

重庆邮电大学

学生实验实习报告册

学年学期： 2020 - 2021 学年 ☐春☒秋学期

课程名称： 信号处理实验

学生学院： 通信与信息工程学院

专业班级： 01011803

学生学号： 2018210188

学生姓名： 蔡东君

联系电话： 15730807595

重庆邮电大学教务处制

课程名称	信号处理实验	课程编号	
实验地点	YF304	实验时间	2020/10/27
校外指导教师		校内指导教师	邵凯
实验名称	系统响应及系统稳定性		
评阅人签字		成绩	
<p>一、实验目的</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 学会运用 MATLAB 求离散时间信号的有理函数 z 变换的部分分式展； 2. 学会运用 MATLAB 分析离散时间系统的系统函数的零极点； 3. 学会运用 MATLAB 分析系统函数的零极点分布与其时域特性的关系； 4. 学会运用 MATLAB 进行离散时间系统的频率特性分析。 <p>二、实验原理</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. MATLAB 中可以通过 <code>residuez</code> 函数对有理函数 z 变换进行部分分式展开，其调用格式为： $[R, P, K] = \text{residuez}(B, A)$，其中 B, A 分别表示 $X(z)$ 的分子与分母多项式的系数向量；R 为部分分式的系数向量；P 为极点向量；K 为多项式的系数。若 $X(z)$ 为有理真分式，则 K 为零。 2. MATLAB 中可以通过 <code>tf2zp</code> 获得系统函数的零极点，其调用形式为：$[Z, P, K] = \text{tf2zp}(B, A)$，其中 B, A 分别表示 $H(z)$ 的分子与分母多项式的系数向量。它的作用是将 $H(z)$ 的有理分式表示式转换为零极点增益形式。 3. MATLAB 中可以通过 <code>zplane</code> 将零极点图画出来，其调用格式为：<code>zplane(B, A)</code>，其中 B 与 A 分别表示 $H(z)$ 的分子和分母多项式的系数向量。它的作用是在 Z 平面上画出单位圆、零点与极点。 4. MATLAB 中可以通过 <code>freqz</code> 函数对系统进行频率响应分析，其调用格式为：$[H, w] = \text{freqz}(B, A, N)$，其中 B 与 A 分别表示 $H(z)$ 的分子和分母多项式的系数向量；N 为正整数，默认值为 512；返回值 w 包含 $[0, \pi]$ 范围内的 N 个频率等分点；返回值 H 则是离散时间系统频率响应 $H(e^{j\omega})$ 在 $0 \sim \pi$ 范围内 N 个频率处的值。另一种形式为：$[H, w] = \text{freqz}(B, A, N, 'whole')$，与第一种方式不同之处在于角频率的范围由 $[0, \pi]$ 扩展到 $[0, 2\pi]$。 <p>三、实验程序及结果分析</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. 试用 MATLAB 的 <code>residuez</code> 函数，求出下式的部分分式展开和。 $X(z) = \frac{2z^4 + 16z^3 + 44z^2 + 56z + 32}{3z^4 + 3z^3 - 15z^2 + 18z - 12}$ <p>代码：</p> <pre> 1. B = [2 16 44 56 32]; 2. A = [3 3 -15 18 -12]; 3. [R, P, K] = residuez(B, A) </pre> <p>实验结果：</p> <p>R =</p> <pre> -0.0177 + 0.0000i 9.4914 + 0.0000i -3.0702 + 2.3398i -3.0702 - 2.3398i </pre> <p>P =</p>			

