

# 实验二 系统响应及系统稳定性

## 2.1 实验目的

- 学会运用 MATLAB 求解离散时间系统的零状态响应；
- 学会运用 MATLAB 求解离散时间系统的单位取样响应；
- 学会运用 MATLAB 求解离散时间系统的卷积和。

## 2.2 实验原理及实例分析

### 2.2.1 离散时间系统的响应

离散时间 LTI 系统可用线性常系数差分方程来描述，即

$$\sum_{i=0}^N a_i y(n-i) = \sum_{j=0}^M b_j x(n-j) \quad (2-1)$$

其中， $a_i$  ( $i=0, 1, \dots, N$ ) 和  $b_j$  ( $j=0, 1, \dots, M$ ) 为实常数。

MATLAB 中函数 `filter` 可对式 (13-1) 的差分方程在指定时间范围内的输入序列所产生的响应进行求解。函数 `filter` 的语句格式为

$$y = \text{filter}(b, a, x)$$

其中， $x$  为输入的离散序列； $y$  为输出的离散序列； $y$  的长度与  $x$  的长度一样； $b$  与  $a$  分别为差分方程右端与左端的系数向量。

【实例 2-1】 已知某 LTI 系统的差分方程为

$$3y(n) - 4y(n-1) + 2y(n-2) = x(n) + 2x(n-1)$$

试用 MATLAB 命令绘出当激励信号为  $x(n) = (1/2)^n u(n)$  时，该系统的零状态响应。

解：MATLAB 源程序为

```
>>a=[3 -4 2];
```

```
>>b=[1 2];
```

```

>>n=0:30;
>>x=(1/2).^n;
>>y=filter(b,a,x);
>>stem(n,y,'fill'),grid on
>>xlabel('n'),title('系统响应 y(n)')

```

程序运行结果如图 2-1 所示。

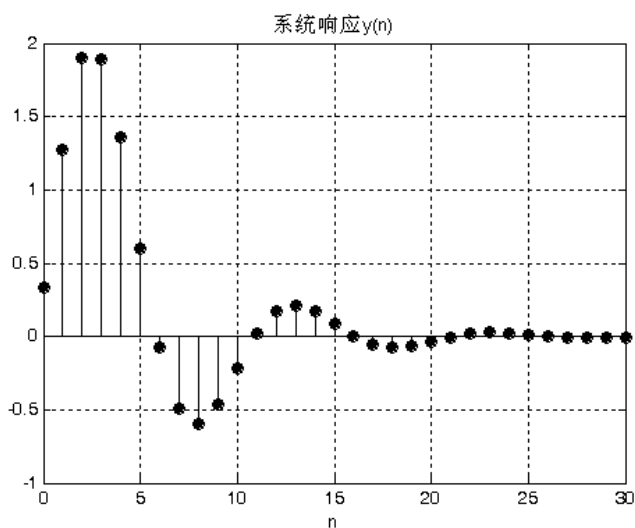


图 2-1 实例 2-1 系统的零状态响应

## 2.2.2 离散时间系统的单位取样响应

系统的单位取样响应定义为系统在  $\delta(n)$  激励下系统的零状态响应，用  $h(n)$  表示。MATLAB 求解单位取样响应可利用函数 `filter`，并将激励设为单位抽样序列。例如，求解实例 2-1 中系统的单位取样响应时，MATLAB 源程序为：

```

>>a=[3 -4 2];
>>b=[1 2];
>>n=0:30;
>>x=(n==0);    %产生单位抽样序列
>>h=filter(b,a,x);
>>stem(n,h,'fill'),grid on
>>xlabel('n'),title('系统单位取样响应 h(n)')

