

23. (5 分)神经细胞可以传递电信号。如图所示神经细胞由带树突的细胞体和轴突组成，它连接着人大脚趾的压力感觉细胞和脊髓中的神经，信号由树突进入细胞体，再从轴突传递出去。这种神经细胞的轴突像一个由薄膜构成的细长管子，半径为 $5\mu\text{m}$ ，长度为 1m ，膜的厚度为 8.0nm ，膜的相对介电常数为 7。已知轴突膜内外侧具有 90mV 的电势差。求：轴突膜内外侧所带电荷电量是多少？



2006 级 (A2) A 卷参考答案

2008 年 1 月 16 日

一 选择题 (共 54 分， 每题 3 分)

B C C C B D B A B A B B A D B B B A

二 计算题 (共 46 分)

19. (10 分) 解: (1) 设内层导线带电的电荷线密度为 λ ，则内层电介质中的电场强度为

$$E_1 = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_1 r} (0 < r < R_1)$$

外层电介质中的电场强度为 $E_2 = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_2 r} (R_1 < r < R_2)$ (3 分)

两导体间的电势差为

$$\begin{aligned} U &= \int E \cdot dr = \int_{R_1}^{R_2} E_1 dr + \int_{R_2}^{R_3} E_2 dr = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_1 r} dr + \int_{R_2}^{R_3} \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_2 r} dr \\ &= \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_1} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_2} \ln \frac{R_3}{R_2} \end{aligned} \quad (4 \text{ 分})$$

$$\text{则电缆单位长度的电容为 } C = \frac{\lambda}{U} = \frac{2\pi}{\frac{1}{\epsilon_1} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{\epsilon_2} \ln \frac{R_3}{R_2}} \quad (1 \text{ 分})$$

(2) 电容器单位长度储存的静电能为

$$W = \frac{1}{2} CU^2 = \frac{\pi}{\frac{1}{\varepsilon_1} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} \ln \frac{R_3}{R_2}} U^2 \quad (2 \text{ 分})$$

20. (11 分)

解: (1) 长直电流 $jRd\theta$ 对轴线上电流 I 单位长度的斥力大小为

$$dF = dB \cdot I = \frac{\mu_0 jIR d\theta}{2\pi R} \quad (2 \text{ 分})$$

由对称性, $F_y = 0$ (1 分)

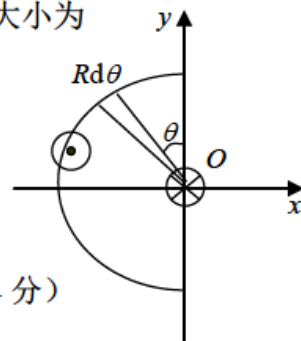
$$F = \int dF_x = \int dF \sin \theta = \frac{\mu_0 jI}{2\pi} \int_0^\pi \sin \theta d\theta = \frac{\mu_0 jI}{\pi} = \frac{\mu_0 I^2}{\pi^2 R} \quad (4 \text{ 分})$$

方向 $+x$ (1 分)

(2)

$$\frac{\mu_0 I^2}{\pi^2 R} = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi d} \quad (2 \text{ 分})$$

$$d = \pi R/2 \quad (1 \text{ 分})$$



21. (10 分) 解: 由题意, 大线圈中的电流 I 在小线圈回路处产生的磁场可视为均匀的.

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi IR^2}{(R^2 + x^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 IR^2}{2(R^2 + x^2)^{3/2}} \quad 4 \text{ 分}$$

故穿过小回路的磁通量为

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = \frac{\mu_0}{2} \frac{IR^2}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \pi r^2 \approx \frac{\mu_0 \pi r^2 R^2 I}{2x^3} \quad 3 \text{ 分}$$

由于小线圈的运动, 小线圈中的感应电动势为

$$\mathcal{E}_i = \left| \frac{d\Phi}{dt} \right| = \frac{3\mu_0 \pi r^2 IR^2}{2x^4} \left| \frac{dx}{dt} \right| = \frac{3\mu_0 \pi r^2 R^2 I}{2x^4} v \quad 2 \text{ 分}$$

