

BTS 2M1

## Cours de Physique 8:

Dipôles réactifs et  
non linéaires



SAINTÉ CROIX  
SAINT EUVERTE

ORLÉANS

## Sommaire

PARTIE COURS .....	4
1. Caractéristiques et descriptions des dipôles usuels .....	4
1-1 Caractéristique courant tension d'un dipôle .....	4
1-2 Dipôles linéaires .....	4
1-3 Le cas d'un dipôle non linéaire : la diode simple .....	5
1-4 Dipôles linéaires idéaux .....	7
1-4-1 Sources de tension .....	7
1-4-2 Sources de courant .....	7
1-4-3 Autoinductance pure .....	7
1-4-4 Capacité pure .....	8
1-4-5 Principe du capteur capacitif .....	9
1-4-6 Principe du capteur inductif .....	10
1-5 Bobines et condensateurs réels (pour info, HP) .....	11
1-5-1 Bobine de résistance non négligeable .....	11
1-5-2 Condensateur réel (avec conductance de fuite) .....	11
2. Etude du circuit R,C série .....	12
2-1 Charge d'un condensateur .....	12
2-2 Décharge d'un condensateur .....	14
3. Etude du circuit R,L série .....	15
3-1 Etablissement du courant dans la bobine .....	15
3-1-1 Etablir l'équation différentielle .....	16
3-1-2 Solution de l'équation différentielle .....	16
3-1-3 Régime transitoire et temps caractéristique .....	17
PARTIE EXERCICE .....	18

# Chapitre 8

## Dipôles réactifs et non linéaires

<b><i>Notions et contenus</i></b>	<b><i>Capacités exigibles</i></b>	<b><i>autoévaluation</i></b>			
		<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>
Condensateur idéal.	Exploiter l'expression fournie de la capacité d'un condensateur plan pour expliquer le principe de fonctionnement d'un capteur capacitif.				
Relation entre charge et tension, capacité d'un condensateur.	Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension aux bornes du condensateur et exploiter une solution donnée. Déterminer un ordre de grandeur de la durée du régime transitoire.				
Circuit RC série.	<b><i>Réaliser et exploiter l'acquisition d'un régime transitoire pour un circuit contenant un condensateur.</i></b> <b><i>Étudier la charge et la décharge dans le cas d'un circuit soumis à un échelon de courant ou de tension.</i></b>				
Charge et décharge du condensateur. Temps caractéristique.	Exploiter l'expression fournie de l'inductance d'une bobine pour expliquer le principe de fonctionnement d'un capteur inductif.				
Bobine idéale. Relation entre intensité et tension ; inductance d'une bobine.	Établir l'équation différentielle vérifiée par l'intensité du courant et exploiter une solution donnée.				
Circuit RL série. Temps caractéristique.	Déterminer un ordre de grandeur de la durée du régime transitoire				
Caractéristique statique intensité-tension d'une diode.	Déterminer graphiquement le point de fonctionnement d'une diode placée dans un circuit à une maille.				
Tension de seuil.	<b><i>Tracer et exploiter la caractéristique intensité-tension d'une diode ou d'une photodiode.</i></b> <b><i>Mettre en œuvre une diode pour redresser un signal.</i></b>				
Modèle de la diode idéale.	<b><i>Mettre en œuvre une détection de flux lumineux à l'aide d'une photodiode.</i></b>				

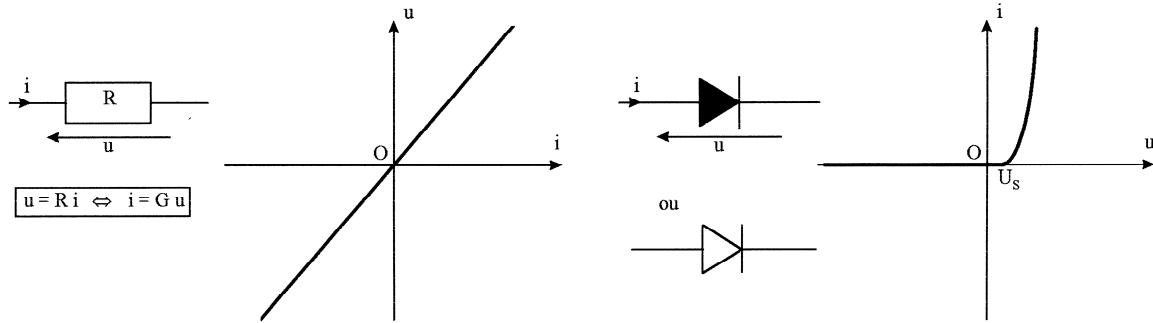
# PARTIE COURS

## 1. Caractéristiques et descriptions des dipôles usuels

### 1-1 Caractéristique courant tension d'un dipôle

Lorsque la caractéristique existe, c'est la relation qui à  $i$  fait correspondre  $u$ , ou celle qui à  $u$  fait correspondre  $i$ .

Exemple :



Ce dipôle est *symétrique* si  $u(-i) = -u(i)$  (fonction impaire). Les deux bornes du dipôle sont alors équivalentes.

Il est *actif* si pour  $i = 0$ ,  $u \neq 0$ . Lorsqu'il est *passif*, sa caractéristique passe par l'origine des axes.

Le *point de fonctionnement d'un dipôle* est le point de coordonnées  $(u,i)$  correspondant à son fonctionnement dans le circuit considéré.

