

2007 级概率论与数理统计试题 (A 卷)

班级_____ 学号_____ 姓名_____

题号	一	二	三	四	五	六	七	总分
得分								

(本试卷共 8 页, 七个大题, 满分 100 分; 第 2 页空白纸及每张纸的背面为草稿纸, 空白草稿纸不得撕下)

附表: $\Phi(0.8) = 0.7881$, $\Phi(1.635) = 0.9495$, $\chi^2_{0.05}(4) = 9.488$, $\chi^2_{0.95}(4) = 0.711$,
 $\chi^2_{0.05}(5) = 11.071$, $\chi^2_{0.95}(5) = 1.145$, $t_{0.05}(9) = 1.8331$, $t_{0.05}(10) = 1.8125$

一、(12 分) 第一个盒子装有 5 只红球, 4 只白球; 第二个盒子装有 4 只红球, 5 只白球. 先从第一个盒子中任取 2 只球放入第二个盒子中去, 然后从第二个盒子中任取一只球. 试求取得白球的概率。

二、(14 分) 1、设随机变量 $X \sim U(-1, 2)$ ，令

$$Y = \begin{cases} -1 & , \quad X < 0 \\ 1 & , \quad X \geq 0 \end{cases}$$

求 Y 的分布列；

2、设随机变量 X 的概率密度

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{3}{2}x^2, & -1 < x < 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

令 $Y = 3X$ ，求 Y 的概率密度.

三、(18 分) 设二维随机变量 (X,Y) 的联合概率密度为

$$f(x,y)=\begin{cases} e^{-2x}, & x>0, 0<y<2, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

1. 求 X, Y 的边缘概率密度 $f_X(x), f_Y(y)$;
2. 判断 X 与 Y 是否相互独立, 说明理由;
3. 计算 $P(X+Y\leq 2)$;
4. 设 $Z=\max(X,Y)$, 求 Z 的分布函数 $F_Z(z)$ 。

四、(18 分) 已知随机变量 X 和 Y 互相独立, 且 $X \sim N(0,1)$, $Y \sim E(1)$

(1) 求 $E(2X-Y)$ 和 $D(2X-Y)$;

(2) 求 $E(XY)$ 和 $D(XY)$;

(3) 令 $U = X + Y$, $V = X - Y$, 求 U, V 的相关系数 ρ_{UV} 。

五、(8 分) 某型号电器元件的寿命服从均值为 100 小时的指数分布，现随机取 16 只，设它们的寿命是相互独立的，求这 16 只元件的寿命的总和大于 1920 小时的概率？

六、(18 分) 1、设总体 X 的概率密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} \alpha(1-x)^{\alpha-1} & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

其中 $\alpha > 0$ ，为未知参数。

求：(1) α 的矩估计；(2) α 的最大似然估计。

2、假设总体 X 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ ，参数 μ 和 σ^2 均未知，

X_1, X_2, \dots, X_{2n} 是来自总体 X 的一组样本，令

$$Y = c \sum_{i=1}^n (X_{2i} - X_{2i-1})^2, \text{ 其中 } c \text{ 为常数。则确定常数 } c \text{ 的值, 使 } Y$$

是 σ^2 的无偏估计。

七、(12 分) 某纺织厂生产的的维尼纶纤度 (用 X 表示), 在生产稳定的情况下, 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 按往常资料 $\sigma = 0.048$ 。今从某批维尼纶中, 抽测 5 根纤维, 得纤度数据为

1.32, 1.55, 1.36, 1.40, 1.44

试问: 这批纤维纤度的方差 σ^2 有无显著变化? ($\alpha = 0.10$)