

重庆邮电大学

学生实验实习报告册

学年学期： 2020 -2021 学年 ☒春 ☐秋学期

课 程 名 称： 信号处理实验

学 生 学 院： 通信与信息工程学院

专 业 班 级： 01101803班

学 生 学 号： 2018210217

学 生 姓 名： 谭力文

联 系 电 话： 15736007263

重庆邮电大学教务处制

课程名称	信号处理实验	课程编号	A2010550
实验地点	YF304	实验时间	10月27日1-2节
校外指导教师	无	校内指导教师	邵凯
实验名称	z 变换及离散时间 LTI 系统的 z 域分析		
评阅人签字		成绩	
<p>一、实验目的</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 学会运用 MATLAB 求离散时间信号的有理函数 z 变换的部分分式展开； 2. 学会运用 MATLAB 分析离散时间系统的系统函数的零极点； 3. 学会运用 MATLAB 分析系统函数的零极点分布与其时域特性的关系； 4. 学会运用 MATLAB 进行离散时间系统的频率特性分析。 <p>二、实验原理</p> <p>1. 有理函数 z 变换的部分分式展开</p> <p>如果信号的 z 域表示式是有理函数，设的有理分式表示为</p> $X(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \cdots + b_m z^{-m}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \cdots + a_n z^{-n}} = \frac{B(z)}{A(z)}$ <p>MATLAB 信号处理工具箱提供了一个对 X(z) 进行部分分式展开的函数 residuez，其语句格式为</p> $[R,P,K]=residuez(B,A)$ <p>其中，B，A 分别表示 X(z) 的分子与分母多项式的系数向量；R 为部分分式的系数向量；P 为极点向量；K 为多项式的系数。若 X(z) 为有理真分式，则 K 为零。</p> <p>2. 系统函数的零极点分析</p> <p>离散时间系统的系统函数定义为系统零状态响应的 z 变换与激励的 z 变换之比，即：</p> $H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$ <p>如果系统函数 H(z) 的有理函数表示式为</p> $H(z) = \frac{b_1 z^m + b_2 z^{m-1} + \cdots + b_m z + b_{m+1}}{a_1 z^n + a_2 z^{n-1} + \cdots + a_n z + a_{n+1}}$ <p>那么，在 MATLAB 中系统函数的零极点就可通过函数 roots 得到，也可借助函数 tf2zp 得到，tf2zp 的语句格式为</p> $[Z,P,K]=tf2zp(B,A)$ <p>其中，B 与 A 分别表示 H(z) 的分子与分母多项式的系数向量。它的作用是将 H(z) 的有理分式表</p>			

示式转换为零极点增益形式，即

$$H(z) = k \frac{(z - z_1)(z - z_2) \cdots (z - z_m)}{(z - p_1)(z - p_2) \cdots (z - p_n)}$$

若要获得系统函数 $H(z)$ 的零极点分布图，可直接应用 `zplane` 函数，其语句格式为

$$\text{zplane}(B,A)$$

其中， B 与 A 分别表示 $H(z)$ 的分子和分母多项式的系数向量。它的作用是在 z 平面上画出单位圆、零点与极点。

3. 系统函数的零极点分布与其时域特性的关系

与拉氏变换在连续系统中的作用类似，在离散系统中， z 变换建立了时域函数 $h(n)$ 与 z 域函数 $H(z)$ 之间的对应关系。因此， z 变换的函数 $H(z)$ 从形式可以反映 $h(n)$ 的部分内在性质。我们仍旧通过讨论 $H(z)$ 的一阶极点情况，来说明系统函数的零极点分布与系统时域特性的关系。

结论：

- 当极点位于单位圆内时， $h(n)$ 为衰减序列；
- 当极点位于单位圆上时， $h(n)$ 为等幅序列；
- 当极点位于单位圆外时， $h(n)$ 为增幅序列；
- 若 $h(n)$ 有一阶实数极点，则 $h(n)$ 为指数序列；
- 若 $h(n)$ 有一阶共轭极点，则 $h(n)$ 为指数振荡序列；
- 若 $h(n)$ 的极点位于虚轴左边，则 $h(n)$ 序列按一正一负的规律交替变化。