Beaucoup de dipôles n'ont pas de caractéristique, c'est par exemple le cas si la relation entre  $u$  et  $i$  est une équation différentielle, par exemple, pour une bobine réelle :  $(u = R i + L \frac{di}{dt})$ .

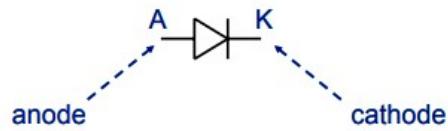
### 1-2 Dipôles linéaires

Un dipôle est linéaire si  $u$  est une fonction affine de  $i$  ou est lié à  $i$  par une équation différentielle linéaire.

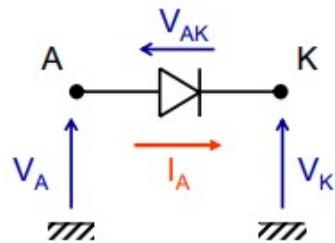
Exemple :

### 1-3 Le cas d'un dipôle non linéaire : la diode simple

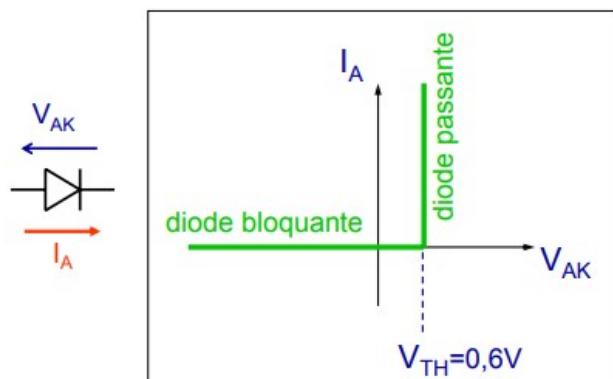
« di-ode » signifie composant à 2 bornes, il s'agit d'un composant qui ne laisse passer le courant que dans un sens. Constituée d'une jonction PN (On peut l'expliquer à la pause pour ceux qui veulent !), il s'agit d'un dipôle polarisé.



Le courant ne peut aller que de l'anode à la cathode, dans le sens de la flèche formé par le symbole :



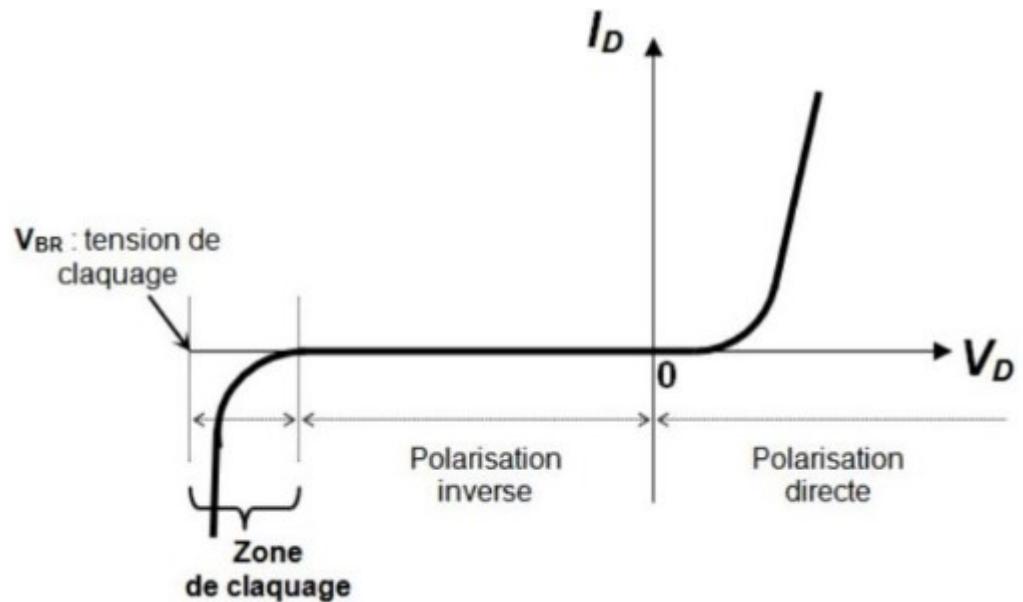
La diode possède donc deux états : passant ( $I_A > 0$ ) ou bloquant ( $I_A = 0$ )



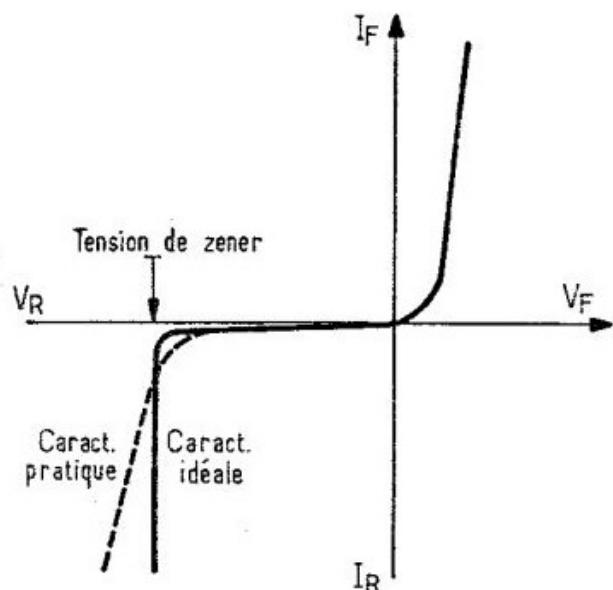
Lorsque la diode devient passante pour une différence de potentiel non nul de l'ordre de 0,6V. Cette tension est appelée tension de seuil  $V_{TH}$  (de l'anglais THreshold voulant dire seuil). Cette tension de seuil restant constante, la diode peut être considérée comme un générateur de tension idéal de 0,6V. Cela permet d'avoir une référence fixe en tension.

