2005-2016　工科数学分析（I）

试题合集

课程编号：A071001　北京理工大学2005-2006学年第一学期

数学分析期末试题(A)

一. 解下列各题（每小题6分）

1. 已知函数 $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ 在 $x=0$ 处有极值 2，曲线 $y=f(x)$ 有一拐点 $(-1,4)$，求 a,b,c,d 的值，并指出 $f(0)$ 是极大值还是极小值.

2. 求 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2-\int_0^{x^2}\cos t^2dt}{\int_0^{x^5}(e^x-1)dx}$.

3. 设 $y=f(\tan x)$， $f'(x)=e^{x^2-2x+2}$，求 $\dfrac{dy}{dx}\Big|_{x=0}$.

4.计算广义积分 $\int_0^1\dfrac{xdx}{(3+x^2)\sqrt{1-x^2}}$.

二. 解下列各题（每小题7分）

1. 求极坐标系下由方程 $\rho=\theta$ 所确定的曲线在点 $(\rho,\theta)=(\pi,\pi)$ 处的法线的直角坐标方程.

2. 计算 $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\dfrac{x-\sin x}{1+\cos x}dx$.

3. 设 $f(x)$ 的二阶导函数连续，且 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)+\cos x}{x^2}=1$，求 $f(0), f'(0), f''(0)$.

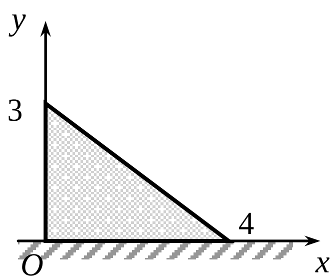
4. 求微分方程 $x^2ydx-(x^3+y^3)dy=0$ 的通解.

三.（8 分）设 $f(x)$ 有二阶连续导数，且 $f(\pi)=2$，

$\int_0^{\pi}[f''(x)+f(x)]\sin x dx=5$，求 $f(0)$.

四.（8 分）设位于第一象限内的曲线 $y=f(x)$ 上任一点 $M(x,y)$ 处的切线与两坐标轴及过点 M 平行于 y 轴的直线所围成的梯形面积等于常数 3，且曲线经过点(1,1)，求此曲线的方程.

五. (8 分)一块边长分别为 $3m,4m,5m$，重为 $500kg$ 的直角三角形钢板水平放置在地板上，现将此钢板铅直立起，使其 $4m$ 长的边着地(如图)，设钢板的面密度为常数 λ，求克服重力所作的功.



六.（10 分）设函数 $y=y(x)$ 满足方程

$y'(x)+3y(x)+2\int_0^x y(x)dx+2\cos x=0$，且 $y(0)=-1$，求 $y(x)$.

七.（7 分）设 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x}=1$，且 $f''(x)>0$，证明当 $x\neq 0$ 时，

$f(x)>x$.

八. (7 分)设函数 $f(x)$ 在区间 $[0,+\infty)$ 上可导，且 $f(x)+f'(x)>0$，又设 $\lim\limits_{x\to 0^+}[f(x)+f(\frac{1}{x})]=0$，$\lim\limits_{x\to +\infty}[f(x)-f(\frac{1}{x})]=1$，求证:

(1) 函数 $y=f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 内必有零点;

(2) 函数 $y=f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 内只有一个零点.

课程编号：A071001

北京理工大学 2006-2007 学年第一学期

数学分析期末试题(A)

一. 解下列各题（每小题 6 分）

1. 已知 $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+a}{x-a}\right)^x=9$ ，求常数 a.

2. 设曲线的参数方程为 $\begin{cases} x=\ln\cos t \\ y=\sin t-t\cos t \end{cases}$，求曲线在 $t=\dfrac{\pi}{3}$ 对应点处的切线方程.

3. 求极限 $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{x}{x-1}-\dfrac{1}{\ln x}\right)$.

4. 计算定积分 $\displaystyle\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}\frac{x\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}dx$.

二. 解下列各题（每小题 7 分）

1. 求由方程 $y=1+x^2e^y$ 所确定的隐函数 $y=y(x)$ 的极值，并判断该极值是极大值还是极小值.

2. 求不定积分 $\int x\arctan x dx$.

3. 已知 $y_1=x-x^2$，$y_2=3e^x-x^2$，$y_3=2x-x^2-e^x$ 是某二阶线性非齐次微分方程的三个特解，求此微分方程的通解.

4. 已知函数 $f(x)=\begin{cases} \dfrac{e^{x^2}-a}{x^2} & x\neq 0 \\ b & x=0 \end{cases}$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 可导，求 a,b 的值，并求 $f'(x)$.

三. (7 分) 试确定函数 $y=3x^4-4x^3-12x^2+10$ 在区间 $(0,,3)$ 内零点的个数.

四.（8 分）设函数 $f(x),g(x)$ 满足 $f'(x)=g(x)$，$g'(x)=2e^x-f(x)$，且 $f(0)=0$，$g(0)=2$， 求 $f(x)$ 的表达式.

五. (7 分)设 $x\in(0,\dfrac{\pi}{2})$，证明 $\displaystyle\int_0^{\sin^2 x}\arcsin\sqrt{t}dt+\int_0^{\cos^2 x}\arccos\sqrt{t}dt=C$，并求常数 C 的值.

