BTS 2M

Cours de Physique 11 :

Circuits linéaires en régime sinusoïdal établi

SAINTE CROIX
SAINT EUVERTE

ORLÉANS

Sommaire

Chapitre 11
Circuits linéaires en régime sinusoïdal établi

Notions et contenus	***Capacités exigibles***	***autoévaluation***			
		A	**B**	**C**	**D**
Signal sinusoïdal. Amplitude. Période, fréquence, pulsation. Phase. Caractérisation temporelle d'un signal périodique. Composantes continue et alternative. Valeur moyenne et valeur efficace d'un signal. Cas d'un signal sinusoïdal. Cas d'un signal périodique de valeur moyenne non nulle. Signal rectangulaire périodique. Rapport cyclique Spectre en amplitude d'un signal périodique. Composantes continue, fondamentale et harmoniques d'un signal	Utiliser un générateur de signaux afin d'obtenir un signal imposé. Á l'aide d'un oscilloscope ou d'un dispositif d'acquisition numérique relever l'évolution temporelle d'un signal périodique et en déterminer ses caractéristiques. ***Calculer la valeur efficace d'un signal connaissant celle de sa composante alternative et sa valeur moyenne.*** Mesurer les valeurs moyennes et efficaces de grandeurs électriques à l'aide d'un multimètre utilisé de façon appropriée dans les conditions optimales. ***Calculer la valeur moyenne d'un signal rectangulaire.*** Á l'aide d'un oscilloscope ou d'un dispositif d'acquisition numérique, relever et exploiter le spectre en amplitude d'un signal périodique.				
Représentation complexe d'un signal sinusoïdal. Impédance complexe d'un dipôle linéaire. Association de deux impédances en série et en dérivation. Circuit R,L,C série. Résonance en tension et résonance en intensité. Fréquence de résonance en intensité	Associer une représentation complexe à un signal sinusoïdal de caractéristiques données et inversement. Exprimer les impédances complexes des dipôles élémentaires R, L et C. ***Proposer et mettre en œuvre un protocole permettant de déterminer l'impédance d'un dipôle en fonction de la fréquence.*** Exprimer l'impédance complexe d'une association en série ou en dérivation de deux dipôles. Exploiter l'expression de la fréquence de résonance en intensité d'un dipôle R, L, C série. ***Proposer et mettre en œuvre un protocole permettant de déterminer la fréquence de résonance en intensité et la largeur du pic de résonance dans le cas d'un système modélisé par un circuit RLC***				

Chapitre 11 – Circuits linéaires en régime sinusoïdal établi

I. Signaux périodiques

1) Mesure et caractérisation de signaux périodiques

Pour bien commencer :
Un signal sinusoïdal a pour équation :

$$u(t) = A \cdot \cos(\omega . t + \varphi)$$

Avec : $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$

Relier aux termes correspondant : Amplitude, phase, pulsation, fréquence, période.
Préciser l'unité.

Mesure :
Prendre un GBF, l'allumer et sélectionner un signal sinusoïdal.
Régler sa fréquence à 1 kHz et son amplitude crête-à-crête à 10 V.
S'assurer que l'offset est à zéro.
Connecter la sortie du générateur à l'entrée de l'oscilloscope.
Allumer l'oscilloscope et régler les commandes de base de temps et de sensibilité verticale pour visualiser correctement le signal, ne pas utiliser autoset !
Mesurer la période T= du signal directement sur l'écran. En déduire la fréquence f= et la comparer à celle affichée sur le générateur.
Mesurer la tension maximale U_{max} = et la tension minimale U_{min}=
En déduire l'amplitude crête-à-crête U_{cc} = et la comparer à la valeur du générateur.

➔ Mettre le signal visualisé sous la forme du signal sinusoïdal vu plus haut. Donner la valeur de chacun des termes :

2) Mesure et calcul de la valeur moyenne

Mesurer la valeur moyenne de votre signal à l'aide de l'oscilloscope : U_{moy} =
Calculer la valeur moyenne de votre signal à l'aide de la formule : $U_{moy} = \frac{1}{T}\int_0^T u(t).dt$, conclure :

Changer le signal envoyé par le GBF par un signal rectangulaire.
Mesurer la valeur moyenne de votre signal à l'aide de l'oscilloscope : U_{moy} =
Calculer la valeur moyenne de votre signal:

