本次课内容

12.4 离散时间系统状态方程的建立

12.5 离散时间系统状态方程的求解

12.6 状态矢量的线性变换

12.7 系统的可控制性与可观测性

本次课目标

1. 能熟练建立离散时间系统的状态方程、输出方程，画出信号流图；
2. 了解离散时间系统的特征矩阵、转移矩阵的定义，以及状态方程和输出方程的时域/z域求解方法；
3. 理解A矩阵对角化的意义和作用；
4. 会判断简单系统的可控制性、可观测性。

12.4.1 离散系统的状态变量

初始状态：设初始时刻为n_0=0，N阶系统的初始状态通常指

$$y(-1)\ ,\ y(-2)\ ,\ \cdots\ ,\ y(-N)\ 。$$

N阶系统的**状态变量**表示为：

$$\lambda_1(n)\ ,\ \lambda_2(n)\ ,\ \cdots\ ,\ \lambda_N(n)\ 。$$

状态矢量：

$$\boldsymbol{\lambda}(n)=\begin{bmatrix}\lambda_1(n)\\ \lambda_2(n)\\ \vdots\\ \lambda_N(n)\end{bmatrix}$$

单选题 1分

设置

已知某线性时不变因果系统的差分方程如下。假设系统的初始状态为零，状态方程和输出方程的系数矩阵为（）。

$$y(n)-\frac{1}{4}y(n-1)-\frac{1}{8}y(n-2)=x(n-1)$$

A $\mathbf{A}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -1/8 & -1/4\end{bmatrix},\mathbf{B}=\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix},\mathbf{C}=[0\quad 1],\mathbf{D}=0$

B $\mathbf{A}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -1/8 & -1/4\end{bmatrix},\mathbf{B}=\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix},\mathbf{C}=[1\quad 0],\mathbf{D}=1$

C $\mathbf{A}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 1/8 & 1/4\end{bmatrix},\mathbf{B}=\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix},\mathbf{C}=[0\quad -1],\mathbf{D}=1$

D $\mathbf{A}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 1/8 & 1/4\end{bmatrix},\mathbf{B}=\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix},\mathbf{C}=[0\quad 1],\mathbf{D}=0$

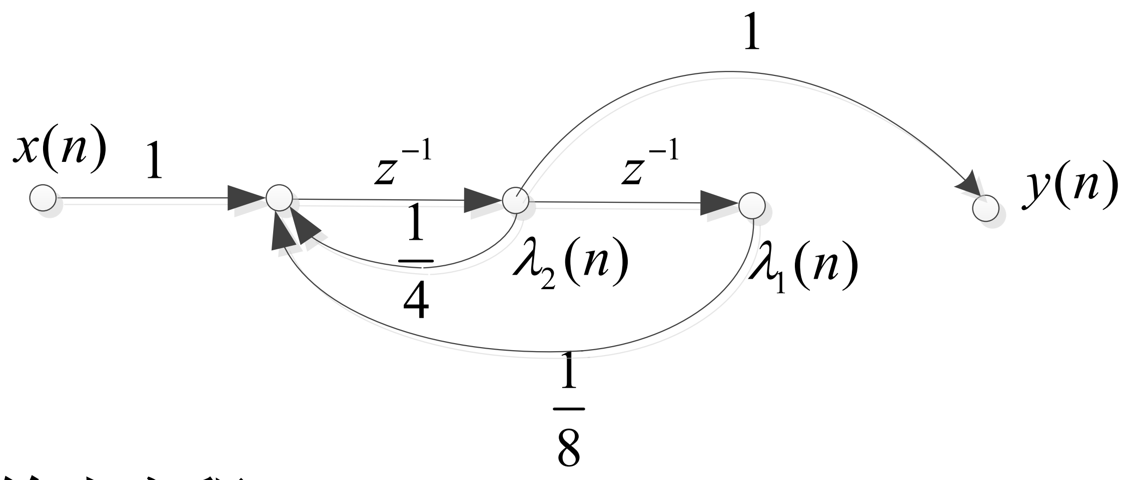
提交

12.4.2 离散系统的状态方程和输出方程

例12-10： 已知某线性时不变因果系统的差分方程如下，画出信号流图，列写状态方程和输出方程。假设系统的初始状态为零。

$$y(n)-\frac{1}{4}y(n-1)-\frac{1}{8}y(n-2)=x(n-1)$$

解： 画信号流图，选延时器输出为状态变量：



状态方程：

$$\lambda_1(n+1)=\lambda_2(n)$$

$$\lambda_2(n+1)=\frac{1}{4}\lambda_2(n)+\frac{1}{8}\lambda_1(n)+x(n)$$

$$\begin{bmatrix}\lambda_1(n+1)\\ \lambda_2(n+1)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ \frac{1}{8} & \frac{1}{4}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\lambda_1(n)\\ \lambda_2(n)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}x(n)$$