六.（10 分）设函数 $f(x)$ 在 $[1,+\infty)$ 上可导，若由曲线 $y=f(x)$，直线 $x=1$，$x=t$ $(t>1)$ 与 x 轴所围成的平面图形绕 x 轴旋转一周所得旋转体的体积为

$v(t)=\pi[t^2 f^2(t)-f^2(1)]$，试求 $y=f(x)$ 所满足的微分方程，并求该微分方程的通解.

七. (8 分) 一容器内含有 100 升清水，现将每升含盐量 4 克的盐水以每分钟 5 升的速率由 A 管注入容器，假设瞬间即可混合均匀，同时让混合液以同样的速率由 B 管流出容器(容器内的液体始终保持为 100 升)，问在任意时刻 t 容器内溶液的含盐量是多少?

八. (8 分) 设 $f(x)$ 在 $[0,2]$ 上连续，在 $(0,2)$ 内有二阶导数，且 $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{\ln(1+\frac{f(x)}{x})}{\sin x}=3$，$\int_1^2 f(x)dx=0$ ，(1) 求 $f'(0)$； (2) 证明 $\exists\xi\in(0,2)$，使 $f'(\xi)+f''(\xi)=0$.

课程编号：A071001　　北京理工大学 2007-2008 学年第一学期

2007 级数学分析 B 期末试题(B)

一. 填空题（每小题 3 分，共 30 分）

1. 设 $y=\ln\left|f(\frac{1}{x})\right|$，其中 f 是可导函数，则 $dy=$________.

2. $\lim\limits_{x\to+\infty}x[\ln(2+x)-\ln x]=$________.

3. 曲线 $y=x^2\ln x$ 上横坐标为 $x=e$ 的点处的切线方程为________.

4. 已知 $f'(1)=8$，则 $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{f(1-x^2)-f(1)}{1-\cos x}=$________.

5. $\int_{\frac{2}{\pi}}^{+\infty}\dfrac{4}{x^2}\sin\dfrac{1}{x}dx=$________.

6. 设 $y=C_1e^{-x}+C_2xe^{-x}$ 是某二阶常系数线性齐次微分方程的通解(其中 C_1,C_2 为任意常数)，则此微分方程为________.

7. $\int_{-1}^{1}\dfrac{x^4}{\sqrt{1-x^2}}dx=$________.

8. 已知 $x\to0$ 时 $\dfrac{1}{1+2x}=a+bx+cx^2+o(x^2)$，则 $a=$________，$b=$________，$c=$________.

9. 由曲线 $y=\sqrt{x}$ 与直线 $x=4$ 及 x 轴所围平面图形绕 y 轴旋转一周所得旋转体的体积等于________.

10. 微分方程 $\dfrac{dy}{dx}+4xy=2x$ 的通解为________.

二. (8 分)计算定积分 $\int_0^{\pi}\left|x-\dfrac{\pi}{2}\right|\sin xdx$.

三. (8 分)求函数 $f(x)=\sqrt[3]{(x^2-2x)^2}$ 在 $[-2,3]$ 上的最大值和最小值.

四. (8 分)已知 $f(x)$ 有二阶导函数，又曲线 $y=f(x)$ 上点 (x,y) 处切线的斜率为 ax^2-4x，且 $(-1,\dfrac{8}{3})$ 是此曲线的拐点，求 a 的值及 $f(x)$ 的表达式.

五. (8 分)设室温为 20^0C 恒温，一个表面温度为 100^0C 的热物体经过 20 分钟冷却到 60^0C，假定任意时刻热物体表面温度的下降速度与物体表面温度和室温的差值成正比，问 t 分钟后该物体的表面温度为多少?

六. (14 分)设函数 $f(x)$ 连续，且满足方程 $\int_0^x(x-t)f(t)dt=xe^x-f(x)$，求 $f(x)$.

七．(8 分)设对$(-\infty,+\infty)$内任意两点x_1,x_2，函数$f(x)$都满足$f(x_1+x_2)=f(x_1)+f(x_2)$，

且$f(x)$在$x=0$处连续，证明$f(x)$在$(-\infty,+\infty)$内连续.

八．(8 分) 已知$x\to 0$时 $f(x)=\int_0^{x^2}\frac{\ln(1+t^{2k})}{t}dt$ 与$g(x)=a(\cos x-1)(1-\sqrt{1-x^2})$是等价

无穷小, (其中a,k是非零常数，且$k>0$)，求a与k的值.

九. (8 分)已知$f(x)$在$[0,a]$上有连续的导函数，且$|f'(x)|\le M$，证明

$$\left|\int_0^a f(x)dx-af(a)\right|\le\frac{Ma^2}{2}.$$

课程编号：07000130　　北京理工大学2008-2009学年第一学期

数学分析B期末试题(A卷)

班级________　　学号________　　姓名________

(本试卷共5页，九个大题)

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	总分
得分										
评阅人										

一. 填空题（每小题4分，共28分）

1. $\dfrac{d(\arcsin x)}{d\sqrt{1-x^2}}=$________.

2. 设 $y=f(x)$ 满足 $y''=x+\sin x$，且曲线 $y=f(x)$ 与直线 $y=x$ 在原点处相切，则

   $f(x)=$________.

