2018-2019 学年第一学期期末考试 A 卷

附表：

$\Phi(1.645)=0.95$，$\Phi(2)=0.9772$，$\Phi(1.96)=0.975$，$\Phi(2.83)=0.997$，$\Phi(1.04)=0.8508$，$\Phi(4.96)=1$，$t_{0.05}(24)=1.7109$，$t_{0.025}(24)=2.0639$，$t_{0.05}(25)=1.7081$，$t_{0.025}(25)=2.0595$，$\chi^2_{0.95}(24)=13.848$，$\chi^2_{0.05}(24)=36.415$，$\chi^2_{0.95}(25)=14.611$，$\chi^2_{0.05}(25)=37.652$

一、选择题(12 分)

1.已知事件 A，B 满足 $P(AB)=P\left(\bar{A}\cap\bar{B}\right)$，记 $P(A)=p$，则 $P(B)=$__________.

2.一射手对同一目标独立重复地进行四次射击，若至少命中一次的概率为 $\frac{80}{81}$，则该射手进行一次射击的命中率 $p=$__________.

3.设随机变量 X 服从参数为 1 的指数分布，已知 $P(X>a)=P(X<a)$，则 $a=$__________.

4.设随机变量 X 服从参数为 λ 的泊松分布，且已知 $P(X=0)=e^{-3}$，则 $\lambda=$__________.

5.设随机变量 $X\sim N(0,3)$，$Y\sim N(1,1)$，且 X，Y 相互独立，则 $P(X-Y\leqslant 3)=$__________.

6.设 X 服从参数为 1 的泊松分布，Y 服从参数为 2 的泊松分布，而且 X 与 Y 相互独立，则 $P(\max(X,Y)\neq 0)=$__________，$P(\min(X,Y)\neq 0)=$__________.

7.设 X，Y 是两个相互独立的随机变量，且都服从 $N(1,2)$，则 $E[(X-Y)^2]=$__________.

8.掷一枚均匀的骰子 420 次，则得到的点数之和大于 1540 的概率近似为__________.

9.设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的一个样本，其中 $\mu\in R$，$\sigma>0$ 未知，$\bar{X}$，S^2 分别是样本均值和样本方差，则 σ 的置信水平为 $1-\alpha$ 的置信区间为__________.

10.设总体 X 服从正态分布 $N(\mu,1)$，其中 $\mu\in R$ 未知，$X_1,X_2,\cdots,X_9$ 为来自总体 X 的样本，考虑假设检验问题 H_0：$\mu=0$；H_1：$\mu=1$，若检验的拒绝域由 $D=\left\{(X_1,X_2,\cdots,X_9)\text{：}3\left|\bar{X}\right|\geqslant 1.96\right\}$ 确定，则该检验犯第一类错误的概率为__________，犯第二类错误的概率为__________.

二、(10 分)口袋中有 1 个白球、1 个黑球。从中任取 1 个，若取出白球，则试验停止；若取出黑球，则把取出的黑球放回的同时，再加入 1 个黑球，如此下去，直到取出的是白球为止，试求下列事件的概率：

1.取到第 n 次，试验没有结束；

2.取到第 n 次，试验恰好结束.

三、(10 分)1.设随机变量 X 服从二项分布 $b(3,0.5)$，$Y=(X-1)^2$，求 Y 的分布律.

2.设随机变量 X 的概率密度函数为

$$f(x)=\begin{cases} xe^{-\frac{x^2}{2}}, & x>0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

求(1) X 的分布函数 $F(x)$；(2) $P(X>2)$.

四、(16分)1.设随机变量(X,Y)的联合概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases}3x, & 0<x<1,\ 0<y<x\\ 0, & 其他\end{cases}$$

求：(1)X和Y的边缘密度$f_X(x)$和$f_Y(y)$；(2)$Z=X+Y$的概率密度$f_Z(z)$.

2.设随机变量X与Y相互独立而且同分布，其中随机变量X的分布律为

$$P\{X=1\}=p,\ P\{X=0\}=1-p$$

其中$0<p<1$.再设随机变量

$$Z=\begin{cases}1, & X+Y为偶数\\ 0, & X+Y为奇数\end{cases}$$

(1) 求随机变量(X,Z)的联合分布律；(2)问p取什么值时，随机变量X和Z相互独立？

五、(16 分)

1.设 X 服从均匀分布 $U(0,2)$，令 $Y=|X-1|$.求：

(1)$E(Y)$ 和 $D(Y)$；(2)$E(XY)$；(3)X 和 Y 的相关系数 ρ_{XY}.

2．设某种商品每周的需求量 $X\sim U(10,30)$(单位：千克)，经销商进货数量是[10,30]中的某个数。商店每销售 1 千克可获利 500 元，若供大于求，则剩余的每千克产品亏损 100 元;若供不应求，则可从外部调剂供应，此时经调剂的每千克商品仅获利 300 元。问：为了使商店每周的平均利润最大，每周的进货量是多少千克?

六、(8 分)设总体 X 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，$X_1,X_2,\ldots,X_n,X_{n+1}$ 是来自该总体的样本，

$\bar{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$ 试问：$\frac{(X_{n+1}-\mu)^2}{\sigma^2}+\frac{1}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\bar{X}\right)^2$ 的分布是什么? 并给出证明.

七、**(12 分)**设总体$X[\theta,2\theta]$上服从均匀分布，$\theta>0$未知，$X_1,X_2,\cdots,X_n$是X的一个样本，$x_1,x_2,\cdots,x_n$是相应的样本值，求：(1)θ的矩估计；(2)θ的最大似然估计.

八、**(14 分)**1.叙述自由度为n的χ^2分布上α分位点的定义.

2.某种零件的长度服从正态分布$N(\mu,\sigma^2)$，按规定其方差不得超过$\sigma_0^2=0.016$.现从一批零件中随机抽取 25 件测量其长度，得其样本方差为 0.025.问在显著性水平$\alpha=0.05$下，能否推断这批零件合格?