

概率论与数理统计外语类试卷 A 答案

2010-2011 学年第一学期

一、 解：设 A、B、C 分别为甲、乙、丙命中飞机，由已知相互独立。D 为命中飞机。

----2 分

则， $P(D) = 1 - (1 - P(A)) (1 - P(B)) (1 - P(C))$

----5 分

$= 1 - 0.6 * 0.5 * 0.3 = 0.91。$

----3 分

二、 解 1：设 A_i 为第 i 次取到合格品， $i=1, 2, 3$ 。恰好第三次取到合格品为 $\bar{A}_1 \bar{A}_2 A_3$ ，

----2 分

则 $P(\bar{A}_1 \bar{A}_2 A_3) = P(\bar{A}_1)P(\bar{A}_2 | \bar{A}_1)P(A_3 | \bar{A}_1 \bar{A}_2)$

----5 分

$= 3/10 \times 2/9 \times 7/8 = 7/120$

----3 分

解 2： 设 A 为恰好第三次取到合格品，

----2 分

则 $P(A) = \frac{A_3^2 A_7^1}{A_{10}^3} = 7/120$

----8 分

三、 解：假设 $A = \{\text{取到一件次品}\}$ ， $B_i = \{\text{取到 } i \text{ 车间的产品}\}$ ，由全概率公式，可得

$P(A) = \sum_{i=1}^3 P(B_i)P(A|B_i)。$

----6 分

由题意可知， $P(B_1) = 0.5$ ， $P(B_2) = 0.25$ ， $P(B_3) = 0.25$ ，

$P(A|B_1) = 0.01$ ， $P(A|B_2) = 0.01$ ， $P(A|B_3) = 0.02$ ，

----3 分

将这些代入上面的全概率公式知所求的概率为 $P(A) = 0.0125$ 。 ----1 分

四、 解：(1) $X \sim B(3, 0.8)$ ，

----2 分

其分布列： $P(X=k) = C_3^k 0.8^k 0.2^{3-k}$ $k=0, 1, 2, 3$ 。 或

| | | | | |
|---|---------|-------------------------|-------------------------|---------|
| X | 0 | 1 | 2 | 3 |
| P | 0.2^3 | $C_3^1 0.8 \cdot 0.2^2$ | $C_3^2 0.8^2 \cdot 0.2$ | 0.8^3 |

----6 分

(2) $P(X \geq 1) = 1 - P(X=0)$

----2 分

$= 1 - 0.008 = 0.992。$

----2 分

五、 解：(1) $X \sim P(\lambda)$ ，这里 $\lambda = 10$

----2 分

其分布列为 $P(X=k) = \frac{10^k}{k!} e^{-10}$ ， $k = 0, 1, 2, \dots$

----6 分

(2) $P(X>2)=1-P(X=0)-P(X=1)-P(X=2)=1-61e^{-10}$. -----4 分

注：此题如果仅仅错在 λ 不正确，可得 6 分。

六、 解：(1) 由 $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx=1$ ，可得 $\lambda=2$ 。 -----4 分

$$(2) E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x) = 2 \int_0^1 x^2 dx = \frac{2}{3},$$

$$E(X^2) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x) = 2 \int_0^1 x^3 dx = \frac{1}{2},$$

$$D(X) = E(X^2) - E^2(X) = \frac{1}{18}.$$

$$E(3X-1)=3E(X)-1=1, \quad D(3X-1)=9D(X)=1/2. \quad \text{-----8 分}$$

七、 解：(1) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-\frac{x^2}{2})$. -----4 分

$$(2) P(-4<Y<5) = \Phi(1) - \Phi(-2) = \Phi(1) + \Phi(2) - 1 = 0.8185. \quad \text{-----4 分}$$

(3) 由已知， $E(X)=0$ ， $D(X)=1$ 。因此，

$$E(2X+1)=2E(X)+1=1, \quad D(2X+1)=4D(X)=4. \quad \text{-----4 分}$$

八、 解：(1) $E(X)=3/2$ ， $E(Y)=6/8+6/8=3/2$ ， -----4 分

$$D(X)=3/4, \quad D(Y)=3/4 \quad \text{-----4 分}$$

$$(3) E(XY)=3/8+6/8+9/8=9/4,$$

$$\text{Cov}(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y) = 9/4 - 9/4 = 0. \quad \text{-----2 分}$$

$$\rho_{XY} = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sqrt{D(X)D(Y)}} = 0. \quad \text{-----2 分}$$

九、 解：(1) (X, Y) 的联合分布列表

| X \ Y | 0 | 1 |
|-------|-----|-----|
| 0 | 4/9 | 2/9 |
| 1 | 2/9 | 1/9 |

-----5 分

(2) 由已知， $E(X)=E(Y)=1/3$ ， $D(X)=D(Y)=2/9$ ，

则有 $E(X+Y)=E(X)+E(Y)=2/3$ 。

又由 X 与 Y 独立， $D(X+Y)=D(X)+D(Y)=4/9$. -----5 分