

课程编号: MTH17003 北京理工大学 2013-2014 学年第一学期

工科数学分析期末试题(A 卷)

班级_____ 学号_____ 姓名_____

(本试卷共 6 页, 十一个大题. 解答题必须有解题过程. 试卷后面空白纸撕下做草稿纸. 试卷不得拆散.)

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	总分
得分												
签名												

一. 填空题 (每小题 2 分, 共 10 分)

1. 设 $p(x)$ 是多项式, 且 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{p(x) - x^3}{x^2} = 2$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{p(x)}{x} = 3$, 则 $p(x) =$ _____.

2. 曲线 $\rho = 1 - \cos \theta$ 在 $\theta = \frac{\pi}{4}$ 处的切线斜率等于_____.

3. 已知点 (1,3) 为曲线 $y = ax^3 + bx^2$ 的拐点, 则 $a =$ _____, $b =$ _____.

4. 设 $f(x) = \sqrt{1-x^2} + \arctan x \cdot \int_0^1 f(t)dt$, 则 $f(x) =$ _____.

5. 质量为 m 的降落伞从跳伞塔下落, 所受空气阻力与速度成正比 (比例系数为 $k > 0$), 则降落伞的位移 $y(t)$ 所满足的微分方程为_____.

二. (8 分) 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \ln(1-x)}{e^{\tan^2 x} - 1}$.

三. (8 分) 设 $e^y - xy = e$ 确定函数 $y = y(x)$, 求 $\frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}$.

四. (9 分) 设 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2a}{x-a} \right)^x = \int_0^{+\infty} \frac{8x}{e^x} dx$ ($a \neq 0$), 求常数 a 的值.

五. (9 分) 求微分方程 $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x + y^4}$ 的通解.

六. (9 分) 已知 $f(x) = a \cos x - \frac{1}{3} \sin 3x$ 在 $x = \frac{\pi}{3}$ 处取得极值, 求 a 的值, 并判断 $f(\frac{\pi}{3})$ 是极大值还是极小值.

七. (9 分) 求曲线 $y^2 = x$ 与直线 $y = x - 2$ 所围成平面图形的面积 A , 以及此平面图形绕 y 轴旋转一周所得旋转体的体积 V .

八. (9 分) 求不定积分 $\int \frac{1}{x} \sqrt{\frac{1+x}{x}} dx$.

九. (9 分) 一圆锥形贮水池, 深 3m, 直径 4m, 池中盛满了水, 如果将水抽空, 求所作的功.
(要求画出带有坐标系的图形)

十. (12 分) 设 $f(x) + e^{-x} + \int_0^x (t-x)f(t)dt = 0$, 其中 $f(x)$ 是连续函数, 求 $f(x)$ 的表达式.

十一. (8 分) 设 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上非负连续, 试证存在 $\xi \in (0,1)$, 使得区间 $[\xi,1]$ 上以 $f(\xi)$ 为高的矩形面积等于区间 $[0,\xi]$ 上以 $y = f(x)$ 为曲边的曲边梯形的面积.