-3.2361 + 0.0000i
1.2361 + 0.0000i
0.5000 + 0.8660i
0.5000 - 0.8660i

K =
-2.6667

2. 试用 MATLAB 画出下列因果系统的系统函数零极点分布图，并判断系统的稳定性。

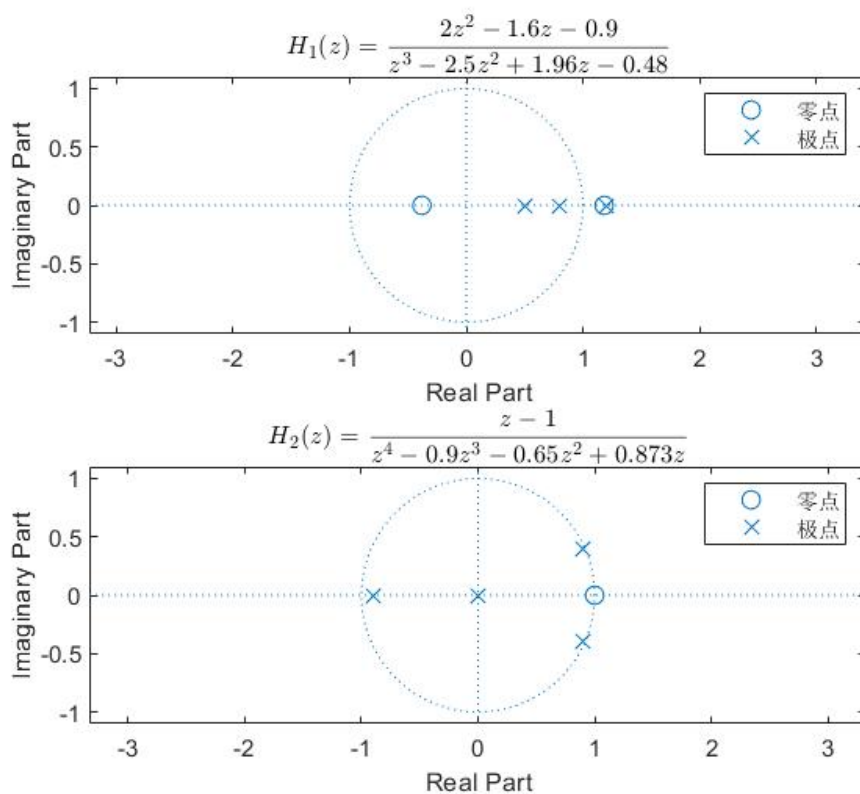
$$(1) H(z) = \frac{2z^2 - 1.6z - 0.9}{z^3 - 2.5z^2 + 1.96z - 0.48}$$

$$(2) H(z) = \frac{z - 1}{z^4 - 0.9z^3 - 0.65z^2 + 0.873z}$$

代码：

```
1. B1 = [0 2 -1.6 -0.9]; % 分母分子的位数要一样，如果相差就补0
2. A1 = [1 -2.5 1.96 -0.48];
3. % impz(B1, A1);
4. [Z1, P1, K1] = tf2zp(B1, A1);
5. subplot(2, 1, 1);
6. zplane(B1, A1);
7. legend('零点', '极点');
8. title('$$ H_1(z)=\frac{2z^2-1.6z-0.9}{z^3-2.5z^2+1.96z-0.48} $$', ...
9.     'Interpreter', 'latex');
10. % title('H1(z)零极点分布图');
11.
12. B2 = [0 0 0 1 -1];
13. A2 = [1 -0.9 -0.65 0.873 0];
14. % impz(B2, A2);
15. [Z2, P2, K2] = tf2zp(B2, A2);
16. subplot(2, 1, 2);
17. zplane(B2, A2);
18. legend('零点', '极点');
19. title('$$ H_2(z)=\frac{z-1}{z^4-0.9z^3-0.65z^2+0.873z} $$', ...
20.     'Interpreter', 'latex');
21.
```

