BTS 2M1

Cours de Physique 4 :

Statique des fluides

SAINTE CROIX
SAINT EUVERTE

ORLÉANS

Chapitre 4
Statique des fluides

Notions et contenus	***Capacités exigibles***	***autoévaluation***			
		A	**B**	**C**	**D**
Pression dans un fluide, force pressante. Pression relative, différentielle. Relation fondamentale de l'hydrostatique. Théorème de Pascal.	Définir la pression au sein d'un fluide et l'exprimer dans les unités usuelles. Relier pression et force pressante. Distinguer pression absolue et pression relative. Appliquer la relation fondamentale de l'hydrostatique pour calculer une différence de pression ou une hauteur de fluide. Vérifier la relation fondamentale de la statique des fluides. Appliquer le principe de transmission de la pression par un fluide incompressible. En citer une application.				
Poussée d'Archimède	Exploiter l'expression de la poussée d'Archimède				

Chapitre 4 – Statique des fluides

TABLE DES MATIERES

PARTIE COURS : STATIQUE DES FLUIDE

I. Pression dans un fluide

La pression (P) est une grandeur scalaire qui traduit la concentration d'une force sur une surface. Dans un fluide (liquide ou gaz) au repos, elle s'exerce uniformément dans toutes les directions. C'est le rapport d'une force normale (F) , la force pressante à une surface (S) sur laquelle elle s'applique :

$$P = \frac{F}{S}$$

Avec :
P: Pression (Pa)
F: Force pressante (N)
S: Surface (m^2)

L'unité du Système International est le Pascal (Pa) : $1Pa=1N/m^2$

Les unités couramment utilisées en industrie sont :

Bar :

$1bar=10^5Pa=100kPa$

Hectopascal (hPa) :

1hPa=100Pa

Atmosphère (atm) :

1atm≈101325Pa≈1.01325bar

Lors de la lecture d'une pression sur un appareil, ou dans un énoncé, toujours chercher à savoir s'il s'agit d'une pression relative ou absolue :

- Pression absolue (P_{abs}) : C'est la pression mesurée par rapport au vide absolu (pression nulle). C'est la pression réelle du fluide.
- Pression relative ou manométrique (P_{rel}) : C'est la pression mesurée par rapport à la pression atmosphérique (P_{atm}) locale. C'est celle affichée par la plupart des manomètres.

Pour passer de l'une à l'autre :

$$P_{abs}=P_{rel}+P_{atm}$$

II. Relation fondamentale de l'hydrostatique

Cette loi décrit la variation de pression dans un fluide incompressible au repos.

Pour deux points A et B dans un même fluide, avec B situé à une profondeur h en dessous de A, la différence de pression entre les deux points est :

$$P_B - P_A = \rho \times g \times h$$

Avec :
$P_B - P_A$: Différence de pression (Pa)
ρ: Masse volumique du fluide (kg/m3)
g: Intensité de la pesanteur, ~9.81N/kg
h: Hauteur de la colonne de fluide entre A et B (m)

Démonstration (la vraie en annexe, pour les options ingé) :

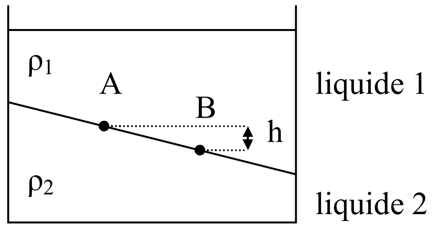
III. Principe de Pascal

Dans un fluide incompressible au repos, toute variation de pression en un point se transmet intégralement et instantanément à tous les autres points du fluide.

Application : Le cric hydraulique

Décrire le fonctionnement d’un cric hydraulique. Modéliser celui-ci (faire un schéma).
En quoi le principe de Pascal est intéressant ici ? Conclure et faire un calcul en précisant vos hypothèses.

<u>Application :</u> Démontrer que la surface de séparation entre 2 liquides est horizontale.