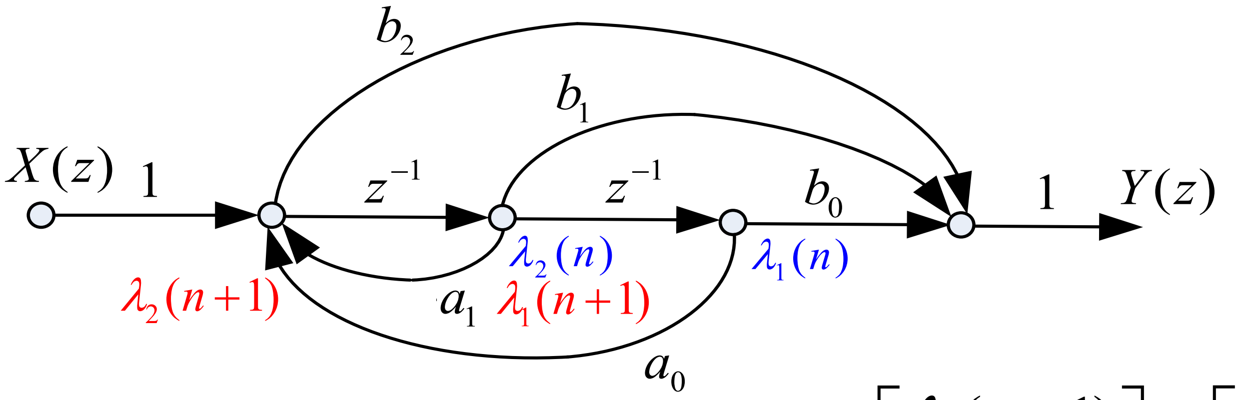
输出方程：

$$y(n)=\lambda_2(n)=[0\quad 1]\begin{bmatrix}\lambda_1(n)\\ \lambda_2(n)\end{bmatrix}$$

例12-11：根据下列系统差分方程画出信号流图，列写状态方程和输出方程。

$$y(n)-a_1y(n-1)-a_0y(n-2)=b_2x(n)+b_1x(n\text{-}1)+b_0x(n\text{-}2)$$

解：画信号流图，选延时器输出为状态变量：



状态方程：
$$\begin{cases}\lambda_1(n+1)=\lambda_2(n)\\ \lambda_2(n+1)=a_0\lambda_1(n)+a_1\lambda_2(n)+x(n)\end{cases}$$

$$\begin{bmatrix}\lambda_1(n+1)\\ \lambda_2(n+1)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ a_0 & a_1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\lambda_1(n)\\ \lambda_2(n)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}x(n)$$

输出方程：
$$y(n)=b_0\lambda_1(n)+b_1\lambda_2(n)+b_2\lambda_2(n+1)=(b_0+a_0b_2)\lambda_1(n)+(b_1+a_1b_2)\lambda_2(n)+b_2x(n)$$

$$y(n)=\begin{bmatrix}b_0+a_0b_2 & b_1+a_1b_2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\lambda_1(n)\\ \lambda_2(n)\end{bmatrix}+b_2x(n)$$