3. 函数 $f(x)=\sin^3 x+\cos^3 x$ 在 $[0,\dfrac{\pi}{2}]$ 上的最大值 $M=$________，最小值 $m=$________.

4. 微分方程 $\dfrac{dy}{dx}-\dfrac{1}{x}y=x^2$ 的通解为________.

5. 函数 $f(x)=x\ln(1+x)-e^{x^2}$ 的5阶麦克劳林公式(带佩亚诺余项)为

   $f(x)=$________.

6. 已知 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1-\cos ax}{x^2} & x>0\\ 2 & x=0\\ \dfrac{\sqrt{1-x}-1}{bx} & x<0\end{cases}$ 是连续函数，则 $a=$________，$b=$________.

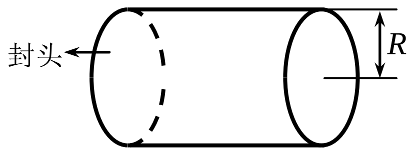
7. 极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\int_0^{\sin x}(1+t)^{\frac{1}{t}}dt}{\int_0^{\tan x}\dfrac{\sin t}{t}dt}=$________.

二. (9 分) 求微分方程 $y''+y'-2y=e^x$ 的通解.

三. (9 分) 求不定积分 $\int x^2\arctan x dx$.

四. (9 分) 设 $\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+x)-(ax+bx^2)}{x^2}=1$，求 a 和 b 的值.

五. (9 分) 已知油罐车上的油罐是半径为 R 的圆柱体，两边的封头是半径为 R 米的圆板(如图)，若油的密度 $\mu=800\,\mathrm{kg/m^3}$，并假定油罐装满了油，求油罐的每个封头所受的侧压力.



六. (9 分) 求反常积分$\int_{1}^{+\infty}\frac{dx}{x\sqrt{x+1}}$.

七. (9 分) 已知函数$f(x)$在$[1,+\infty)$上单调增加，且对任意$t>1$，曲线$y=f(x)$在$[1,t]$上的弧长等于此曲线与直线$x=1$，$x=t$及x轴所围图形面积的 2 倍，又曲线过点$(1,\frac{1}{2})$，求$f(x)$.

八. (9 分) (1)设 $I_1=\int_0^{\pi} e^{\sin x}\sin x dx$， $I_2=\int_{\pi}^{2\pi} e^{\sin x}\sin x dx$，比较 I_1, I_2 的大小(要说明理由);

(2) 设 $F(x)=\int_x^{x+2\pi} e^{\sin t}\sin t dt$，证明 $F(x)$ 恒为正的常数.

九. (9 分) 设 $f(x)$ 在 $[0,2]$ 上二阶可导，且 $|f''(x)|\le 1$，又 $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)}{x-1}=0$. (1) 证明 $f(x)$ 在 $(0,2)$ 内存在驻点; (2) 证明 $|f'(0)|+|f'(2)|\le 2$.

课程编号：MTH17003　　北京理工大学 2009-2010 学年第一学期

工科数学分析期末试题(A 卷)

班级________　　学号________　　姓名________

(本试卷共 6 页，九个大题，试卷后面空白纸撕下做草稿纸)

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	总分
得分										
签名										

一. 填空题（每小题 4 分，共 28 分）

1. 设 $e^y = xy + e$，则 $\dfrac{dy}{dx} =$ ________，$\dfrac{d^2y}{dx^2}\Big|_{x=0} =$ ________.

2. $I_1 = \int_e^{+\infty} \dfrac{\ln^2 x}{x} dx$ 与 $I_2 = \int_e^{+\infty} \dfrac{dx}{x\ln^3 x}$ 中收敛的为________，其值等于________.

3. $\int_{-1}^{1} 3\sqrt{1-x^2}\,dx =$ ________，$\int_{-1}^{1} x\sqrt{1-x^2}\,dx =$ ________.

4. 变量代换________能将微分方程 $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{xy-y^2}{x^2+3xy}$ 化成可分离变量的微分方程，所得可分离变量的微分方程为________.

5. 曲线 $xy = a \quad (a>0)$ 与直线 $x = a$，$x = 2a$ 及 x 轴所围成图形绕 x 轴旋转一周所得旋转体的体积 $V_1 =$ ________，绕 y 轴旋转一周所得旋转体的体积 $V_2 =$ ________.

6. 函数 $f(x) = xe^x - \cos x$ 的带佩亚诺余项的 4 阶麦克劳林公式为

   $f(x) =$ ________.

7. 已知 $y = \dfrac{x^3}{2}$ 是微分方程 $\dfrac{dy}{dx} + P(x)y = x^2$ 的解，则 $P(x) =$ ________，此微分方程的通解为 $y =$ ________.

二. (9 分) 求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(x-2)e^x+x+2}{\sin^3 x}$.

三. (9 分) 求不定积分 $\int x\ln(1+x)dx$.

四. (9分) 当船的速度为6m/sec时，船的推进器停止工作， 5秒后船的速度减至一半，已知船所受到的阻力与船的速度成正比，求船的速度随时间的变化规律.

五. (8 分) 设 $f(x)=\begin{cases} x^2\sin\dfrac{1}{x} & x>0 \\ 0 & x=0 \\ \dfrac{1-\cos x^2}{x} & x<0 \end{cases}$，求 $f'(x)$.

