# Відтворення функціональних залежностей у задачах розкриття концептуальної невизначеності

***Мета роботи:*** освоївши теоретичний матеріал по темі, побудувати обчислювальний засіб по відтворенню функціональних залежностей в адитивній формі за заданою дискретною вибіркою.

## Теоретичні відомості

Розглядається підхід до відтворення функціональних залежностей за експериментально отриманою дискретною вибіркою для системних задач розкриття концептуальної невизначеності. Зазначена проблема, зокрема, виникає під час формування концепції створення виробів нової техніки, в автоматизованих системах випробування літальних апаратів, системах автоматизованого контролю функціонування складних динамічних об’єктів у реальному часі, системах технічного діагностування і деяких інших застосуваннях.

Особливість задачі розкриття концептуальної невизначеності зумовлено потребою пошуку раціонального компромісу між суперечливими цілями, наприклад, між різними цілями, що виникають під час створення нового виробу, виявлення його переваг і недоліків стосовно пропозицій конкурентів, оцінювання і прогнозування можливих факторів ризику. У змістовному формулюванні задачу розкриття концептуальної невизначеності можна звести до задачі системно узгодженого розкриття множини різнорідних невизначеностей на основі єдиних принципів, прийомів і критеріїв. Ця множина містить невизначеності цілей розробки, перспектив конкурентоспроможності виробу, зміни ринків попиту та збуту, активної протидії конкурентів, а також ситуаційну невизначеність ризиків у процесі розробки, виробництва, збуту й експлуатації виробу. Такий вид невизначеності належить до концептуального в тому сенсі, що, на відміну від інформаційної невизначеності, він відображає єдиний комплекс неоднозначності і суперечливості взаємопов’язаних і взаємозалежних елементів зазначеної множини різнорідних невизначеностей.

***Математична постановка задачі відтворення функціональних залежностей у задачах розкриття концептуальної невизначеності* [ ]**

Відома вихідна інформація у вигляді дискретного масиву:

****;

; ;

; ;

; ;

; ,

де множина  визначає числові значення ,,  шуканих неперервних цільових функцій , , де . Кожному значенню  відповідає деякий набір  значень , , . Множина  складається з  різних значень *.* У множинах  деяка частина величин , ,  за деяких значеннях  роздільно повторюється, але для різних  не існує наборів ,, , що цілком збігаються. Тут , .*.*

Відомо, що , де

;

;



**Потрібно** знайти такі функції наближення , , які з практично прийнятною похибкою характеризують реальні функціональні залежності ,  на множині .

У реальній задачі конкретизують суть змінних , ,,****. Наприклад, у разі проектування і (або) випробування виробу вектор  визначає зовнішні параметри виробу, які характеризують технічні, експлуатаційні, економічні та інші показники якості. Компонентами вектора  є внутрішні параметри виробу, які характеризують конструктивні, технологічні та інші його показники. Компонентами вектора є контрольовані параметри зовнішнього впливу, зокрема показники вантажопідйомності (максимальна вага, габарити, види вантажу), загальні показники допустимих кліматичних зон експлуатації (помірний, полярний або тропічний клімат). Компоненти вектора  *—* неконтрольовані параметри зовнішнього впливу, зокрема конкретні показники зовнішнього середовища (допустимий діапазон зміни температури, вологості тощо).

Функції наближення будемо формувати у вигляді ієрархічної багаторівневої системи моделей. **На верхньому рівні реалізують модель, що визначає залежність функцій наближення від змінних *.*** Шукані функції формують у класі адитивних функцій і подають у вигляді суперпозиції функцій від змінних *.* Можливість такого подання випливає з теореми А. Н. Колмогорова. Отже, шукані функції формуватимемо в такому вигляді

, .(2.1)

**На другому ієрархічному рівні** формують моделі, що визначають залежність функцій наближення нарізно від компонентів змінних . Для цього потрібно перейти від функцій векторів до суперпозицій функцій компонент цих векторів. З огляду на те, що компоненти кожного вектора  різнорідні за фізичним змістом, доцільно для доданків функцій (2.1) вибрати клас узагальнених поліномів і зобразити їх у вигляді

**,**

, (2.2)

.

Запропоновано для всіх за кожною змінною вибирати відповідно однотипні функції , що дає змогу спростити подальше розв’язання задачі.

**На третьому ієрархічному рівні** формуються моделі, які визначають функції *.* Тут найважливішою задачею є вибір структури і компонентів функцій . Структури цих функцій вибираємо аналогічно (2.2). Зобразимо функції у вигляді наступних узагальнених поліномів

**,**. (2. 3)

Тоді находження функцій наближення повинно виконуватися на основі такої послідовності

,

і кінцевий результат формується шляхом агрегування відповідних розв’язків.