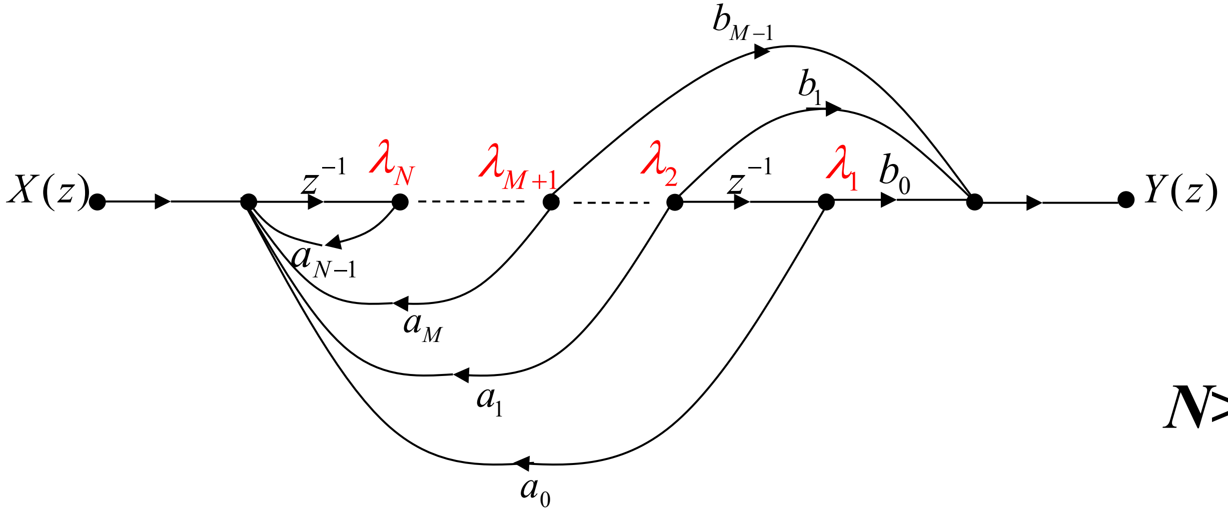
12.4 离散时间系统状态方程的建立

一个单输入单输出系统的差分方程与系统函数形式如下：

$$y(n)-\sum_{k=0}^{N-1}a_k y(n-(N-k))=\sum_{r=0}^{M}b_r x(n-(M-r))$$

$$H(z)=\frac{\sum_{r=0}^{M}b_r z^{-(M-r)}}{1-\sum_{k=0}^{N-1}a_k z^{-(N-k)}}$$

（1）画系统信号流图，在图中由输出至输入方向，选择延时器的输出为状态变量；



N>M

12.4 离散时间系统状态方程的建立

（2）列写状态方程

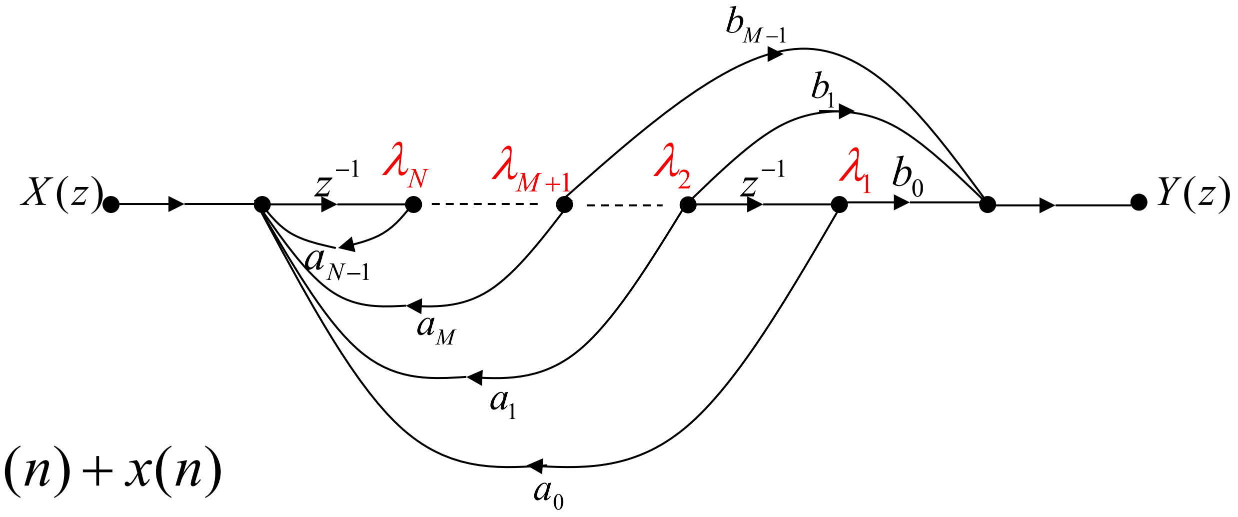
$$\lambda_1(n+1)=\lambda_2(n)$$

$$\lambda_2(n+1)=\lambda_3(n)$$

$$\vdots$$

$$\lambda_{N-1}(n+1)=\lambda_{N-2}(n)$$

$$\lambda_N(n+1)=a_0\lambda_1(n)+a_1\lambda_2(n)+\ldots+a_{N-1}\lambda_N(n)+x(n)$$



