练习一

1-1（d）

1-2（c）

1-3（d）

1-4（c）

1-5（b）

1-6 $-5\pi/6$

1-7 $\pi/2$ s

1-8 $\frac{3}{4}$， $\frac{A}{\sqrt{2}}$

1-9

解：（1） 与简谐振动的标准表示式 $x = A\cos(\omega t+\varphi)$ 比较即可得振动的角频率

$$\omega = 8\pi = 25.1\,(\mathrm{rad\cdot s^{-1}})$$

周期

$$T = 2\pi/\omega = 2\pi/25.1 = 0.25(\mathrm{s})$$

振幅

$$A = 0.01\,(\mathrm{m})$$

初相

$$\varphi = \pi/3$$

速度最大值

$$v_{\mathrm{m}} = \omega A = 8\pi\times 0.01 = 0.25\left(\mathrm{m\cdot s^{-1}}\right)$$

加速度最大值

$$a_{\mathrm{m}} = \omega^2 A = (8\pi)^2\times 0.01 = 6.31\left(\mathrm{m\cdot s^{-2}}\right)$$

（2） 在 $t_1 = 1\mathrm{s}$ 时的相位为

$$\varphi_1 = \omega t_1 + \varphi = 8\pi\times 1 + \pi/3 = 25\pi/3$$

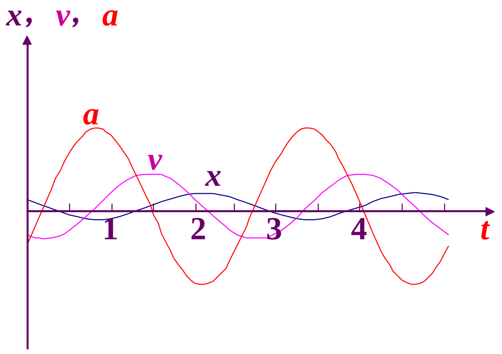
在 $t_2 = 2\mathrm{s}$ 时的相位为

$$\varphi_2 = \omega t_2 + \varphi = 8\pi\times 2 + \pi/3 = 49\pi/3$$

在 $t_3 = 10\mathrm{s}$ 时的相位为

$$\varphi_3 = \omega t_3 + \varphi = 8\pi\times 10 + \pi/3 = 241\pi/3\text{。}$$

（3） 位移、速度、加速度与时间的关系曲线如题 1-9（3）图所示。



题 1-9(3)解答用图

1-10

解：(1) 由振动表达式得质点的速度为

$$v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=-3.0\sin\left(5t-\frac{\pi}{2}\right) \quad \text{(SI 单位)}$$

当 $t_0=0$ 时，质点的初速度为

$$v_0=-3.0\sin\left(5\times0-\frac{\pi}{2}\right)=3.0\left(\mathrm{m\cdot s^{-1}}\right)$$

(2) 与简谐振动的标准表示式 $x=A\cos(\omega t+\varphi)$ 比较即可得振动的角频率

$$\omega=5\,(\mathrm{rad\cdot s^{-1}})$$

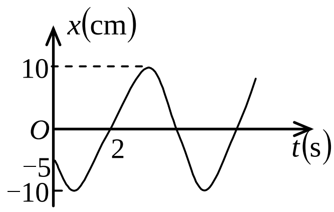
根据牛顿第二定律，质点所受的力为

$$F=ma=-m\omega^2x$$

其中 $m=0.2\mathrm{kg}$。当质点在正方向最大位移一半处时，$x=0.3\mathrm{m}$，质点所受的力为

$$F=-0.2\times5^2\times0.3=-1.5(\mathrm{N})$$

其中“−”号表示力的方向沿 x 轴反方向。



题 1-11 用图

1-11

解：设振动表达式为

$$x=A\cos(\omega t+\varphi)$$

由振动曲线可知 $A=10\mathrm{cm}=0.1\mathrm{m}$；且当 $t=0$ 时，有

$$x_0=-0.05=0.1\cos\varphi$$

$$v_0=-0.1\omega\sin\varphi<0$$

解上面两式，可得初相 $\varphi=2\pi/3$。

当 $t=2\mathrm{s}$ 时，质点的位移 $x=0$，代入振动表达式得

$$0=0.1\cos\left(2\omega+\frac{2\pi}{3}\right)\quad (\text{SI 单位})$$

且此时速度 $v=-0.1\omega\sin\left(2\omega+\dfrac{2\pi}{3}\right)>0$，则有 $2\omega+2\pi/3=3\pi/2$，所以得角频率

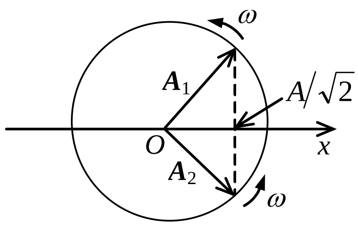
$$\omega=\frac{5\pi}{12}\left(\mathrm{rad}\cdot\mathrm{s}^{-1}\right)$$

故振动表达式为

$$x=0.1\cos\left(\frac{5\pi}{12}t+\frac{2\pi}{3}\right)\quad (\text{SI 单位})$$

1-12

解：依题意画出旋转矢量图，如题 1-12 解图所示。图中标出了两个物体在 $x=A/\sqrt{2}$ 处相遇时的旋转矢量 $\boldsymbol{A}_1$ 和 $\boldsymbol{A}_2$ 的位置。



题 1-12 解用图

由此图可知，当两个物体相遇时，它们的旋转矢量 $\boldsymbol{A}_1$ 和 $\boldsymbol{A}_2$ 之间的夹角为 $\pi/2$，这也就是两简谐振动之间的相位差，即

$$\Delta\varphi=\varphi_1-\varphi_2=\pi/2$$

1-13

解：由10g的物体受力平衡条件 $m_1g=kx_1$ 可得弹簧的劲度系数

$$k=m_1g/x_1=0.01\times9.8/\left(4.9\times10^{-2}\right)=2.0\left(\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}^{-1}\right)$$

弹簧振子的固有周期为

$$T=2\pi\sqrt{m_2/k}=2\pi\sqrt{0.08/2.0}=1.26(\mathrm{s})$$

弹簧振子的固有角频率为

$$\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{1.26}=5.0\left(\mathrm{rad}\cdot\mathrm{s}^{-1}\right)$$

