课程编号：MTH17003　　北京理工大学 2015-2016 学年第一学期

工科数学分析期末试题(A 卷)

班级________　　学号________　　姓名________

(本试卷共 6 页，十一个大题. 解答题必须有解题过程. 试卷后面空白纸撕下做草稿纸. 试卷不得拆散.)

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	总分
得分												
签名												

一．填空题（每小题 4 分，共 20 分）

1、极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\int_0^{x^2}\ln(1+\sin t)dt}{\cos x^2-1}=$________。

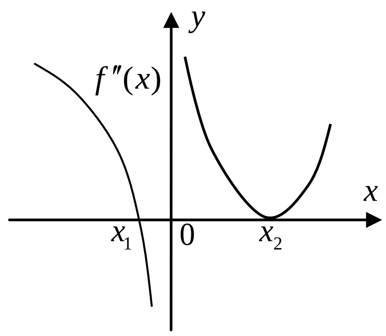
2、设 $y=f(x)$ 是由方程 $y-x=e^{x(2-y)}$ 确定，则 $\lim\limits_{n\to\infty}n[f(\dfrac{1}{n})-1]=$________。

3、$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}(\dfrac{x^3\sin^2 x}{1+\cos x}+|x|)dx=$________。

4、曲线 $y=\dfrac{x^3}{1+x^2}+\arctan(1-x^2)$ 的斜渐近线方程为________。

5、设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上连续，其二阶导数 $f''(x)$ 的图形如右图所示，则曲线 $y=f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上拐点坐标为:

________。



二、（8分）设 $f(x)=2\arctan x+\arcsin\frac{2x}{1+x^2}$。　（1）当 $x>0$ 时，求 $f'(x)$；

（2）证明当 $x\geq 1$ 时，$f(x)$ 恒等于常数，并确定此常数值。

三.（8 分）已知 $f(x)=\begin{cases} x+1 & x<0 \\ x & x\geq 0 \end{cases}$，　求 $F(x)=\int_{-1}^{x} f(x)dx$ 在 $[-1,1]$ 上的表达式，并讨论 $F(x)$ 在 $[-1,1]$ 上的连续性。

四. （8 分）（1）求不定积分$\int \frac{\ln(1+e^x)}{e^x}dx$；（2）求广义积分$\int_1^{+\infty}\frac{dx}{(1+x)\sqrt{x}}$

五、（8 分）设曲线方程为$\rho = 1+\cos\theta$。（1）求曲线在$\theta = \frac{\pi}{2}$处的切线方程；

（2）求曲线在$\theta = \frac{\pi}{2}$处的曲率。

六.（8 分）求微分方程 $xy' + y(\ln x - \ln y) = 0$ 满足条件 $y(1) = e^3$ 的解。

七.（8分）求曲线 $y = 4\arctan x$ 和直线 $y = x - \frac{4\pi}{3} + \sqrt{3}$ 交点的个数。

八.（8 分） 已知一个高温物体放到一个温度较低的恒温环境中，物体的冷却速度与该物体与环境的温度之差成正比。现将室温 24^0C 下的一瓶苏打汽水放入冰箱，冰箱内的温度为 4^0C，30 分钟后汽水冷却到 14^0C。问还需要经过多长时间汽水能冷却到 9^0C？

九.（8 分）设函数 $f(x)$ 连续，且满足方程 $\int_0^x (t-x)f(t)dt = f(x)+\cos 2x$，

求 $f(x)$ 的表达式。

十. (8分) 设 D 是由曲线 $y=\sqrt{1-x^2}\ (0\le x\le 1)$ 与星形线 $\begin{cases} x=\cos^3 t \\ y=\sin^3 t \end{cases} (0\le t\le \frac{\pi}{2})$ 所围成的平面区域，（1）求 D 的面积；（2）求 D 绕 x 轴旋转一周所得旋转体的体积。

十一. (8 分) 设函数 $f(x)$ 在区间 $[-a,a]\ (a>0)$ 上有二阶连续导数，且 $f(0)=0$,

（1）写出 $f(x)$ 的带拉格朗日余项的一阶麦克劳林公式；

（2）证明至少存在一点 $\eta\in[-a,a]$，使 $a^3 f''(\eta)=3\int_{-a}^{a} f(x)dx$ 。