课程名称	信号处理实验	课程编号	A2010550
实验地点	YF304	实验时间	第 9 周周二：1-2 节
校外指导教师	无	校内指导教师	邵凯
实验名称	用 FFT 进行谱分析		
评阅人签字		成绩	

一、实验目的

1.进一步加深对 DFT 算法原理和基本性质的理解（因为 FFT 只是 DFT 的一种快速算法，所以 FFT 的运算结果必然满足 DFT 的基本性质）。

2.熟悉 FFT 算法原理和 FFT 子程序的应用。

3.学习用 FFT 对连续信号和时域离散信号进行谱分析的方法，了解可能出现的分析误差及其原因，以便在实际中正确应用 FFT。

二、实验原理

1.谱分析概念

信号的谱分析就是计算信号的频谱（信号的傅氏变换），通过信号研究分析信号特性。信号频谱是连续的，不能用数字信号处理方法计算，按频域采用定理，序列的 DFT 完整反映了频谱信息，所以可以通过 DFT 进行谱分析。

2.DFT 对序列离散进行谱分析

（1）非周期序列进行谱分析

傅里叶变换定义

$$X(e^{jw})=FT\ [x(n)]=\sum_{n=0}^{N-1}x(n)e^{-jwn}$$

DFT 定义：

$$X(k)=DFT\ [x(n)]=\sum_{n=0}^{N-1}x(n)e^{-j\frac{2\pi}{N}kn} \qquad k=0,1,\ldots,\mathrm{N}-1$$

有限长序列 x(n)的 N 点离散傅里叶变换 X(k)是 x(n)的傅里叶变换 X(e^jw)在一个周期上的 N 点等间隔采样值，DFT 满足频域采样定理。由频域取样定理可知，X(k)包含了频谱 X(e^jw)的全部信息，因此，求 x(n)的 DFT 就可以分析它的频谱了。即通过 DFT 进行谱分析。

（2）周期序列进行谱分析

以周期为 N 的周期序列$\tilde{x}(n)$进行 DFS,以所求出的 DFS 系数作为各谐波分量的幅度形成其频谱函数：

$$X(e^{jw})=FT\ [\tilde{x}(n)]=\frac{2\pi}{N}\sum_{k=-\infty}^{\infty}\mathrm{X}(k)\delta(w-\frac{2\pi}{N}k)$$

其中

$$X(k)=DFT\ [\tilde{x}(n)]=\sum_{n=0}^{N-1}\tilde{x}(n)e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$$

截取$\tilde{x}(n)$的整数个周期做 DFT，也能获得$\tilde{x}(n)$频谱结构。截取 M 等于$\tilde{x}(n)$的整数个周期，即 M=mN，m 为正整数，则

$$X_M(k)=\begin{cases} mX(\frac{k}{m}) & k/m=\text{整数} \\ 0 & k/m\neq\text{整数} \end{cases}$$

（3）连续信号进行谱分析

对连续信号 xa(t)，为了利用 DFT 分析其频谱，需要将其离散化，若信号持续时间无限长，还需对它进行截短近似。所以从严格意义上讲用 DFT 对信号进行谱分析，都是某种意义上的近似。

$$X_a(k)=T\sum_{n=0}^{N-1}x(n)e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}=T\bullet DFT(x(n))$$

三、实验程序及结果分析

1、编写 matlab M 文件对信号 x1(n)做 8 点和 16 点的 FFT。

（1）代码如下：

```
x=[1 1 1 1 0 0 0 0];
xk=fft(x,8);
figure;

subplot(3 1 1);
stem(0:length(x)-1,x,'.');
title('x1µÄ²¨ÐÎ');

subplot(3 1 2);
stem(0:7,abs(xk),'.');
title('x1µÄ8µãÀëÉ¢·ù¶ÈÆ×');

xk=fft(x,16);
subplot(3 1 3);
stem(0:15,abs(xk),'.');
title('x1µÄ16µãÀëÉ¢·ù¶ÈÆ×');
```