以竖直向下为 x 轴正方向，并以平衡位置为原点，则当 $t=0$ 时，$x_0=0.01\mathrm{m}$，$v_0=-0.05\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$。由此初始条件可得该弹簧振子振动的振幅

$$A=\sqrt{x_0^2+\frac{v_0^2}{\omega^2}}=\sqrt{0.01^2+\frac{(-0.05)^2}{(5.0)^2}}=\sqrt{2}\times10^{-2}\ (\mathrm{m})$$

此振动的初相

$$\varphi=\arctan\left(-\frac{v_0}{\omega x_0}\right)=\arctan\left(-\frac{-0.05}{5.0\times0.01}\right)=\frac{\pi}{4}，\quad\frac{5}{4}\pi$$

由于 $x_0>0$， $v_0<0$，所以只取 $\varphi=\pi/4$。于是有振动表达式

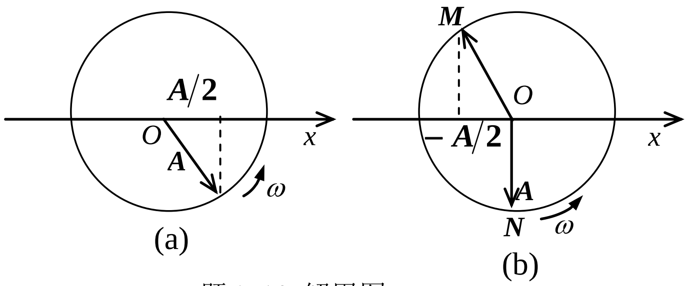
$$x=\sqrt{2}\times10^{-2}\cos(5t+\pi/4)\ （\text{SI 单位}）$$

1−14

解:（1）由题意知

A=0.06m

$$\boldsymbol{\omega=\frac{2\pi}{T}=\pi(\mathrm{rad\cdot s^{-1}})}$$



题 1−16 解用图

由旋转矢量题 1-16(a)解图可确定初相 $\varphi_0=-\dfrac{\pi}{3}$，振动方程为

$$\boldsymbol{x=0.06\cos(\pi t-\frac{\pi}{3})\mathrm{m}}$$

当 $t=0.5$s 时质点的位移、速度、加速度分别为

$$\boldsymbol{x=0.06\cos(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{3})=0.052(\mathrm{m})}$$

$$\boldsymbol{v=\frac{dx}{dt}=-0.06\pi\sin(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{3})=-0.094(m\cdot s^{-1})}$$

$$\boldsymbol{a=\frac{d^2x}{dt^2}=-0.06\pi^2\cos(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{3})=-0.513(m\cdot s^{-2})}$$

（2）质点从 $x=-0.03$m 运动到平衡位置的过程中，旋转矢量从题 1-16(b)解图中的位置 M 转至位置 N，矢量转过的角度(即相位差) $\Delta\varphi=\dfrac{5\pi}{6}$。

该过程所需时间为

$$\Delta t=\frac{\Delta\varphi}{\omega}=0.833\mathrm{s}$$

1−15

解:（1） 弹簧振子的总能量为

$$E=E_\mathrm{k}+E_\mathrm{p}=\frac{1}{2}kA^2$$

故振动的振幅为

$$A=\sqrt{2E/k}=\sqrt{2\left(E_{\mathrm{k}}+E_{\mathrm{p}}\right)/k}=\sqrt{2\times(0.2+0.6)/25}=0.25(\mathrm{m})$$

（2）当动能和势能相等即 $E_{\mathrm{k}}=E_{\mathrm{p}}$ 时，有势能

$$E_{\mathrm{p}}=\frac{1}{2}kx^2=\frac{1}{2}E=\frac{1}{2}kA^2\Big/2$$

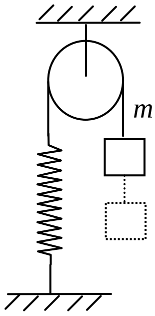
故位移为

$$x=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}A=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}\times 0.25=\pm 0.18(\mathrm{m})$$

（3）当位移是振幅的一半即 $x=A/2$ 时弹簧振子的势能为

$$E_{\mathrm{p}}=\frac{1}{2}kx^2=\frac{1}{2}k\left(\frac{A}{2}\right)^2=\frac{1}{4}\left(\frac{1}{2}kA^2\right)=\frac{1}{4}E=\frac{1}{4}(0.2+0.6)=0.2(\mathrm{J})$$

1−16



题 1−16 用图

解：取如图 x 坐标，原点 O 为 m 的平衡位置，向下为正，m 在平衡位置时弹簧已伸长 x_0

$$mg=kx_0$$

设 m 在 x 位置，分析受力，这时弹簧伸长 $x+x_0$

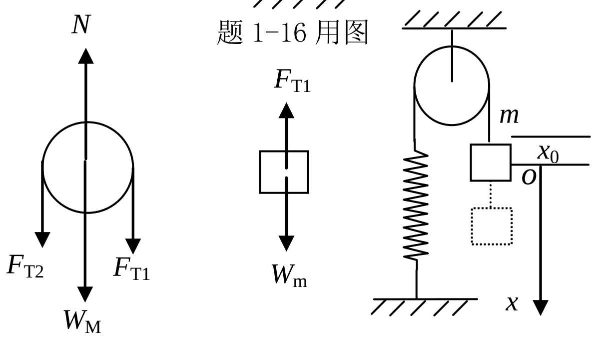
$$\boldsymbol{F_{T2}=k(x+x_0)}$$

由牛顿第二定律和转动定律列方程

$$\boldsymbol{mg-F_{T1}=ma}$$

$$\boldsymbol{F_{T1}R-F_{T2}R=J\alpha}$$

$$\boldsymbol{a=R\alpha}$$



题 1−16 解题用图

联立解得物体的加速度 $a=-\dfrac{k}{(J/R^2)+m}x=\dfrac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}$

令 $\omega=\sqrt{\dfrac{k}{(J/R^2)+m}}=\sqrt{\dfrac{kR^2}{J+mR^2}}$，上式可化为简谐振动方程的标准形式

