2019-2020 学年第一学期期末考试 A 卷

附表：

$\Phi(2)=0.9772$，$\Phi(1.96)=0.975$，$\Phi(1.64)=0.95$，$\Phi(3)=0.9987$，$\Phi(1)=0.8413$，$\Phi(1/3)=0.6293$

$t_{0.05}(9)=1.8331$，$t_{0.05}(10)=1.8125$，$t_{0.025}(9)=2.2622$，$t_{0.025}(10)=1.8125$，$\chi^2_{0.95}(9)=3.325$

$\chi^2_{0.95}(10)=3.940$，$\chi^2_{0.975}(9)=2.700$，$\chi^2_{0.975}(10)=3.247$，$\chi^2_{0.025}(9)=19.022$，$\chi^2_{0.025}(10)=20.483$

$\chi^2_{0.05}(9)=16.919$，$\chi^2_{0.05}(10)=18.307$，$\sqrt{10}=3.16$

一、填空题(10 分)

1、设离散型随机变量X的分布律为$P(X=k)=C\cdot\frac{\lambda^k}{k!}$，$\lambda>0$，$k=1,2,\cdots$，则常数$C$为________.

2、设随机变量X服从正态分布$N(2,5)$，随机变量Y服从正态分布$N(1,4)$，且X与Y相互独立，则概率$P(X\leq Y+4)=$________.

3、设随机变量X与Y相互独立且都服从均匀分布$U(0,\theta)$，则$E[\min(X,Y)]=$________.

4、设总体X服从期望为 2 的指数分布，$X_1,X_2,\cdots,X_n$为来自总体X的简单随机样本，$\bar{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$，则统计量$\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\bar{X}\right)^2$的数学期望为________.

5、设$X_1,X_2,\cdots,X_n$为取自总体$N(\mu,\sigma^2)$的一个样本，其中$\mu\in R$，$\sigma>0$均未知，$\bar{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$，$S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\bar{X}\right)^2$分别表示样本均值和样本方差，则对于给定的常数$\alpha(0<\alpha<1)$，区间$\left[\bar{X}-\frac{S}{\sqrt{n}}t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1),\ \bar{X}+\frac{S}{\sqrt{n}}t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)\right]$包含$\mu$的概率是________.

二、(12 分)

在数字通讯中，信号由 0 和 1 组成，因为有随机干扰，收到信号时，0 被误收作 1 的概率为 0.2，而 1 被误收作 0 的概率为 0.1，假定发送信号 0 与 1 的几率均等.

1. 求发送的是信号 0 且收到的也是信号 0 的概率；

2. 求收到的是信号 0 的概率；

3. 已知收到的是信号 0，求发出的是信号 0 的概率.

三、(10 分)

1. 叙述“事件 A 的概率为零”与“事件 A 为不可能事件”的关系，并给出例子支持你的结论.

2. 设连续型随机变量 X 的概率密度函数为

$$f_X(x)=\begin{cases}\theta x^{\theta-1}, & 0<x<1\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

其中常数 $\theta>0$，令 $Y=-2\theta\ln X$. 求 Y 的概率密度函数 $f_Y(y)$.

四、(16 分)

设二维连续型随机变量(X,Y)的概率密度函数为$f(x,y)=\begin{cases}Ce^{-2x}, & x>0,\ 0<y<x,\\ 0, & 其它.\end{cases}$

1. 确定常数C的值； 2. 求X与Y的边缘概率密度函数$f_X(x)$和$f_Y(y)$，并判断X与Y是否独立；

3. 求$Z=X+Y$的概率密度函数$f_Z(z)$； 4. 求概率$P(X\leqslant Y+2)$.

五、(14 分)

1. 叙述两个随机变量X和Y的相关系数ρ_{XY}的含义.

2. 设G是由x轴、y轴及直线$2x+y-2=0$所围成的区域，二维随机变量(X,Y)在G内服从均匀分布，求X与Y的相关系数ρ_{XY}.

六、(10 分)

已知随机变量$X_1,X_2,\cdots,X_{100}$独立同分布且均服从$U(0,1)$，令$Y=X_1X_2\cdots X_{100}$，求$Y<e^{-80}$的概率的近似值.

七、(14 分)

设总体X服从参数为p的几何分布，其中$0<p<1$为未知参数，$X_1,X_2,\cdots,X_n$为取自该总体的样

$x_1,x_2,\cdots,x_{100}$为相应的样本观测值.

1. 求参数p的矩估计； 2. 求p的最大似然估计.

八、(14 分)

1. 在假设检验问题中

(1) 若检验结果是接受原假设，则检验可能犯哪一类错误？

(2) 若检验结果是拒绝原假设，则检验又有可能犯哪一类错误？

2. 某厂生产的汽车电池使用寿命服从正态分布$N(\mu,\sigma^2)$，其说明书上写明其标准差不超过0.9年。现随机抽取 10 个，得样本均值为 4 年，样本标准差为 1.2 年。试在显著性水平$\alpha=0.05$下检验厂方说明书上所写的标准差是否可信.