

2007 级概率论与数理统计试题 (A 卷)

班级_____ 学号_____ 姓名_____

题号	一	二	三	四	五	六	七	总分
得分								

(本试卷共 8 页, 七个大题, 满分 100 分; 第 2 页空白纸及每张纸的背面为草稿纸, 空白草稿纸不得撕下)

附表:

$$\Phi(1) = 0.8413 \quad t_{0.05}(24) = 1.7109, \quad t_{0.05}(25) = 1.7081$$

$$\chi_{0.05}^2(8) = 15.507, \quad \chi_{0.05}^2(9) = 16.919$$

一、(12 分) 三门大炮对同一个目标轰击(每门一发炮弹), 已知它们的命中率分别是 0.3, 0.4, 0.5, 目标中弹 1 发, 2 发, 3 发而被摧毁的概率依此为 0.2, 0.5, 0.8.

求(1)目标被摧毁的概率;

(2)已知目标被摧毁, 求目标中弹 2 发的概率.

二、(14 分) (1) 设随机变量 X 的分布函数为

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{x}{3}, & 0 \leq x < 1 \\ \frac{1}{3}, & 1 \leq x < 3 \\ \frac{2}{9}x - \frac{1}{3}, & 3 \leq x < 6 \\ 1, & x \geq 6 \end{cases}$$

且 $P(X > k) = \frac{2}{3}$, 试求 k 的取值范围;

(2) 设随机变量 $X \sim U(0, 3)$, 求 $Y = 5X + 2$ 的密度函数.

三、(18 分) 设 (X, Y) 的联合密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} Ae^{-\frac{x^2}{2}}, & -\infty < x < \infty, -2 < y < 2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

- (1) 确定常数 A ;
- (2) 求 X 与 Y 的边缘密度 $f_X(x), f_Y(y)$;
- (3) 判断 X 与 Y 是否相互独立, 说明理由;
- (4) 计算 $P(\max(X, Y) \leq 0)$.

四、(18 分) 设二维随机变量 (X, Y) 的概率密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

- (1) 求 $E(X), E(Y)$;
- (2) 求协方差 $\text{cov}(X, Y)$;
- (3) 令 $U = X + 2Y, V = X - 2Y$, 求协方差 $\text{cov}(U, V)$.

五、(8 分) 设各零件的质量都是随机变量，它们相互独立，且服从相同的分布，其数学期望为 0.5kg ，标准差为 0.1kg ，求 100 只零件的总质量超过 51kg 的概率.

六、(18 分) 设 X_1, X_2, \dots, X_n 是来自总体 X 的一个样本, $X \sim B(m, p)$, 其中 m 已知, 试求参数 p 的矩估计和最大似然估计.

七、(12 分) 某工厂对部件进行装配, 设部件的装配时间服从正态分布, 均值和方差均未知。现随机选取 25 个部件进行装配, 测得平均装配时间为 10.2min, 标准差为 0.5min。在显著性检验水平 0.05 下, 是否可以认为装配时间的均值显著地大于 10min?