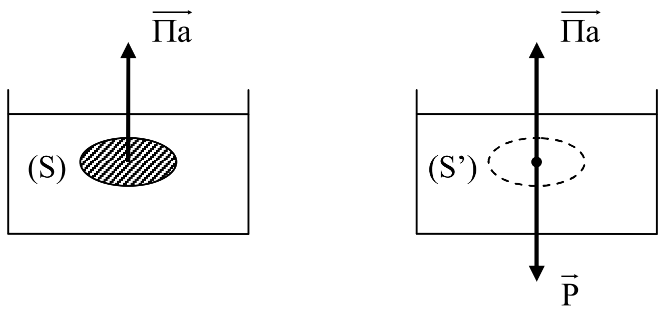
IV Poussée d’Archimède

Tout corps plongé dans un fluide subit une force verticale, orientée vers le haut, égale à la norme du poids du volume de fluide déplacé. C'est la poussée d'Archimède (Π).

$\Pi=\rho_{fluide}\times g\times V_{immerge}$

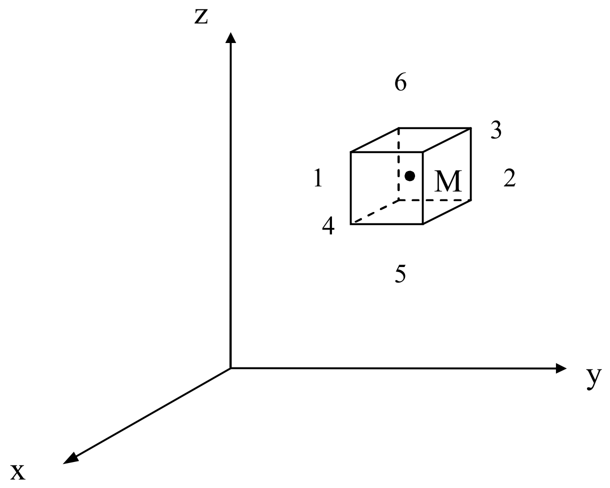
> Π : Poussée d'Archimède (N)
> ρfluide: Masse volumique du fluide (kg/m^3)
> g: Intensité de la pesanteur (~9.81N/kg)
> $V_{immerge}$: Volume du corps immergé dans le fluide(m^3)

<u>Explication :</u>



Annexe : Démonstration de la loi de l'hydrostatique

On obtient l'équation de la statique des fluides en traduisant l'immobilité d'un petit élément de volume dV :



Forces appliquées au fluide F contenu dans le volume dV

La force pressante exercée par le fluide extérieur F' sur F : $\overrightarrow{f}_{p\,F'\to F}$

Le poids : $\vec{P} = m\,\vec{g} = \rho\, dV\, \vec{g}$

Expression de $\overrightarrow{f}_{p\,F'\to F}$

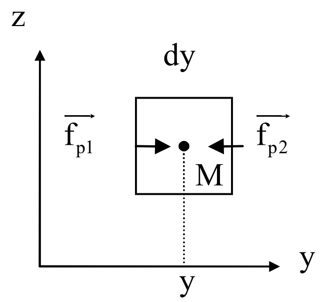
Le fluide F est contenu dans le parallélépipède rectangle de volume dV. Soit M le point situé au centre du parallélépipède et dx, dy, dz les longueurs des cotés.

La force $\overrightarrow{f}_{p\,F'\to F}$ est la résultante des forces pressantes $\overrightarrow{f_{p1}}$, $\overrightarrow{f_{p2}}$, $\overrightarrow{f_{p3}}$, $\overrightarrow{f_{p4}}$, $\overrightarrow{f_{p5}}$, $\overrightarrow{f_{p6}}$ exercées sur les faces 1, 2, 3, 4, 5, 6 : $\overrightarrow{f}_{p\,F'\to F} = \overrightarrow{f_{p1}} + \overrightarrow{f_{p2}} + \overrightarrow{f_{p3}} + \overrightarrow{f_{p4}} + \overrightarrow{f_{p5}} + \overrightarrow{f_{p6}}$.

