

2008 级概率论与数理统计试题 (A 卷)

班级_____ 学号_____ 姓名_____

题号	一	二	三	四	五	六	七	总分
得分								

(本试卷共 8 页, 七个大题, 满分 100 分; 第 2 页空白纸及每张纸的背面为草稿纸, 空白草稿纸不得撕下)

附表:

$$\Phi(1.96) = 0.975 \quad \Phi(1.645) = 0.95 \quad \Phi(2) = 0.9772$$

$$t_{0.05}(16) = 1.746 \quad t_{0.05}(15) = 1.753 \quad t_{0.025}(16) = 2.120 \quad t_{0.025}(15) = 2.131$$

一、(12 分) 在电报通讯中, 发射端发送“点”与“划”两种信号分别占 60%与 40%。由于随机干扰, 接受端可能收到“点”, “划”与“不清”三种结果。假定发射“点”时, 收到“点”“划”与“不清”的概率依次是 0.7, 0.1 与 0.2; 而发射“划”时, 收到上述三种结果的概率相应为 0, 0.9 与 0.1。

(1) 求接收端收到“点”的概率;

(2) 若已知接受结果为“不清”时, 求发射端发出的信号为“点”的概率。

二、(14 分) 设随机变量 X 的分布函数

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ x, & 0 \leq x < 1 \\ 1, & x \geq 1 \end{cases}$$

(1) 写出 X 的密度函数;

(2) 求 $Y = -2\ln X$ 的密度函数

三、(18 分) 设随机向量 (X, Y) 的联合密度 $f(x, y)$ 为

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{A}{\pi(1+y^2)}, & 0 < x < 1, -\infty < y < \infty, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

(1) 确定常数 A ;

(2) 求 X, Y 的边缘密度 $f_X(x), f_Y(y)$, 并判断 X 与 Y 是否相互独立;

(3) 计算 $P\left(\min(X, Y) > \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$

四、(18 分) 设二维随机变量 (X,Y) 的联合密度函数为

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{1}{4}y, & 0 < x < 2, x < y < 2x; \\ 0, & \text{其它.} \end{cases}。$$

(1) 求 $E(X), Var(X)$;

(2) 求 $E(Y), Var(Y)$;

(3) 求协方差 $cov(X,Y)$ 和相关系数 ρ_{XY} 。

五、（8 分）某人要测量甲、乙两地之间的距离，限于测量工具，他分成 1200 段进行测量，每段测量误差（单位：千米）相互独立，且都服从均匀分布 $U(-0.5, 0.5)$ ，试求总距离测量误差的绝对值不超过 20 千米的概率。

六、(18 分) 设总体 X 服从几何分布, 其分布列为

$$P(X=x)=(1-p)^{x-1}p, \quad x=1,2,\cdots$$

其中 $0 < p < 1$ 为未知参数. X_1, X_2, \cdots, X_n 为取自总体 X 的样本, x_1, x_2, \cdots, x_n 为相应的样本观测值.

(1) 求参数 p 的矩估计;

(2) 求参数 p 和 EX 的最大似然估计.

七、(12 分) 已知一批滚珠的直径服从正态分布，其中标准差为 0.05 (mm)。现从中随机抽取了 16 个，测得样本的平均直径为 15.025mm。

问这一批滚珠的平均直径是否大于 15mm？ (检验水平 $\alpha=0.05$)