六. (13 分) 设函数 $f(x)$ 连续，且满足 $f(x)=e^{-x}+\int_0^x (t-x)f(t)dt$，求 $f(x)$ 的表达式.

七. (8 分) 一贮水池的上部是高 $h=2\,\mathrm{m}$, 半径 $R=1\mathrm{m}$ 的圆柱体, 下部是半径 $R=1\mathrm{m}$ 的半球体, 已知半球体部分装满了水, 圆柱体部分没有水, 如果将水从池中全部抽出, 求所作的功(水的密度 $\mu=1000\,\mathrm{kg/m^3}$).

八. (8 分) 设函数 $f(x)$ 在[0,3]上可导, 且 $f(3)=-1$, $\int_1^2 f(x)dx=1$, 证明在(0,3)内存在 ξ, 使 $\xi f'(\xi)+f(\xi)=0$.

九. (8 分) 设 $f(x)$ 有连续导数，且 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)+f'(x)}{e^x-1}=2$， $f(0)=0$，证明 $x=0$ 是 $f(x)$ 的驻点，并判断 $f(0)$ 是否为 $f(x)$ 的极值，若是极值，指出是极大值还是极小值.

课程编号：MTH17003　　北京理工大学 2010-2011 学年第一学期

工科数学分析期末试题（A 卷）

班级________________　　学号__________________　　姓名___________________

(本试卷共 6 页，十一个大题. 试卷后面空白纸撕下做草稿纸，试卷背面也可做草稿纸. 试卷不得拆散.)

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	总分
得分												

一. 填空题（每小题 2 分，共 10 分）

1. $\lim\limits_{x\to 0}(\frac{1}{x^2}-\frac{\cos x}{x\sin x})=$ ____________________________.

2. 具有特解 $y_1=e^{-x}$， $y_2=xe^{-x}$， $y_2=e^{x}$ 的三阶常系数线性齐次微分方程为
____-.

3. 已知 $f(2)=0$， $f'(2)$ 存在，则 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(2+\arctan x^3)}{e^{2x^3}-1}=$ _______________.

4. $\int_0^1\frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}}dx=$ __________________________.

5. 设 $x=x(y)$ 是 $y=y(x)$ 的反函数，且 $\frac{dy}{dx}=xe^{x}$，则当 $x>0$ 时，$\frac{d^2x}{dy^2}=$ ________________.

二. (8 分) 已知点 $(1,3)$ 是曲线 $y=ax^3+bx^2$ 的拐点，求 a,b 的值。

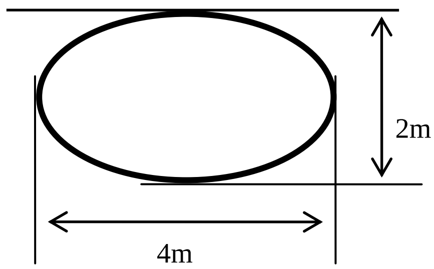
三. (8 分) 已知$\dfrac{\sin x}{x}$是函数 $f(x)$ 的原函数，求不定积分$\int xf'(x)dx$。

四. (8 分) 设方程$x-y+\cos y=1$确定隐函数$y=y(x)$，求$\dfrac{dy}{dx}$，$\dfrac{d^2y}{dx^2}$。

五. (9 分) 求反常积分$\int_1^{+\infty}\dfrac{1}{x^2}\arctan xdx$。

六. (11 分) 求微分方程 $xdy-(x+2y)dx=0$ 的一个解 $y=y(x)$，使得由曲线 $y=y(x)$，直线 $x=0$， $x=1$ 以及 x 轴所围成的平面图形绕 x 轴旋转一周所得旋转体体积最小。

七. (8 分) 一椭圆（如图）垂直立于水中，水面与椭圆的最高点相齐，求椭圆所受到的水压力。（要画出坐标系）



八. (11 分) 求微分方程 $y''+y'-2y=(x-1)e^{x}$ 的通解。

九. (8 分)一单位质点（质量为 1kg）沿 x 轴运动。已知质点所受到的力为 $f(x)=-\sin x$（单位：N，方向与 x 轴平行）。若质点的初始位置在原点，初速度 $v_0=2\mathrm{m/sec}$，求质点的位置 x 与速度 v 所满足的微分方程，并求出此微分方程的解。

十. (9 分) 判断方程 $\ln x=\dfrac{x}{e}-\int_0^1 e^{x^2}dx$ 在区间 $(0,+\infty)$ 内有几个不同实根。

十一. (10 分) 设 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内连续，单调增加，且是奇函数，设

$$F(x)=\int_0^x (2t-x)f(x-t)dt$$

证明 $F(x)$ 单调减少，且是奇函数。

课程编号：MTH17003　　北京理工大学 2011-2012 学年第一学期

工科数学分析期末试题(A 卷)

班级________　　学号__________　　姓名__________

(本试卷共 6 页，十一个大题. 解答题必须有解题过程. 试卷后面空白纸撕下做草稿纸. 试卷不得拆散.)

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	总分
得分												
签名												

一. 填空题（每小题 2 分，共 10 分）

1. 设 $f(x)=\begin{cases} e^x(\sin x+\cos x) & x\ge 0 \\ b\arctan\dfrac{1}{x} & x<0 \end{cases}$ 是连续函数，则 $b=$__________.