矩阵式：

$$\underbrace{\begin{pmatrix}\lambda_1(n+1)\\ \lambda_2(n+1)\\ \vdots\\ \lambda_{N-1}(n+1)\\ \lambda_N(n+1)\end{pmatrix}}_{\boldsymbol{\lambda}(n+1)}=\underbrace{\begin{pmatrix}0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0\\ \vdots & \cdots & & \cdots & & \vdots\\ 0 & \cdots & & \cdots & 0 & 1\\ a_0 & a_1 & \cdots & \cdots & a_{N-2} & a_{N-1}\end{pmatrix}}_{\mathbf{A}}\underbrace{\begin{pmatrix}\lambda_1(n)\\ \lambda_2(n)\\ \vdots\\ \lambda_{N-1}(n)\\ \lambda_N(n)\end{pmatrix}}_{\boldsymbol{\lambda}(n)}+\underbrace{\begin{pmatrix}0\\ 0\\ \vdots\\ 0\\ 1\end{pmatrix}}_{\mathbf{B}}x(n)$$

状态方程： $\boxed{\boldsymbol{\lambda}(n+1)=\mathbf{A}\boldsymbol{\lambda}(n)+\mathbf{B}x(n)}$

<u>A、B矩阵与连续时间系统状态方程的系数矩阵相同。</u>

输出方程：$y(n)=\mathbf{C}\boldsymbol{\lambda}(n)+\mathbf{D}x(n)$

如果*N>M*，

$$y(n)=b_0\lambda_1(n)+b_1\lambda_2(n)+\ldots+b_{M-1}\lambda_M(n)+b_M\lambda_{M+1}(n)$$

$$\mathbf{C}=[b_0\quad b_1\quad \cdots\quad b_{M-1}\quad b_M\quad 0\quad \cdots\quad 0]$$

D=0

如果*N=M*，

$$y(n)=(b_0+b_Na_0)\lambda_1(n)+(b_1+b_Na_1)\lambda_2(n)+\ldots$$
$$+(b_{N-1}+b_Na_{N-1})\lambda_N(n)+b_Nx(n)$$

$$\mathbf{C}=\left[(b_0+b_Na_0)\quad (b_1+b_Na_1)\quad \ldots\quad (b_k+b_Na_k)\quad \ldots\quad (b_{N-1}+b_Na_{N-1})\right]$$

$$\mathbf{D}=b_N$$

C、D矩阵与连续时间系统输出方程的系数矩阵相同。

12.4 离散时间系统状态方程的建立

多输入-多输出离散系统状态方程和输出方程的一般形式

假设一个N阶系统有p个输入，q个输出。

状态方程：

$$\begin{bmatrix} \lambda_1(n+1) \\ \lambda_2(n+1) \\ \vdots \\ \lambda_N(n+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1N} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2N} \\ \cdots & \cdots & & \cdots \\ a_{N1} & a_{N2} & \cdots & a_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1(n) \\ \lambda_2(n) \\ \vdots \\ \lambda_N(n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1p} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2p} \\ \cdots & \cdots & & \cdots \\ b_{N1} & b_{N2} & \cdots & b_{Np} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_p \end{bmatrix}$$

$$\begin{matrix} \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \boldsymbol{\lambda}(n+1) & \mathbf{A} & \boldsymbol{\lambda}(n) & \mathbf{B} & \mathbf{x}(n) \end{matrix}$$

$$\boldsymbol{\lambda}(n+1) = \mathbf{A}\boldsymbol{\lambda}(n) + \mathbf{B}\mathbf{x}(n)$$

12.4 离散时间系统状态方程的建立

输出方程：

$$\begin{bmatrix} y_1(n) \\ y_2(n) \\ \vdots \\ y_N(n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1N} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2N} \\ \cdots & \cdots & & \cdots \\ c_{q1} & c_{q2} & \cdots & c_{qN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1(n) \\ \lambda_2(n) \\ \vdots \\ \lambda_N(n) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & \cdots & d_{1p} \\ d_{21} & d_{22} & \cdots & d_{2p} \\ \cdots & \cdots & & \cdots \\ d_{q1} & d_{q2} & \cdots & d_{qp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_p \end{bmatrix}$$

$$\downarrow \qquad\qquad \downarrow \qquad\qquad \downarrow \qquad\qquad \downarrow \qquad\qquad \downarrow$$

$$\mathbf{Y}(n) \qquad\qquad \mathbf{C} \qquad\qquad \boldsymbol{\lambda}(n) \qquad\qquad \mathbf{D} \qquad\qquad \mathbf{x}(n)$$

$$\mathbf{Y}(n) = \mathbf{C}\boldsymbol{\lambda}(n) + \mathbf{D}\mathbf{x}(n)$$

12.5.1 状态方程、输出方程的时域解

1、状态方程的解：假设N阶系统，p个输入。

状态方程：$\boldsymbol{\lambda}(n+1)=\mathbf{A}\boldsymbol{\lambda}(n)+\mathbf{B}\mathbf{x}(n)$