Expression de $\overrightarrow{f_{p1}} + \overrightarrow{f_{p2}}$:

$$
\begin{aligned}
\overrightarrow{f_{p1}} + \overrightarrow{f_{p2}} &= p(x, y - \frac{dy}{2}, z)\, dx\, dz\ \overrightarrow{e_y} - p(x, y + \frac{dy}{2}, z)\, dx\, dz\ \overrightarrow{e_y} \\
&= - \left(p(x, y + \frac{dy}{2}, z)\, dx\, dz - p(x, y - \frac{dy}{2}, z)\, dx\, dz \right) \overrightarrow{e_y} \\
&= - \frac{\partial p}{\partial y}\, dy\, dx\, dz\ \overrightarrow{e_y} \\
&= - \frac{\partial p}{\partial y}\, dV\ \overrightarrow{e_y}
\end{aligned}
$$

fig 2



En raisonnant de la même façon sur les faces 3, 4 et 5, 6 on obtient :

$$\overrightarrow{f_{p3}} + \overrightarrow{f_{p4}} = - \frac{\partial p}{\partial x}\, dV\ \overrightarrow{e_x}$$

$$\overrightarrow{f_{p5}} + \overrightarrow{f_{p6}} = - \frac{\partial p}{\partial z} dV \ \overrightarrow{e_z}$$

et finalement :

$$\vec{f}_{p\,F'\to F} = - \left(\frac{\partial p}{\partial x} \overrightarrow{e_x} + \frac{\partial p}{\partial y} \overrightarrow{e_y} + \frac{\partial p}{\partial z} \overrightarrow{e_z} \right) dV$$

Ce que l'on peut aussi noter : (on verra cela plus en détail l'année prochaine avec les options ingé)

$$\vec{f}_{p\,F'\to F} = - \overrightarrow{\text{grad}}p \ dV$$

Equation de la statique des fluides

Condition d'équilibre : $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \vec{0}$ soit $\vec{f}_{p\,F'\to F} + \vec{P} = \vec{0}$

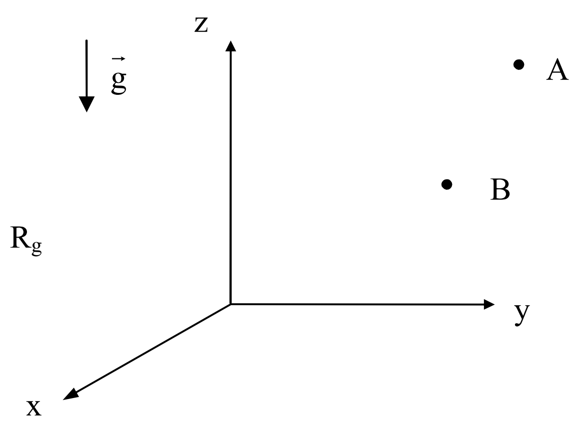
$\rightarrow \quad - \overrightarrow{\text{grad}}p \ dV + \rho \ dV \ \vec{g} = \vec{0}$

$\rightarrow \quad - \overrightarrow{\text{grad}}p + \rho \ \vec{g} = \vec{0}$

d'où l'équation de la statique des fluides :

$$\overrightarrow{\text{grad}}p = \rho \ \vec{g}$$

Si le fluide est incompressible, la masse volumique ρ du fluide est constante



$$\overrightarrow{\text{grad}}p = \rho \ \vec{g} \ \rightarrow \left| \begin{array}{l} \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial p}{\partial z} = - \rho \ g \end{array} \right.$$ (on peut repartir des dérivées partielles)

Comme $\frac{\partial p}{\partial x} = 0$ et $\frac{\partial p}{\partial y} = 0$, p ne dépend pas de x et de y. $\frac{\partial p}{\partial z} = - \rho \ g \ \rightarrow$ $p(z) = - \rho \ g \ z + C^{te}$.