Dans un circuit par défaut nous ne connaissons pas l'état de la diode (passante ou bloquante). On fera alors des hypothèses pour résoudre le problème et on prendra celle des deux hypothèses qui ne donne pas un résultat aberrant.

Une diode réelle aura une caractéristique moins « franche » que celle vu au dessus. D'autre part la tension inverse ne sera pas infini, nous arriverons à une tension de claquage détruisant la diode. Celle-ci est fournie dans les datasheet. Il faut le vérifier avant d'utiliser une diode.



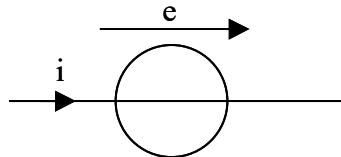
Dans les diodes Zener, cette tension de « claquage » ne détruit pas la diode si l'intensité fournie par le circuit est suffisamment faible. Cette zone permet d'obtenir une tension fixe dépendant de la fabrication de la diode. Cela permet d'avoir une tension de référence fixe.



## 1-4 Dipôles linéaires idéaux

### 1-4-1 Sources de tension

Ce sont des générateurs idéaux pour lesquels la tension entre les bornes est indépendante de l'intensité du courant qui les traverse.



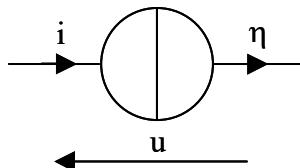
$e$  est la **force électromotrice (f.é.m.)** de la source de tension. C'est la tension constante entre ses bornes, fléchée habituellement dans le même sens que  $i$ .

Le générateur transforme de l'énergie chimique, mécanique ou autre en énergie électrocinétique qu'elle fournit au reste du circuit.

La puissance fournie par une source de tension au circuit est:

### 1-4-2 Sources de courant

Ce sont des générateurs idéaux pour lesquels l'intensité du courant qui les traverse est indépendante de la tension entre les bornes.



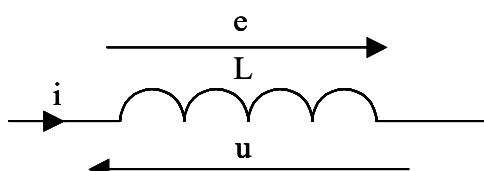
$\eta$  est le **courant électromoteur (c.é.m.)** de la source de courant. C'est l'intensité constante qui traverse la source de courant, fléchée habituellement dans le même sens que  $i$ .

C'est un dipôle actif, non symétrique, ses deux bornes (ou pôles) sont différents :

La puissance fournie par une source de courant au circuit est:

### 1-4-3 Autoinductance pure

Il s'agit du cas idéal d'une bobine de résistance nulle.

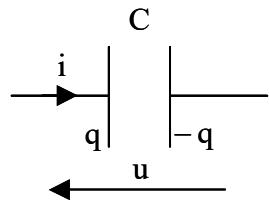


Si  $i$  varie, la bobine est le siège d'un phénomène d'autoinduction. La f.é.m. d'autoinduction est  $e = -L \frac{di}{dt}$ .

D'où :

#### 1-4-4 Capacité pure

Il s'agit du cas idéal d'un condensateur parfait, c'est-à-dire parfaitement isolant.



Par définition de la capacité d'un condensateur :  $q = C.u$  ,  $q$  étant la charge accumulée sur l'armature où arrive le courant d'intensité  $i$  or :

D'où :

**NB :**

La tension aux bornes d'un condensateur ne peut jamais subir de discontinuité (elle ne peut pas changer instantanément), car :

L'intensité traversant une bobine ne peut jamais subir de discontinuité car :

#### 1-4-5 Principe du capteur capacitif

Pour un condensateur plan constitué de deux armatures de surface  $S$  séparées par un isolant (diélectrique) d'épaisseur  $e$ , la capacité s'exprime par :

$$C = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{S}{e}$$

- $\epsilon_0$  : Permittivité du vide.
- $\epsilon_r$  : Permittivité relative de l'isolant.
- $S$  : Surface en regard des armatures ( $m^2$ ).
- $e$  : Distance entre les armatures ( $m$ ).