Modifier le rapport cyclique du signal en faisant varier le paramètre « duty » de votre GBF.
Mesurer la valeur moyenne de votre signal à l'aide de l'oscilloscope : U_{moy} =
Calculer la valeur moyenne de votre signal:

Revenir à un rapport cyclique de 50%, ajouter un offset de 2V
Mesurer la valeur moyenne de votre signal à l'aide de l'oscilloscope : U_{moy} =
Calculer la valeur moyenne de votre signal:

3) Mesure et calcul de la valeur efficace

Le travail fait précédemment nous montre que l'on ne peut pas avoir une idée correcte de l'énergie d'un signal avec sa valeur moyenne. La valeur efficace peut nous permettre de mieux appréhender celle-ci.
La valeur efficace peut se calculer avec la formule : U_{eff}= $\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T u^2(t).dt}$
L'énergie d'un signal peut se décomposer en deux parties : une énergie due à sa composante continue (valeur moyenne U_{moy}) et une énergie due à sa composante alternative (signal $u_{alt}(t)$).
La valeur efficace totale est liée à ces deux composantes par la formule : $U_{eff}^2 = U_{moy}^2 + U_{eff,alt}^2$.
Démonstration (HP) :

NB :
La valeur efficace de la composante alternative d'un signal sinusoïdal est : $U_{eff} = \frac{U_{max,alt}}{\sqrt{2}}$

Celle d'un signal triangulaire est : $U_{eff} = \frac{U_{max,alt}}{\sqrt{3}}$

<u>Mesure :</u>

Revenir à un signal de fréquence à 1 kHz et d'amplitude crête-à-crête à 10 V avec l'offset à zéro.
Connecter à un multimètre en position ACV (Volts Alternatifs).
Mesurer la valeur efficace du signal sinusoïdal et triangulaire :

Comparer ces valeurs à celles calculées. Prendre le multimètre fourni par l'enseignant et recommencer.

Conclure :

Mesure de la valeur moyenne (DC) au multimètre
Utiliser le même montage et basculer le multimètre en position DCV (Volts Continus).
Mesurer la valeur moyenne du signal sinusoïdal sans offset.
Régler l'offset du GBF à +2V.
Mesurer la nouvelle valeur moyenne au multimètre et la valeur efficace.

Calculer la valeur efficace de la composante alternative :

Relever cette valeur à l'oscilloscope :

4) Réaliser un spectre en amplitude

Revenir à un signal sinusoïdal de fréquence à 1 kHz et d'amplitude crête-à-crête à 10 V avec l'offset à zéro.
Appuyer sur la fonction FFT sur l'oscilloscope.
Faire de même pour un signal rectangulaire puis pour un signal triangulaire, rajouter ensuite un offset.
Reproduire les spectres et conclure avec une ou plusieurs phrases contenant les mots suivants :
composante continue, fondamentale, harmonique

II. Des nombres complexes qui simplifient

La représentation complexe permet d'analyser et de manipuler les signaux sinusoïdaux plus simplement, notamment pour les calculs des déphasages et des amplitudes. Elle transforme une fonction trigonométrique (sinus ou cosinus) en un nombre complexe, en utilisant l'identité d'Euler.

$$e^{j\theta} = \cos(\theta) + j\,.\sin(\theta)$$

<u>NB :</u> On utilise souvent j à la place de i en électronique pour ne pas confondre avec le courant : $j^2 = -1$

Nous pouvons représenter un nombre complexe par un point sur un cercle dans le plan complexe :

Un signal sinusoïdal réel, comme une tension ou un courant, peut être représenté par la forme générale :

$$s(t) = A\cos(\omega t + \varphi)$$

Où :

- A est l'amplitude maximale du signal.
- ω est la pulsation en radians par seconde ($\omega=2\pi f$, où f est la fréquence en Hertz).
- ϕ est le déphasage initial en radians.

Pour représenter ce signal de manière complexe, on associe le signal à la partie réelle d'une exponentielle complexe :

$s(t)=\mathrm{Re}\{S(t)\}$

Où $S(t)$ est la représentation complexe du signal :

$$S(t) = A\,.e^{j(\omega t+\varphi)}$$

En séparant la dépendance temporelle :

$$S(t) = A\,.e^{j\varphi}.e^{j\omega t}$$

Avec $A=Aej\phi$, le phasor ou amplitude complexe. Le phasor ne dépend pas du temps et contient toute l'information sur l'amplitude (A) et le déphasage (ϕ) du signal.