La pression p dépend uniquement de z et a pour expression :

$p(z) = - \rho \ g \ z + C^{te}$

Entre 2 points A et B :

$$p_B - p_A = \rho g (z_A - z_B)$$

En utilisant la différence de hauteur h entre les points A et B ($h = z_A - z_B$) :

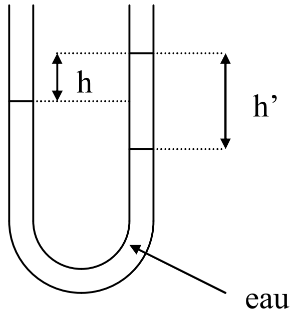
$$p_B - p_A = \rho g h$$

Nous retrouvons bien la loi de l'hydrostatique.

PARTIE EXERCICE

EXERCICE 1 : 2 LIQUIDES

Soit un tube en U rempli avec 2 liquides : de l'eau et un liquide dont on veut déterminer la masse volumique ρ.

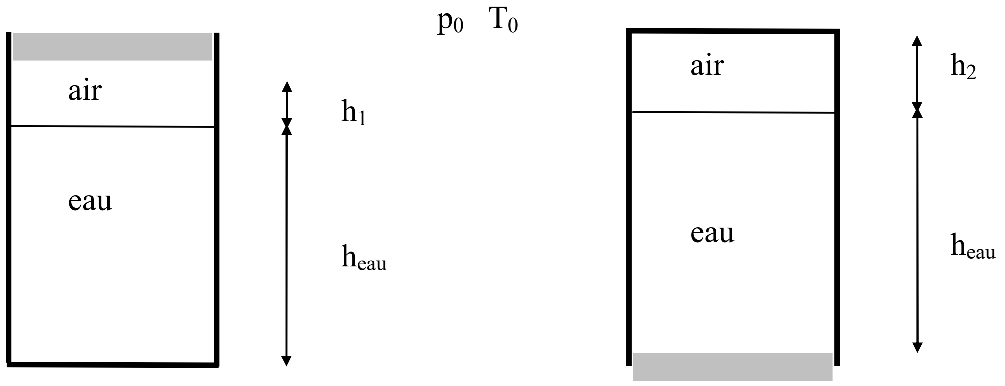


1) Exprimer ρ en fonction de h, h' et ρ_{eau}.
2) Calculer ρ.
3) Sachant que h et h' sont mesurés à 1 mm près, donner un encadrement de la valeur de ρ.

Données : h' = 10 cm, h = 1,5 cm, $\rho_{eau} = 1000$ kg m^{-3}.

EXERCICE 2 : LE VERRE D'EAU

Un verre d'eau cylindrique est fermé avec un piston de masse négligeable. Il y a étanchéité parfaite entre le piston et le verre.
La pression extérieure est notée p_0 et la température extérieure T_0.
Le verre contient de l'eau (hauteur h_{eau}) et de l'air (hauteur h_1)
Lorsque le verre est mis à l'envers, la hauteur de l'air devient h_2, le piston se déplaçant de $h_2 - h_1$.
On considère que la température de l'eau et de l'air reste constante et égale à la température extérieure T_0.
L'air est considéré comme un gaz parfait.



1) Montrer que $h_2 - h_1 = \dfrac{\rho_{eau}\ g\ h_{eau}}{p_0 - \rho_{eau}\ g\ h_{eau}}\ h_1$

2) Calculer $h_2 - h_1$

Données : $h_{eau} = 9$ cm $h_1 = 1$ cm
masse volumique de l'eau : $\rho_{eau} = 1000$ kg m^{-3}
$p_0 = 10^5$ P_a $g = 9{,}81$ m s^{-2}

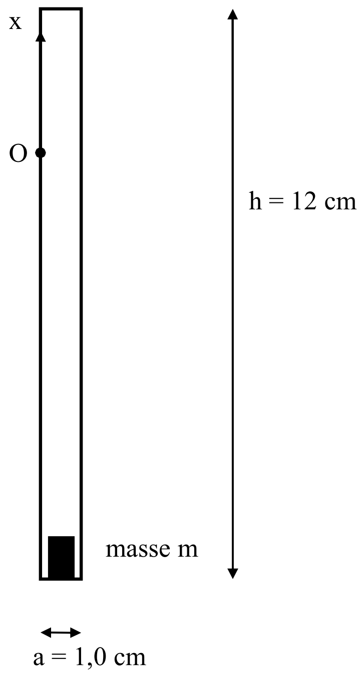
EXERCICE 3 : LE DENSIMETRE

Un densimètre est formé d'une enveloppe parallélépipédique ayant pour hauteur h = 12 cm et pour base un carré de coté a = 1,0 cm

A l'intérieur de cette enveloppe de masse négligeable se trouve une masse métallique m.