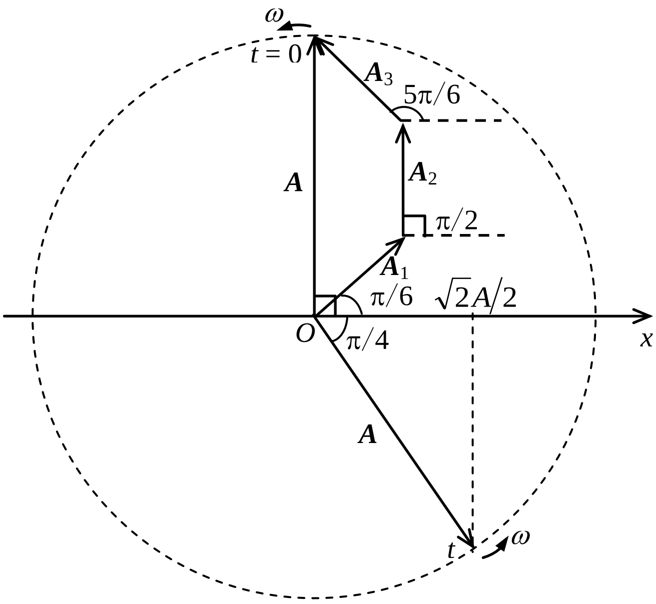
$\dfrac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}+\omega^2x=0$，故物体做简谐振动，其角频率 $\omega=\sqrt{\dfrac{kR^2}{J+mR^2}}$.

1−17

解：（1）由于同方向、同频率简谐振动的合成运动仍然是同频率的简谐振动，所以所求合振动的角频率与分振动相同，为

$$\omega = 314\ \mathrm{r}ad \cdot \mathrm{s}^{-1}$$

利用振幅矢量题 1-17 解图将三个分振动的振幅矢量 $\boldsymbol{A}_1$、$\boldsymbol{A}_2$ 和 $\boldsymbol{A}_3$ 首尾相接进行合成计算，可得合振动的振幅为



题 1-17 解用图

$$A = \frac{A_1}{2} + A_2 + \frac{A_3}{2} = \frac{0.08}{2} + 0.08 + \frac{0.08}{2} = 0.16(\mathrm{m})$$

合振动的初相为

$$\varphi = \pi/2$$

合振动表达式为

$$x = 0.16\cos(314t + \pi/2)\ (\mathrm{SI单位})$$

（2）由题 1-17 解图可得旋转矢量 $\boldsymbol{A}$ 第一次转到使 $x = \sqrt{2}A/2$ 时，已转过的角度为 $\pi + \pi/4 = 5\pi/4$，所需要的时间为

$$t_1 = 5\pi/(4\omega) = 5\pi/(4 \times 314) = 0.0125(\mathrm{s}) = 12.5(\mathrm{ms})$$

练习二

2-1（c）

2-2 (b)

2-3 (b)

2-4 (d)

2-5 (a)

2-6 负，正，正，0

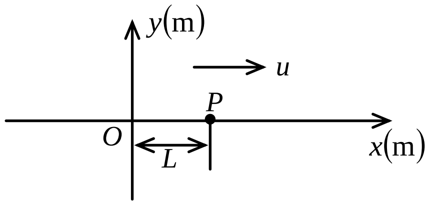
2-7 3π，$\dfrac{\lambda}{4}$

2-8 $y_0 = 0.1\cos\left(\omega t - \dfrac{\pi}{2}\right)$，$y_2 = 0.1\cos\left(\omega t + \dfrac{\pi}{2}\right)$

2-9

解：(1) 由 P 质元的振动表达式可知该平面简谐波的频率

$$v = 250\mathrm{Hz}$$



题 2-9 用图

故波长为

$$\lambda = u/v = (500/250) = 2(\mathrm{m})$$

波函数为

$$y(x,\ t) = 0.03\cos\left[500\pi t - \frac{\pi}{2} - \frac{2\pi}{\lambda}(x-1)\right]$$

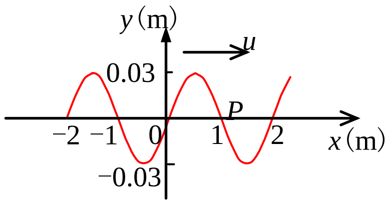
$$= 0.03\cos\left[500\pi t - \frac{\pi}{2} - \frac{2\pi}{2}(x-1)\right]$$

$$= 0.03\cos\left(500\pi t + \frac{\pi}{2} - \pi x\right) \quad \text{(SI 单位)}$$

(2) $t = 0$ 时刻的波形曲线方程为

$$y(x,0) = 0.03\cos\left(\frac{\pi}{2} - \pi x\right) = 0.03\sin \pi x \quad \text{(SI 单位)}$$

波形曲线如题 2-9（2）解题图所示。



题 2-9（2）解题用图

2-10

解：（1） 设原点处质元的振动表达式为

$$y(x,0)=A\cos(\omega t+\varphi_0)$$

其中由题意知振幅 $A=10\text{cm}$，频率 $\nu=u/\lambda=100/200=0.5(\text{Hz})$，角频率 $\omega=2\pi\nu=2\pi\times0.5=\pi\left(\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}\right)$；在 $t=0$ 时，原点处质元的位移 $y(0,0)=0$，速度 $v(0,0)>0$，得原点处质元振动的初相 $\varphi_0=-\dfrac{\pi}{2}$。故原点处质元的振动表达式

$$y=0.10\cos\left(\pi t-\frac{\pi}{2}\right)\quad(\text{SI 单位})$$

（2） $x=150\text{cm}$ 处相位比原点落后 $2\pi x/\lambda=2\pi\times150/200=3\pi/2$，所以该处质元的振动表达式为

$$y=0.10\cos\left(\pi t-\frac{\pi}{2}-\frac{3\pi}{2}\right)=0.10\cos(\pi t-2\pi)\quad(\text{SI 单位})$$

或写成

$$y=0.10\cos\pi t\quad(\text{SI 单位})$$

2-11

解：由题意知振幅 $A=0.01\text{m}$，波长 $\lambda=u/\nu=1/1=1(\text{m})$，周期 $T=1/\nu=1/1=1(\text{s})$；在 $x=0$ 处，质元振动的初相 $\varphi_0=0$。则该平面简谐波的波函数为

$$y=0.01\cos2\pi(t/T+x/\lambda)=0.01\cos2\pi(t+x)\quad(\text{SI 单位})$$

2-12

解：当 $t=0.1\text{s}$ 时，对于 $x=2\text{m}$ 处质元有位移

$$\begin{aligned}y\big|_{x=2\text{m},t=0.1\text{s}}&=A\cos\frac{2\pi}{\lambda}(ut-x)=0.01\cos10\pi(25t-x)\\&=0.01\cos10\pi(25\times0.1-2)=-0.01(\text{m})\end{aligned}$$