2. 设 $f(x), g(x)$ 可导，$y=\arctan f(x)+g(\sqrt{x^2+1})$，则 $\dfrac{dy}{dx}=$____________________.

3. $\displaystyle\int\frac{dx}{(\sin x+\cos x)^2}=$____________________$+C$.

4. 要在某人群中推广新技术，设该人群总人数为常数 N，在任意时刻 t 已掌握新技术的人数为 $x(t)$ (视其为连续可导函数)，已知 $x(t)$ 的变化率与已掌握新技术人数和未掌握新技术人数之积成正比(比例系数为 k)，则 $x(t)$ 所满足的微分方程为________________.

5. 已知当 $x>0$ 时，$f'(\ln x)=x, f(0)=\dfrac{3}{2}$，则 $f(x)$ 在 $[0,4]$ 上的平均值为______________.

二. (9 分) 求极限 $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{x-\arcsin x}{e^{x^3}-1}$.

三. (9 分) 设 $\tan(x+y)=xy^2+1 \quad (0 \le y < \frac{\pi}{2})$, 求 $\frac{dy}{dx}$, $\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=0}$.

四. (9 分) 求微分方程 $\frac{dy}{dx}=\frac{y}{x}+\tan\frac{y}{x}$ 的通解.

五. (9 分) 设 $f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{x^{n-1}-2x+1}{x^{n+1}+x^2+1}\quad(x\geq 0)$, 求 $f(x)$ 的表达式及反常积分 $\int_0^{+\infty}f(x)dx$.

六. (9 分) 在区间 $[0,\pi]$ 上研究方程 $\sin^3 x\cos x=a\quad(a>0)$ 的实根的个数.

七. (9 分) 一圆锥形贮水池(底面在上, 顶点在下), 深 4m, 底面直径 6m, 水池中装满了水, 如果将池中水全部抽出, 求所做的功. (要画出带坐标系的图形)

八. (9 分) 求微分方程 $y''-\frac{1}{2}y'-\frac{1}{2}y=2xe^{x}$ 的通解.

九. (11 分) 设曲线 $y=ax^2$ 与 $y=\ln x$ 相切，求 a 的值以及此二曲线与 x 轴所围成图形 D 的面积 A，并求 D 绕 x 轴旋转一周所得旋转体的体积 V.

十. (9 分) 设 $g(x)$ 是可导函数，且 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{g(x)}{x}=0$，$f(x)=-2x^2+\int_0^x g(x-t)dt$，证明 $x=0$ 是 $f(x)$ 的极值点，并判断 $f(0)$ 是极大值还是极小值.

十一. (7 分) 设 $f(x)$ 在 $[0,\dfrac{\pi}{2}]$ 上可导, 且 $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)\cos^2 x dx = 0$, 证明 $\exists \xi \in (0,\dfrac{\pi}{2})$, 使

$$f'(\xi) = f(\xi)\tan\xi.$$

课程编号：MTH17003 北京理工大学 2012-2013 学年第一学期

工科数学分析期末试题(A 卷)

班级________________ 学号__________________ 姓名___________________

(本试卷共 6 页，十一个大题. 解答题必须有解题过程. 试卷后面空白纸撕下做草稿纸. 试卷不得拆散.)

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	总分
得分												
签名												

一. 填空题（每小题 2 分，共 10 分）

1. 设 $f(x)=\begin{cases} a+\sqrt{x+1} & x\geq 0 \\ \arctan\dfrac{1}{x} & x<0 \end{cases}$ 是连续函数，则 $a=$____________.

2. 曲线 $\rho=2e^{\theta}$ 上 $\theta=0$ 的点处的切线方程为_________________________________.

3. 已知 $\cos x-e^{x^2}=ax^2+bx^4+o(x^4)$，则 $a=$____________，$b=$_______________.

4. 微分方程 $\cos^2 x\dfrac{dy}{dx}+y=1$ 的通解为 $y=$____________________________________.

5. 质量为 m 的质点从液面由静止开始在液体中下降，假定液体的阻力与速度 v 成正比，则质点下降的速度 $v=v(t)$ 所满足的微分方程为_________________________________.

二. (9 分) 求极限 $\lim\limits_{x\to 0}(\cos x+x\sin x)^{\frac{1}{x^2}}$.

三. (9 分) 求不定积分$\int (x\arctan x+\frac{1}{x^2}e^{\frac{1}{x}})dx$.

四. (9 分) 求 $f(x)=\sqrt[3]{(x^2-2x)^2}$ 在区间$[-1,3]$上的最大值和最小值.

五. (8 分) 判断 $f(x)=\arctan x+\arcsin\dfrac{2x}{1+x^2}\quad(x\geq 1)$ 是否恒为常数.

六. (9 分) 设 $\arctan\dfrac{y}{x}=\dfrac{1}{2}\ln(x^2+y^2)$ 确定函数 $y=y(x)$，求 $\dfrac{dy}{dx},\dfrac{d^2y}{dx^2}$.

七. (10 分) 求下列反常积分. (1) $\int_{-\infty}^{-1} \frac{dx}{x^2(x^2+1)}$; (2) $\int_0^1 \frac{dx}{(2-x)\sqrt{1-x}}$.