用 $\boldsymbol{\lambda}(0)$代入方程迭代可得，

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\lambda}(n)&=\mathbf{A}^{n}\boldsymbol{\lambda}(0)+\mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B}\mathbf{x}(0)+\mathbf{A}^{n-2}\mathbf{B}\mathbf{x}(1)+\cdots+\mathbf{A}\mathbf{B}\mathbf{x}(n-2)+\mathbf{B}\mathbf{x}(n-1)\\&=\mathbf{A}^{n}\boldsymbol{\lambda}(0)+\sum_{i=0}^{n-1}\mathbf{A}^{n-1-i}\mathbf{B}\mathbf{x}(i)\\&=\mathbf{A}^{n}\boldsymbol{\lambda}(0)+(\mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B})*\mathbf{x}(n)\end{aligned}$$

设 $\boldsymbol{\Phi}(n)=\mathbf{A}^{n}$ ⟵ 状态转移矩阵：描述从初始0时刻到n时刻的状态转移

$$\boldsymbol{\lambda}(n)=\underbrace{\boldsymbol{\Phi}(n)\boldsymbol{\lambda}(0)}_{\boldsymbol{\lambda}_{zi}(n)}+\underbrace{\boldsymbol{\Phi}(n-1)\mathbf{B}*\mathbf{x}(n)}_{\boldsymbol{\lambda}_{zs}(n)}$$

（零输入分量）（零状态分量）

2、输出方程的解：假设N阶系统，p个输入，q个输出。

输出方程：$\mathbf{y}(n)=\mathbf{C}\boldsymbol{\lambda}(n)+\mathbf{D}\mathbf{x}(n)$

把$\boldsymbol{\lambda}(n)$代入输出方程，得：$\mathbf{y}(n)=\mathbf{C}\boldsymbol{\Phi}(n)\boldsymbol{\lambda}(0)+\mathbf{C}\boldsymbol{\Phi}(n-1)\mathbf{B}*\mathbf{x}(n)+\mathbf{D}\mathbf{x}(n)$

引入 $\boldsymbol{\delta}(n)$：
$$\boldsymbol{\delta}(n)=\begin{bmatrix}\delta(n) & & & 0\\ & \delta(n) & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & \delta(n)\end{bmatrix}_{p\times p}$$

则 $\mathbf{D}\mathbf{x}(n)=\mathbf{D}\boldsymbol{\delta}(n)*\mathbf{x}(n)$

$$\mathbf{y}(n)=\mathbf{C}\boldsymbol{\Phi}(n)\boldsymbol{\lambda}(0)+[\mathbf{C}\boldsymbol{\Phi}(n-1)\mathbf{B}+\mathbf{D}\boldsymbol{\delta}(n)]*\mathbf{x}(n)=\underbrace{\mathbf{C}\boldsymbol{\Phi}(n)\boldsymbol{\lambda}(0)}_{\mathbf{y}_{zi}(n)}+\underbrace{\mathbf{h}(n)*\mathbf{x}(n)}_{\mathbf{y}_{zs}(n)}$$

$\mathbf{h}(n)=\mathbf{C}\boldsymbol{\Phi}(n-1)\mathbf{B}+\mathbf{D}\boldsymbol{\delta}(n)$ —— 单位样值响应矩阵$(q\times p)$

$$=\begin{bmatrix}h_{11}(n) & h_{12}(n) & \cdots & h_{1p}(n)\\ \cdots & \cdots & & \cdots \\ h_{q1}(n) & h_{q2}(n) & \cdots & h_{qp}(n)\end{bmatrix}_{q\times p}$$

