

数字图像处理第六次作业

南京大学电子科学与工程学院

李超凡 091180066

2012-4-9

1 图像水平平移叠加后的退化函数

以水平平移长度为 a 后与原始图像叠加后造成的图像退化 (*degradation*) 为例, 假定原始图像可以用 $f(x, y)$ ¹ 来表示, 那么水平平移 a 后的图形可以用 $f(x - a, y)$ 来表示。这两个函数的傅利叶变换分别可以表示为:

$$\begin{aligned} f(x, y) &\leftrightarrow F(u, v) \\ f(x - a, y) &\leftrightarrow F(u, v)e^{-j2\pi au} \end{aligned}$$

于是退化后的图像函数 $g(x, y) = f(x, y) + f(x - a, y)$ 的傅利叶变换为:

$$\begin{aligned} G(u, v) &= F(u, v) + F(u, v)e^{-j2\pi au} \\ &= (1 + e^{-j2\pi au})F(u, v) \end{aligned}$$

而如果退化函数用 $h(x, y)$ 来表示, 则有 $g(x, y) = (h * f)(x, y)$ ², 那么 $h(x, y)$ 的傅利叶变换显然为:

$$\begin{aligned} H(u, v) &= \frac{G(u, v)}{F(u, v)} \\ &= 1 + e^{-j2\pi au} \end{aligned}$$

2 维纳滤波复原

忽略噪声的图像退化可以简化为原始图像函数与退化函数卷积, 退化图像的复原 (*Restoration*) 即是解卷积 (*deconvolution*) 的过程, 这个过程在傅利叶变换域即为拿退化后的 $G(u, v)$ 乘以 $\frac{1}{H(u, v)}$ 。

维纳滤波为这一过程的改进形式, 它考虑噪声的干扰。具体形式如下:

$$V(u, v) = \frac{1}{H(u, v)} \frac{|H(u, v)|^2}{|H(u, v)|^2 + S_\eta(u, v)/S_f(u, v)}$$

其中的 $S_\eta(u, v)$ 和 $S_f(u, v)$ 分别代表噪声的功率谱和原始图像的功率谱, 通常情况下, $S_\eta(u, v)/S_f(u, v)$ 用一个常数 K 代替。在没有噪声的情况下, $K = 0$ 维纳滤波退化为 $1/H(u, v)$ 。维纳滤波的代码如下:

```
1 function f=wiener(G,H,K)
2 sizeG=size(G);
3 sizeH=size(H);
4 if sizeG ~= sizeH
5     f=NaN;
6     return ;
7 else
8     F=(1./H).*(H.^2./(H.^2+K)).*G;
9     f=uint8(fft2(F));
10 end
11 g=uint8(fft2(G));
```

¹使用连续函数模型, 而不是实际数字图像所采用的离散模型。

²忽略噪声, $(h * f)$ 表示两个函数的卷积。

```
12 subplot(121);  
13 imshow(g);  
14 subplot(122);  
15 imshow(f);  
16 return ;
```

代码 1. wiener.m

其中的 G 、 H 分别为退化后图像的傅利叶变换，和退化函数的傅利叶变换。

由于没有加入噪声，取参数 K 为 0，滤波结果如图 1 所示：



图 1. 维纳滤波前后对比