速度

$$v=\left.\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right|_{x=2\mathrm{m},\,t=0.1\mathrm{s}}=-A\frac{2\pi u}{\lambda}\sin\frac{2\pi}{\lambda}(ut-x)$$

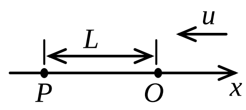
$$=-0.01\times10\pi\times25\sin10\pi(25\times0.1-2)=0$$

加速度

$$a=\left.\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}\right|_{x=2\mathrm{m},\ t=0.1\mathrm{s}}=-A\left(\frac{2\pi u}{\lambda}\right)^2\cos\frac{2\pi}{\lambda}(ut-x)$$

$$=-0.01\times(10\pi\times25)^2\cos10\pi(25\times0.1-2)=6.17\times10^3\left(\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}\right)$$

2-13



题 2-13 用图

解：（1）由于平面简谐波沿 x 轴负方向传播，所以在题 2-13 图中，O 处质元的振动比 P 处质元的振动在时间上超前 L/u，而 P 处质元的振动表达式为 $y_P=A\cos(\omega t+\varphi)$（SI 单位），故 O 处质元的振动表达式为

$$y_0=A\cos\left[\omega\left(t+\frac{L}{u}\right)+\varphi\right]\text{（SI 单位）}$$

（2）此平面简谐波的波函数为

$$y=A\cos\left[\omega\left(t+\frac{x+L}{u}\right)+\varphi\right]\text{（SI 单位）}$$

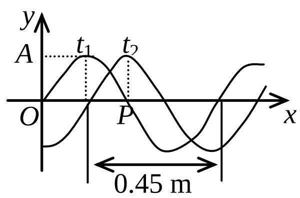
（3）由于在波线上，振动状态相同的质元间的相位差是 2π 的整数倍，故对于与 P 处质元振动状态相同的那些质元来说，应有

$$\omega(x+L)/u=2k\pi$$

则与 P 处质元振动状态相同的那些质元的平衡位置为

$$x=-L\pm k\frac{2\pi u}{\omega}\quad（k=1，2，3，\cdots）$$

2-14



题 2-14 用图

解：由题 2-14 图可知 $3\lambda/4=0.45\mathrm{m}$，则

$$\lambda=\frac{4\times0.45}{3}=0.6(\mathrm{m})$$

在 $\Delta t=t_2-t_1=0.25-0=0.25(\mathrm{s})$ 的时间内，波形移动了 $\Delta x=\lambda/4=0.6/4=0.15(\mathrm{m})$ 的距离，所以波速为

$$u=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{0.15}{0.25}=0.6\left(\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}\right)$$

周期

$$T=\frac{\lambda}{u}=\frac{0.6}{0.6}=1(\mathrm{s})$$

角频率

$$\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{1}=2\pi\left(\mathrm{rad}\cdot\mathrm{s}^{-1}\right)$$

（1） 由 $t_1=0$ 时的波形曲线可知 P 处质元振动的初始条件为

$$x_0=0\text{，}\quad v_0>0$$

可得 P 处质元振动的初相为

$$\varphi_P=-\frac{\pi}{2}$$

故 P 处质元的振动表达式为

$$y_P=A\cos(\omega t+\varphi_P)=A\cos\left(2\pi t-\frac{\pi}{2}\right)\quad\text{（SI 单位）}$$

（2） 由 $t_1=0$ 时的波形曲线可知 O 处质元振动的初始条件为

$$x_0=0\text{，}\quad v_0<0$$

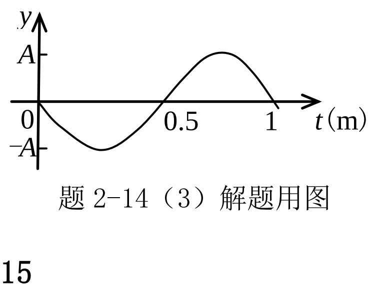
可得 O 处质元振动的初相为

$$\varphi_0=\frac{\pi}{2}$$

故该波的波函数为

$$y=A\cos\left[\omega\left(t-\frac{x}{u}\right)+\varphi_0\right]=A\cos\left[2\pi\left(t-\frac{x}{0.6}\right)+\frac{\pi}{2}\right]\qquad\text{（SI 单位）}$$

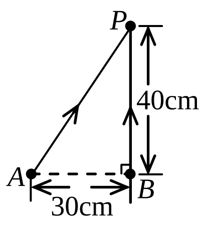
(3) O 处质元的振动曲线如题 2-14（3）解题图所示。



题 2-14（3）解题用图

2-15

解：在 P 处两列波最大限度地互相削弱，即两振动反相。现两个波源是反相的相干波源，故要求因传播路径不同而引起的相位差 $2\pi\left(\overline{AP}-\overline{BP}\right)/\lambda$ 等于 $2k\pi$（$k=1$，2，⋯）。



题 2-15 用图

由题 2-15 图可知 $\overline{AP}=50\text{cm}$， $\overline{BP}=40\text{cm}$，所以

$$2\pi(50-40)/\lambda=2k\pi$$

即

$$\lambda=10/k\,(\text{cm})$$

当 $k=1$ 时，得最大波长为 $\lambda_{\max}=10\text{cm}$。

2-16

解：（1）设由 B 波源产生的波的波函数为

$$y=A\cos\left[\omega\left(t+\frac{x}{u}\right)+\varphi\right]\quad\text{（SI 单位）}$$

其中角频率 $\omega=2\pi\nu=2\pi\times100=200\pi(\text{rad/s})$。由题意知当 $t=0$ 时，$x=20\text{m}$ 处 B 波源的相位为 π，故有

$$200\pi\cdot\frac{20}{200}+\varphi=\pi$$

可取 $\varphi=\pi$。则得由 B 波源产生的波的波函数

$$y=5\times10^{-2}\cos\left[200\pi\left(t+\frac{x}{200}\right)+\pi\right]\quad\text{（SI 单位）}$$