Un capteur capacitif exploite la variation de  $C$  induite par la variation d'une grandeur physique.  
Indiquer ici ce que peut mesurer un capteur capacitif et préciser la grandeur utile associée :

#### 1-4-6 Principe du capteur inductif

Pour un solénoïde (bobine longue) de longueur  $l$ , de section  $S$ , comportant  $N$  spires, avec un noyau magnétique de perméabilité  $\mu$ , l'inductance est :

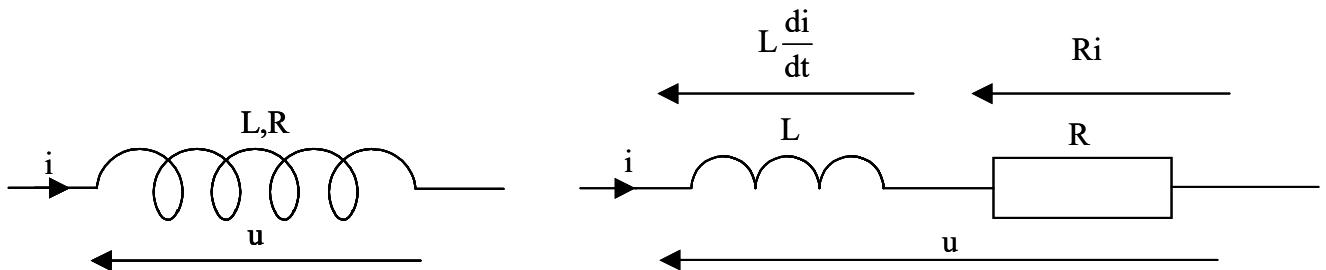
$$L = \mu \cdot \frac{N^2 \cdot S}{l}$$

Un capteur inductif exploite la variation de  $L$  induite par la variation d'une grandeur physique.  
Indiquer ici ce que peut mesurer un capteur inductif et préciser la grandeur utile associée :

## 1-5 Bobines et condensateurs réels

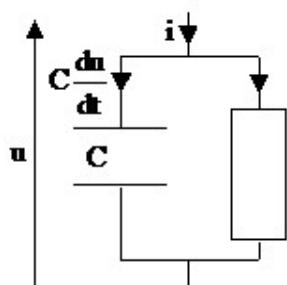
### 1-5-1 Bobine de résistance non négligeable

On peut l'assimiler à une autoinductance pure en série avec un conducteur ohmique.  
En réalité, il faudrait modéliser la bobine en ajoutant en parallèle une capacité due au vernis isolant qui se trouve entre les spires. Mais cette capacité est négligeable pour des fréquences pas trop élevées.



D'où la tension aux bornes d'une bobine réelle :

### 1-5-2 Condensateur réel (pour information)

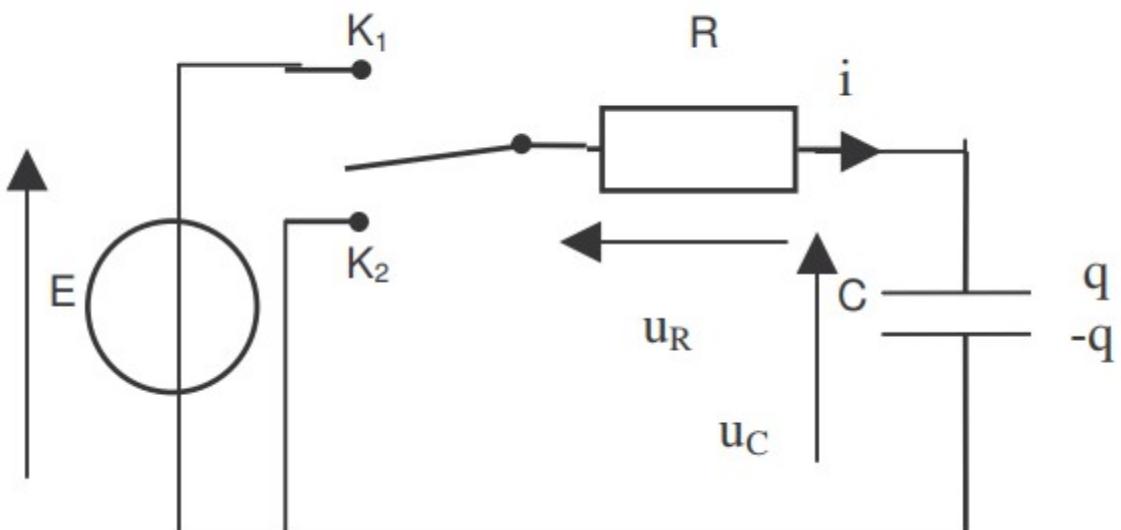


Si le diélectrique d'un condensateur n'est pas un isolant parfait, un courant le traverse. On peut alors le modéliser comme une capacité pure en parallèle avec un conducteur ohmique.

La loi des nœuds donne :

## 2. Etude du circuit R,C série

Soit un circuit série avec un générateur de tension idéale  $E$ , une résistance  $R$  et un condensateur  $C$  :



### 2-1 Charge d'un condensateur

Après avoir laissé l'interrupteur pendant longtemps en position K2, nous le mettons en position K1.

#### 2-1-1 Etablir l'équation différentielle

Loi des mailles :

Loi d'Ohm :

Relation du condensateur :

D'où :

## 2-1-2 Solution de l'équation différentielle

On a alors :

On peut trouver la constante de temps en identifiant terme à terme :

$$u_C(t) = E \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

D'où :  $\tau =$

## 2-1-3 Régime transitoire et temps caractéristique

La constante de temps  $\tau$  donne l'ordre de grandeur de la vitesse d'évolution du système.