Module du phasor : $|A|=A$
Argument du phasor : $\arg(A)=\phi$

Les opérations comme la dérivation et l'intégration de simples multiplications et divisions avec les exponentielles :

Dérivation :

Intégration :

<u>Exercices :</u>

Soit un signal de tension $v(t)=10\cos(100t+4\pi)$, donner sa représentation complexe :

- **Amplitude** :
- **Pulsation** :
- **Déphasage** :
- **Représentation complexe** :

Soit une représentation complexe $S=3-j4$, donner sa représentation temporelle :

- **Amplitude** :
- **Pulsation** :
- **Déphasage** :
- **Représentation temporelle** :

III. Impédance complexe des dipôles usuels

➔ Bilan de « cherche ton dipôle »

<u>Résistance :</u>
Relation temporelle :

Impédance complexe :

<u>Condensateur idéal:</u>
Relation temporelle :

Impédance complexe :

<u>Bobine idéale :</u>
Relation temporelle :

Impédance complexe :

➔ Association de deux dipôles

Association de 2 dipôles en série :

Association de 2 dipôles en dérivation :

Pont diviseur de tension en complexe :

IV. Etude du circuit RLC série

Un circuit RLC série est une association en série d'une résistance R, d'une inductance L et d'un condensateur C :

L'impédance totale du circuit, Z se calcule comme la somme des impédances de chaque composant :

Le module de l'impédance est :

L'intensité efficace du courant dans le circuit est donnée par la loi d'Ohm :

1) Résonance en intensité

La **résonance en intensité** se produit lorsque l'intensité du courant I dans le circuit est maximale. Pour une tension d'alimentation U constante, cela se produit lorsque l'impédance |Z| est minimale d'où :

On a alors : $f_0 =$

À la résonance :

- L'impédance est purement résistive et minimale : $Z_{min}=R$.
- L'intensité du courant est maximale : Imax=U/R.
- Le déphasage entre la tension d'alimentation et le courant est nul. Le circuit est équivalent à une simple résistance.
- Les tensions aux bornes de l'inductance et du condensateur sont de même amplitude mais de signe opposé.

2) Une application : le filtre passe-bande

Le circuit RLC série agit comme un filtre passe-bande. Il laisse passer les fréquences proches de f_0 avec une faible atténuation, et bloque les fréquences éloignées. La bande passante est d'autant plus étroite que la résistance R est faible.
La sélectivité du circuit est mesurée par le facteur de qualité Q. Plus Q est élevé, plus la résonance est "aigüe" et la bande passante est étroite, ce qui rend le circuit plus sélectif. $Q = L\omega_0/R =$

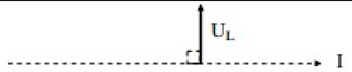
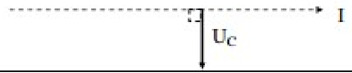
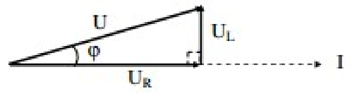
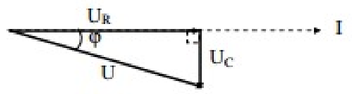
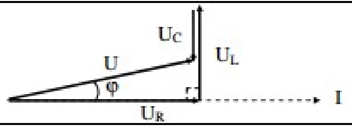
3) La résonnance en tension

La résonance en tension est une conséquence directe de la résonance en intensité. À la fréquence de résonance (f_0), l'intensité du courant est maximale.

Les tensions aux bornes de l'inductance et du condensateur peuvent dépasser largement la tension d'alimentation.. Plus le facteur Q est grand, plus la surtension est importante.

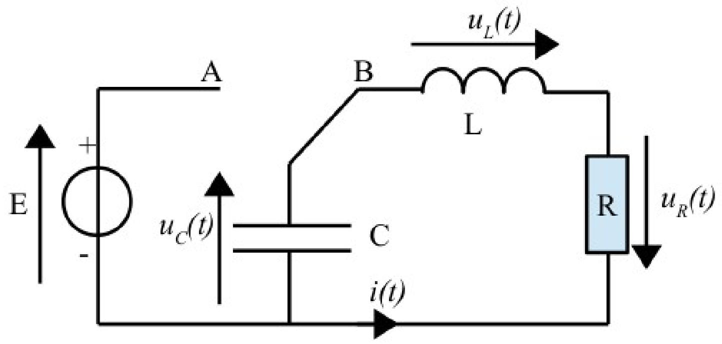
PARTIE EXERCICE :