```

程序运行结果如图 2-2 所示。

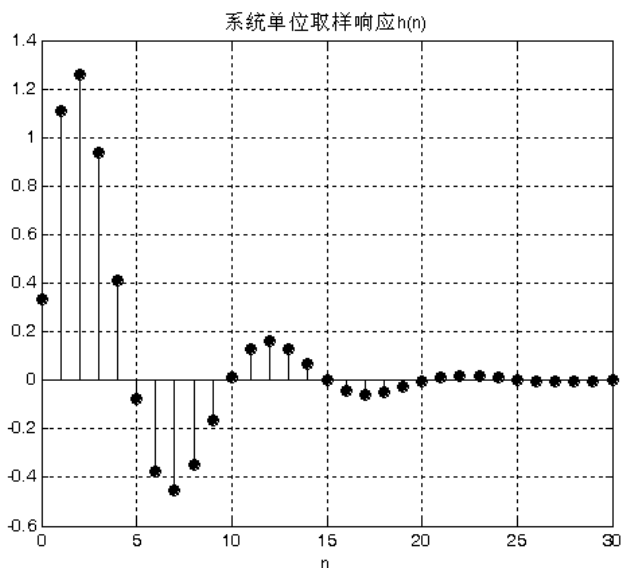


图 2-2 实例 2-1 的系统单位取样响应

MATLAB 另一种求单位取样响应的方法是利用控制系统工具箱提供的函数 `impz` 来实现。`impz` 函数的常用语句格式为

$$\text{impz}(b,a,N)$$

其中，参数  $N$  通常为正整数，代表计算单位取样响应的样值个数。

【实例 2-2】已知某 LTI 系统的差分方程为

$$3y(n) - 4y(n-1) + 2y(n-2) = x(n) + 2x(n-1)$$

利用 MATLAB 的 `impz` 函数绘出该系统的单位取样响应。

解：MATLAB 源程序为

```
>>a=[3 -4 2];
```

```
>>b=[1 2];
```

```
>>impz(b,a,30);
```

```
>>grid on;
```

```
>>title('系统单位取样响应 h(n)');
```

程序运行结果如图 2-3 所示，比较图 2-2 和图 2-3，不难发现结果相同。

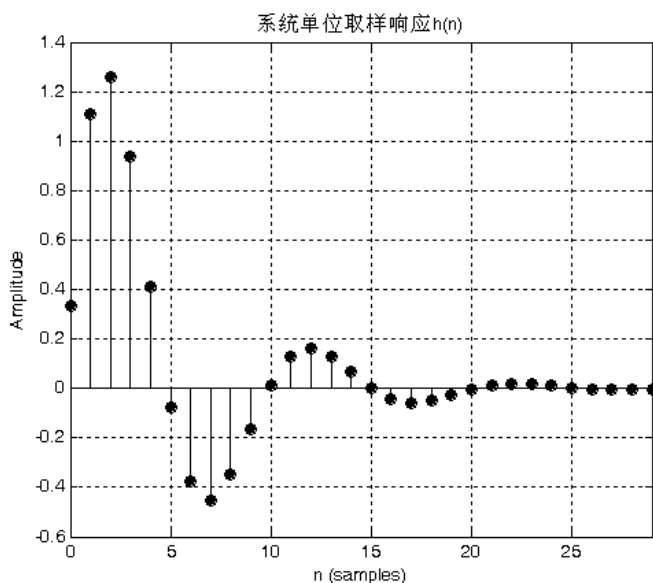


图 2-3 系统单位取样响应

## 2.2.3 离散时间信号的卷积和运算

由于系统的零状态响应是激励与系统的单位取样响应的卷积，因此卷积运算在离散时间信号处理领域被广泛应用。离散时间信号的卷积定义为

$$y(n) = x(n) * h(n) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(m)h(n-m) \quad (2-2)$$

可见，离散时间信号的卷积运算是求和运算，因而常称为“卷积和”。

MATLAB 求离散时间信号卷积和的命令为 `conv`，其语句格式为

$$y = \text{conv}(x, h)$$

其中， $x$  与  $h$  表示离散时间信号值的向量； $y$  为卷积结果。用 MATLAB 进行卷积和运算时，无法实现无限的累加，只能计算时限信号的卷积。

例如，利用 MATLAB 的 `conv` 命令求两个长为 4 的矩形序列的卷积和，即  $g(n) = [u(n) - u(n-4)] * [u(n) - u(n-4)]$ ，其结果应是长为 7 ( $4+4-1=7$ ) 的三角序列。用向量 `[1 1 1 1]` 表示矩形序列，MATLAB 源程序为

```
>>x1=[1 1 1 1];
>>x2=[1 1 1 1];
>>g=conv(x1,x2)
g=
```

