
plt.text(0.1,initial_height/2, "%g m" %(initial_height),
fontsize=12, color='red')
plt.grid(True)
plt.show()

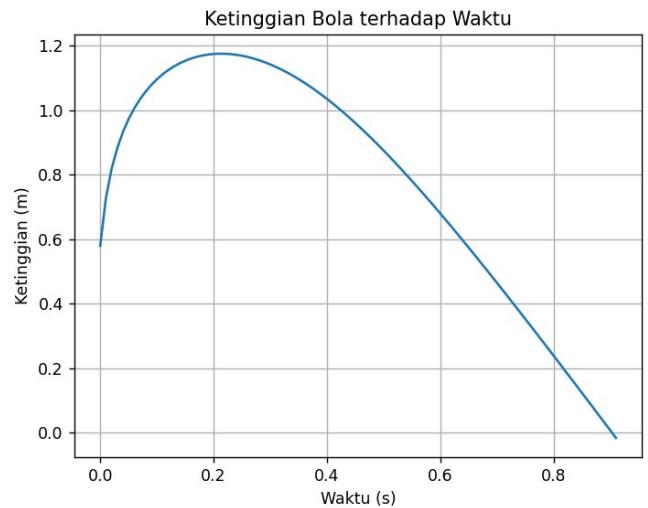
print(f'Waktu di Udara : {time_of_flight:.2f} detik')

plt.figure()
plt.plot(times, y_values)
plt.xlabel('Waktu (s)')
plt.ylabel('Ketinggian (m)')
plt.title('Ketinggian Bola terhadap Waktu')
plt.grid(True)
plt.show()

```



Gambar I. Visualisasi Animasi Python Gerak Bola Bekel



Gambar II. Visualisasi Animasi Python

#### Gerak bola bekel

### III. HASIL DAN PEMBAHASAN

- A. Lintasan bola bekel dengan hambatan udara

Gambar 1 memperlihatkan lintasan bola bekel dengan parameter  $mass=0.5$  kg,  $k=1.225$ ,  $g=9.81(m/s^2)$ ,  $v_0=50(m/s)^2$ ,  $launch\_angle=25$ ,  $initial\_height=0.58$  (m). Lintasan diawali dengan menunjukkan grafik bentuk yang naik pada saat bola meluncur dari pelontar hingga puncak kemudian terjadi parabola hingga bola jatuh di jarak 2.1 m.

Jika Percobaan diulang dengan menetapkan nilai  $V_0 = 0$  maka grafik akan menunjukkan hasil yang tidak sesua atau tidak berbentuk parabola. Hal ini dikarenakan saat bola bekel meluncur, kecepatan awal didapatkan dari elastisitas karet sehingga kecepatan awal bola tidak 0.

- B. Ketinggian bola bekel terhadap waktu

Komponen yang digunakan sama seperti Gambar I., pada Gambar II. Grafik yang dihasilkan berbentuk parabola saat bola bekel meluncur dari ketinggian 0.58 m hingga puncak ketinggiannya berada pada 1.2 m lalu menukik turun . Saat menukik turun, grafik yang ditunjukkan menjadi asimetris karena hambatan udara yang bergantung pada kecepatan bola bekel tersebut.

#### IV. KESIMPULAN

Makalah ini menyajikan pengembangan simulasi dengan memasukkan efek hambatan udara dan pemodelan katapel menggunakan elastisitas karet atau energi regangan serta melakukan perhitungan total. Diimplementasi ke dalam Python untuk visualisasi animasi lintasan dan ketinggian menggunakan Numpy dan Matplotlib. Proyek ini menjembatani pemahaman antara teori mekanika klasik, metode numerik, dan pemrograman ilmiah.

#### PUSTAKA

- [1] D. Halliday, R. Resnick, and J. Walker, Fundamentals of Physics, 10th ed. Hoboken, NJ, USA: John Wiley & Sons, 2014.
- [2] R. A. Serway and J. W. Jewett, Physics for Scientists and Engineers, 9th ed. Boston, MA, USA: Cengage Learning, 2014.
- [3] H. D. Young and R. A. Freedman, University Physics with Modern Physics, 14th ed. Pearson Education, 2016.
- [4] J. R. Taylor, Classical Mechanics. Sausalito, CA, USA: University Science Books, 2005.
- [5] L. D. Landau and E. M. Lifshitz, Mechanics, 3rd ed. Oxford, UK: Butterworth-Heinemann, 1976.
- [6] J. L. Meriam and L. G. Kraige, Engineering Mechanics: Dynamics, 7th ed. Hoboken, NJ, USA: John Wiley & Sons, 2012.
- [7] D. Kleppner and R. Kolenkow, An Introduction to Mechanics, 2nd ed. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2014.
- [8] R. Cross, “Projectile motion with air resistance,” American Journal of Physics, vol. 80, no. 7, pp. 573–578, Jul. 2012.