Formulaire :

	Impédance : Z	Facteur de puissance : cos φ	Déphasage : φ	Schéma
Conducteur ohmique	R	1	0	
Inductance	$L\omega$	0	$\frac{\pi}{2}$	
Condensateur	$\frac{1}{C\omega}$	0	$-\frac{\pi}{2}$	
Circuit RL	$\sqrt{R^2+(L\omega)^2}$	$\frac{R}{Z}$	Valeur à calculer	
Circuit RC	$\sqrt{R^2+\left(\frac{1}{C\omega}\right)^2}$	$\frac{R}{Z}$	Valeur à calculer	
Circuit RLC	$\sqrt{R^2+\left(L\omega-\frac{1}{C\omega}\right)^2}$	$\frac{R}{Z}$	Valeur à calculer	

Exercice n°1 :

Soit le circuit ci-contre :



Après avoir été longtemps en position A, l'interrupteur passe en position B au temps t=0s.

Écrire sous forme canonique l'équation différentielle (de la forme $\frac{d^2u_c}{d^2t}+\frac{\omega_0}{Q}\frac{du_c}{dt}+\omega_0^2\,u_c=0$) afin d'identifier la pulsation propre et le facteur de qualité.

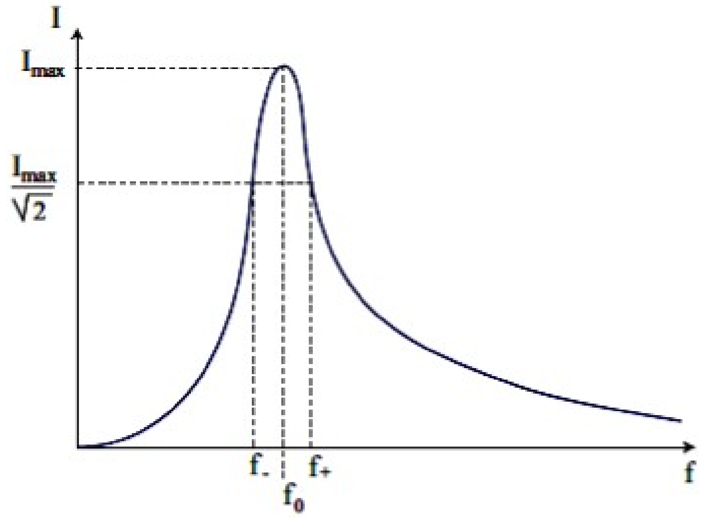
Faire le même travail en complexe, conclure.

On donne C = 100nF, R = 100 Ω, L= 1mH.

Donnez l'allure de $u_c(t)$, justifier.

Exercice n°2:

L'étude expérimentale de la résonance en intensité d'un circuit RLC série en régime forcé avec un GBF délivrant une tension sinusoïdale d'amplitude E = 10V et de fréquence variable f a permis d'obtenir la courbe ci-contre.



On donne : $I_{max} = 100mA$, $f_0 = 500Hz$,

$\Delta f = f_+ - f_- = 200Hz$

Déterminer les paramètres R,L et C à partir de l'étude de cette courbe.

<u>NB :</u>
On a $Q = \frac{f_0}{\Delta f}$
avec :
f_0 la fréquence de résonance du circuit (en Hz).
Δf la bande passante (en Hz), définie par l'intervalle de fréquences pour lequel l'intensité du courant est supérieure ou égale à $I_{max}/2$, où I_{max} est l'intensité maximale à la résonance.

Exercice n°3:

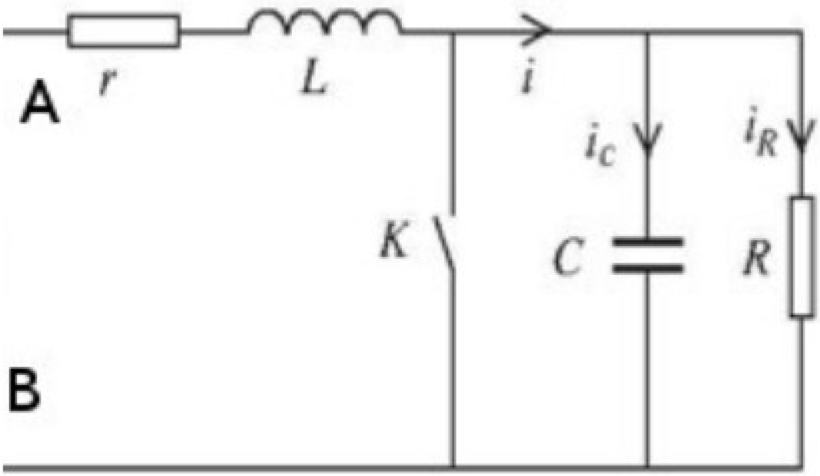
I. Établir l'impédance d'une résistance, d'un condensateur, d'une bobine en régime harmonique.

Quelle est le domaine de validité de ces expressions ?

II. Donner l'impédance du dipôle AB (ci-contre) pour

a) K fermé

b) K ouvert

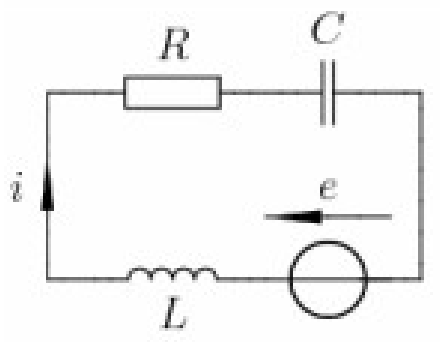


Exercice n°4:

On considère le circuit ci-contre alimenté par le générateur de tension de f.e.m e(t) sinusoïdale de fréquence f=50Hz, R=500Ω, L=0,1H et C=1µF.

La valeur efficace du courant traversant le circuit est I_{eff}=0,03A.

En prenant l'intensité comme origine des phases, déterminer e(t).



Exercice n°5:

Considérons un moteur d'impédance $\underline{Z}$ = R + jX à caractère inductif (X > 0). On souhaite relever le facteur de puissance de ce réseau, c'est-à-dire donner à cos φ une valeur égale à l'unité sans dépense d'énergie. (On donne cos(φ) =R/Z)

1. Calculer, en fonction de R, X et ω, la capacité C_1 à placer en parallèle sur le réseau pour que le facteur de puissance devienne égal à 1.

2. Quelle capacité C_2 aurait-il fallu placer en série sur le réseau pour obtenir le même résultat ?

3. Des deux solutions, quelle est celle à retenir si le moteur fonctionne sur le secteur?

4. On considère un moteur (cosφ = 0,7) de puissance P = 10 kW alimenté sous une tension de fréquence f = 50 Hz et d'amplitude $U_m = 220\sqrt{(2)}$ V. On souhaite relever à 1 son facteur de puissance à l'aide d'une batterie de condensateurs de capacité C, placée en parallèle avec le moteur.

a. Calculer les intensités efficaces I_{eff} et I'_{eff} traversant le circuit d'alimentation avant et après le relèvement du facteur de puissance.

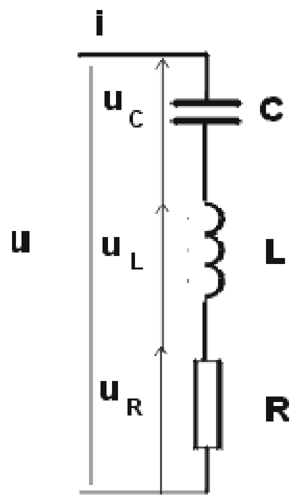
b. Quelle est l'intérêt du relèvement de puissance sur les pertes en ligne par effet Joule (énergie dissipée sous forme de chaleur dans la ligne pour amener la puissance à l'installation) ?

c. Calculer la valeur de la résistance R du moteur (qu'on modélisera par une impédance complexe Z = R +jX).

d. Déterminer l'expression de tan(φ) en fonction de R et X , et en déduire la valeur de la capacité C_1 à placer en parallèle pour relever le facteur de puissance de l'installation.

Indication : On rappelle que $1+\tan^2(\varphi)=\dfrac{1}{\cos^2(\varphi)}$

Exercice n°6 :



Données : C = 1,00 μF, L = 100 mH et R = 63 Ω.

1. Trouver l'impédance équivalente de ce circuit RLC.
2. Calculer la pulsation propre ω_0 du circuit RLC, la fréquence propre f_0 et le facteur de qualité Q.