八. (8 分) 一垂直立于水中的等腰梯形闸门, 其上底为 3m, 下底为 2m, 高为 2m, 梯形的上底与水面齐平, 求此闸门所受到的水压力. (要求画出带有坐标系的图形)

九. (10 分) 求微分方程 $y''-6y'+9y=(x+1)e^{3x}$ 的通解.

十. (10 分) 设 $f(x)$ 可导，且满足方程 $f(x)(x^2+x)=\int_a^x f(t)dt+a$ $((a>0)$，求 $f(x)$ 的表达式. 又若曲线 $y=f(x)$ 与直线 $x=0,x=1,y=0$ 所围成的图形绕 x 轴旋转一周所得旋转体的体积为 $\frac{7}{6}\pi$，求 a 的值.

十一. (8 分) 设 $f(x)$ 在 $[0,2]$ 上可导, 且 $f(0)=f(2)=0, \int_{\frac{1}{2}}^{1} f(x)\sin x dx=1,$ 证明在 $(0,2)$ 内存在 ξ

使 $f'(\xi)=1.$

课程编号：MTH17003　　北京理工大学 2013-2014 学年第一学期

工科数学分析期末试题(A 卷)

班级________________　　学号__________________　　姓名___________________

(本试卷共 6 页，十一个大题. 解答题必须有解题过程. 试卷后面空白纸撕下做草稿纸. 试卷不得拆散.)

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	总分
得分												
签名												

一. 填空题（每小题 2 分，共 10 分）

1. 设 $p(x)$ 是多项式，且 $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{p(x)-x^3}{x^2}=2$, $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{p(x)}{x}=3$, ，则 $p(x)=$______________________.

2. 曲线 $\rho=1-\cos\theta$ 在 $\theta=\dfrac{\pi}{4}$ 处的切线斜率等于__________________.

3. 已知点 $(1,3)$ 为曲线 $y=ax^3+bx^2$ 的拐点，则 $a=$____________， $b=$______________.

4. 设 $f(x)=\sqrt{1-x^2}+\arctan x\cdot\int_0^1 f(t)dt$，则 $f(x)=$_________________________________.

5. 质量为 m 的降落伞从跳伞塔下落，所受空气阻力与速度成正比（比例系数为 $k>0$），则降落伞的位移 $y(t)$ 所满足的微分方程为___________________________________.

二. (8 分) 求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x+\ln(1-x)}{e^{\tan^2 x}-1}$.

三. (8 分) 设$e^y - xy = e$确定函数$y = y(x)$，求$\frac{dy}{dx}, \frac{d^2 y}{dx^2}$.

四. (9 分) 设$\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x+2a}{x-a}\right)^x = \int_0^{+\infty}\frac{8x}{e^x}dx \quad (a \neq 0)$, 求常数$a$的值.

五. (9 分) 求微分方程 $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{y}{x+y^4}$ 的通解.

六. (9 分) 已知 $f(x)=a\cos x-\dfrac{1}{3}\sin 3x$ 在 $x=\dfrac{\pi}{3}$ 处取得极值，求 a 的值，并判断 $f(\dfrac{\pi}{3})$ 是极大值还是极小值.

七. (9 分) 求曲线 $y^2 = x$ 与直线 $y = x - 2$ 所围成平面图形的面积 A, 以及此平面图形绕 y 轴旋转一周所得旋转体的体积 V.

八. (9 分) 求不定积分 $\int \frac{1}{x}\sqrt{\frac{1+x}{x}}dx.$

九. (9 分) 一圆锥形贮水池, 深 3m, 直径 4m, 池中盛满了水, 如果将水抽空, 求所作的功. (要求画出带有坐标系的图形)

十. (12 分) 设 $f(x)+e^{-x}+\int_0^x (t-x)f(t)dt=0$, 其中 $f(x)$ 是连续函数, 求 $f(x)$ 的表达式.

十一. (8 分) 设 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上非负连续，试证存在 $\xi \in (0,1)$，使得区间 $[\xi,1]$ 上以 $f(\xi)$ 为高的矩形面积等于区间 $[0,\xi]$ 上以 $y=f(x)$ 为曲边的曲边梯形的面积.

课程编号：MTH17003　　北京理工大学 2014-2015 学年第一学期

工科数学分析期末试题(A 卷)

班级________________　　学号__________________　　姓名___________________

(本试卷共 6 页，十一个大题. 解答题必须有解题过程. 试卷后面空白纸撕下做草稿纸. 试卷不得拆散.)

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	总分
得分												
签名												

一. 填空题（每小题 2 分，共 10 分）

1. 曲线 $\rho=\cos 2\theta$ 在 $\theta=\dfrac{\pi}{6}$ 所对应的点处的切线方程为____________________________.

2. $\lim\limits_{x\to 1}(\dfrac{x}{x-1}-\dfrac{1}{\ln x})=$___________________.

3. 反常积分 $\int_2^{+\infty}\dfrac{dx}{x(x+1)}, \int_0^{+\infty} xe^{-x}dx, \int_0^{+\infty}\cos x dx$ 中收敛的是___________________________.

4. 已知 $e^x\sin x - x^2(1+x)=ax+bx^3+o(x^3)$，则 $a=$____________，$b=$_______________.

5. 设 $f(x)$ 是连续函数，$\varphi(x)=\int_0^x tf(x-t)dt$，则 $\varphi''(x)=$___________________________.

