

作业纸

课程名称: 计算理论

班级: 63012025 教学班级: 07112002 姓名: 郑子凡

学号: 1120200822 第 1 页

7.9.

证明: 构造图灵机 M .

$M =$ "对于输入 $\langle G \rangle$, 其中 G 是一个无向图.

(1) 对于任意 3 个不同的顶点 $v_1, v_2, v_3 \in G$:

(2) 若边 $(v_1, v_2), (v_2, v_3), (v_3, v_1)$ 都是 G 中的边, 则接受;

(3) 若没有上述这样的三个点, 则拒绝."

对于一个 n 个无向图, 共有 $\binom{n}{3} = \frac{n!}{3!(n-3)!} = O(n^3)$ 种选出三个点的方法.

故 (2) 重复 $O(n^3)$ 次. 故 M 可在 $O(n^3)$ 时间内判定 TRIANGLE.

$\therefore \text{TRIANGLE} \in P$.

7.11

证明: 构造 NPM 如下:

$M =$ "对于输入 $\langle G, H \rangle$, 其中 G, H 是图,

1. 如果 G, H 节点数不同, 则拒绝; 否则, 设 n 为其节点数.

2. 非确定地选择一组 n 个 $1 \sim n$ 的排列 π .

3. 若存在 x, y 使得 (x, y) 在 G 中且 $(\pi(x), \pi(y))$ 不在 H 中,

或 (x, y) 不在 G 中, $(\pi(x), \pi(y))$ 在 H 中, 则拒绝; 否则接受."

$\therefore \text{ISO} \notin NP$.



作业纸

课程名称: 计算理论

班级:

教学班级:

姓名:

学号: 1120200822 第 2 页

7.21

证明: $\text{Double-SAT} = \{ \langle \phi \rangle \mid \phi \text{ 至少有两个满足赋值} \}$.

下证明 $\text{SAT} \leq_p \text{Double-SAT}$.

构造 TM F 以得到多项式时间归约 f .

$F = "$ 对于输入 ϕ , 其中 ϕ 为布尔公式, 包含布尔变量 x_1, \dots, x_m .

1. 令 $\phi' = \phi \wedge (x \vee \bar{x})$, 其中 x 为一新变量.

2. 输出 $\langle \phi' \rangle$."

如果 $\phi \in \text{SAT}$, 则 $\phi' \in \text{Double-SAT}$, 因为存在 $x=0, x=1$ 两种赋值满足 ϕ' ; 如果 $\phi' \in \text{Double-SAT}$, 则 ϕ 为 ϕ' 去掉含 x 的子句, 则 $\phi \in \text{SAT}$.

$\therefore \phi \in \text{SAT}$ 当且仅当 $\phi' \in \text{Double-SAT}$.

故 SAT 可归约到 Double-SAT .

又因为 SAT 是 NP 完全的, $\therefore \text{Double-SAT}$ 也是 NP 完全的.

7.22. $\text{HALF-CLIQUE} = \{ \langle G \rangle \mid G \text{ 是无向图, 包含结点数至少为 } \frac{n}{2} \text{ 的完全子图} \}$.

证明: 对 $\langle G, k \rangle$, 其中 G 是一个无向图, k 是一个正整数, 构造 $f(\langle G, k \rangle) = \langle G' \rangle$.

设 G 有 n 个顶点, 构造 G' :

① 若 $k = \frac{n}{2}$, $G' = G$

② 若 $k > \frac{n}{2}$, 则在 G 中增 $2k - n$ 个孤立点, 得到 G'

③ 若 $k < \frac{n}{2}$, 则在 G 中增 $n - 2k$ 个顶点, 每个都和其他 $2m - 2k - 1$ 个原有顶点有连边, 得到 G' .

联系方式: _____



扫描全能王 创建

作业纸

课程名称: 计算理论

班级:

教学班级:

姓名:

学号: 1120200822 第 3 页

f 可在多项式内完成.

下证 G 有 k 团 $\Leftrightarrow G'$ 有 $\frac{m'}{2}$ 个顶点的团. (m' 为 G' 顶点个数).

若 G 有 k 团, 当 $k = \frac{m}{2}$ 时, $G' = G$, $m' = m$, 则 G' 有 $\frac{m'}{2}$ 团.

当 $k > \frac{m}{2}$ 时, $m' = 2k$, G' 有 $\frac{m'}{2}$ 团.

当 $k < \frac{m}{2}$ 时, $m' = 2m - 2k$, G' 有 $\frac{m'}{2} = m - k$ 团.

若 G' 有 k 团, 当 $k = \frac{m'}{2}$ 时, $G' = G$, $m' = m$, G 有 $\frac{m}{2}$ 团.

当 $k \geq \frac{m'}{2}$ 时, $m' = 2k$, G 中也有 $k = \frac{m'}{2}$ 团.

当 $k < \frac{m'}{2}$ 时, $m' = 2m - 2k$, 去掉 $m - 2k$ 个新添顶点, 则 G 中有 k 团.

\therefore 由 $CLIQUE$ 到 $HALF-CLIQUE$ 的多项式时间归约.

\because $CLIQUE$ 是 NP 完全的

\therefore $HALF-CLIQUE$ 是 NP 完全的.

联系方式: _____



扫描全能王 创建