1      2      3      4      3      2      1

如果要绘出图形来，则利用 `stem` 命令，即

```
>>n=0:6;  
>>stem(n,g,'fill'),grid on,xlabel('n')
```

程序运行结果如图 2-4 所示。

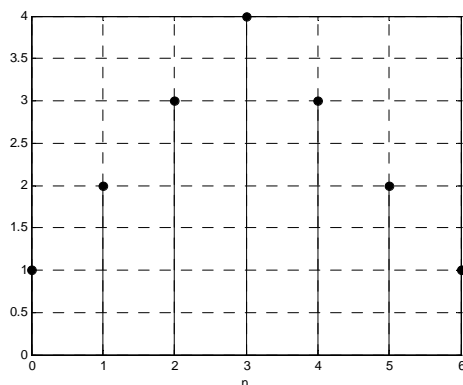


图 1-4 卷积结果图

对于给定函数的卷积和，我们应计算卷积结果的起始点及其长度。两个时限序列的卷积和长度等于两个序列长度的和减 1。

【实例 2-3】 已知某系统的单位取样响应为  $h(n) = 0.8^n [u(n) - u(n-8)]$ ，试用 MATLAB 求当激励信号为  $x(n) = u(n) - u(n-4)$  时，系统的零状态响应。

解：MATLAB 中可通过卷积求解零状态响应，即  $x(n) * h(n)$ 。由题意可知，描述  $h(n)$  向量的长度至少为 8，描述  $x(n)$  向量的长度至少为 4，因此为了图形完整美观，我们将  $h(n)$  向量和  $x(n)$  向量加上一些附加的零值。MATLAB 源程序为

```
>>nx=-1:5; %x(n)向量显示范围(添加了附加的零值)  
>>nh=-2:10; %h(n)向量显示范围(添加了附加的零值)  
>>x=uDT(nx)-uDT(nx-4); %uDT(nx)产生单位阶跃序列的函数 第 7 页附录中有介绍  
>>h=0.8.^nh.*(uDT(nh)-uDT(nh-8));  
>>y=conv(x,h);  
>>ny1=nx(1)+nh(1); %卷积结果起始点  
>>ny2=nx(end)+nh(end); %卷积结果终点  
>>ny=ny1:ny2;  
>>subplot(311)  
>>stem(ny,y,'fill'),grid on  
>>xlabel('n'),title('x(n)')  
>>axis([-4 16 0 3])
```

```

>>subplot(312)
>>stem(nh,h,'fill'),grid on
>>xlabel('n'),title('h(n)')
>>axis([-4 16 0 3])
>>subplot(313)
>>stem(ny,y,'fill'),grid on
>>xlabel('n'),title('y(n)=x(n)*h(n)')
>>axis([-4 16 0 3])

