

2008 级概率论与数理统计试题 (A 卷)

班级_____ 学号_____ 姓名_____

题号	一	二	三	四	五	六	七	总分
得分								

(本试卷共 8 页, 七个大题, 满分 100 分; 第 2 页空白纸及每张纸的背面为草稿纸, 空白草稿纸不得撕下)

附 表 : $t_{0.025}(8) = 2.3060$. $t_{0.05}(8) = 1.8595$. $t_{0.025}(9) = 2.2622$.

$t_{0.05}(9) = 1.8331$. $\Phi(1.147) = 0.8643$ $\Phi(1.089) = 0.8619$ $\Phi(1.204) = 0.8857$

$\Phi(2.5) = 0.9938$ $\Phi(2.563) = 0.9948$ $\Phi(2.438) = 0.9926$ $\sqrt{0.19} = 0.4359$

一、(12 分) 有甲、乙、丙三个盒子, 其中分别有一个白球和两个黑球、一个黑球和两个白球、三个白球和三个黑球。掷一枚骰子, 若出现 1, 2, 3 点则选甲盒, 若出现 4 点则选乙盒, 否则选丙盒。然后从所选中的盒子中任取一球。求:

(1) 取出的球是白球的概率;

(2) 当取出的球为白球时, 此球来自甲盒的概率。

二、(14 分) 1、设随机变量 X 的密度函数

$$f(x) = \frac{1}{2} e^{-|x|}, -\infty < x < +\infty$$

求 X 的分布函数.

2、设随机变量 X 的密度函数

$$f_X(x) = \begin{cases} 2x, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

求 $Y = e^{-X}$ 的密度函数.

三、(18 分) 1、设随机变量 X, Y 相互独立, 且都服从 $(0, 1)$ 上的均匀分布.

(1) 写出 (X, Y) 的联合密度 $f(x, y)$.

(2) 试求 t 的方程 $t^2 + Xt + Y = 0$ 有实根的概率.

(3) 计算 $P\left(\max(X, Y) \leq \frac{1}{2}\right)$.

2、设随机向量 (X, Y) 具有如下的概率分布:

$$P(X = n, Y = m) = \frac{0.5^n e^{-1}}{m!(n-m)!}, m = 0, 1, 2, \dots, n; \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

(1) 分别求出 X, Y 的概率分布.

(2) 判断 X, Y 是否相互独立, 说明理由.

四、(18 分) 设 (X,Y) 的联合概率密度如下:

$$f(x,y) = \begin{cases} 2-x-y, & 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases},$$

(1) 求 $E(X), E(Y)$;

(2) 求协方差 $\text{cov}(X,Y)$;

(3) 求相关系数 ρ_{XY} .

五、(8 分) 对于一个学生而言，来参加家长会的家长的人数是一个随机变量。设一个学生无家长、1 名家长、2 名家长来参加家长会的概率分别是 0.05, 0.8, 0.15。1.1-若学校共有 400 名学生，设各学生参加会议的家长数互相独立，且服从同一分布。(1) 求参加家长会的家长数 X 超过 450 的概率；
(2) 求有 1 名家长来参加会议的学生数不多于 340 的概率。

六、(18 分) 设总体 X 服从泊松分布 $P(\lambda)$ ，其中 $\lambda > 0$ 为未知参数， X_1, X_2, \dots, X_n 为来自总体 X 的样本， x_1, x_2, \dots, x_n 为相应的样本观测值.

(1) 求参数 λ 的矩估计;

(2) 求参数 λ 和 $P(X = 0)$ 的最大似然估计.

七、(12 分) 某工厂生产一种钢索，其断裂强度 $X(\text{kg/cm}^2)$ 服从正态分布。从中选取 9 条钢索，测得断裂强度的均值 $\bar{x}=780 \text{ kg/cm}^2$ ，标准差 $S=20 \text{ kg/cm}^2$ 。能否据此认为这批钢索的断裂强度为 800 kg/cm^2 ? ($\alpha=0.05$)