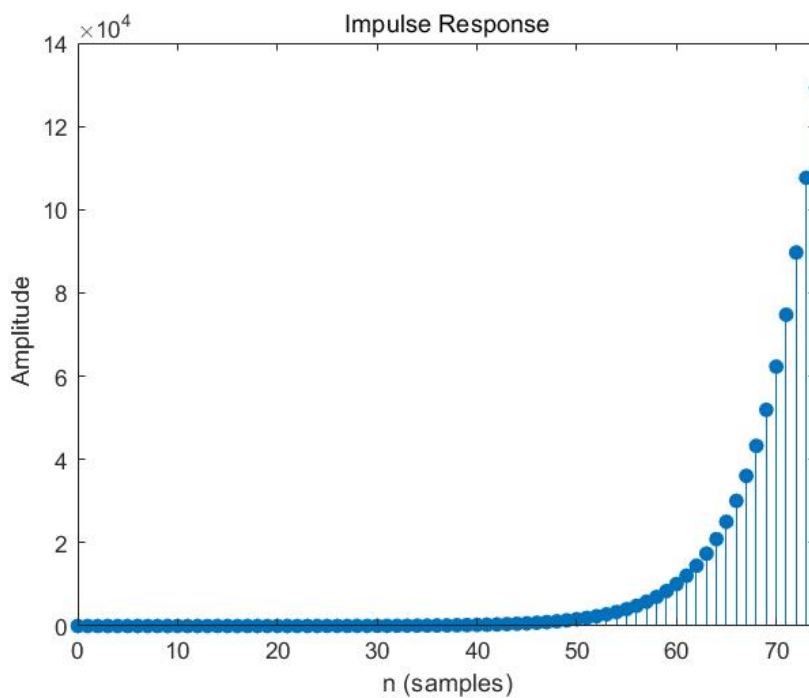
实验结果截图：



图一

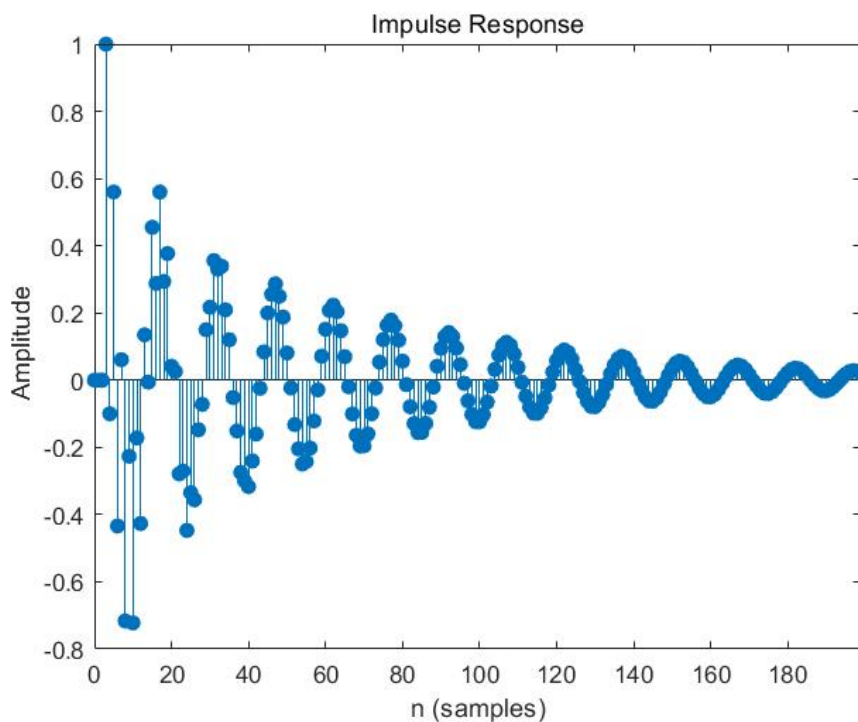
判断系统的稳定性：

系统一（图一中的第一个小图）有 2 个零点（ $z_1 = -0.381$, $z_2 = 1.181$ ）和 3 个极点（ $p_1 = 1.2$, $p_2 = 0.8$, $p_3 = 0.5$ ），由于单位圆外的零点和极点是没有重合的，所以该系统是不稳定的，通过 `impz` 画出该系统的单位冲激响应如下：



图二

系统二（图一中的第二个小图）只有 1 个零点（ $z_1=1$ ）和 4 个极点（ $p_1=0$, $p_2=-0.9$, $p_3=0.9+0.4i$, $p_4=0.9-0.4i$ ）。由于这四个极点都在单位圆内，因此该系统是稳定的，通过 `impz` 画出该系统的单位冲激响应为：