当 $x = NR$ 时, 小线圈回路中的感应电动势为

$$\mathcal{E}_i = 3\mu_0 \pi r^2 I v / (2N^4 R^2) \quad 1 \text{ 分}$$

22. (10 分) 解 设粒子被禁闭在长度为 a 的一维箱中运动形成驻波, 根据驻波条件有

$$a = n \frac{\lambda_n}{2} (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (2 \text{ 分})$$

由德布罗意关系式可知 $p_n = \frac{h}{\lambda_n}$

所以定态动能为量子化的, 量子化能级为

$$E = \frac{p^2}{2m} = \frac{(h/\lambda_n)^2}{2m} = \frac{h^2}{2m\lambda_n^2} = \frac{h^2}{2m(2a/n)^2} = \frac{n^2 h^2}{8ma^2}$$

最小动能公式为 $E_1 = \frac{h^2}{8ma^2}$ (3 分)

相应的波函数为 $\psi_1(x) = A \sin \frac{\pi}{a} x$

式中 A 为常数。由归一化条件 $\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(x)|^2 dx = \int_0^a |\psi(x)|^2 dx = 1$

求得归一化常数 A 为 $A = \sqrt{\frac{2}{a}}$. (3 分)

概率密度为

$$|\varphi_1|^2 = \left| \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{\pi}{a} x \right|^2 = \frac{2}{a} \sin^2 \frac{\pi}{a} x$$
 (2 分)

23. (5 分)

解：1. 膜的厚度与轴突半径相比非常小，所以膜的任一小部分都可看成平面，因此可以把轴突等效成平行板电容器。

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}{d} \quad \frac{C}{S} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r}{d} = 7.7 \times 10^{-3} \text{ F/m}^2$$

$$S = 2\pi Rl \quad C = 2.4 \times 10^{-7} \text{ F}$$

$$q = CV = 2.2 \times 10^{-8} \text{ C}$$

利用柱形电容器及 D 的高斯定理计算正确者同样得分（答案相同）。

北京理工大学《大学物理 II》

2007—2008 学年第一学期期末试题及参考答案 (A 卷)

姓名_____学号_____成绩_____

任课教师姓名_____物理课班号_____

	一	二					总分
题号	1—18	19	20	21	22	23	
得分							

有关数据 真空介电常量 $\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2 \cdot \text{N}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$

真空的磁导率 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}$

普朗克常量 $h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$

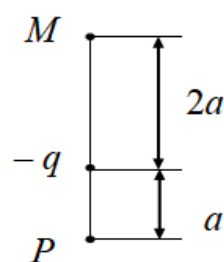
基本电荷 $e = 1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$

一 选择题 (共 54 分, 每题 3 分)

请将答案写在试卷上指定方括号 [] 内。

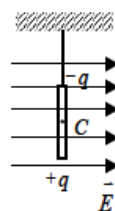
1. 在负点电荷 $-q$ 的电场中, 若取图中 P 点处为电势零点, 则 M 点的电势为

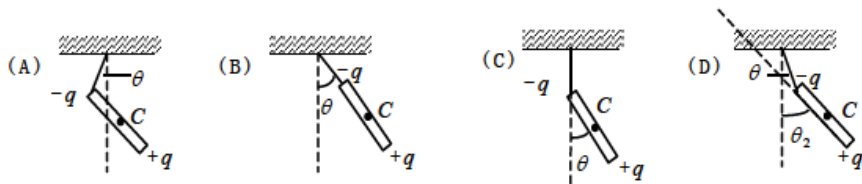
- (A) $\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a}$. (B) $\frac{q}{8\pi\varepsilon_0 a}$.
 (C) $\frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 a}$. (D) $\frac{-q}{8\pi\varepsilon_0 a}$.