（2）运行结果如下：

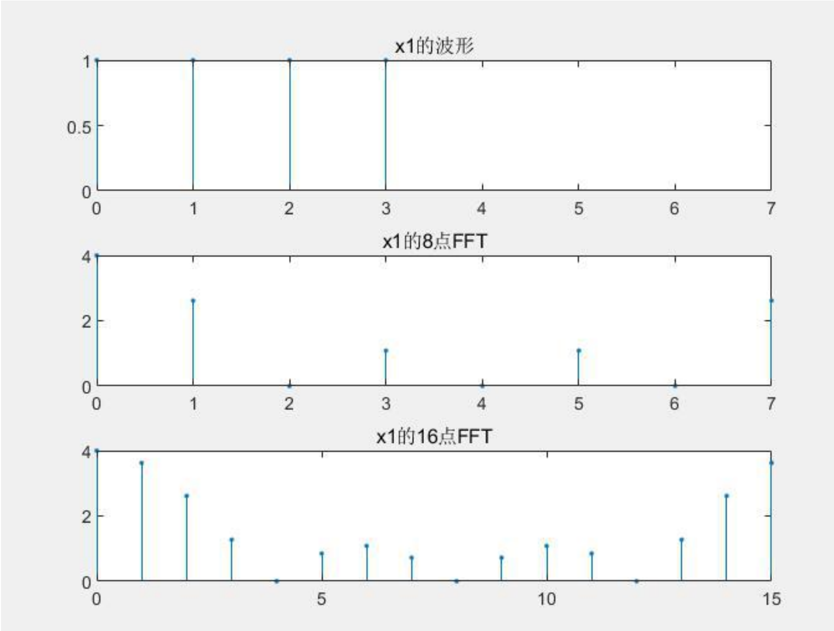

图 1 x1(n)做 8 点和 16 点的 FFT 图

2、编写 matlab M 文件对信号 x2(n)做 8 点和 16 点的 FFT。

（1）代码如下：

```
x=[1:1:4 4:-1:1];
xk=fft(x,8);
figure;

subplot(3 1 1);
stem(0:length(x)-1,x,'.');
title('x2 的波形');

subplot(3 1 2);
stem(0:7,abs(xk),'.');
title('x2 的 8 点离散幅度谱');
xk=fft(x,16);

subplot(3 1 3);
stem(0:15,abs(xk),'.');
title('x2 的 16 点离散幅度谱');
```

（2）运行结果如下：

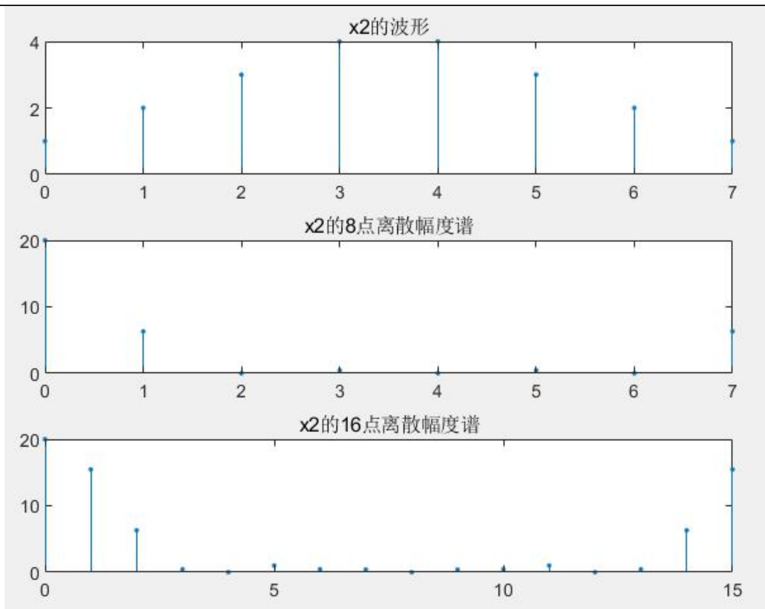

图 2 x2(n)做 8 点和 16 点的 FFT 图

3、编写 matlab M 文件对信号 x4(n)做 8 点和 16 点的 FFT。

（1）代码如下：

```
x=[0:7];
x=cos(pi*x/4);
xk=fft(x,8);
figure;

subplot(4 1 1);
stem(0:length(x)-1,x,'.');
title('x4 的波形');

subplot(4 1 2);
stem(0:7,abs(xk),'.');
title('x4 的 8 点离散幅度谱');

x=[0:15];
x=cos(pi*x/4);
xk=fft(x,16);
subplot(4 1 3);
stem(0:length(x)-1,x,'.');
title('x4 的波形');

subplot(4 1 4)
stem(0:15,abs(xk),'.');
title('x4 的 16 点离散幅度谱');
```