图三

3. 试用 MATLAB 绘制如下系统的频率响应曲线。

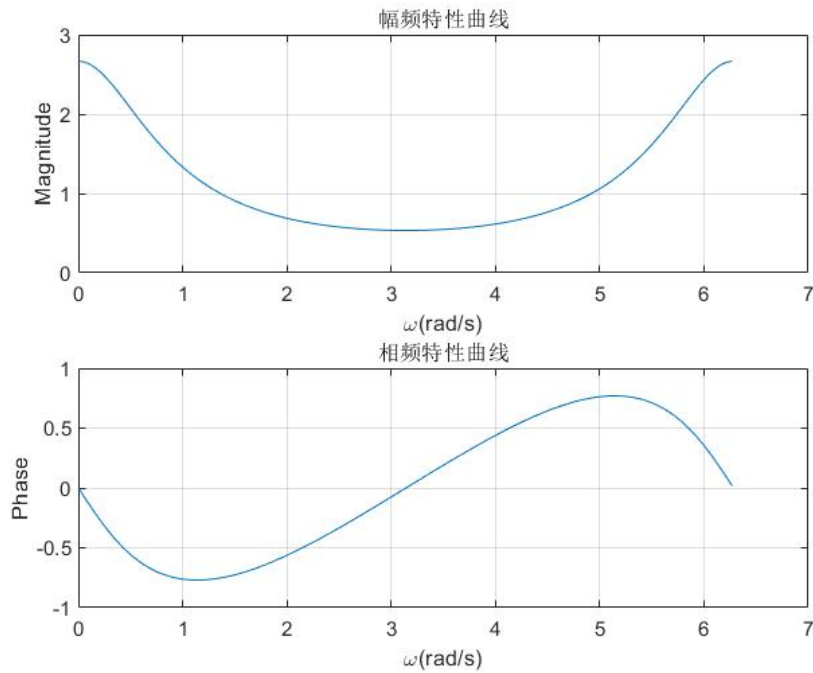
$$H(z) = \frac{z^2}{z^2 - \frac{3}{4}z + \frac{1}{8}}$$

代码：

```
4. B = [1 0 0];
5. A = [1 -3/4 1/8];
6. [H, w] = freqz(B, A, 500, 'whole');
7. Hm = abs(H);
8. Hp = angle(H);
9. subplot(2, 1, 1);
10. plot(w, Hm), grid on;
11. xlabel('\omega(rad/s)');
12. ylabel('Magnitude');
13. title('幅频特性曲线');
14. subplot(2, 1, 2);
15. plot(w, Hp), grid on;
16. xlabel('\omega(rad/s)');
17. ylabel('Phase');
18. title('相频特性曲线');
19.
```

实验效果截图：

可以看出该系统是一个低通滤波器。



图四

思考题：

1、编写 MATLAB 程序，已知系统的差分方程 $y(n) - 0.9y(n - 8) = x(n) - x(n - 8)$ 。(1) 画出该系统的零极点分布图，判断系统的稳定性；(2) 画出系统在 $0 \sim 2\pi$ 范围内的幅频特性曲线和相频特性曲线；(3) 查找资料说明该系统的功能。

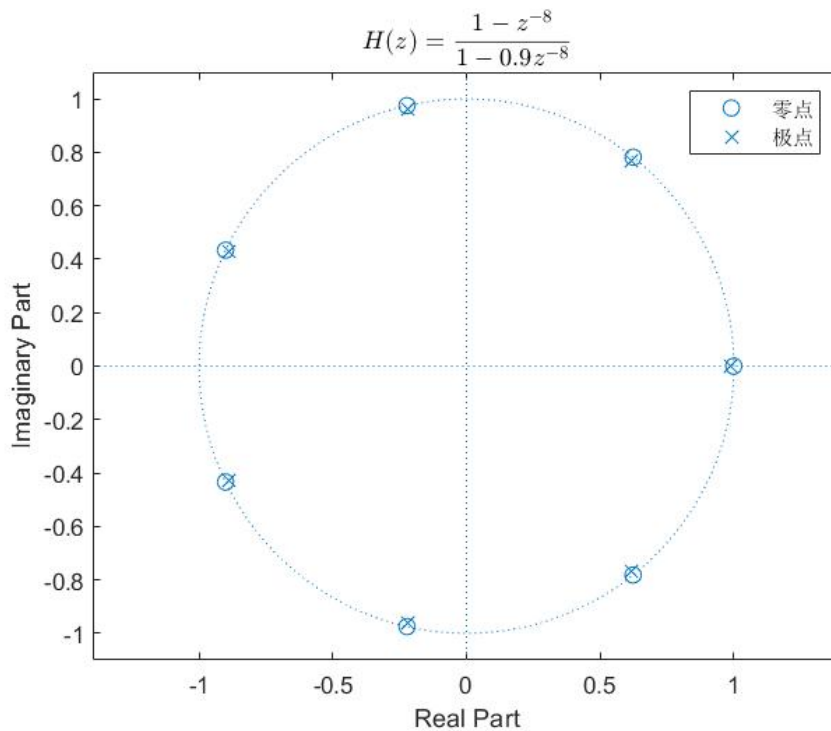
```
20. B = [1 0 0 0 0 0 0 -1];
21. A = [1 0 0 0 0 0 0 -0.9];
22. % [Z, P, K] = tf2zp(B, A)
23. zplane(B, A);
24. legend('零点', '极点');
25. title('$H(z) = \frac{1-z^{-8}}{1-0.9z^{-8}}$', ...
26.     'Interpreter', 'latex');
27.
28. [H, w] = freqz(B, A, 500, 'whole');
29. Hm = abs(H);
30. Hp = angle(H);
31. subplot(2, 1, 1);
32. plot(w, Hm), grid on;
33. xlabel('\omega(rad/s)');
34. ylabel('Magnitude');
35. title('幅频特性曲线');
36. subplot(2, 1, 2);
37. plot(w, Hp), grid on;
```

```

38. xlabel('\omega(rad/s)');
39. ylabel('Phase');
40. title('相频特性曲线');