4. 离散时间 LTI 系统的频率特性分析

对于因果稳定的离散时间系统，如果激励序列为正弦序列 $x(n) = A \sin(n\omega) u(n)$ ，则系统的稳态响应为

$$y_{ss}(n) = A |H(e^{j\omega})| \sin[n\omega + \varphi(\omega)] u(n)$$

离散时间系统的频率响应定义为

$$H(e^{j\omega}) = |H(e^{j\omega})| e^{j\varphi(\omega)}$$

因此，只要分析 $H(e^{j\omega})$ 在 $|\omega| \leq \pi$ 范围内的情况，便可分析出系统的整个频率特性。

MATLAB 提供了求离散时间系统频响特性的函数 `freqz`，调用 `freqz` 的格式主要有两种。一种形式为

$$[H,w] = \text{freqz}(B,A,N)$$

其中， B 与 A 分别表示 $H(z)$ 的分子和分母多项式的系数向量； N 为正整数，默认值为 512；返回值 w 包含 $[0, \pi]$ 范围内的 N 个频率等分点；返回值 H 则是离散时间系统频率响应 $H(e^{j\omega})$ 在 $0 \sim \pi$ 范

围内 N 个频率处的值。另一种形式为：

$$[H,w]=\text{freqz}(B,A,N,'whole')$$

与第一种方式不同之处在于角频率的范围由 $[0, \pi]$ 扩展到 $[0, 2\pi]$ 。

三、实验程序及结果分析

1. 实验内容 1

试用 MATLAB 的 `residuez` 函数，求出

$$X(z) = \frac{2z^4 + 16z^3 + 44z^2 + 56z + 32}{3z^4 + 3z^3 - 15z^2 + 18z - 12}$$

的部分分式展开和。

(1) 实验内容 1 的程序

```
1. clc;
2. clear;
3.
4. B=[2,16,44,56,32];
5. A=[3,3,-15,18,-12];
6. [R,P,K]=residuez(B,A)
```

(2) 实验内容 1 的结果分析

R =

-0.0177 + 0.0000i

9.4914 + 0.0000i

-3.0702 + 2.3398i

-3.0702 - 2.3398i

P =

-3.2361 + 0.0000i

1.2361 + 0.0000i

0.5000 + 0.8660i

0.5000 - 0.8660i

K =

-2.6667

2. 实验内容 2

试用 MATLAB 画出下列因果系统的系统函数零极点分布图，并判断系统的稳定性。

$$(1) H(z) = \frac{2z^2 - 1.6z - 0.9}{z^3 - 2.5z^2 + 1.96z - 0.48}$$

$$(2) H(z) = \frac{z - 1}{z^4 - 0.9z^3 - 0.65z^2 + 0.873z}$$

(1) 实验内容 2 的程序

```
1. clc;
2. clear;
3.
4. b1=[2,-1.6,-0.9];
5. a1=[1,-2.5,1.96,-0.48];
6. subplot(1,2,1)
7. zplane(b1,a1)
8. legend('零点','极点')
9. title('零极点分布图')
10.
11. subplot(1,2,2)
12. impz(b1,a1,30);grid on;
13. figure
14.
15. b2=[1,-1];
16. a2=[1,-0.9,-0.65,0.873];
17. subplot(1,2,1)
18. zplane(b2,a2)
19. legend('零点','极点')
20. title('零极点分布图')
21.
22. subplot(1,2,2)
23. impz(b2,a2,30);grid on;
```

