# 2015-2016 学年第一学期期末考试 A 卷

附表：$\Phi(1)=0.8413$，$\chi^2_{0.99}(9)=2.088$，$\chi^2_{0.01}(9)=21.665$，$\chi^2_{0.99}(10)=2.558$

$\chi^2_{0.90}(8)=3.49$，$\chi^2_{0.10}(8)=13.362$，$\chi^2_{0.90}(9)=4.168$，$\chi^2_{0.10}(9)=14.684$

$t_{0.025}(8)=2.3060$，$t_{0.025}(9)=2.2622$，$t_{0.05}(8)=1.8595$，$t_{0.05}(9)=1.8331$

## 一、(12 分)

1、两台车床加工同样的零件，第一台出现不合格的概率是 0.03，第二台出现不合格的概率是 0.05. 两台车床加工的零件放在一起，第一台加工的零件占 70%，第二台加工的零件占 30%，现随机地任取一件零件，求此件零件为不合格品的概率。

2、为了防止意外，在矿内同时设有两种报警系统 A 与 B，每种系统单独使用时，系统 A 有效的概率为 0.92，系统 B 有效的概率为 0.93，在 A 失灵的条件下 B 有效的概率为 0.85，求发生意外时这两个报警系统至少有一个有效的概率。

二、（12分）

1. 设随机变量$X$的分布函数为$F(x)=A+B\arctan x$, $-\infty<x<+\infty$

（1）试确定常数A与B的值；（2）计算概率$P(-1<X\leq 1)$

2. 设随机变量$X\sim N(0,\sigma^2)$，求$Y=e^X$的概率密度函数

三、（16分）

1. 设随机变量$X$与$Y$相互独立，且$X\sim U(0,1)$，$Y$的概率密度函数为

$$f_Y(y)=\begin{cases}2y, 0<y<1\\ 0, \quad 其他\end{cases}$$

（1）求随机变量$Z=X+Y$的概率密度函数

（2）求$U=\max(X,Y)$的概率密度函数

2. 设随机变量$X$与$Y$相互独立，$X$的分布律为$P(X=i)=\frac{1}{3},i=-1,0,1$，且$Y\sim U(0,1)$，记$Z=X+Y$，求$P(Z\leqslant 0.5|X=0)$

四、(16分)

1、设随机变量$X$服从标准正态分布$N(0,1)$，记$Y=X^2$，求$Cov(X,Y),D(X+Y)$

2、设$X,Y,Z$是独立同分布的随机变量，且都服从期望为 6 的指数分布，记$U=\min\{X,Y,Z\}$，求$U$的期望和方差

五、(8分)

为了把问题简化，假定在计算机上进行加法运算时，对每个数都取最接近它的整数（即取整）再相加。设1200个数取整之后的误差依次为$X_1,X_2,\ldots,X_{1200}$，它们相互独立且都服从$[-0.5,0.5]$上均匀分布。求这1200个数相加时，误差总和的绝对值小于10的概率。

六、(8分)

设$X_1,X_2,\ldots,X_n$是来自正态总体$N(\mu,\sigma^2)$的样本，且样本容量$n=10$，求

1、$\frac{1}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{10}\left(X_i-\overline{X}\right)^2$的分布

2、$P\left\{0.2088\sigma^2\leqslant\frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10}\left(X_i-\overline{X}\right)^2\leqslant2.1665\sigma^2\right\}$

七、(16 分)

1、设$X_1,X_2,\ldots,X_n$为来自总体$X$的样本，且总体$X$的概率密度函数为

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{2}{\lambda^2}(\lambda-x), & 0<x<\lambda\\ 0, & 其它\end{cases}$$ 其中$\lambda>0$为未知参数

求参数$\lambda$的矩估计，判断该估计是否是$\lambda$的无偏估计并证明。

设总体$X$的分布律为

| $X$ | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| $p_i$ | $\theta^2$ | $2\theta(1-\theta)$ | $(1-\theta)^2$ |

中$\theta(0<\theta<1)$为未知参数，已知取得了样本值$x_1=1,x_2=2,x_3=3$。

参数$\theta$的最大似然估计值

八、（12 分）

某机床生产的某型号零件的长度规格为 5mm，根据经验这批零件长度服从正态分布$N(\mu,\sigma^2)$。对这批零件随机检查了 9 件，测得平均长度为 5.9mm，测得样本标准差为 0.9mm

1、能否认为该零件的平均长度为 5mm，显著性水平$\alpha=0.05$

2、考虑假设检验问题$H_0:\sigma^2=0.8,H_1:\sigma^2<0.8$，针对拒绝域$W=\{S^2\leqslant 0.349\}$，问该检验犯第一类错误的概率。