```

程序运行结果如图 2-5 所示。

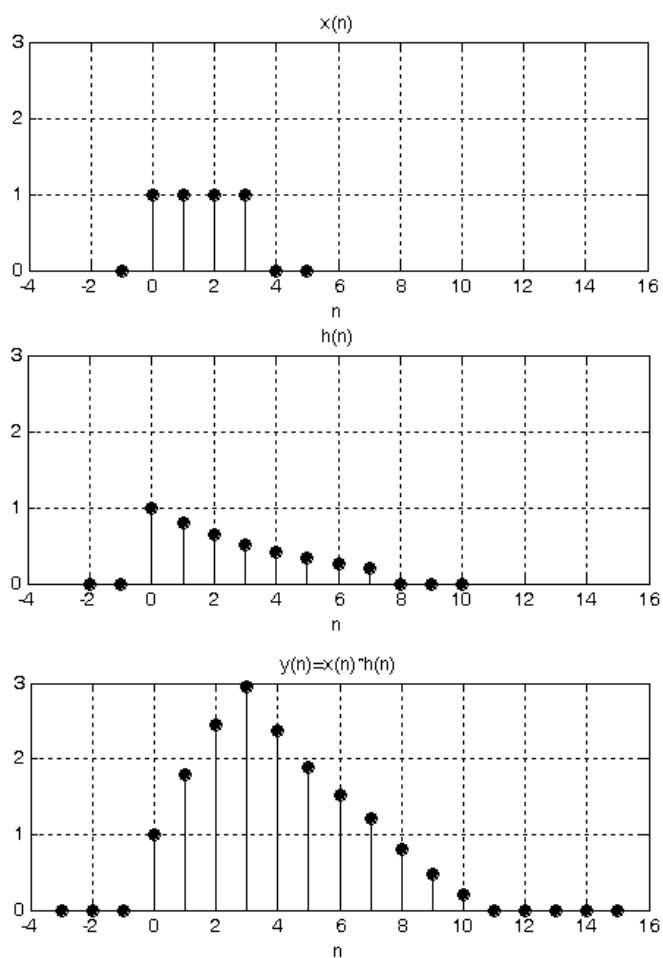


图 2-5 利用卷积和法求解系统的零状态响应

## 2.3 实验内容

1. 试用 MATLAB 命令求解以下离散时间系统的单位取样响应,并判断系统的稳定性。

$$(1) \quad 3y(n) + 4y(n-1) + y(n-2) = x(n) + x(n-1)$$

$$(2) \quad \frac{5}{2}y(n) + 6y(n-1) + 10y(n-2) = x(n)$$

2. 已知某系统的单位取样响应为  $h(n) = (\frac{7}{8})^n [u(n) - u(n-10)]$ , 试用 MATLAB 求当激励信号为  $x(n) = u(n) - u(n-5)$  时, 系统的零状态响应。

## 2.4 思考题:

1. matlab 的工具箱函数 `conv`, 能用于计算两个有限长序列之间的卷积, 但 `conv` 函数假定这两个序列都从  $n=0$  开始。试编写 M 文件计算  $x(n) = [3, 11, 7, 0, -1, 4, 2], -3 \leq n \leq 3$  和  $h(n) = [2, 3, 0, -5, 2, 1], -1 \leq n \leq 4$  之间的卷积, 并绘制  $y(n)$  的波形图。

附录:

### 1. 单位阶跃序列

单位阶跃序列  $u(n)$  定义为

$$u(n) = \begin{cases} 1 & (n \geq 0) \\ 0 & (n < 0) \end{cases} \quad (1-1)$$

在 MATLAB 中, 冲激序列可以通过编写 `uDT.m` 文件来实现, 即

```
function y=uDT(n)
```

```
y=n>=0; %当参数为非负时输出 1
```

调用该函数时  $n$  也同样必须为整数或整数向量。

**【实例 2-2】** 利用 MATLAB 的 `uDT` 函数绘出单位阶跃序列的波形图。

**解:** MATLAB 源程序为

```
>>n=-3:5;
```

```
>>x=uDT(n);  
>>stem(n,x,'fill'),xlabel('n'),grid on  
>>title('单位阶跃序列')  
>>axis([-3 5 -0.1 1.1])
```

程序运行结果如图 2-6 所示。

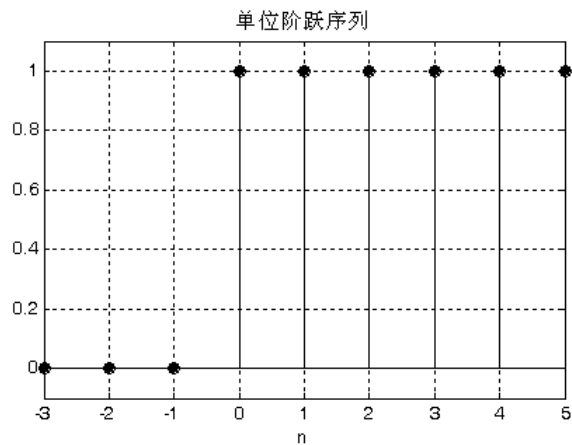


图 2-6 单位阶跃序列