

小测验

1. 设 n 阶方阵 A, B, C 满足关系式 $ABC = I$, 其中 I 是 n 阶单位矩阵, 则必有().
(a) $ACB = I$; (b) $CBA = I$; (c) $BAC = I$; (d) $BCA = I$.
2. n 阶矩阵 A 以列分块, 记成 $A = [A_1, A_2, \dots, A_n]$, X 是 $n \times 1$ 矩阵, 则下列各式成立的是().
(a) $[A_1, A_2, \dots, A_n]X = [A_1X, A_2X, \dots, A_nX]$;
(b) $A[A_1, A_2, \dots, A_n] = [AA_1, AA_2, \dots, AA_n]$;
(c) $[A_1, A_2, \dots, A_n]A = [A_1A, A_2A, \dots, A_nA]$;
(d) $X[A_1, A_2, \dots, A_n] = [XA_1, XA_2, \dots, XA_n]$.

3. 设 A 与 B 为3阶方阵, I 是3阶单位矩阵, 满足

$$AB + I = A^2 + B, \text{ 又知 } A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

求矩阵 B .

4. 已知 n 阶方阵 A 满足 $A^k = 0, k \geq 2$ 为正整数, 证明: $I - A$ 可逆, 并求 $(I - A)^{-1}$.
5. 已知线性方程组 $A_{n \times n}X = b$ 对任何 b 的取值都有解的充要条件是 $A_{n \times n}$ 为可逆阵.

$$6. \text{ 已知 } A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}, \text{ 求 } \begin{pmatrix} 0 & A \\ B & 0 \end{pmatrix}^{-1}.$$

7. 已知4阶矩阵 A, B 满足: $XA + YB + A = 3I$, $XB + YA + B = -2I$, 其中

$$X = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}, Y = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & -2 & 2 \end{bmatrix}$$

求 $A + B$.

$$8. \text{ 对下列线性方程组 } \begin{cases} \lambda x_1 + 3x_2 - 3x_3 = \lambda \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 1 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 2 \end{cases}$$

试讨论: 当 λ 取何值时, 它有唯一解? 无解? 有无穷多解? 并在有无穷多解时求其通解.

$$9. \text{ 已知线性方程组 } \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = -1 \\ 2x_1 + 4x_2 - x_3 = 1 \\ ax_1 + bx_2 + cx_3 = d \end{cases} \text{ 有无穷多解.}$$

试确定 a, b, c, d 满足的条件, 并求该方程组的通解.