二. (8 分) 计算 $I=\int_{-1}^{1}(x^{10}+\sin x)\sqrt{1-x^2}dx.$

三. (9 分) 求微分方程 $xy'+(1-x)y=e^{3x}$ 的通解.

四. (9 分) 设 $y=1-xe^{y}$ 确定函数 $y=y(x)$, $f(x)=ax^{2}+bx+c$. (1)求 $y(0), y'(0), y''(0)$.

(2) 确定 a,b,c 的值, 使曲线 $y=f(x)$ 与 $y=y(x)$ 在 $x=0$ 处有共同的曲率圆.

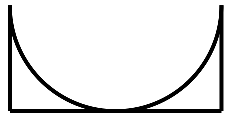
五. (9 分)计算 $I=\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}}\frac{\ln\cos x}{\cos^2 x}dx.$

六. (9 分)判断曲线 $y=\ln x$ 与 $y=\frac{x^2}{2}+a$ 的交点个数.

七. (9 分) 求不定积分 $\int \frac{2x^2-4x-1}{(x+2)(x^2+1)}dx$.

八. (9 分) 设 $f(x)=\begin{cases} \dfrac{\arctan(ax^3)}{x-\arcsin x} & -1\le x<0 \\ 6 & x=0 \\ \dfrac{e^{ax}+x^2-ax-1}{x\ln(1+\frac{x}{4})} & x>0 \end{cases}$, 且 $x=0$ 是 $f(x)$ 的可去间断点, 求 a 的值.

九. (9 分)某河道长 100m, 截面是半径为 a (m)的半圆, 现将其挖成矩形(如图), 设泥土的密度为 μ (kg/m^3), 求将泥土运出所作的功. (要求画出坐标系)



十. (10 分) 求 $y'' + y' - 2y = 3xe^x$ 的通解.

十一. (9 分) 设 $f(x)$ 在 $[a,b]$ $(a \geq 0)$ 上非负连续且单调减少，证明存在 $\xi \in (a,b)$，使得由曲线 $y=f(x)$ 与直线 $y=f(\xi)$，$x=a$ 所围平面图形绕 x 轴旋转一周所得旋转体的体积 V_1 等于由曲线 $y=f(x)$ 与直线 $y=f(\xi)$，$x=b$ 所围平面图形绕 y 轴旋转一周所得旋转体的体积 V_2.

课程编号：MTH17003 北京理工大学 2015-2016 学年第一学期

工科数学分析期末试题(A 卷)

班级________________ 学号__________________ 姓名___________________

(本试卷共 6 页，十一个大题. 解答题必须有解题过程. 试卷后面空白纸撕下做草稿纸. 试卷不得拆散.)

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	总分
得分												
签名												

一. 填空题（每小题 4 分，共 20 分）

1、极限 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\int_0^{x^2}\ln(1+\sin t)dt}{\cos x^2-1}=$____________________________。

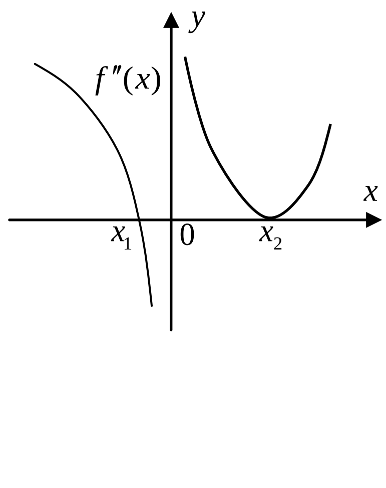
2、设 $y=f(x)$ 是由方程 $y-x=e^{x(2-y)}$ 确定，则 $\lim\limits_{n\to\infty}n[f(\dfrac{1}{n})-1]=$__________________。

3、$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}(\dfrac{x^3\sin^2 x}{1+\cos x}+|x|)dx=$________________________________。

4、曲线 $y=\dfrac{x^3}{1+x^2}+\arctan(1-x^2)$ 的斜渐近线方程为______________________________。

5、设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上连续，其二阶导数 $f''(x)$ 的图形如右图所示，则曲线 $y=f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上拐点坐标为:

____。



二、（8分）设 $f(x)=2\arctan x+\arcsin\frac{2x}{1+x^2}$。　（1）当 $x>0$ 时，求 $f'(x)$；

（2）证明当 $x\geq 1$ 时，$f(x)$ 恒等于常数，并确定此常数值。

三.（8 分）已知 $f(x)=\begin{cases} x+1 & x<0 \\ x & x\geq 0 \end{cases}$，　求 $F(x)=\int_{-1}^{x} f(x)dx$ 在 $[-1,1]$ 上的表达式，并讨论

$F(x)$ 在 $[-1,1]$ 上的连续性。

四. （8 分）(1)求不定积分$\int \frac{\ln(1+e^x)}{e^x}dx$；(2)求广义积分$\int_1^{+\infty}\frac{dx}{(1+x)\sqrt{x}}$