[]

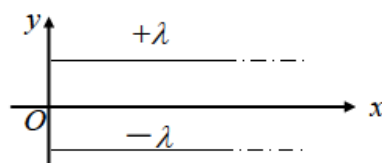
2. 一根均匀细刚体绝缘杆, 用细丝线系住一端悬挂起来, 如右图所示. 先让它的两端分别带上电荷 $+q$ 和 $-q$, 再加上水平方向的均匀电场 \vec{E} . 试判断当杆平衡时, 将处于下面各图中的哪种状态?





[]

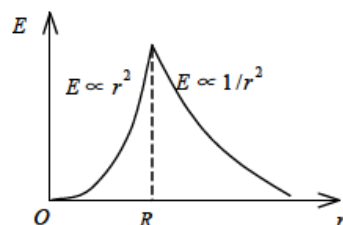
3. 两条“半无限长”均匀带电直线平行于 x 轴放置，距离 x 轴的距离均为 a ，且它们的左侧端点均在 y 轴上，如图所示。已知两者的电荷线密度分别为 $+\lambda$ 和 $-\lambda$ ，则坐标原点 O 处的场强 \vec{E} 为



(A) $-\frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} \vec{j}$. (B) $-\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 a} \vec{i}$.

(C) $-\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 a} \vec{j}$. (D) $\frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 a} \vec{i}$. (E) 0. []

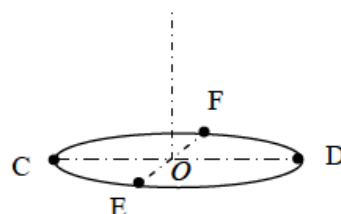
4. 图示为一具有球对称性分布的静电场的 $E \sim r$ 关系曲线。请指出该静电场是由下列哪种带电体产生的。



- (A) 半径为 R 的均匀带电球面。
 (B) 半径为 R 的均匀带电球体。
 (C) 半径为 R 、电荷体密度 $\rho = Ar$ (A 为常数) 的非均匀带电球体。
 (D) 半径为 R 、电荷体密度 $\rho = A/r$ (A 为常数) 的非均匀带电球体。

[]

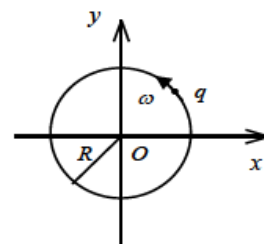
5. 半径为 R 的圆周上 C 、 D 、 E 、 F 处固定有四个电量均为 q 的点电荷， CD 与 EF 垂直，如图所示。此圆以角速度 ω 绕过 O 点与圆平面垂直的轴旋转时，在圆心 O 点产生的磁感强度大小为 B_1 ；它以同样的角速度绕 CD 轴旋转时，在 O 点产生的磁感强度的大小为 B_2 ，则 B_1 与 B_2 间的关系为



- (A) $B_1 = B_2$. (B) $B_1 = 2B_2$.

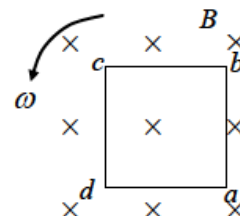
(C) $B_1 = \frac{1}{2} B_2$. (D) $B_1 = B_2/4$. []

6. 如图所示，一电量为 q 的点电荷，以匀角速度 ω 作圆周运动，圆周的半径为 R 。设 $t=0$ 时 q 所在点的坐标为 $x_0=R, y_0=0$ ，以 \vec{i} 、 \vec{j} 分别表示 x 轴和 y 轴上的单位矢量，则圆心处 O 点的位移电流密度为：



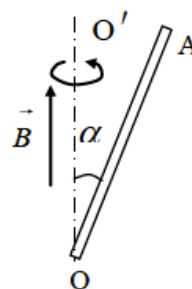
(A) $\frac{q\omega}{4\pi R^2} \sin \omega t \vec{i}$. (B) $\frac{q\omega}{4\pi R^2} \cos \omega t \vec{j}$.
(C) $\frac{q\omega}{4\pi R^2} \vec{k}$. (D) $\frac{q\omega}{4\pi R^2} (\sin \omega t \vec{i} - \cos \omega t \vec{j})$. []