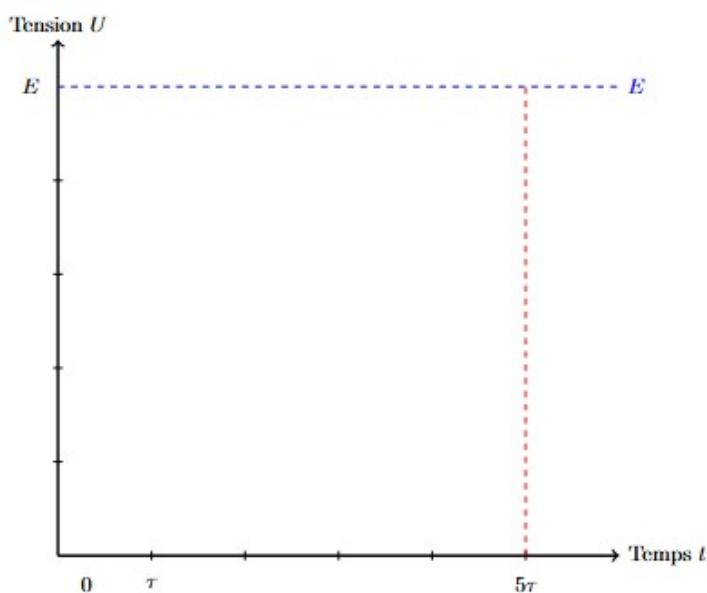
À  $t = \tau$ , le condensateur est chargé à 63% de sa valeur finale.

À  $t = 3\tau$ , le condensateur est chargé à 95%.

À  $t = 5\tau$ , le condensateur est chargé à 99%.

On considère que le régime permanent est atteint (la charge est finie) après une durée de  $5\tau$ .

## 2-1-4 Tracé de la tension $u(t)$



## 2-2 Décharge d'un condensateur

Après avoir laissé l'interrupteur pendant longtemps en position K1, nous le mettons en position K2.

### 2-1-1 Etablir l'équation différentielle

Loi des mailles :

Loi d'Ohm :

Relation du condensateur :

D'où :

### 2-1-2 Solution de l'équation différentielle

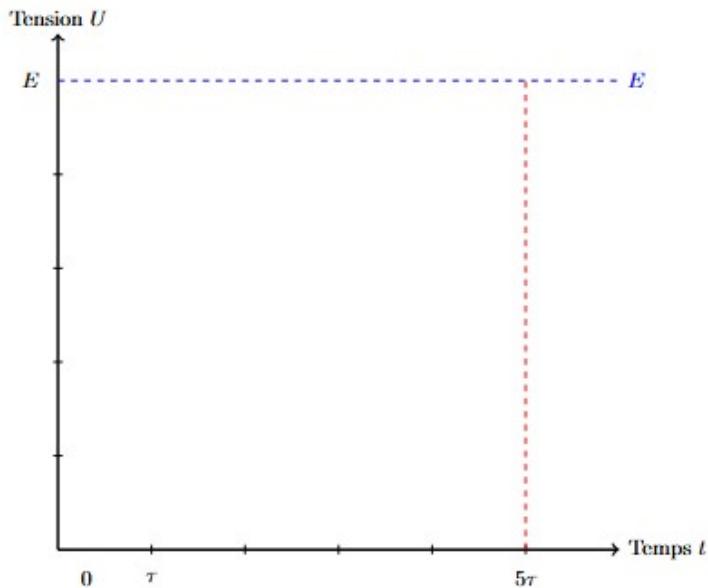
On a alors :

On peut trouver la constante de temps :

D'où :  $\tau =$

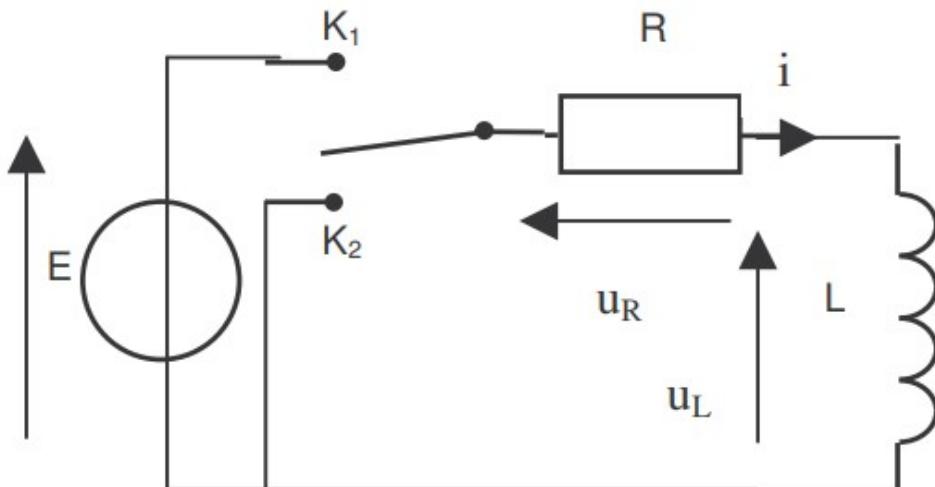
On trouve le même temps caractéristique que pour la charge !

## 2-1-4 Tracé de la tension $u(t)$



## 3. Etude du circuit R,L série

Soit un circuit série avec un générateur de tension idéale  $E$ , une résistance  $R$  et une bobine d'inductance  $L$  :



### 3-1 Etablissement du courant dans la bobine

Après avoir laissé l'interrupteur pendant longtemps en position  $K_2$ , nous le mettons en position  $K_1$ .