```

零极点分布图:

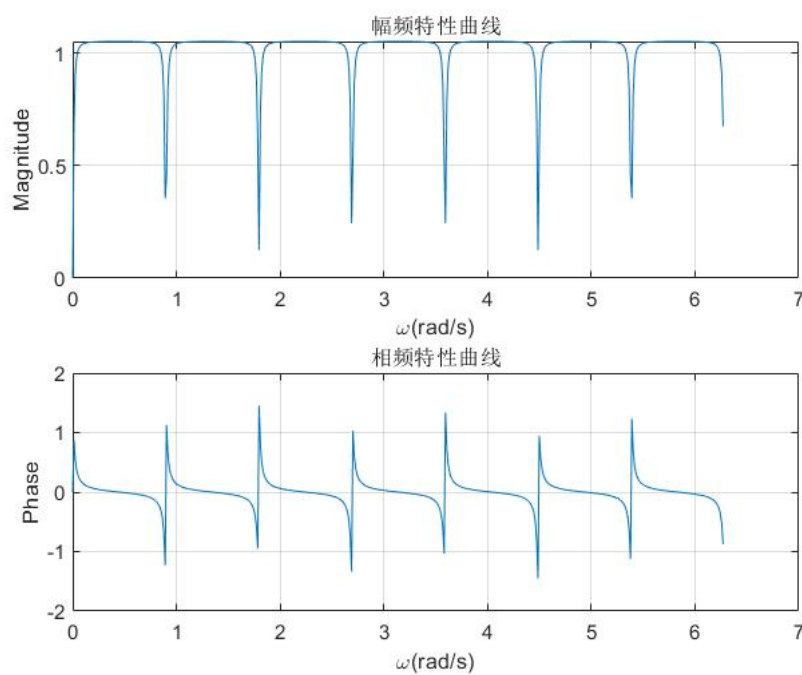


图五

稳定性分析:

由于所有的极点均在单位圆内, 因此该系统是稳定的。

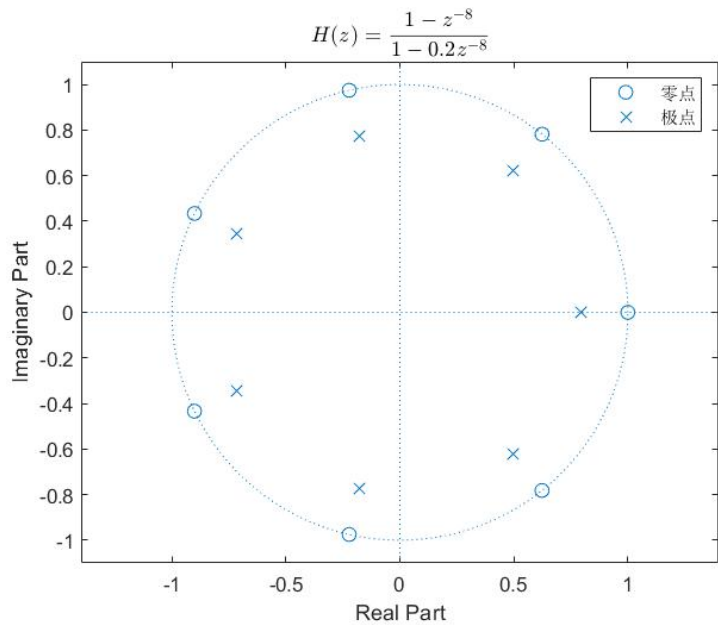
频率响应:



图六

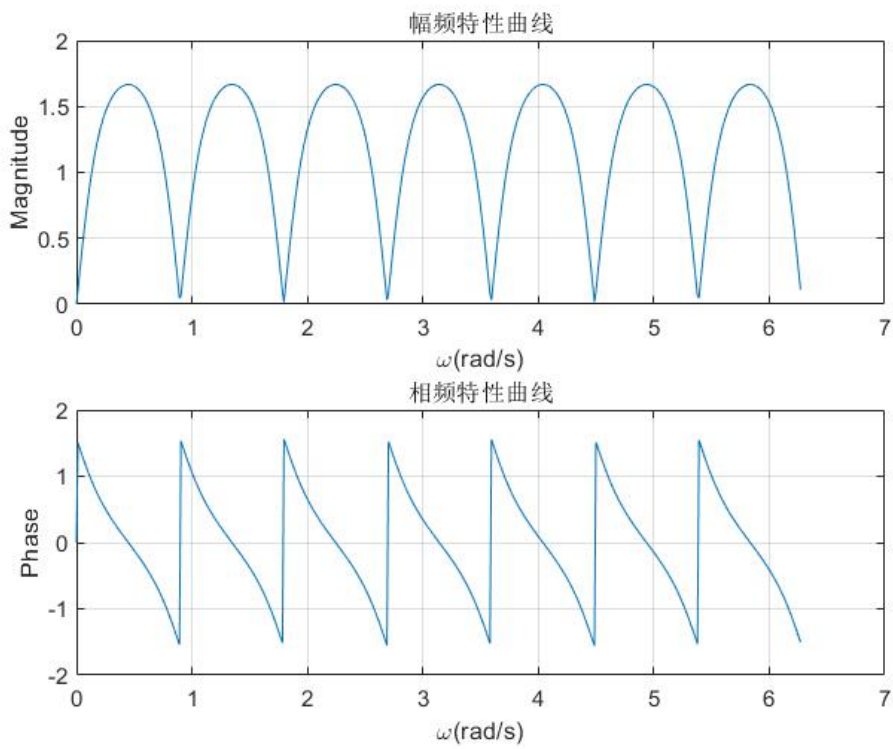
从幅频特性曲线可以看出，该系统是梳状滤波器。梳状滤波器的系统函数一般为： $H(z^N) = \frac{1 - z^{-N}}{1 - az^{-N}}$ ，梳状滤波器可以滤去输入信号中 $\omega = \frac{2\pi}{N}k, k = 0, 1, \dots, N - 1$ 的频率分量。a取值越接近1，幅频特性曲线越平坦。如下是a=0.2, N=8时的零极点分布图和频率响应图：

零极点分布图：



图七

频率响应：
可以看出，比 a=0.9（即图六）时更加陡峭。



图八

2、编写 MATLAB 程序，分别采用系统 $H_1(z) = \frac{z}{z+0.8}$, $H_2(z) = \frac{z}{z-1}$,

$H_3(z) = \frac{z}{z+1.2}$ 对音频文件 motherland.wav 进行滤波（可采用实验二的 conv 函数）。

（1）画出滤波前后该音频文的连续时域波形图；

（2）分析说明滤波后信号幅度变化的原因。

代码：

```
41. filename = 'motherland.wav';
42. [Y, FS] = audioread(filename);
43.
44. % 1.1 使用 filter 进行滤波
45. Y1 = filter([1 0], [1 0.8], Y);
46. Y2 = filter([1 0], [1 -1], Y);
47. Y3 = filter([1 0], [1 1.2], Y);
48.
49. % 1.2 使用 conv 进行滤波
50. % h1 = impz([1 0], [1 0.8]);
51. % h2 = impz([1 0], [1 -1]);
52. % h3 = impz([1 0], [1 1.2]);
53. % Y1 = conv(h1, Y);
54. % Y2 = conv(h2, Y);
55. % Y3 = conv(h3, Y);
56.
57. % 2. 画出各个系统的单位冲激响应
58. figure(1);
59. subplot(3, 1, 1);
60. impz([1 0], [1 0.8]);
61. title('$$H_1(z) = \frac{z}{z + 0.8}$$', 'Interpreter', 'latex');
62. xlabel('n');
63.
64. subplot(3, 1, 2);
65. impz([1 0], [1 -1]);
66. ylim([0 1.5]);
67. title('$$H_2(z) = \frac{z}{z - 1}$$', 'Interpreter', 'latex');
68. xlabel('n');
69.
70. subplot(3, 1, 3);
71. impz([1 0], [1 1.2]);
72. title('$$H_3(z) = \frac{z}{z + 1.2}$$', 'Interpreter', 'latex');
```