7. 如图所示，边长为 l 的正方形线圈 $abcd$ 垂直于均匀磁场 B 放置，如果线圈绕通过 a 点并垂直于线圈所在平面的轴，以匀角速度 ω 旋转，那么 a, c 两点间的动生电动势为



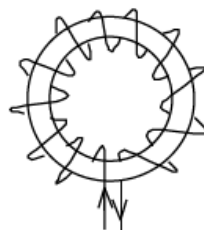
(A) $B\omega l^2/2$. (B) $B\omega l^2$.
(C) $2B\omega l^2$. (D) $4B\omega l^2$. (E) 0. []

8. 一根长为 L 、下端固定的导线 OA 处于匀强磁场中。磁场的方向竖直向上，大小为 B 。若该导线以角速度 ω 绕竖直轴 OO' 旋转，且角速度方向与磁场的方向相同，如图所示。则导线中的电动势



(A) 大小为 $\frac{B\omega L^2}{2} \sin^2 \alpha$ ，方向由 $O \rightarrow A$.
(B) 大小为 $\frac{B\omega L^2}{2} \sin \alpha$ ，方向由 $A \rightarrow O$.
(C) 大小为 $\frac{B\omega L^2}{2} \sin^2 \alpha$ ，方向由 $A \rightarrow O$.
(D) 大小为 $\frac{B\omega L^2}{2} \sin \alpha$ ，方向由 $O \rightarrow A$. []

9. 如图所示的一细螺绕环, 它由表面绝缘的导线在铁环上密绕而成, 每厘米绕 10 匝. 当导线中的电流 I 为 2.0 A 时, 测得铁环内的磁感应强度的大小 B 为 1.0 T, 则可求得铁环的相对磁导率 μ_r 为



- (A) 7.96×10^2 . (B) 3.98×10^2 .
(C) 1.99×10^2 . (D) 63.3 .

[]

10. 一个长直螺线管单位长度的匝数为 n , 横截面积为 S . 则该螺线管单位长度的自感系数和通有电流 I 时的磁能分别为

- (A) $L = \mu_0 n^2 S$, $W_m = \frac{1}{2} \mu_0 n^2 S I^2$. (B) $L = \mu_0 n^2 S$, $W_m = \frac{1}{2} \mu_0 n^2 S I$.
(C) $L = \mu_0 n S$, $W_m = \frac{1}{2} \mu_0 n^2 S I^2$. (D) $L = \mu_0 n S$, $W_m = \frac{1}{2} \mu_0 n S I^2$.

[]

11. 一飞船以 $\frac{3}{5}c$ (c 表示真空中光速) 的速度飞离地球. 宇航员向地球发射了一无线电信号, 经地球反射, 40s 后收到返回信号. 则在地球反射信号时刻, 飞船上测得地球离飞船的距离为

- (A) $40c$. (B) $20c$.
(C) $16c$. (D) $25c$.

[]

12. 站台上相距 1m 的两机械手同时在速度为 $0.6c$ 的火车上画出两痕, 则车厢内的观测者测得两痕的距离为

- (A) 0.8m. (B) 1.25m. (C) 0.6m. (D) 0.45m.

[]

13. 已知电子的静止能量约为 0.5MeV, 若一个电子的相对论质量与静止质量的比值为 1.5, 则该电子的动能为

- (A) 0.25MeV. (B) 0.5MeV. (C) 0.75MeV. (D) 1MeV.

[]

14. 已知单色光照射在钠表面上,测得光电子的最大动能是 1.2eV ,而钠的红限波长为 540nm ,则入射光的波长应为

- (A) 535 nm . (B) 500nm . (C) 435 nm . (D) 355 nm .

[]

15. 氢原子的电子跃迁到 L 壳层 (主量子数 $n=2$) p 次壳层的某量子态上,该量子态的四个量子数可能为

- (A) $n=2, l=1, m_l=2, m_s=\frac{1}{2}$. (B) $n=2, l=1, m_l=0, m_s=-\frac{1}{2}$.
(C) $n=2, l=0, m_l=1, m_s=\frac{1}{2}$. (D) $n=2, l=0, m_l=0, m_s=-\frac{1}{2}$.