### 3-1-1 Etablir l'équation différentielle

Loi des mailles :

Loi d'Ohm :

Relation de la bobine :

D'où :

### 3-1-2 Solution de l'équation différentielle

On a alors :

On peut trouver la constante de temps en identifiant terme à terme :

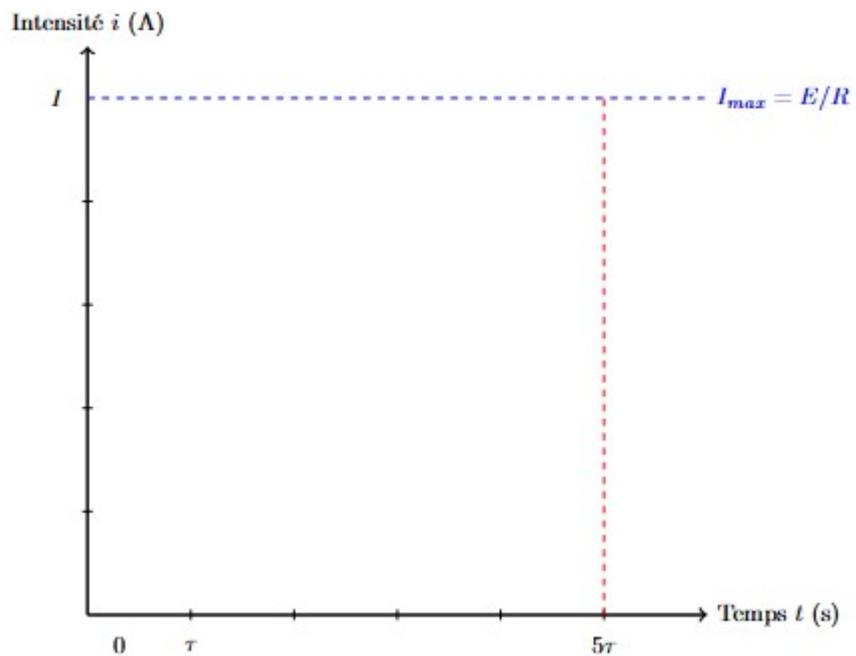
$$i(t) = \frac{E}{R} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

D'où :  $\tau =$

### 3-1-3 Régime transitoire et temps caractéristique

Le comportement temporel est analogue à celui du condensateur, mais appliqué au courant.  
La durée du régime transitoire (temps pour atteindre le régime permanent) est estimée à  $5\tau$

### 3-1-4 Tracé de l'intensité $i(t)$



# PARTIE EXERCICE

## Exercice n°1 :

Établir l'équation différentielle régissant l'intensité circulant dans un circuit RL en série.  
La résoudre dans le cas de la réponse à un échelon de tension.

## Exercice n°2 :

On considère un condensateur de capacité  $C = 1 \text{ nF}$  initialement chargée à  $v(0)=10\text{V}$  qui se décharge au travers d'une résistance  $R$  de  $1 \text{ k}\Omega$ . On note  $v(t)$  la tension aux bornes de C.

1- Sans résoudre d'équation différentielle, déterminer la tangente à  $v(t)$  en  $t=0$  ainsi que son asymptote pour  $t \gg RC$ .

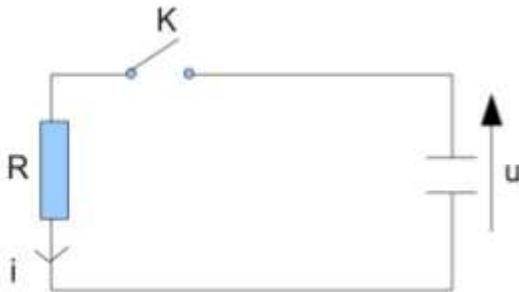
2- Quelle est la valeur de la tangente en  $t = RC$  ?

3- Déterminer la forme exacte de  $v(t)$  en résolvant l'équation différentielle caractéristique du circuit.  
Quelle est la valeur de  $v(t)$  en  $t=RC$  et en  $t=5RC$ .

4- Tracer  $v(t)$

## Exercice n°3 :

Le condensateur est initialement chargé et la tension à ses bornes vaut E. A l'instant  $t = 0$ , on ferme l'interrupteur K.



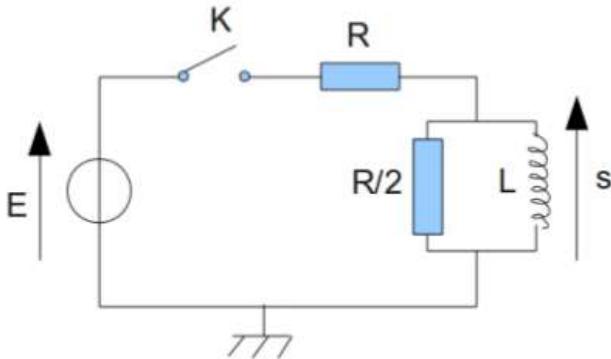
Déterminer l'équation différentielle vérifiée par la tension  $u(t)$  et la résoudre.

Donner la constante de temps associée.

Représenter  $u(t)$  en faisant apparaître cette constante de temps.

#### Exercice n°4 (pour aller plus loin !):

Le circuit ci-dessous est alimenté par un générateur idéal de tension continue, de force électromotrice  $E$ .



A l'instant  $t = 0$ , on ferme l'interrupteur  $K$ .