（2）设因干涉而静止点的坐标为 x，两列相干波在 x 处所引起的两个分振动的相位差为

$$\Delta\varphi=\pi-\frac{2\pi}{\lambda}(20-x-x)=(2k+1)\pi$$

将波长 $\lambda=u/\nu=200/100=2(\text{m})$ 代入，得

$$x=k$$

即

$$x=1，2，3，\cdots，19\,(\text{m})$$

2-17

解：波从 O 传至介质分界面，再反射至 x 处，走过的距离为

$$(5+5-x)\text{m}$$

考虑在分界面处反射波相位突变 π，反射波在 x 处引起的振动相位为

$$4t-\pi(5+5-x)-\frac{\pi}{2}+\pi=4t+\pi x+\frac{\pi}{2}-10\pi$$

故反射波的波函数为

$$y = 0.01\cos\left(4t + \pi x + \frac{\pi}{2} - 10\pi\right)$$（SI 单位）

或

$$y = 0.01\cos\left(4t + \pi x + \frac{\pi}{2}\right)$$（SI 单位）

练习四

4－1 （d）

4－2 （d）

4－3 （b）

4－4 （c）

4－5 （b）

4－6 明，$\lambda/(2n_2)$;

4－7 有完整的 4 个暗环，球面半径为 20m。

4－8 $\lambda/2(n\text{-}1)$

4－9

解：使用绿色滤光片以获得单色光。在双缝干涉实验中，设在屏幕上取坐标轴 Ox，向上为正，坐标原点位于关于双缝的对称中心。屏幕上各级明纹或暗纹中心在通常可观测范围内（$D>>d$、x），近似为等间距分布。在已知装置结构的情况下，通过明纹或暗纹中心在屏幕上的位置，可求的波长λ和相邻明纹或暗纹之间的距离。

（1）屏幕上第 k 级暗纹中心的位置为

$$x = \pm(2k-1)\frac{D\lambda}{2d} \qquad k＝1，2，3，\dots$$

所以，两条第 5 级暗条纹中心之间的距离为

$$\Delta x_5 = (2k-1)\frac{D\lambda}{d}$$

所以，入射光波的波长为

$$\lambda = \frac{\Delta x_5 d}{(2k-1)D} = \frac{20.43\times0.3}{(2\times5-1)\times1.25\times10^3} = 544.8[\text{nm}]$$

（2）屏幕上，第 k 级明纹中心的位置为

$$x = \pm k\frac{D\lambda}{d} \qquad k＝1，2，3，\dots$$

所以，相邻两条明纹中心之间的距离为

$$\Delta x = x_{k+1} - x_k = (k+1)\frac{D\lambda}{d} - k\frac{D\lambda}{d} = \frac{D\lambda}{d} = \frac{1.25\times10^3\times544.8\times10^{-6}}{0.3} = 2.27[\text{mm}]$$

4－10

解：（1）第 k 级明纹中心位置为 $x = \pm k\dfrac{D\lambda}{d}$，$k$=1，2，3…

观察屏上第 1 条亮纹和中央亮条纹之间的距离为

$$x_1 = \frac{D\lambda}{d} = \frac{50\times10\times640\times10^{-6}}{0.4} = 0.8[\text{mm}]$$

（2）两束光在 P 点的光程差为 $\delta = \dfrac{d}{D}x$

两束光在 P 点的相位差为 $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\frac{d}{D}x = \frac{\pi}{4}$

（3）干涉条纹光强度分布为 $I = 4I_0\cos^2\left(\frac{\pi d}{\lambda D}x\right)$

所以 $I_o = 4I_0$ 和 $I_P = 4I_0\cos^2\left(\frac{\pi}{8}\right)$

P 点的光强和中央点的强度之比为 $\frac{I_P}{I_o} = \cos^2\left(\frac{\pi}{8}\right) = \frac{2+\sqrt{2}}{4}$

4－11

解：在双缝干涉实验中，插入一云母片，使到达屏幕上 P 点两光线的光程差发生变化，因此，干涉条纹将平移。取坐标轴 Ox，向上为正，坐标原点位于屏上关于双缝的对称中心。覆盖云母片前的零级明纹位置（x＝0）处的光程差为

$$r_2 - r_1 = 0$$

设云母片厚度为 e，覆盖在双缝装置的下缝，依题意，第七级明纹下移到原来零级明纹处，则 x＝0 处的光程差为 7λ，所以

$$(r_2 - e) + ne - r_1 = r_2 - r_1 + (n-1)e = 7\lambda$$

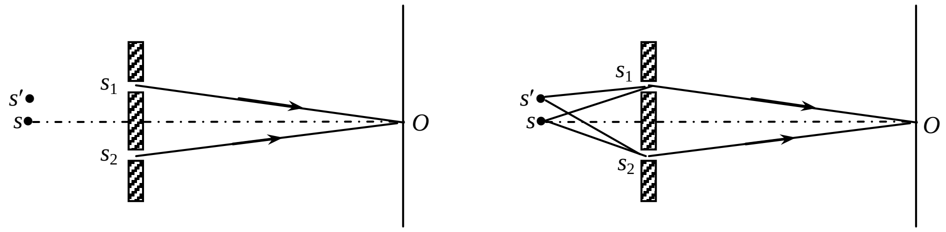
可解得 $$e = \frac{7\lambda}{n-1} = 6.64\times10^{-3}[\text{mm}]$$

若设云母片覆盖上缝，则零级明纹将向上移。

设透明薄膜的厚度为 e_0，折射率为 n_0，则附加的光程差为$(n_0-1)e_0$，由题意可知，这附加的光程差使得条纹平移半个级次，即$(n_0-1)e_0=\lambda/2$，所以，透明薄膜的厚度为

$$e_0 = \frac{\lambda/2}{n_0-1} = 2.04\times10^{-4}[\text{mm}]$$

4－12



解：欲使零级明条纹位置不变，应使两列光波 $s'\to s_1\to O$ 和 $s'\to s_2\to O$ 的光程相等，即应增加上缝光线的光程，将云母片覆盖在缝 s_1 上。由题意云母片产生