(2) 实验内容 2 的结果分析

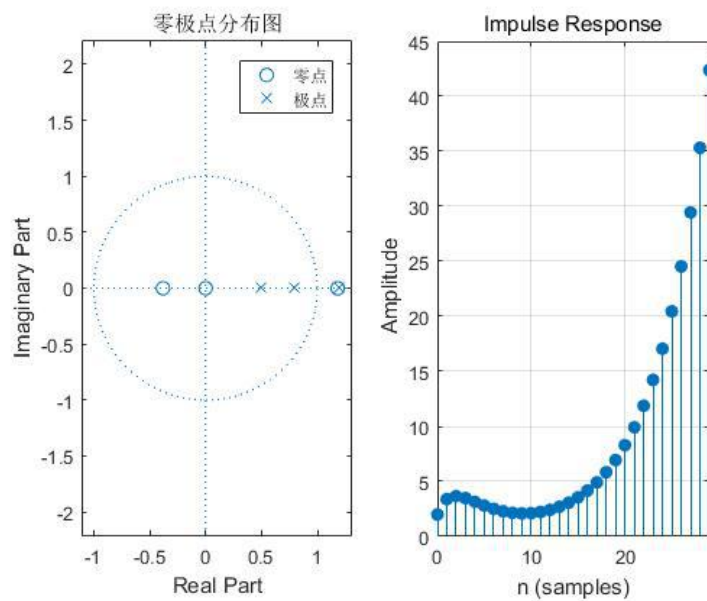


图1 零极点分布图

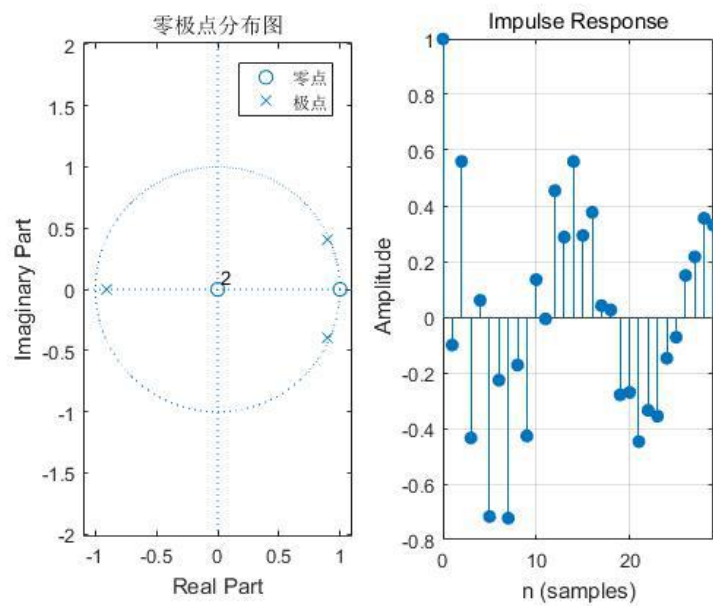


图2 零极点分布图

①图1 由于极点位于单位圆之外，所以 $h(n)$ 为增幅序列，该系统不具备稳定性；

②图2 由于有一阶共轭极点，并且有极点位于虚轴左侧，所以 $h(n)$ 振荡、并且一正一负交替变化，该系统不具备稳定性。

3. 实验内容 3

试用 MATLAB 绘制系统

$$H(z) = \frac{z^2}{z^2 - \frac{3}{4}z + \frac{1}{8}}$$

频率响应曲线。

(1) 实验内容 3 的程序

```
1. b=[1 0 0];
2. a=[1 -3/4 1/8];
3. [H,w]=freqz(b,a,400,'whole');
4. Hm=abs(H);
5. Hp=angle(H);
6. subplot(2,1,1)
7. plot(w,Hm),grid on;
8. xlabel('\omega(rad/s)'),ylabel('Magnitude');
9. title('离散系统幅频特性曲线');
10. subplot(2,1,2)
11. plot(w,Hp),grid on;
12. xlabel('\omega(rad/s)'),ylabel('Phase');
13. title('离散系统幅相特性曲线');
```