1. Y a-t-il continuité de la tension  $s(t)$  en  $t = 0$  ?

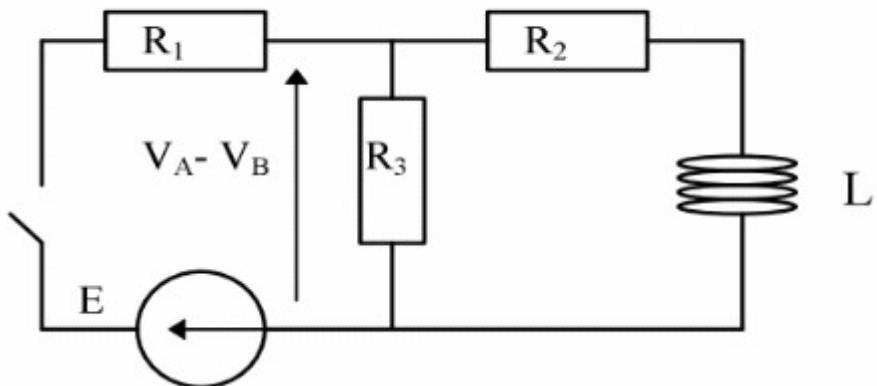
Y a-t-il continuité du courant dans la résistance  $R$  en  $t = 0$  ? Commenter physiquement les réponses.

En déduire le comportement de  $s(t)$  au voisinage de  $t = 0 +$ .

2. Déterminer également le comportement asymptotique de  $s(t)$  lorsque  $t \rightarrow +\infty$ .
3. Établir l'équation différentielle vérifiée par  $s(t)$ .
4. En déduire  $s(t)$ .
5. Tracer l'allure de  $s(t)$ .

### Exercice n°5 (pour aller plus loin !):

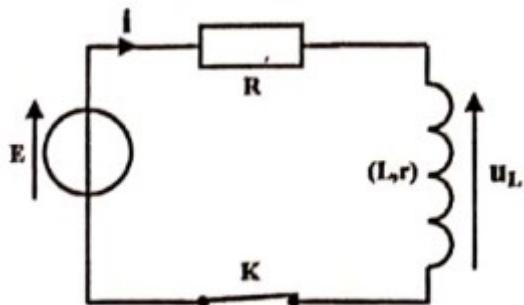
On considère le montage suivant. La bobine L est supposée idéale. On ferme à l'instant  $t=0$  l'interrupteur K.



- 1) Sans résoudre l'équation différentielle, déterminer les valeurs de la d.d.p.  $V_A - V_B$  à  $t=0$  et  $t=+\infty$ .
- 2) Déterminer le courant  $i_2(t)$  dans la bobine. Exprimer le résultat en fonction de  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ ,  $L$  et  $E$ . En déduire l'énergie stockée dans la bobine.
- 3) Après un temps suffisamment long, on ouvre l'interrupteur K. déterminer la loi de variation  $i'_2(t)$ . traversant la bobine et la nouvelle constante de temps  $t'$  du circuit

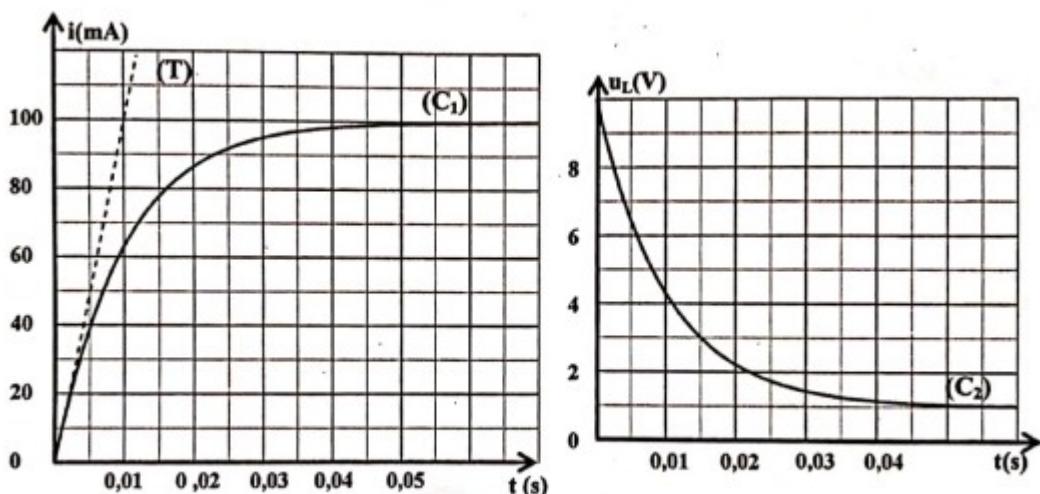
### Exercice n°6:

On réalise le montage schématisé ci-dessous ce montage comporte:  
une bobine d'inductance  $L$  et de résistance  $r$ , un conducteur ohmique de résistance  $R=90\text{ohm}$ , un générateur de force électromotrice  $E$  et de résistance interne négligeable, un interrupteur  $K$ .



On ferme l'interrupteur à un instant de date  $t=0$ .