[]

16. 氦氖激光器所发红光沿 x 轴正向传播,它的波长为 $\lambda = 632.8\text{nm}$ 。已知它的光子 x 坐标的不确定量为 400km 。则利用不确定关系式 $\Delta p_x \Delta x \geq h$ 可以求得谱线宽度 $\Delta\lambda$ 为

- (A) $1.58 \times 10^{-12}\text{ nm}$. (B) $1.00 \times 10^{-9}\text{ nm}$.
(C) $1.58 \times 10^{-6}\text{ nm}$. (D) $1.23 \times 10^{-2}\text{ nm}$.

[]

17. 以下说法正确的是

- (A) 半导体的禁带宽度大于绝缘体的禁带宽度;
(B) 导体的价带没被电子充满;
(C) 本征半导体的导电机制为价带的电子导电和导带的空穴导电;
(D) N 型半导体的多数载流子为价带的空穴,少数载流子是导带的电子.

[]

18. 假定氢原子原是静止的,则氢原子从 $n=3$ 的激发状态直接通过辐射跃迁到基态时的反冲速度大约是(氢原子的质量 $m=1.67 \times 10^{-27}\text{ kg}$)

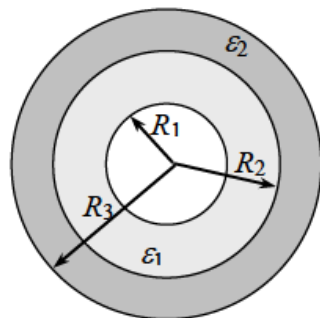
- (A) 4 m/s . (B) 10 m/s .
(C) 100 m/s . (D) 400 m/s .

[]

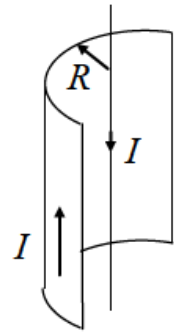
二 计算题（共 46 分）

请将解答写在试卷上。

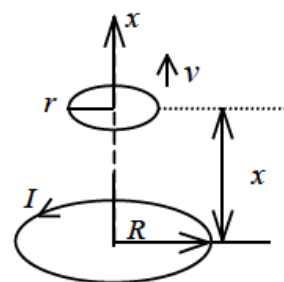
19. (10 分) 一柱形电容器的两极分别为半径为 R_1 的无限长导体圆柱和半径为 R_3 的无限长导体圆筒。两导体共轴，其间充以两层均匀电介质。内、外两层介质的介电常数分别为 ε_1 和 ε_2 ，分界面的半径为 R_2 ，如图所示。(1) 计算该电容器单位长度的电容。(2) 若两极间电压为 U ，求电容器单位长度储存的静电能。



20. (11 分) 如图所示, 一半径为 R 的无限长半圆柱面导体, 其上电流与其轴线上无限长直导线的电流等值反向, 电流 I 在半圆柱面上均匀分布. (1) 试求轴线上导线单位长度所受的力; (2) 若将另一无限长直导线 (通有大小、方向与半圆柱相同的电流 I) 代替圆柱面, 产生同样的作用力, 该导线应放在何处?



21. (10 分) 两个半径分别为 R 和 r 的同轴圆形线圈相距 x , 且 $R \gg r$, $x \gg R$. 若大线圈通有电流 I 而小线圈沿 x 轴方向以速率 v 运动, 试求 $x = NR$ 时(N 为正数)小线圈回路中产生的感应电动势的大小.



22. (10 分) 粒子处于宽度为 a 的一维无限深方势阱中，其波函数在势阱的边界处为零且定态对应于德布罗意波的驻波。(1) 试根据德布罗意关系式和驻波条件求出粒子的最小动能（不考虑相对论效应）。(2) 若基态波函数为

$\psi_1(x) = A \sin \frac{\pi}{a}x$ ，求电子处于基态 ($n = 1$) 时在势阱中出现的概率密度。