的附加光程差应等于 4λ，即有(n－1)e＝4λ，所以云母片的厚度为

$$e=\frac{4\lambda}{n-1}=4062[\text{nm}]$$

4－13

解：设λ_1=500nm，λ_2=700nm，油膜折射率 n=1.30，油膜的厚度为 e

由题意可知 $\delta=2ne=(2k+1)\frac{\lambda_1}{2}=(2k-1)\frac{\lambda_2}{2}$ 解得 k=3，

所以油膜的厚度 $e=(2k+1)\frac{\lambda_1}{4n}\approx 673[\text{nm}]$。

4－14

解：图 4－14 所示，介质膜上下表面反射光线①和②是相干光，其光程差为

$$\delta=2n_2e+\frac{\lambda}{2}$$

由题意知λ_1和λ_2产生的极小和极大是同一级 k，则有

$$2n_2e+\frac{\lambda_1}{2}=(k+\frac{1}{2})\lambda_1 \qquad 2n_2e+\frac{\lambda_2}{2}=k\lambda_2$$

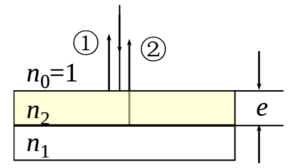
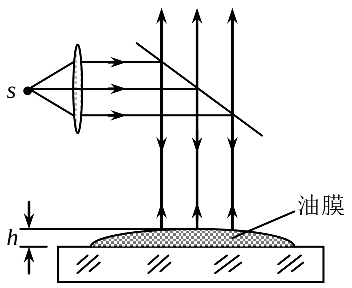


图 4－14 题解用图

解得介质膜的厚度为$e=\frac{\lambda_1\lambda_2}{4n_2(\lambda_2-\lambda_1)}$。

4－15



解：从油膜的上下界面反射的光波相干，形成等厚干涉条纹。空气、油膜、玻璃的折射率依次增大，因此，在两界面反射的光波都发生半波损失，油膜边缘处应出现明条纹。

（1）油膜中心处，反射加强的光程差为

$$\delta=2n_2h=k\lambda, \qquad k=0，1，2，...$$

当该光程差为波长的整数倍时，油膜中心处应为亮点，若为半波长的奇数倍时，则应为暗点，代入数据可得

$$k=\frac{2n_2h}{\lambda}=4.8$$

即中心点介于明、暗间，偏向于明。从中心点到边缘处，依次可见到的亮纹级次分别为：k＝4，3，2，1，0。

亮纹对应的油膜厚度由 $h_k = k\dfrac{\lambda}{2n_2}$ 可知，分别为

$$h_4 = 4\times\frac{\lambda}{2n_2} = 1000[\text{nm}] \qquad h_3 = 3\times\frac{\lambda}{2n_2} = 750[\text{nm}]$$

$$h_2 = 2\times\frac{\lambda}{2n_2} = 500[\text{nm}] \qquad h_1 = 1\times\frac{\lambda}{2n_2} = 250[\text{nm}]$$

k＝0 时，h_0＝0，对应油膜边缘处。

由反射减弱的光程差

$$\delta = 2n_2 h = (2k+1)\frac{1}{2} \qquad k＝0，1，2，...$$

可知，中心点外侧为第四级暗纹，所以，可见到的暗纹级次为 k＝4，3，2，1，0。

（2）随着油膜的扩展，中心点的膜厚不断减小，反射光的光程差将依次满足干涉加强或减弱条件，中心点出现明、暗交替变化。相邻条纹的间隔变大，视场内的条纹数不断减少。

4－16

解：可根据劈尖斜面总长度 L 与相邻两明（或暗）纹间距的关系求解，也可根据劈的总厚度与相邻两明（或暗）纹的厚度差求解。

方法一：空气劈尖（n＝1），因 $\sin\theta$＝0.048/120，所以，相邻两明纹间距为

$$l = \frac{\lambda}{2\sin\theta} = 0.85[\text{mm}]$$

在 L＝12cm 长度范围内的明纹数目为 N＝L/l＝141 条。

方法二：已知最大厚度 h＝0.048mm，相邻两明纹的厚度差为

$$\Delta e = e_{k+1} - e_k = \frac{\lambda}{2}$$

所以 $N = \dfrac{h}{\lambda/2} = 141$ 条。

练习五

5－1 （c）

5－2 （d）

5－3 （d）

5－4 （d）

5－5 （c）

5－6 四，暗

5－7 越小，不变

5－8 第三级

5－9

解：单缝夫琅禾费衍射的明纹宽度定义为相邻两个暗纹中心的距离。利用半波带概念，容易确定明纹或暗纹中心的位置或角位置。

（1）设光屏上第 k 级明纹离中央明纹中心的距离为 x_k，由单缝夫琅禾费衍射明纹条件

$$a\sin\theta = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$$

因 θ 很小，有 $\sin\theta \approx \tan\theta = x_k/f$，即

$$x_k = (2k+1)\frac{f\lambda}{2a}$$

所以，第一级明纹离中央明纹中心的距离为

$$x_1 = \frac{3f\lambda}{2a} = \frac{3\times1.0\times589\times10^{-9}}{2\times0.40\times10^{-3}} = 2.21\times10^{-3}[\mathrm{m}]$$

（2）设光屏上第 k 级暗纹离中央明纹中心的距离为 x_k，由单缝夫琅禾费衍射暗纹条件

$$a\sin\theta = k\lambda$$

可得

$$x_k = k\frac{f\lambda}{a}$$

$k=\pm1$ 时，对应中央明纹宽度为

$$\Delta x_0 = x_1 - x_{-1} = 2\frac{f\lambda}{a} = \frac{2\times1.0\times589\times10^{-9}}{0.40\times10^{-3}} = 2.945\times10^{-3}[\mathrm{m}]$$

5－10

解：（1）由单缝衍射明纹公式

$$a\sin\theta=(2k+1)\frac{\lambda}{2}$$

因为 $f>>a$，所以，有

$$\sin\theta\approx\tan\theta=\frac{x}{f}$$

由以上两式，可得

$$k=\frac{ax}{f\lambda}-\frac{1}{2}$$

代入已知数据，在可见光范围（400nm～760nm）内，求得相应的 k 值范围是 2.3～4.7，所以，k＝3 或 4。其相应的波长为 600nm（橙黄色）和 467nm（紫色，舍去）。