（2）运行结果如下：

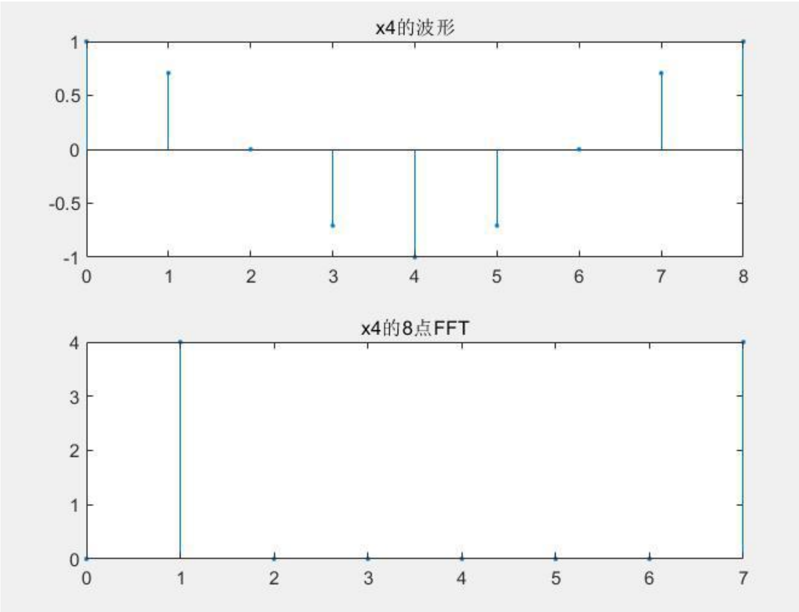

图 3 x4(n)的 88 点 FFT 图

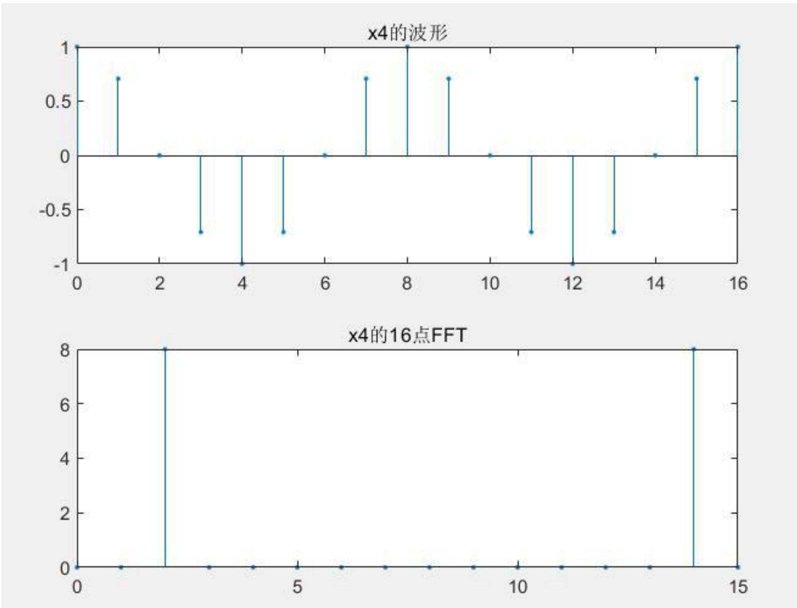

图 4 x4(n)的 16 点的 FFT 图

4、编写 matlab M 文件对信号 x6(n)以 fs=64（Hz）采样后做 N=16、32、64 点的 FFT。

（1）代码如下：

```
N=16;

t=0:1/64:1;
x=cos(8*pi*t)+cos(16*pi*t)+cos(20*pi*t);
xk1=fft(x,N);

subplot(2,1,1)
```

```
stem(0:N-1,x(1:N),'.');
title('x6 的波形');

subplot(2,1,2);
stem(0:N-1,abs(xk1),'.');
title('x6 的 16 点 FFT');
figure

N=32;
t=0:1/64:1;
x=cos(8*pi*t)+cos(16*pi*t)+cos(20*pi*t);
xk2=fft(x,N);

subplot(2,1,1)
stem(0:N-1,x(1:N),'.');
title('x6 的波形');

subplot(2,1,2);
stem(0:N-1,abs(xk2),'.');
title('x6 的 32 点 FFT');
figure

N=64;
t=0:1/64:1;
x=cos(8*pi*t)+cos(16*pi*t)+cos(20*pi*t);
xk3=fft(x,N);

subplot(2,1,1)
stem(0:N-1,x(1:N),'.');
title('x6 的波形');

subplot(2,1,2);
stem(0:N-1,abs(xk3),'.');
title('x4 的 64 点 FFT');
```