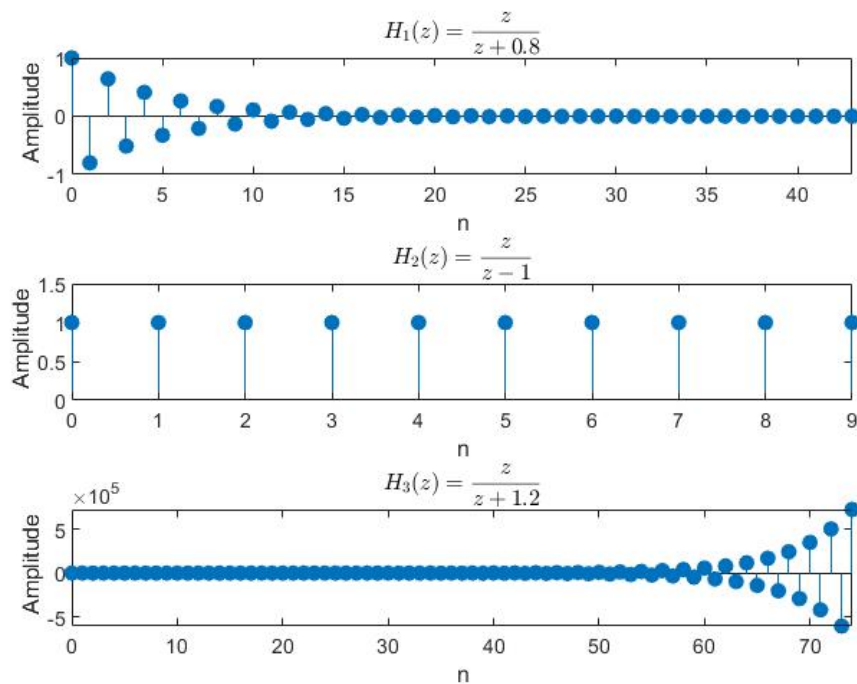
```

73. xlabel('n');
74.
75. % 3. 画出滤波后的效果
76. figure(2);
77. subplot(4, 1, 1);
78. plot(Y);
79. title('origin signal');
80.
81. subplot(4, 1, 2);
82. plot(Y1);
83. title('$$H_1(z) = \frac{z}{z + 0.8}$$', 'Interpreter', 'latex');
84.
85. subplot(4, 1, 3);
86. plot(Y2);
87. title('$$H_2(z) = \frac{z}{z - 1}$$', 'Interpreter', 'latex');
88.
89. subplot(4, 1, 4);
90. plot(Y3);
91. title('$$H_3(z) = \frac{z}{z + 1.2}$$', 'Interpreter', 'latex');
92. xlabel('n');

```

单位冲激响应:

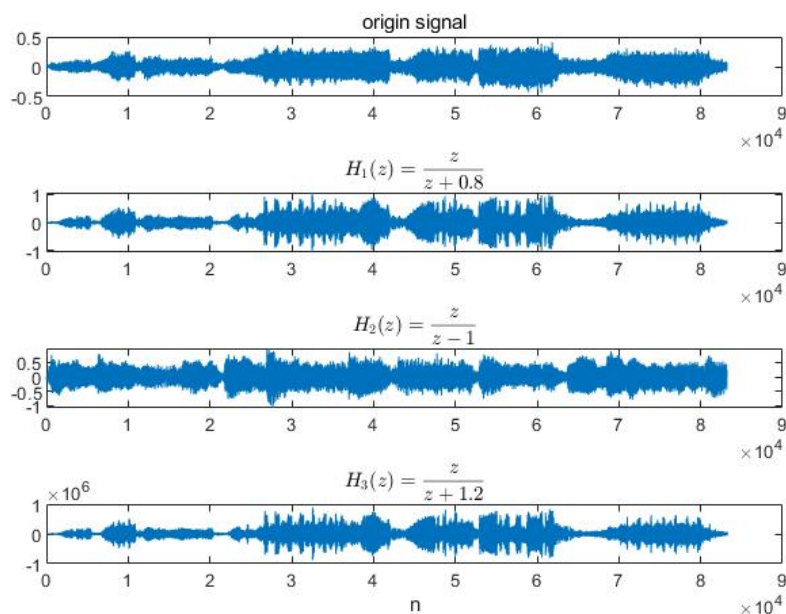
从系统的单位冲激响应可以知道系统一是稳定的, 系统二是临界稳定的, 系统三是不稳定的。