(2) 实验内容 3 的结果分析

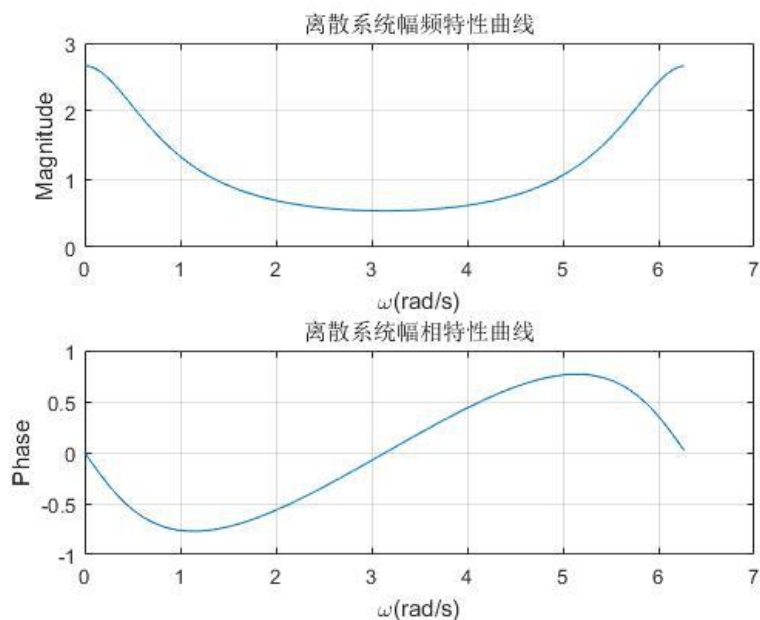


图 3 幅频特性曲线和相频特性曲线

利用函数 abs 和 angle 分别绘制出了该系统的幅频特性和相频特性的曲线。

4. 思考题 1

编写 MATLAB 程序，已知系统的差分方程

$$y(n) - 0.9y(n-8) = x(n) - x(n-8)。$$

- (1) 画出该系统的零极点分布图，判断系统的稳定性；
- (2) 画出系统在 $0 \sim 2\pi$ 范围内的幅频特性曲线和相频特性曲线；
- (3) 查找资料说明该系统的功能。

```
14. %实验3 思考题1
15. clc; clear;
16. b=[1,0,0,0,0,0,0,-0.9];
17. a=[1,0,0,0,0,0,0,-1];
18. subplot(3,1,1);
19. zplane(b,a)
20. grid on;
21. legend('零点','极点');
22. title('零极点分布图');
23.
24. [H,w]=freqz(b,a,400,'whole');
25. Hm=abs(H);
26. Hp=angle(H);
27. subplot(3,1,2);
28. plot(w,Hm);
29. grid on;
30. xlabel('omega(rad/s)');
31. ylabel('Megnitude');
32. title('离散系统幅频特性曲线');
33. subplot(3,1,3);
34. plot(w,Hp);
35. grid on;
36. xlabel('omega(rad/s)');
37. ylabel('Phase');
38. title('离散系统相频特性曲线');
```