Dans un liquide de densité 1, le densimètre est aux trois quarts immergé.

On définit sur ce densimètre un axe (O, x), le point O correspondant au niveau d'immersion dans un liquide de densité 1 (voir figure)



1) Représenter le densimètre à l'échelle 1

2) Calculer m

3) Graduer le densimètre en indiquant les repères correspondant aux densités suivantes :

0,8 1,0 1,2 1,4

Pour cela, déterminer l'abscisse x correspondant à chaque densité.

L'échelle de graduation est-elle linéaire ?

Données : $g = 10 \text{ m s}^{-2}$

masse volumique de l'eau : $\rho_{eau} = 1000 \text{ kg m}^{-3}$

EXERCICE 4 : MONTGOLFIERE

Une montgolfière contient un volume $V = 2500 \text{ m}^3$ d'air chaud

L'ensemble des accessoires (enveloppe, nacelle,…) a une masse égale à m = 200 kg (Le volume des accessoires est négligeable devant V)

La température de l'air ambiant est égale à $t_0 = 20$°C et sa masse volumique à $\rho_0 = 1{,}23 \text{ kg m}^{-3}$ La température de l'air à l'intérieur de l'enveloppe est égale à t = 70 °C et sa pression est égale à la pression ambiante. La masse volumique de l'air à l'intérieur de l'enveloppe est notée ρ.

L'air est considéré comme un gaz parfait.

1) Montrer que $\rho = \rho_0 \dfrac{T_0}{T}$

2) On considère le système (S) défini par : ensemble des accessoires + air à l'intérieur de l'enveloppe + passagers.

Décrire les forces appliquées à (S)

Représenter schématiquement le système (S) et les forces qui lui sont appliquées.

3) Combien de passagers peuvent embarquer sachant qu'un passager a une masse de 75 kg.

Donnée : T = 273 + t avec T en K et t en °C

EXERCICE 5 : BALLON

Un ballon est gonflé à l'Hélium.

La température de l'air ambiant est égale à t_0 = 20°C et sa masse volumique à ρ_0 = 1,23 kg m^{-3}

Les caractéristiques du ballon sont les suivantes :

volume : V = 500 L

masse : m = 100 g

La température de l'Hélium à l'intérieur du ballon est égale à t_0 et sa pression est égale à la pression ambiante.

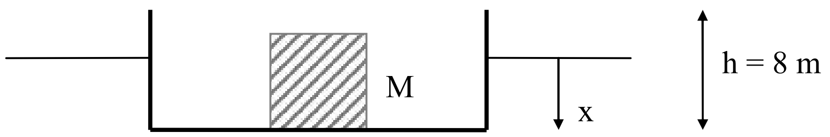
Le ballon est accroché à une ficelle. Quelle force faut-il exercer sur la ficelle pour retenir le ballon ?

Données : $g = 10$ m s^{-2} M(air) = 29 g mol^{-1} M(H_e) = 4 g mol^{-1}

EXERCICE 6 : CHARGE MAXIMALE

Un bateau de forme parallélépipédique de largeur l = 10 m, de hauteur h = 8 m et de longueur L = 50 m a pour masse m = 500 10^3 kg ou 500 t.

Ce bateau flotte dans un fluide de densité d.



Lorsque le bateau est chargé avec une masse M, le niveau du fluide par rapport au bateau est égal à x (voir figure).

La limite à ne pas dépasser pour x est x = 7,0 m (ligne de flottaison à 1,0 m du bord supérieur du bateau).

1) Calculer la charge maximale M_1 (exprimée en t) que le bateau peut embarquer lorsqu'il se trouve en eau douce (densité d_1 = 1,00)

2) Calculer la charge maximale M_2 (exprimée en t) que le bateau peut embarquer lorsqu'il trouve en mer avec une densité pour l'eau égale à d_2 = 1,06.