（2）P 点的条纹级数为第三级明纹（k＝3）。

（3）从 P 点来看，对该光波（600nm），单缝处的波阵面可分成 $2k+1$＝7 个半波带。

5－11

解：由单缝衍射的明纹和暗纹公式，可得

$$a\sin\theta=(2k_1+1)\frac{\lambda_1}{2}$$

$$a\sin\theta=k_2\lambda_2$$

以上两式联立可得

$$\frac{2k_1+1}{2k_2}=\frac{\lambda_2}{\lambda_1}=\frac{7}{4}$$

当 k_1＝3，k_2＝2 时，上式成立。当 k_1＝10，k_2＝6，.....时，上式也成立，但光强很弱。只要 $k_1\lambda_1$＝$k_2\lambda_2$ 能成立，λ_1 的暗纹中心位置就与 λ_2 的暗纹中心位置重合。显然，能重合。

5－12

解：远处车灯对瞳孔的夫琅禾费圆孔衍射，在视网膜上形成的两个爱里斑恰可分辨时，应满足瑞利判据。设 l 为两车灯的距离，s 为人车之间的距离。恰可分辨

时两车灯对瞳孔的最小分辨角为

$$\theta_{\min} \approx \frac{l}{s}$$

由瑞利判据，可得

$$\theta_{\min} = \theta_R = 1.22\frac{\lambda}{d} = \frac{l}{s}$$

所以

$$s = \frac{ld}{1.22\lambda} = 8.94\times10^3[\mathrm{m}]$$

5－13

解：（1）屏上干涉条纹的间距为

$$\Delta x = \frac{f\lambda}{d} = \frac{0.5\times4.8\times10^{-7}}{1.0\times10^{-4}} = 2.4\times10^{-3}[\mathrm{m}]$$

（2）单缝衍射的中央明纹宽度为

$$\Delta x_0 = \frac{2f\lambda}{a} = \frac{2\times0.5\times4.8\times10^{-7}}{2.0\times10^{-5}} = 2.4\times10^{-2}[\mathrm{m}]$$

（3）由于 d/a＝5，即±5 级为缺级，所以在单缝衍射的中央明纹内能见到的干涉主极大级次为 0，±1，±2，±3，±4。因此在单缝衍射的中央明纹内干涉主极大的数目为 9 条。

5－14

解：（1）由光栅方程$(a+b)\sin\theta=k\lambda$，得光栅常数为

$$a+b = \frac{k\lambda}{\sin\theta} = 6\times10^{-4}[\mathrm{cm}]$$

（2）由题意可知，第四级为缺级，再由缺级条件得$(a+b)/a$＝4，

所以

$$a = \frac{a+b}{4} = 1.5\times10^{-4}[\mathrm{cm}]$$

（3）由光栅方程$(a+b)\sin\theta=k\lambda$，令 $\sin\theta$＝1，解得

$$k_{\max} = \frac{(a+b)\sin\theta}{\lambda} = 10$$

即 k＝0，±1，±2，±3，±4，±5，±6，±7，±8，±9，±10 时出现极大。考虑到 k＝±4，±8 时为缺级，k＝±10 时实际不可见。因此，能出现 k＝0，±1，±2，±3，±5，±6，±7，±9 级明条纹，共 15 条明纹。

5－15

解：光栅常数$(a+b)$＝1/4000＝2.5×10^{-4}cm，设λ为可见光中的最大波长，即红光

的波长。由光栅方程 $d\sin\theta=k\lambda$，令 $\sin\theta=1$，得

$$k_{\max}=\frac{(a+b)\sin\theta}{\lambda}=3.28$$

取整数 $k_{\max}=3$，所以，理论上可以产生三级完整的光谱。又因为紫光波长为 400nm 的第三级主极大与红光波长为 600nm 的第二级主极大重合。所以，可见光的第二级与第三级光谱将发生重叠。因此，完整清晰可见的光谱（即不重叠的完整可见光谱）是 $k=1$ 的第一级光谱。且第二级光谱与第三级光谱将发生重叠。

5－16

解：将每根天线发射的球面波视为子波，则 N 根天线组成的列阵可视为光栅。光栅常数为相邻天线间的距离 d，相邻天线的相位差可等效成波程差。

设在与天线列阵法线成θ角的方向上，电磁波子波干涉加强。相邻两根天线在θ方向上的波程差为

$$\delta=d\sin\theta+\delta'$$

其中δ'为相邻两根天线的相位差$\Delta\varphi=\pi/2$ 引起的附加波程差。由

$$\Delta\varphi=\frac{2\pi}{\lambda}\delta'$$

可得$\delta'=\lambda/4$。所以光栅方程为

$$\delta=d\sin\theta+\frac{\lambda}{4}=k\lambda \qquad k=0，\pm1，\pm2，\ldots$$

$$\theta=\arcsin(2k-0.5)$$

当 $k=0$ 时为零级主极大，即在$\theta=-30°$方向上电磁波最强。

练习六

6－1 （b）

6－2 （c）

6－3 （d）

6－4 （b）

6－5 （b）

6－6 $\cos^2\theta_1/\cos^2\theta_2$

6－7 8/1

6－8 $\arctan\sqrt{2}$

6－9

解：自然光通过第一块偏振片变为线偏振光，光强减半，即 $I_0/2$，之后每透过一块偏振片，强度符合马吕斯定律，即有

$$I=\frac{I_0}{2}(\cos^2 30°)^3=\frac{27I_0}{128}$$

入射光透过这组偏振片的百分比为$\dfrac{I}{I_0}=\dfrac{27}{128}\approx 0.21$

6－10

解：自然光通过偏振片后，光强减半；线偏振光通过偏振片后，透过光强由马吕斯定律决定。设自然光强为 I_N，线偏振光强为 I_L。所以，透过偏振片的最大光强为 $I_N/2+I_L$。由题意可得

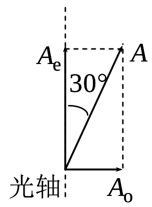
$$(\frac{1}{2}I_N+I_L)(1-0.2)=\frac{1}{2}I_N+I_L\cos^2 30°$$

所以，自然光与线偏振光的强度之比为 $I_N/I_L=0.5$。

6－11

解：当反射光为偏振光时，有入射角 i＋折射角 r＝90°，所以，折射角 r＝90°－60°＝30°。设石英玻璃的折射率为 n，空气折射率为 n_0＝1。此时，n/n_0＝tan$i$＝tan60°＝1.73。所以，石英玻璃的折射率 n＝1.73。