图九

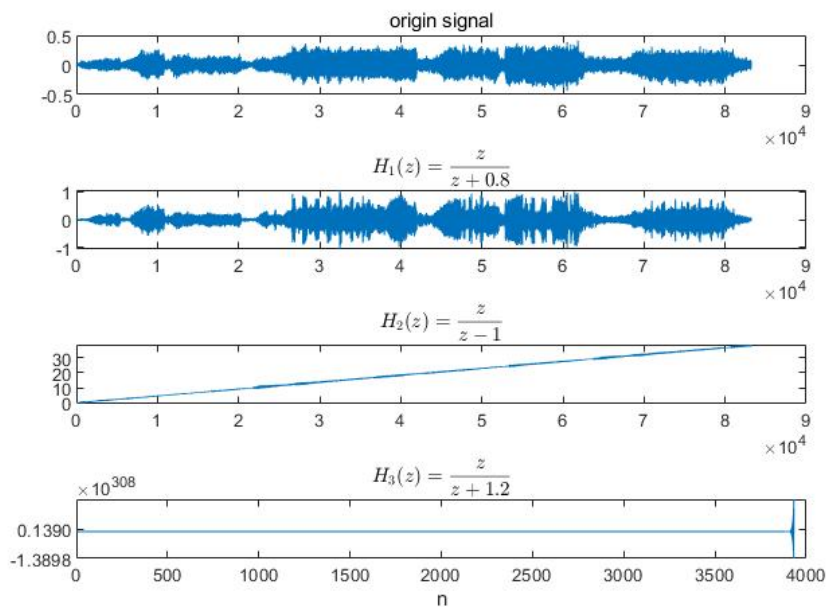
滤波后的波形：

1) 使用 conv 函数，即 $\text{conv}(x, h)$ ，其中 $h = \text{impz}(B, A)$ 。



图十

2) 使用 filter 函数，即 $\text{filter}(B, A, x)$ 。



图十一

分析原因：

1. 首先，要明白为什么用 conv 函数和 filter 函数对信号进行滤波的结果差异这么大。因为用 conv 函数进行滤波是用系统的单位冲激响应和输入信号相卷积，而由于系统二和系统三都不是（严格）稳定的，即其单位冲激响应不是收敛的，其长度为无限长，但传入 conv 的单位冲激响应 h 不可能是无限长的。事实上， h 是截取了一部分冲激响应的有限长脉冲序列，所以这相当于把系统都变成了稳

定的了（这也是为什么图十的结果都是收敛对的）。而用 filter 进行滤波时并没有发生截取这一操作，而是按照系统本来的特性进行滤波的。

2. 有了上面的解释，我们就知道用 filter 进行滤波的结果才是更加真实的，即图十一的效果才能体现系统真正的特性。下面分析一下用 filter 进行滤波的结果（图十一）：

1) 因为系统一是稳定的，所以用该系统对信号进行滤波后输出是稳定的，从图十一的第二幅小图可以看出输出信号的幅度在-1 到 1 之间。

2) 系统二是临界稳定的，输入为单位冲激时，其输出是幅度为 1 的序列，且长度为无限长。所以用该系统对信号进行滤波，会使输出慢慢增加。

3) 系统三是不稳定的，输入为单位冲激时输出都是无限长的发散序列，更何况输入为时间持续较长的序列。从图十一的第四幅小图可以看出，输出序列的第 3500 个值就已经非常大了（数量级为 10^{308} ）。