五、（8 分）设曲线方程为$\rho=1+\cos\theta$。（1）求曲线在$\theta=\frac{\pi}{2}$处的切线方程；

（2）求曲线在$\theta=\frac{\pi}{2}$处的曲率。

六.（8 分）求微分方程 $xy' + y(\ln x - \ln y) = 0$ 满足条件 $y(1) = e^3$ 的解。

七.（8分）求曲线 $y = 4\arctan x$ 和直线 $y = x - \frac{4\pi}{3} + \sqrt{3}$ 交点的个数。

八．（8 分） 已知一个高温物体放到一个温度较低的恒温环境中，物体的冷却速度与该物体与环境的温度之差成正比。现将室温 24^0C 下的一瓶苏打汽水放入冰箱，冰箱内的温度为 4^0C，30 分钟后汽水冷却到 14^0C。问还需要经过多长时间汽水能冷却到 9^0C？

九．（8 分）设函数 $f(x)$ 连续，且满足方程 $\int_0^x (t-x)f(t)dt = f(x)+\cos 2x$，

求 $f(x)$ 的表达式。

十. (8分) 设 D 是由曲线 $y=\sqrt{1-x^2}$ $(0\le x\le 1)$ 与星形线 $\begin{cases} x=\cos^3 t \\ y=\sin^3 t \end{cases}$ $(0\le t\le \dfrac{\pi}{2})$ 所围成的平面区域，（1）求 D 的面积；（2）求 D 绕 x 轴旋转一周所得旋转体的体积。

十一. (8 分) 设函数 $f(x)$ 在区间 $[-a,a]$ $(a>0)$ 上有二阶连续导数，且 $f(0)=0$,

（1）写出 $f(x)$ 的带拉格朗日余项的一阶麦克劳林公式；

（2）证明至少存在一点 $\eta\in[-a,a]$，使 $a^3 f''(\eta)=3\int_{-a}^{a} f(x)dx$。

课程编号：HO172103　　北京理工大学 2016-2017 学年第一学期

2016 级工科数学分析（上）期末试题(A 卷)

班级________　　学号________　　姓名________

(本试卷共 6 页，十一个大题. 解答题必须有过程. 试卷后面空白纸撕下做草稿纸. 试卷不得拆散.)

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	总分
得分												
签名												

一、填空（每小题4分，共20分）

1．已知 $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x+a}{x-a}\right)^x=9$，则 $a=$________.

2．已知 $y=\frac{x}{2}\sqrt{x^2+1}+\frac{1}{2}\ln(x+\sqrt{x^2+1})$，则 $\frac{dy}{dx}=$________.

3. $\int_1^e x^2\ln x dx=$________.

4 . $\int\frac{1}{x^2}\sin\frac{1}{x}dx=$________.

5.　设 $y'-\frac{1}{x}y=x^2$，则 $y=$________.

二、计算题（每小题5分，共20分）

1. 求极限　$\lim\limits_{x\to0}\frac{x-\tan x}{x^3\cos x}$。

2. 设 $xe^y+ye^x=6$，求 dy。

3. 计算$\int_0^{\pi} \sqrt{1-\sin x}dx$。

4. 求$\frac{dy}{dx}=(x+y)^2$通解。

三、（6分）已知$\lim\limits_{x\to\infty}(\frac{2x^2-x}{x+1}-ax-b)=0$，试确定常数$a$和$b$的值。

四、（6分）（1）证明：当$x>0$时，$x>\sin x$；（2）设$0<x_1<\pi$，$x_{n+1}=\sin x_n\,(n=1.2.\cdots)$
证明：$\{x_n\}$极限存在，并求此极限。

五、（6分）求函数 $y=\dfrac{4(x+1)}{x^2}-2$ 的单调区间和极值，凹凸区间和拐点，渐近线。

六、（6分）求心形线 $\rho=2(1+\cos\theta)$ 的全长及所围成图形的面积。

七、（8分）设星形线方程为：$\begin{cases} x=\cos^3 t \\ y=\sin^3 t \end{cases}(0\le t\le 2\pi)$

（1）求星形线所围图形绕 x 轴旋转一周所成旋转体的体积；

（2）求当 $t=\dfrac{\pi}{4}$ 时，对应星形线上的点的曲率。

八、（8分）设一容器是由曲线 $y=x^3(0\le x\le 1)$ 绕 y 轴旋转一周形成， y 轴垂直地面

（1）以每秒3的速度向容器中注水，求容器中水高为 $h(0<h<1)$ 时，水面上升速度。

（2）容器中注满水后，全部把水抽出至少需要做多少功。

九、（8分）设 $f(x)$ 在R 上连续，二阶可导，且对任意 x 有：$f(x)+\int_0^x tf(x-t)dt+\sin x=0$

（1）求证：对任意 x 有：$\int_0^x tf(x-t)dt = x\int_0^x f(t)dt-\int_0^x tf(t)dt$；

（2）试求出 $f(x)$ 的表达式。

十、（6分）已知 $f(x)$ 是连续函数，且 $\lim_{x\to 1}\frac{f(x)}{x-1}=5$ 。

（1）求 $f'(1)$；　　（2）求 $\lim_{x\to 0}\frac{f(\frac{\sin x}{x})}{\ln(1+x^2)}$

十一、（6分）已知 $f(x)$ 在闭区间 $[0,1]$ 上连续，在开区间 $(0,1)$ 内可导，且 $f(0)\cdot f(1)=-1$

证明：存在 $\xi\in(0,1)$，使　$\xi f'(\xi)+3f(\xi)=0$ 成立。

草纸