3) Calculer x dans la situation ou le bateau se trouverait en eau douce avec la charge M_2.

4) Calculer x dans la situation ou le bateau se trouverait en eau salée avec la densité d_2 et avec la charge M_1.

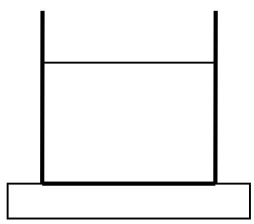
Proposer une représentation de la ligne de flottaison

Donnée : masse volumique de l'eau : ρ_{eau} =1000 kg m^3

EXERCICE 7 : LA BALANCE

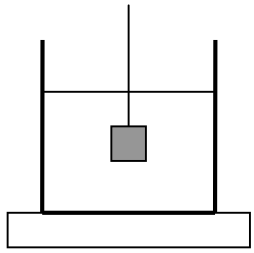
1) Un bécher rempli de V = 1000 mL d'eau est posé sur une balance. La masse du bécher est négligeable.

Quelle est la masse indiquée par la balance ?



2) Un objet cylindrique de 200 g et de volume v = 50 cm^3 suspendu à un fil est entièrement immergé dans les 1000 mL d'eau.

Quelle est la masse indiquée par la balance ?



Donnée : masse volumique de l'eau ρ_{eau} = 1000 kg m^{-3}

EXERCICE 8 : THERMOMETRE

Un thermomètre est constitué de sphères de rayon r = 1,5 cm indiquant chacune une température.
Pour une température donnée, la sphère correspondant à cette température est en équilibre dans l'eau
On s'intéresse aux sphères S_1 et S_2 correspondant aux températures 20 °C et 22 °C.

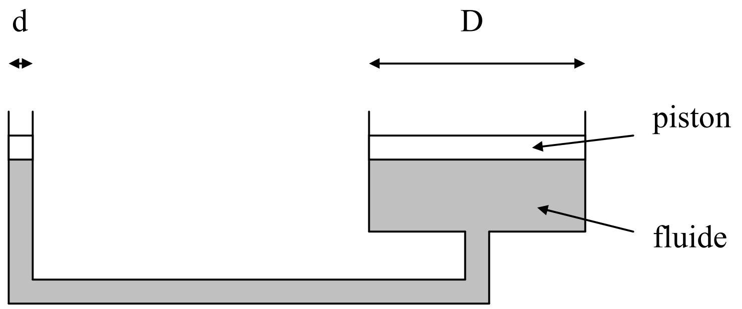
1) Soit m_1 et m_2 les masses des sphères S_1 et S_2. Calculer m_1 et m_2.
2) A la température de 21 °C, indiquer où se trouvent les sphères S_1 et S_2.

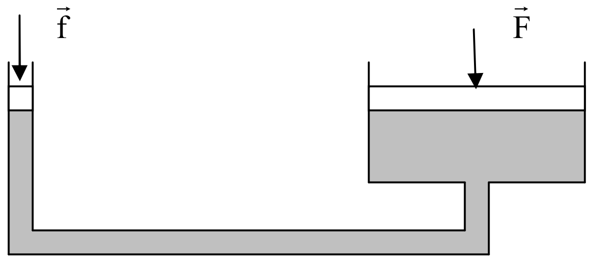
La masse volumique de l'eau est égale à : $\rho = 998{,}2\ \text{kg m}^{-3}$ à 20 °C
$\rho = 997{,}7\ \text{kg m}^{-3}$ à 22 °C

EXERCICE 9 : CIRCUIT HYDRAULIQUE

Dans le dispositif suivant, les 2 pistons de diamètres d et D se trouvent au même niveau.
On applique au piston de diamètre d une force f. Pour éviter tout déplacement on applique simultanément au piston de diamètre D une force F.

Exprimer le rapport $\frac{F}{f}$ en fonction de D et d. Calculer $\frac{F}{f}$.





Données : d = 2 cm D = 20 cm