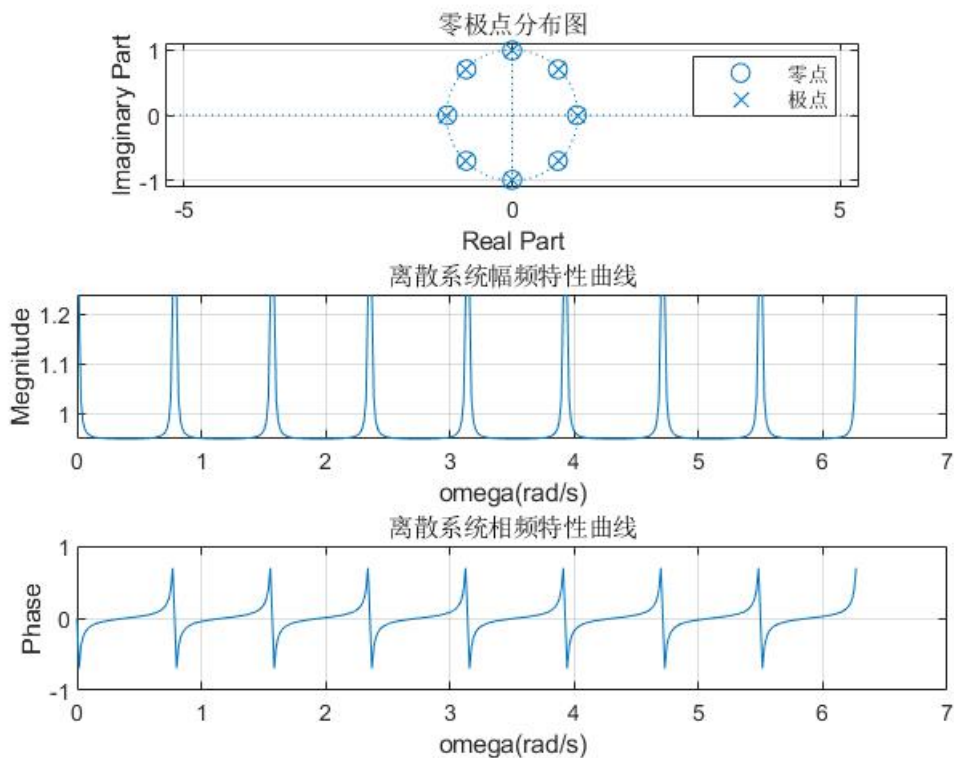



图 4 零极点分布图及幅频特性曲线和相频特性曲线

该系统稳定，作用为梳型滤波器

5. 思考题 2

2、编写MATLAB程序，分别采用系统 $H_1(z) = \frac{z}{z+0.8}$ 、 $H_2(z) = \frac{z}{z-1}$ 、 $H_3(z) = \frac{z}{z+1.2}$ 对音频文件motherland.wav进行滤波（可采用实验二的conv函数）。（1）画出滤波前后该音频文的连续时域波形图；（2）分析说明滤波后信号幅度变化的原因。

代码如下：

```
39. %实验 3 思考题 2
40. [xn,fs]=audioread('D:/motherland.wav');
41. figure('color',[1,1,1]);
42. k=[1,0];
43. n1=[1,0.8];
44. n2=[1,-1];
45. n3=[1,1.2];
46.
47. x1=impz(k,n1,30),grid on;
48. x2=impz(k,n2,30),grid on;
49. x3=impz(k,n3,30),grid on;
50.
51. y1=conv(x1,xn);
```

```

52. x1=0:size(y1)-1;
53. y2=conv(x2,xn);
54. x2=0:size(y2)-1;
55. y3=conv(x3,xn);
56. x3=0:size(y3)-1;
57.
58. subplot(411)
59. plot(xn),grid on;
60.
61. subplot(412);
62. plot(x1,y1),grid on;
63.
64. subplot(413);
65. plot(x2,y2),grid on;
66.
67. subplot(414);
68. plot(x3,y3),grid on;
69. sound(y3,fs);

```

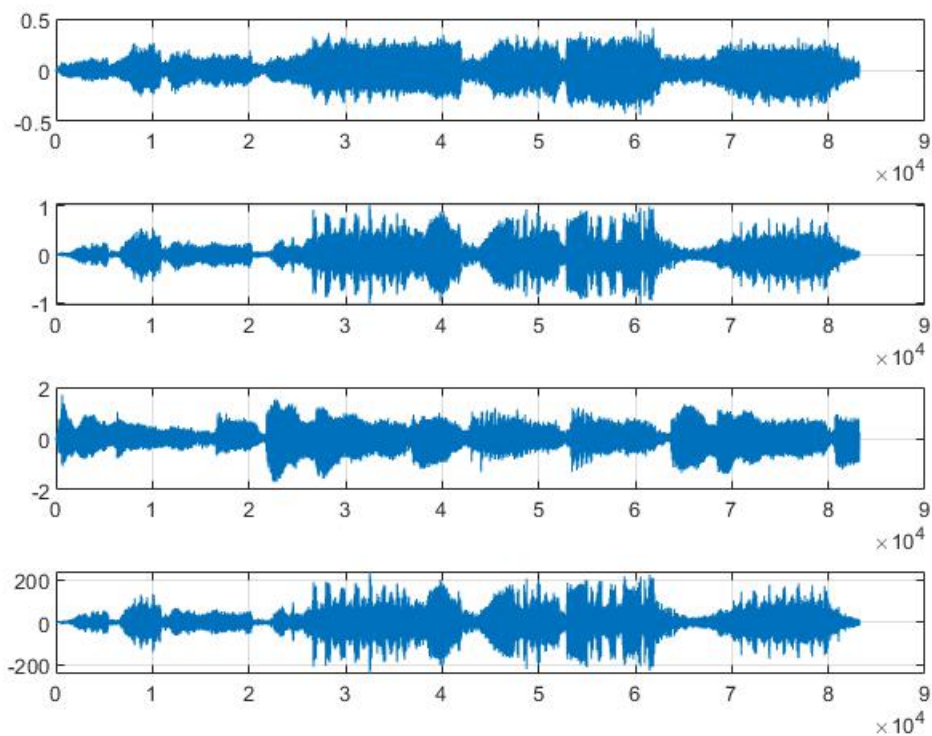


图5 连续时域波形图

四、心得体会

- (1) 巩固了课堂上学习过的理论知识，将理论知识应用到了实处；
- (2) 加深了对系统函数的零极点分布与其时域特性的关系的理解。