

2006 级概率与数理统计期末试题 A 卷

班级_____ 学号_____ 姓名_____ 成绩_____

一、填空题 (将此题答案也写在答题本上)

1、 设 $P(A) = 0.1$, $P(B|A) = 0.9$, $P(B|\bar{A}) = 0.2$, 则 $P(A|B) =$ _____.

2、 已知盒子里有 10 张卡片, 上面分别标有号码 (1 号~10 号), 从中抽取 5 次, 每次随机地取一张, 观察其上的号码后放回. 设 X 表示观察到奇数号码的次数, 则随机变量 X 服从_____分布 (指出其参数).

3、 随机变量 X 与 Y 相互独立, 且均服从区间 $[0, 3]$ 上的均匀分布, 则

$$P\{\min(X, Y) \leq 1\} = \text{_____}, \quad P\{\max(X, Y) > 1\} = \text{_____}.$$

4、 已知连续型随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-x^2+2x-1}$

$$\text{则 } E(X) = \text{_____}, \quad E(X^2) = \text{_____}.$$

5、 设随机变量序列 $\{X_n\}$ 独立同分布, 且 $EX_n = 0$, $DX_n = \sigma^2$. 则

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2 \xrightarrow{P} \text{_____}.$$

6、 设随机变量 $X \sim F(n, n)$, 则 $P(X < 1) =$ _____.

7、 设 $X \sim \pi(\lambda)$, X_1, \dots, X_n 是取自总体 X 的样本, 则

$$A_2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2 \text{ _____ (是, 不是) } \lambda^2 \text{ 的无偏估计.}$$

8、 设 0.50, 1.25, 0.80, 2.00 是来自总体 X 的样本值, 已知 $Y = \ln X$, 且 $Y \sim N(\mu, 1)$.

则 μ 的置信度为 0.95 的置信区间为 _____.

二、甲、乙、丙三人独立的向同一飞行目标各射击一次, 击中的概率分别为 0.4, 0.5, 0.7. 如果只有一人击中, 则目标被击落的概率为 0.2; 如果有两人击中, 则目标被击落的概率为 0.6, 如果三人都击中, 则目标一定被击落, 求目标被击落的概率.

三、设随机变量 X 服从标准正态分布.

(1) 写出 X 的概率密度 $f_X(x)$;

(2) 随机变量 $Y = X^2$, 求 Y 的概率密度 $f_Y(y)$;

$$(3) \text{ 随机变量 } Z = \begin{cases} 1, & -1 \leq X \leq 1 \\ 2, & -2 \leq X < -1 \text{ 或 } 1 < X \leq 2 \\ 3, & \text{其它} \end{cases}, \text{ 求 } Z \text{ 的分布律.}$$

四、 设二维随机变量 (X, Y) 在 $D = \{(x, y) \mid 1 \leq x \leq 3, 1 \leq y \leq x\}$ 上服从均匀分布,

- (1) 求 (X, Y) 的联合密度 $f(x, y)$;
- (2) 判断 X 与 Y 是否独立? 给出理由;
- (3) 求 $Z = X + Y$ 密度函数.

五、 某箱装 100 件产品, 其中一、二和三等品分别为 80, 10 和 10 件. 现从中随机取一件, 定义三个随机变量 X_1, X_2, X_3 如下:

$$X_i = \begin{cases} 1, & \text{抽到 } i \text{ 等品} \\ 0, & \text{其它} \end{cases} \quad i = 1, 2, 3$$

- 试求: (1) 随机变量 X_1 与 X_2 的联合分布律;
- (2) 随机变量 X_1 与 X_2 的相关系数

六、 设总体 X 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 从中抽取一样本 $X_1, X_2, \dots, X_n, X_{n+1}$, 记

$$\bar{X}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i, \quad S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}_n)^2, \quad \text{求 } \sqrt{\frac{n}{n+1}} \frac{X_{n+1} - \bar{X}_n}{S} \text{ 所服从的分布. (要求写出具体过程)}$$

七、 假设总体的概率密度如下, X_1, \dots, X_n 是取自 X 的样本,

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{2}{\sqrt{2\pi\theta}} e^{-\frac{x^2}{2\theta}}, & x > 0 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}, \text{ 其中 } \theta > 0 \text{ 未知}$$

- 试求: (1) θ 的矩估计;
- (2) θ 的最大似然估计.

八、 假定某上市公司的股票价格服从正态分布, 此公司现被一国际公司并购, 公司经营有所改善, 今抽取并购后一周(周末休市)的股价进行观测, 所得样本值如下:

4.420, 4.052, 4.357, 4.287, 4.683

问是否可认为并购后该公司股价的波动性(即方差)仍为 0.108^2 ? (假定 $\alpha = 0.05$)

附表:

$$\Phi(1.96) = 0.975, \quad \Phi(1.645) = 0.95, \quad \Phi(1) = 0.8413, \quad \Phi(2) = 0.9972$$

$$\chi_{0.025}^2(4) = 11.143, \quad \chi_{0.05}^2(4) = 11.071, \quad \chi_{0.975}^2(4) = 0.484, \quad \chi_{0.95}^2(4) = 0.711$$