（2）运行结果如下：

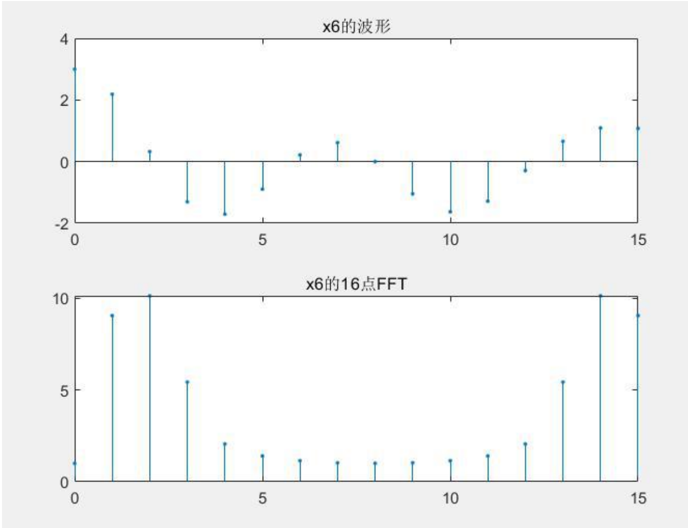

图 5 x6(n)做 16 点的 FFT 图

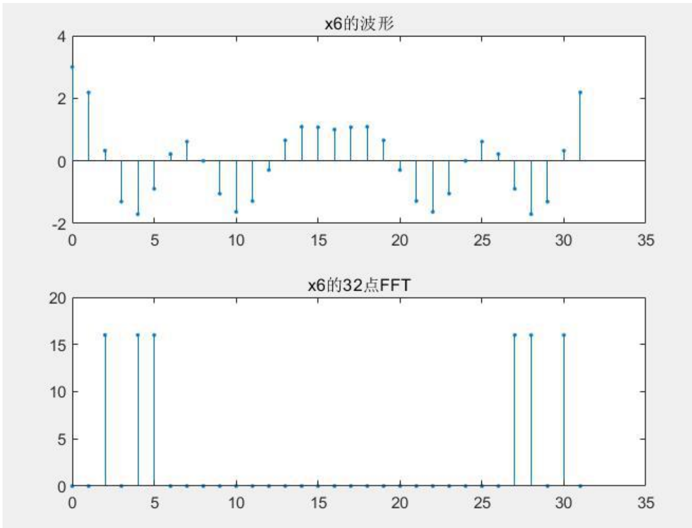

图 6 x6(n)做 32 点的 FFT 图

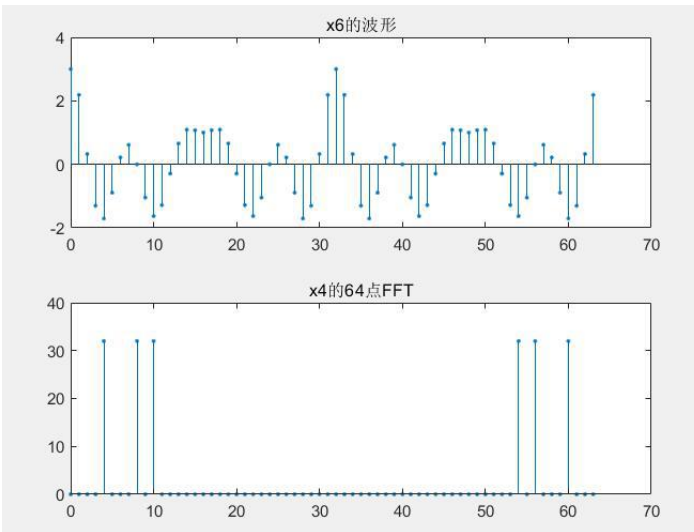

图 7 x6(n)做 64 点的 FFT 图

5、编写 matlab M 文件，读取 motherland.wav 数据，分析第 8000 至 8199 共 200 个采样点的频谱（提示是傅里叶变换）。方法：对这 200 个点数据做 N=512 的 DFT（采用 FFT 实现）。要求：画出其在[0,2π)的连续幅度谱和相位谱图。

```
[xn,fs]=audioread('D:\motherland.wav');
n=1:199;
yn=xn(8000+n);
xk1=fft(yn,512)
subplot(311);
stem(0:length(yn)-1,yn,'.');
title('yn 的波形');
subplot(312);
plot(2*(0:512-1)/512,abs(xk1(1:512)));
title('yn 的 512 点幅度谱');
subplot(313);
plot(2*(0:512-1)/512,angle(xk1(1:512)));
title('yn 的 512 点相位谱');
```