Практично важливе питання при реалізації уніфікованої програмної процедури — вибір степеня  апроксимуючих поліномів ****. Практична значимість даного питання полягає в тому, що значення  істотно впливає на точність розв’язання задачі. Зі збільшенням степеня  підвищується точність апроксимації  множиною , що випливає з теореми Вейєрштрасса, але одночасно збільшується обсяг обчислень і з’являються корені рівняння (2.4), які не є компонентами шуканих локальних екстремумів. Тому виникає задача оптимізації степеня . Для розв’язання цієї задачі необхідно встановити залежність степеня  та похибки розв’язання системи (2.4). Відповідь дає наступна теорема.

**Теорема.** Максимальна абсолютна похибка визначення  не буде перевищувати величини , якщо степінь () полінома  задовольняє умові



де

,

 — постійна Ліпшиця в інтервалі ;

 — число дійсних коренів  у ,  — ціла частина .

**Задача формування функцій .** Ця задача є найвідповідальнішою і найскладнішою. Відповідальною, оскільки допущені недоліки, наприклад, невдалий вибір кількості і степеня поліномів Чебишева, не можна повною мірою усунути на наступних рівнях системи моделей і, більше того, можуть збільшуватися. Складною, оскільки до шуканих функцій висуваються суперечливі вимоги. По-перше, функції повинні відображати з достатньою точністю екстремальні властивості, характерні для множини функцій наближення в цілому. По-друге, вони мають достатньою мірою враховувати індивідуальні особливості екстремальних властивостей кожної функції і забезпечувати можливість адаптації до них на наступних рівнях. Звідси випливає, що задача формування функцій  зводиться до *чебишевської задачі наближення* для наступної системи рівнянь

 (2.4)



де  — зміщені поліноми Чебишева.

Для визначення величини  можливі наступні варіанти:

1. визначається середнім арифметичним значенням

, ;

2. приймаються рівними нормованим значенням ;

В (2.4) значення ,відповідають величинам ,,, , нормованим до відрізка [0,1]. Розв’язання системи полягає у визначенні таких матриць , які для величини максимальної нев’язки

, (2.5)

взятої за міру чебишевського наближення системи (2.4), забезпечують найкраще наближення

. (2.6)

При цьому величина найкращого наближення  і шуканих матриць характеризуються співвідношеннями

;

,

де

.

**Задача формування функцій **У цій задачі вважаємо, що для  ступінь впливу функцій  на властивості відповідної цільової функції  однаковий. Таке припущення зумовлене відсутністю апріорної інформації. Водночас припущення дає змогу окремо формувати функції , а ступінь впливу кожної з них визначати на наступному вищому рівні ієрархії моделей. Отже, задача полягає у визначенні матриць ,  і зводиться до чебишевської задачі наближення для таких трьох незалежних систем рівнянь:



,, (2.7)

де

,

,

.

Розв’язання кожної системи полягає у визначенні таких матриць , які для величини максимальної нев’язки

, (2.8)

взятої за міру чебишевського наближення системи (2.1.7), забезпечують найкраще наближення

 (2.9)

При цьому величини найкращого наближення і шукані матриці характеризуються співвідношеннями

,  
,

де

, .

, , .

**Задача формування функцій** Задача полягає у визначенні множини  шуканих функцій наближення, і реалізується на заключному етапі формування системи моделей. Вихідними даними є результати попередніх етапів, а також вихідні дискретні значення  цільових функцій. Формування кожної функції є незалежним, і тому всі обчислення можна виконувати одночасно і паралельно. Розв’язання задачі для полягає у відшуканні матриць  і зводиться до чебишевської задачі наближення для наступної системи рівнянь

, (2.10)

де

, .

Чебишевський критерій оцінювання якості розв’язання формалізують аналогічно до критеріїв попередніх задач. Результати розв’язання задачі характеризуються такими співвідношеннями:

, ,

, .

Відповідно до постановки задачі потрібно оцінити похибки функцій  відносно реальної функціональної залежності , . Якщо похибка виявиться практично неприйнятною, то необхідно усунути недолік. На практиці така задача найскладніша, оскільки реальна функціональна залежність визначається багатьма змінними , характеризується багатовимірним дискретним масивом  з нерегулярними звітами, але її аналітична форма вигляду відсутня. Ці особливості виключають застосування типових методів аналізу та оцінювання похибки емпіричних даних. Пропонується скористатися прийомом кількаразового використання вихідного масиву. Його суть полягає в тому, що на основі  формують кілька (3 — 6) вибірок, з яких одна є повною (тобто збігається з ), а інші мають пропуски даних, які не накладаються. На підставі кожної вибірки визначаються функції *.* Порівняння цих функцій між собою та значень функцій із пропущеними даними дасть змогу одержати потрібну інформацію для оцінювання похибки і прийняття рішення про необхідні заходи щодо її зменшення. Запропонований підхід до формування цільових функцій з урахуванням властивостей поліномів Чебишева дає можливість екстраполювати функції наближення, побудовані для відрізків *,*на більш широкі відрізки ,що дозволяє прогнозувати властивості виробу за межами інтервалів випробувань.