6－12



解：如图所示，线偏振光进入晶体后，光矢量分解成沿光轴振动的 e 光和垂直光轴振动的 o 光。其振幅分别为

$$A_e = A\cos 30°，A_o = A\sin 30°，$$

由于光强与振幅的平方成正比，所以

$$\frac{I_o}{I_e} = \frac{A_o^2}{A_e^2} = \tan 30° = \frac{1}{3}$$

如果是自然光入射，则 $I_o/I_e = 1$。

6－13

解：偏振光通过晶体后，射出两线偏振光的光强分别为

$$I_e = I_0\cos^2 30° = \frac{3I_0}{4} \text{ 和 } I_o = I_0\sin^2 30° = \frac{I_0}{4}$$

（1）若振动面与尼克耳主截面在晶体主截面两侧时，

$$I_e{}' = I_e\cos^2 20° = \frac{3I_0}{4}\cos^2 20° \text{ 和 } I_o{}' = I_o\sin^2 20° = \frac{I_0}{4}\sin^2 20°$$

$$\therefore \frac{I_o{}'}{I_e{}'} \approx 0.044$$

（2）若振动面与尼克耳主截面在晶体主截面同侧时，

$$I_e{}' = I_e\sin^2 10° = \frac{3I_0}{4}\sin^2 10° \text{ 和 } I_o{}' = I_o\cos^2 10° = \frac{I_0}{4}\cos^2 10°$$

$$\therefore \frac{I_o{}'}{I_e{}'} \approx 10.72$$

6－14

解：圆偏振光通过四分之一波片后成为线偏振光。

光矢量与晶片光轴成 45°角，光强不变，在经过偏振片，

光强遵守马吕斯定律。由图 6－7 可知

$$I = I_0\cos^2(45° - 15°) = 0.75I_0$$

或 $$I = I_0\cos^2(45° + 15°) = 0.25I_0$$

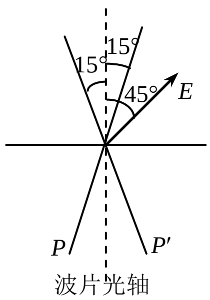
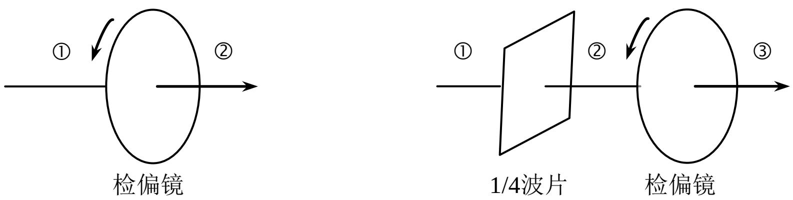


图6－14题解用图

6－15



（a）　　（b）

图 6－15 题解用图

解：（1）由题意可知，在旋转检偏镜时，若图 6－15（a）中②区的光强无变化，

说明图 6－15（a）中①区的入射光有三种可能：自然光、圆偏振光、自然光与圆偏振光的混合。

在图 6－15（b）中，若入射光是自然光，③区的光强应不变。若入射光是圆偏振光，通过 1/4 波片后，②区的光是线偏振光，所以通过检偏镜后，③区的光应出现消光现象。但题意告诉以上情况均未发生，由此可知，①区的光是自然光与圆偏振光的混合。

（2）设入射总光强为 1，其中自然光强为 x，则圆偏光强为$(1-x)$。在图 6－15（b）中③区的最大光强为

$$I_{max}=\frac{x}{2}+(1-x)$$

在图 6－15（b）中③区的最小光强为

$$I_{\min}=\frac{x}{2}+0$$

由题意可知 $I_{max}=2I_{min}$，所以得 $x=\frac{2}{3}=66.7\%$

6－16

解：（1）只有当 P 的偏振化方向与图面垂直时，有干涉条纹，但强度变小；P 的偏振化方向为其它时，无干涉条纹。

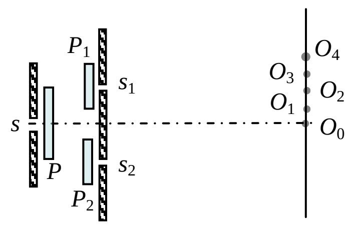


图 6－16 题用图

（2）s_1，s_2 的出射光振动互相垂直，故两束在光屏上相遇时不发生干涉。在 O_0、O_1、O_2、O_3、O_4 处的光程差分别为

$$\delta_{O_0}=0，\delta_{O_1}=\frac{\lambda}{4}，\delta_{O_2}=\frac{\lambda}{2}，\delta_{O_3}=\frac{3\lambda}{4}，\delta_{O_4}=\lambda。$$

在 O_0、O_1、O_2、O_3、O_4 处的相位差分别为

$$\Delta\varphi_{O_0}=0，\Delta\varphi_{O_1}=\frac{\pi}{2}，\Delta\varphi_{O_2}=\pi，\Delta\varphi_{O_3}=\frac{3\pi}{2}，\Delta\varphi_{O_4}=2\pi。$$

故分别为线偏光(1-3 象限)，右旋圆偏光，线偏光(2-4 象限)，左旋圆偏光，线偏光(1-3 象限)。

在 O_0、O_1、O_2、O_3、O_4 点为非相干叠加，得各点光强之比为

$$I_{O_0}:I_{O_1}:I_{O_2}:I_{O_3}:I_{O_4}=1:1:1:1:1。$$

（3）经 P' 后的两出射光互相平行，故发生干涉且 O_0、O_1、O_2、O_3、O_4 点都是

线振偏光。P'对 s_1，s_2 后的光产生了附加相位差 π。在 O_0、O_1、O_2、O_3、O_4 处的相位差分别为

$$\Delta\varphi_{O_0}=\pi，\ \Delta\varphi_{O_1}=\frac{3\pi}{2}，\ \Delta\varphi_{O_2}=2\pi，\ \Delta\varphi_{O_3}=\frac{5\pi}{2}，\ \Delta\varphi_{O_4}=3\pi。$$

在 O_0、O_1、O_2、O_3、O_4 点为相干叠加，由光强公式 $I=I_{s_1}+I_{s_2}+2\sqrt{I_{s_1}I_{s_2}}\cos(\Delta\varphi)$，得各点光强之比为

$$I_{O_0}:I_{O_1}:I_{O_2}:I_{O_3}:I_{O_4}=0:1:2:1:0。$$