

课程编号: 07000130

北京理工大学 2008-2009 学年第一学期

## 数学分析 B 期末试题(A 卷)

班级\_\_\_\_\_ 学号\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_

(本试卷共 5 页, 九个大题)

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	总分
得分										
评阅人										

一. 填空题 (每小题 4 分, 共 28 分)

1.  $\frac{d(\arcsin x)}{d\sqrt{1-x^2}} = \underline{\hspace{2cm}}.$

2. 设  $y = f(x)$  满足  $y'' = x + \sin x$ , 且曲线  $y = f(x)$  与直线  $y = x$  在原点处相切, 则  
 $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}.$

3. 函数  $f(x) = \sin^3 x + \cos^3 x$  在  $[0, \frac{\pi}{2}]$  上的最大值  $M = \underline{\hspace{2cm}}$ , 最小值  $m = \underline{\hspace{2cm}}.$

4. 微分方程  $\frac{dy}{dx} - \frac{1}{x}y = x^2$  的通解为  $\underline{\hspace{2cm}}.$

5. 函数  $f(x) = x \ln(1+x) - e^{x^2}$  的 5 阶麦克劳林公式(带佩亚诺余项)为  
 $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}.$

6. 已知  $f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos ax}{x^2} & x > 0 \\ 2 & x = 0 \\ \frac{\sqrt{1-x}-1}{bx} & x < 0 \end{cases}$  是连续函数, 则  $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $b = \underline{\hspace{2cm}}.$

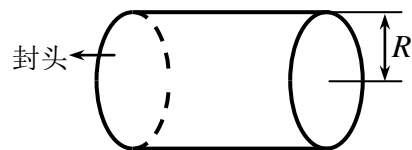
7. 极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{\sin x} (1+t)^{\frac{1}{t}} dt}{\int_0^{\tan x} \frac{\sin t}{t} dt} = \underline{\hspace{2cm}}.$

二. (9 分) 求微分方程  $y'' + y' - 2y = e^x$  的通解.

三. (9 分) 求不定积分  $\int x^2 \arctan x dx$ .

四. (9 分) 设  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) - (ax + bx^2)}{x^2} = 1$ , 求  $a$  和  $b$  的值.

五. (9 分) 已知油罐车上的油罐是半径为  $R$  的圆柱体, 两边的封头是半径为  $R$  米的圆板 (如图), 若油的密度  $\mu = 800 \text{ kg/m}^3$ , 并假定油罐装满了油, 求油罐的每个封头所受的侧压力.



六. (9 分) 求反常积分  $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x+1}}$ .

七. (9 分) 已知函数  $f(x)$  在  $[1, +\infty)$  上单调增加, 且对任意  $t > 1$ , 曲线  $y = f(x)$  在  $[1, t]$  上的弧长等于此曲线与直线  $x = 1$ ,  $x = t$  及  $x$  轴所围图形面积的 2 倍, 又曲线过点  $(1, \frac{1}{2})$ , 求  $f(x)$ .

八. (9 分) (1) 设  $I_1 = \int_0^{\pi} e^{\sin x} \sin x dx$ ,  $I_2 = \int_{\pi}^{2\pi} e^{\sin x} \sin x dx$ , 比较  $I_1, I_2$  的大小(要说明理由);

(2) 设  $F(x) = \int_x^{x+2\pi} e^{\sin t} \sin t dt$ , 证明  $F(x)$  恒为正的常数.

九. (9 分) 设  $f(x)$  在  $[0,2]$  上二阶可导, 且  $|f''(x)| \leq 1$ , 又  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = 0$ . (1) 证明  $f(x)$  在

$(0,2)$  内存在驻点; (2) 证明  $|f'(0)| + |f'(2)| \leq 2$ .