

课程编号: MTH17003 北京理工大学 2014-2015 学年第一学期

工科数学分析期末试题(A 卷)

班级\_\_\_\_\_ 学号\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_

(本试卷共 6 页, 十一个大题. 解答题必须有解题过程. 试卷后面空白纸撕下做草稿纸. 试卷不得拆散.)

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	总分
得分												
签名												

一. 填空题 (每小题 2 分, 共 10 分)

1. 曲线  $\rho = \cos 2\theta$  在  $\theta = \frac{\pi}{6}$  所对应的点处的切线方程为\_\_\_\_\_.
2.  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{x}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right) =$ \_\_\_\_\_.
3. 反常积分  $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{x(x+1)}$ ,  $\int_0^{+\infty} xe^{-x} dx$ ,  $\int_0^{+\infty} \cos x dx$  中收敛的是\_\_\_\_\_.
4. 已知  $e^x \sin x - x^2(1+x) = ax + bx^3 + o(x^3)$ , 则  $a =$ \_\_\_\_\_,  $b =$ \_\_\_\_\_.
5. 设  $f(x)$  是连续函数,  $\varphi(x) = \int_0^x tf(x-t)dt$ , 则  $\varphi''(x) =$ \_\_\_\_\_.

二. (8 分) 计算  $I = \int_{-1}^1 (x^{10} + \sin x) \sqrt{1-x^2} dx$ .

三. (9 分) 求微分方程  $xy' + (1-x)y = e^{3x}$  的通解.

四. (9 分) 设  $y = 1 - xe^y$  确定函数  $y = y(x)$ ,  $f(x) = ax^2 + bx + c$ . (1)求  $y(0), y'(0), y''(0)$ .

(2) 确定  $a, b, c$  的值, 使曲线  $y = f(x)$  与  $y = y(x)$  在  $x = 0$  处有共同的曲率圆.

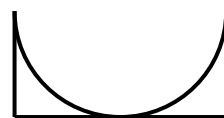
五. (9 分) 计算  $I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\ln \cos x}{\cos^2 x} dx$ .

六. (9 分) 判断曲线  $y = \ln x$  与  $y = \frac{x^2}{2} + a$  的交点个数.

七. (9 分) 求不定积分  $\int \frac{2x^2 - 4x - 1}{(x+2)(x^2+1)} dx$ .

八. (9 分) 设  $f(x) = \begin{cases} \frac{\arctan(ax^3)}{x - \arcsin x} & -1 \leq x < 0 \\ 6 & x = 0 \\ \frac{e^{ax} + x^2 - ax - 1}{x \ln(1 + \frac{x}{4})} & x > 0 \end{cases}$ , 且  $x=0$  是  $f(x)$  的可去间断点, 求  $a$  的值.

九. (9 分)某河道长 100m, 截面是半径为  $a$  (m)的半圆, 现将其挖成矩形(如图), 设泥土的密度为  $\mu$  (kg/m<sup>3</sup>), 求将泥土运出所作的功. (要求画出坐标系)



十. (10 分) 求  $y'' + y' - 2y = 3xe^x$  的通解.

十一. (9 分) 设  $f(x)$  在  $[a, b]$  ( $a \geq 0$ ) 上非负连续且单调减少, 证明存在  $\xi \in (a, b)$ , 使得由曲线  $y = f(x)$  与直线  $y = f(\xi)$ ,  $x = a$  所围平面图形绕  $x$  轴旋转一周所得旋转体的体积  $V_1$  等于由曲线  $y = f(x)$  与直线  $y = f(\xi)$ ,  $x = b$  所围平面图形绕  $y$  轴旋转一周所得旋转体的体积  $V_2$ .