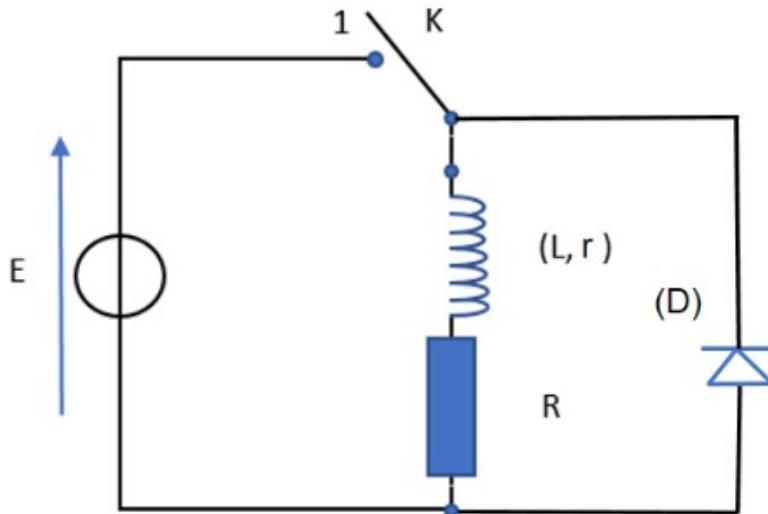
Un système d'acquisition informatisé permet de tracer les courbes ( $C_1$ ) et ( $C_2$ ) représentants successivement l'évolution de l'intensité du courant  $i(t)$  traversant le circuit et l'évolution de la tension  $u_L(t)$  représente la tangente à la courbe ( $C_1$ ) à  $t=0$ .



- 1) Etablir l'équation différentielle régissant le courant et la résoudre.
- 2) Déterminer la valeur de  $r$ .
- 3) Donner la valeur de  $L$ , l'inductance de la bobine.

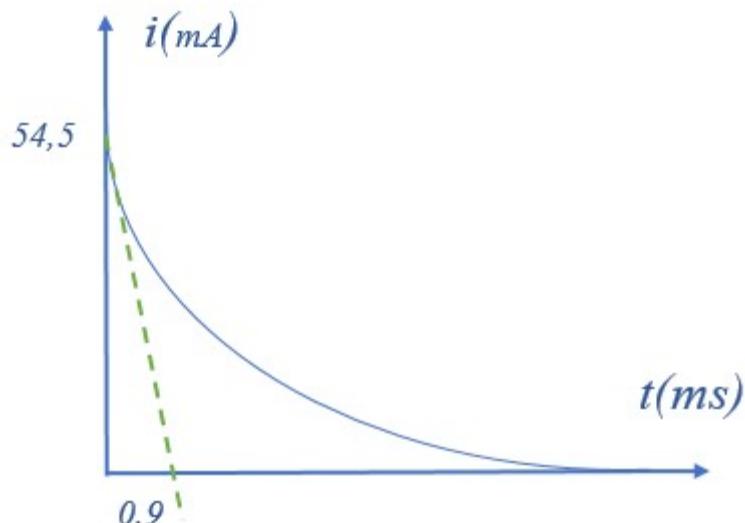
### Exercice n°7:

On réalise le circuit ci-dessous :



On bascule  $K$  en position fermé.

1. Donner l'équation différentielle régissant l'évolution de l'intensité dans le circuit.
2. La résoudre.
3. Le régime permanent est atteint. Que vaut  $I$  ?
4. Nous ouvrons  $K$ . que se passe-t-il ?
5. Quel est l'utilité de la diode ?
6. Donner l'équation différentielle régissant l'évolution de l'intensité dans le circuit.
7. La résoudre. Le graphique ci-dessous vous semble-t-il valable ?



**Exercice n°8:**

Un capteur de pression est constitué de deux plaques circulaires de surface  $S = 1 \text{ cm}^2$  séparées par de l'air ( $\epsilon_r \approx 1$ ). À vide, la distance est  $d_0 = 0,5 \text{ mm}$ .

1. Calculer la capacité  $C_0$  à vide (Rappel :  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$ ).
2. Si une pression rapproche les plaques à  $d = 0,4 \text{ mm}$ , calculez la nouvelle capacité  $C_1$ .
3. En déduire la sensibilité du capteur  $\frac{\Delta C}{\Delta d}$ .

**Exercice n°9:**

On souhaite créer une temporisation de 2 secondes. On utilise une résistance  $R = 100 \text{ k}\Omega$ .

1. Quelle doit être la valeur de la capacité  $C$  pour que  $\tau = 2 \text{ s}$  ?
2. Au bout de combien de temps peut-on considérer que le condensateur est totalement chargé ?

**Exercice n°10:**

Lors de la charge d'un condensateur par un échelon de tension  $E$  :

1. Calculer l'énergie totale fournie par le générateur ( $W_G = \int E \cdot i(t)dt$ ).
2. Calculer l'énergie stockée dans le condensateur en fin de charge.
3. En déduire l'énergie dissipée par effet Joule dans la résistance. Que remarquez-vous ?

**Exercice n°11:**

Une photodiode est caractérisée par une sensibilité de  $0,5 \mu\text{A/lux}$ . Elle est branchée en inverse avec une résistance de  $10 \text{ k}\Omega$  sous une tension de  $5 \text{ V}$ .

1. Si l'éclairement est de  $1000 \text{ lux}$ , calculez l'intensité du courant.
2. Calculez la tension aux bornes de la résistance.

**Exercice n°12:**

Une bobine réelle est modélisée par une inductance  $L = 100 \text{ mH}$  en série avec une résistance interne  $r = 10 \Omega$ .

1. Quelle est l'équation différentielle du courant si on applique une tension  $E = 12 \text{ V}$  ?
2. Quelle est la valeur finale de l'intensité  $i(t \rightarrow \infty)$  ? (Attention à  $r$ ).