北京理工大学《概率与数理统计》

2019-2020 学年第二学期期末考试 A 卷

附表：

$\Phi(2)=0.9772$，$\Phi(1.96)=0.975$，$\Phi(1.64)=0.95$，$\Phi(1)=0.8413$

$t_{0.05}(24)=1.7109$，$t_{0.05}(25)=1.7081$，$t_{0.025}(24)=2.0639$，$t_{0.025}(25)=2.0595$

一、填空题(16 分)

1、设$P(A)=P(B)=P(C)=\dfrac{1}{4}$,$P(AB)=0$,$P(AC)=P(BC)=\dfrac{1}{8}$,则$A,B,C$全不发生的概率为______.

2、设随机变量X服从二项分布$B(3,p)$，并且$P\{X=0\}=\dfrac{1}{27}$，则$p=$______.

3、设随机变量X_1和X_2的分布律分别为：

X_1	-1	0	1
P	0.25	0.5	0.25

X_2	-1	0	1
P	0.25	0.5	0.25

且满足$P\{X_1X_2=0\}=1$,则$P\{X_1=X_2\}=$______.

4、设X服从参数为λ的泊松分布，且$E[(X-2)(X-3)]=2$,则$\lambda=$______.

5、设总体$X\sim\chi^2(m)$，$X_1,X_2,\cdots,X_n$为取自该总体的一个样本，$S^2=\dfrac{1}{n-1}\sum\limits_{i=1}^{n}\left(X_i-\bar{X}\right)^2$表示样本方差，则$E(S^2)=$______.

6、设总体X服从正态分布$N(0,\sigma^2)$，$X_1,X_2,\cdots,X_6$是来自该总体的样本，则当$a=$______时，统计量$\dfrac{a(X_1+X_2)}{\sqrt{X_3^2+X_4^2+X_5^2+X_6^2}}$服从$t$分布，自由度为______.

7、设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为总体 $N(\mu,\sigma_0^2)$ 的一个样本，其中 $\sigma_0^2>0$ 已知，$\bar{X}$ 是样本均值，

$S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\bar{X}\right)^2$ 是样本方差，则μ的置信水平为$1-\alpha$的置信区间为______。

二、（10 分）从过去经验得知一电子器件工厂中，一位新工人参加培训后能完成生产定额的概率为0.86而不参加培训能完成生产定额的概率为0.35，假如该厂中80%的新工人参加过培训。

（1）求一位新工人完成生产定额的概率是多少？

（2）若一位新工人已完成生产定额，求他参加过培训的概率是多少？

三、（12 分）

1、设随机变量$X\sim N(0,1)$，令$Y=e^X$，求Y 的概率密度函数$f_Y(y)$。

2、设连续型随机变量X的概率密度函数为

$$f_X(x)=\begin{cases}A\cos x, & -\frac{\pi}{2}<x<\frac{\pi}{2}\\ 0, & 其他\end{cases}，其中常数A>0令Y=\begin{cases}0, & 0<X<\frac{\pi}{4}\\ 1, & 其他\end{cases}。$$

（1）求常数A的值：（2）求Y 的分布律。

四、(12 分) 设随机变量 X 和 Y 相互独立,且 X 服从参数为1的指数分布,$Y\sim U(0,1)$,试求:

(1) X 和 Y 的联合概率密度;(2) $P(X\leqslant Y)$;(3) $Z=X+Y$ 的概率密度函数 $f_Z(z)$。

五、(16 分)

1.两个随机变量 X 和 Y 不相关,则他们一定独立.判断此命题是否正确,如正确请证明,如不正确请给出反例。

2.设二维随机变量 (X,Y) 在矩形 $G=\{(x,y):0\leqslant x\leqslant 2,0\leqslant y\leqslant 1\}$ 上服从均匀分布,记

$$U=\begin{cases}1, & X>Y\\ 0, & X\leqslant Y\end{cases},\quad V=\begin{cases}1, & X\leqslant 2Y\\ 0, & X>2Y\end{cases}$$

试求(1)EU,EV,DU,DV;(2)$Cov(U,V),\rho_{uv}$(3)判断 U 与 V 是否独立,并说明理由。

六、（8分）某生产线上组装每件产品的时间服从同一指数分布，均值为$\frac{1}{6}$(小时)，且各件产品的组装时间是相互独立的，试求组装100件产品需要15小时至20小时的概率.

七、（12分）设总体X的概率密度函数为

$$f(x)=\begin{cases}(\theta+1)x^{\theta}, 0<x<1\\ 0，其他\end{cases}$$

其中，$\theta>-1$为未知数。$X_1,X_2,\ldots,X_n$为取自该总体的样本，$x_1,x_2,\ldots,x_n$为相应的样本观测值。

（1）求参数θ的矩估计量；（2）求参数θ的最大似然估计量。

八、（14分）1.叙述实际推断原理；

2.某纤维的强力服从正态分布$N(\mu,0.04^2)$，按设计要求均值为1.40.今测得25个强力数据，计算得其平均值为1.39.设方差稳定不变，问在显著性水平$\alpha=0.05$下，该纤维的强力是否符合要求？