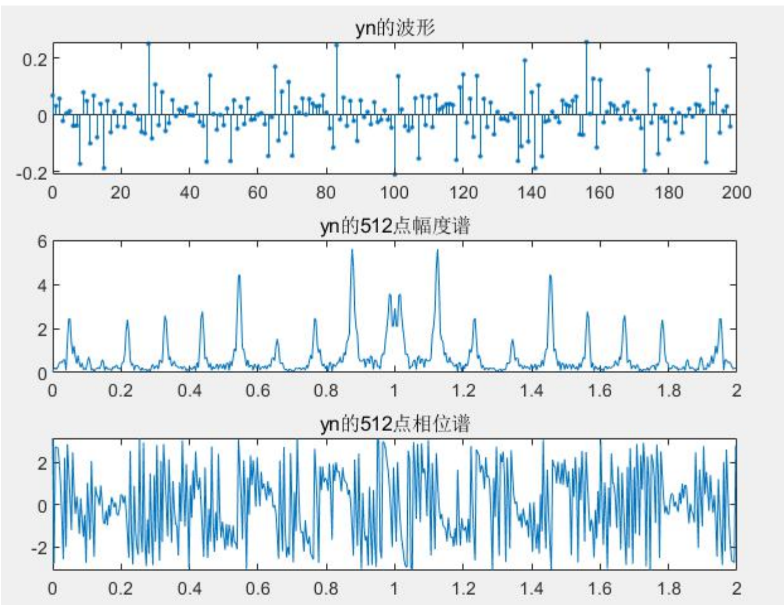

图 8

四、思考题

1.在 N=8 和 N=16 两种情况下，x2(n)、x3(n)的幅频特性会相同吗？为什么？

答：N=8 时，相同；N=16 时，不相同；因为在 N=8 的情况下，x3(n)相当于是 x2(n)的一个时延，而 N=16 时 x2(n) 经过时延得到的是 x2(n)=[4,3,2,1,0,0,0,0,0,0,0,0,1,2,3,4] 而 x3(n)=[4,3,2,1,2,3,4,0,0,0,0,0,0,0]，所以此时 x2(n)、x3(n)的幅频特性不相同。

2.如果周期信号的周期预先不知道，如何用 FFT 进行分析?

答：周期信号的周期预先不知道时,可先截取 M 点进行 DFT,再将截取长度扩大 1 倍截取,比较结果,如果二者的差别满足分析误差要求,则可以近似表示该信号的频谱,如果不满足误差要求就继续将截取长度加倍,重复比较,直到结果满足要求。

即：设一个定长的 m 值,先取 2m,看 2m 与 m 的误差是否大，如大的话再取 4m,看 4m 与 2m 的误差是否大，如不大，4 倍的 m 值则可近似原来点的谱分析。

3.试使用函数 fft(x)近似画出 x(n)=R10(n)在(-4π,4π)上的幅频响应曲线，|FT[X(n)]|。

答：（1）代码如下：

```
N=20
x=ones(1,10);
xk=fft(x,N);
k=-2*N:2*N;
w=2*pi*k/N;
xk1=xk(mod(k,N)+1);
plot(w,abs(xk1))
xlabel('w(\pi)')
ylabel('X(w)')
```

（2）运行结果如下：

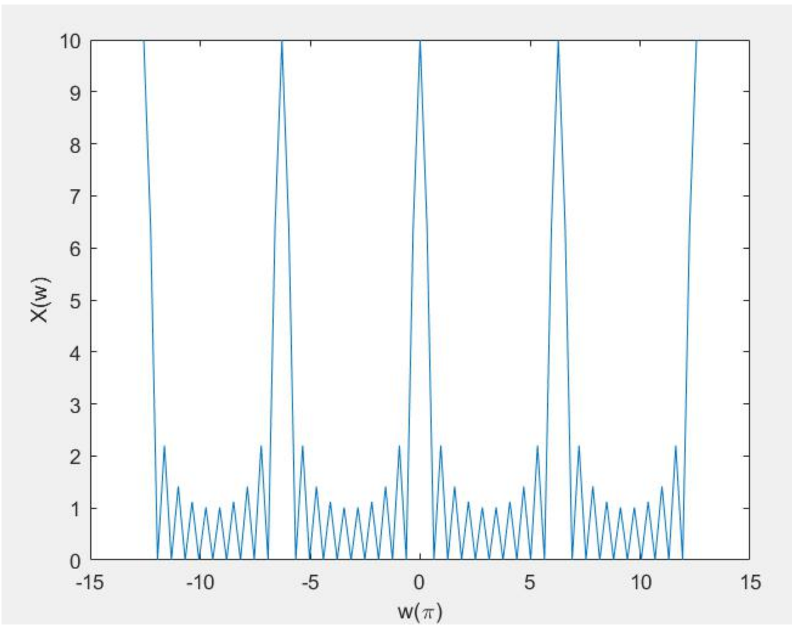

图 9 幅频响应曲线图