$h_{ij}(n)$：

$x_j(n)$单独作用时，输出

$y_i(n)$的单位脉冲响应。

3、状态转移矩阵 $\mathbf{\Phi}(n)=\mathbf{A}^n$ 的计算

1) $\mathbf{A}^n$的计算方法

设$\mathbf{A}$为N阶方阵，λ_i为$\mathbf{A}$的特征根，$i=1,2,\cdots,N$

由$\mathbf{A}$的特征方程和凯莱—汉密尔顿定理可以证明：

$$\lambda_i^n=c_0+c_1\lambda_i+c_2\lambda_i^2+\cdots+c_{N-1}\lambda_i^{N-1}\quad(i=1,2,\cdots,N)$$

$$\mathbf{A}^n=c_0\mathbf{I}+c_1\mathbf{A}+c_2\mathbf{A}^2+\cdots+c_{N-1}\mathbf{A}^{N-1}\quad(n\geq N)$$

A的n ($n\geq N$) 次幂可以表示为A的N-1阶多项式。

由A的N个特征根和 λ_i^n 的展开式确定系数 c_i（均为n的函数），代入$\mathbf{A}^n$的展开式，就可求得 $\mathbf{A}^n$。

2) $\mathbf{A}^n$的计算步骤

① **A的特征根为单根：**

第一步：求N阶方阵A的特征根λ_i **，** i=1 ,2 , … ,N。

第二步：由N个特征根建立以下N个方程：

$$\begin{cases} \lambda_1^n = c_0 + c_1\lambda_1 + c_2\lambda_1^{\ 2} + \cdots + c_{N-1}\lambda_1^{\ N-1} \\ \lambda_2^n = c_0 + c_1\lambda_2 + c_2\lambda_2^{\ 2} + \cdots + c_{N-1}\lambda_2^{\ N-1} \\ \cdots \qquad \cdots \qquad \cdots \\ \lambda_N^n = c_0 + c_1\lambda_N + c_2\lambda_N^{\ 2} + \cdots + c_{N-1}\lambda_N^{\ N-1} \end{cases}$$

第三步：解上面方程组，求 c_i ， $i = 0,1,2,\cdots,N-1$

第四步： 把c_i代入下式，求$\mathbf{A}^n$

$$\mathbf{A}^n = c_0\mathbf{I} + c_1\mathbf{A} + c_2\mathbf{A}^2 + \cdots + c_{N-1}\mathbf{A}^{N-1}$$

② A的特征根有重根：设λ_1为m重根，另有N-m个单根。

第一步：求N阶方阵A的特征根 $\lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_q \ (q = N - m + 1)$

第二步：由特征根λ_i建立以下N个方程：

$$m\text{个}\begin{cases} \lambda_1^n = c_0 + c_1\lambda_1 + c_2\lambda_1^{\ 2} + \cdots + c_{N-1}\lambda_1^{\ N-1} \\ \dfrac{d}{d\lambda_1}(\lambda_1^n) = \dfrac{d}{d\lambda_1}(c_0 + c_1\lambda_1 + c_2\lambda_1^{\ 2} + \cdots + c_{N-1}\lambda_1^{\ N-1}) \\ \dfrac{d^2}{d\lambda_1^2}(\lambda_1^n) = \dfrac{d^2}{d\lambda_1^2}(c_0 + c_1\lambda_1 + c_2\lambda_1^{\ 2} + \cdots + c_{N-1}\lambda_1^{\ N-1}) \\ \vdots \\ \dfrac{d^{m-1}}{d\lambda_1^{m-1}}(\lambda_1^n) = \dfrac{d^{m-1}}{d\lambda_1^{m-1}}(c_0 + c_1\lambda_1 + c_2\lambda_1^{\ 2} + \cdots + c_{N-1}\lambda_1^{\ N-1}) \end{cases}$$

$$N\text{-}m\text{个}\begin{cases} \lambda_2^n = c_0 + c_1\lambda_2 + c_2\lambda_2^{\ 2} + \cdots + c_{N-1}\lambda_2^{\ N-1} \\ \lambda_3^n = c_0 + c_1\lambda_3 + c_2\lambda_3^{\ 2} + \cdots + c_{N-1}\lambda_3^{\ N-1} \\ \vdots \\ \lambda_q^n = c_0 + c_1\lambda_q + c_2\lambda_q^{\ 2} + \cdots + c_{N-1}\lambda_q^{\ N-1} \end{cases}$$

第三步：解上面方程组，求 c_i ，$i = 0, 1, 2, \cdots, N-1$

第四步：求$\mathbf{A}^n$，$\mathbf{A}^n = c_0\mathbf{I} + c_1\mathbf{A} + c_2\mathbf{A}^2 + \cdots + c_{N-1}\mathbf{A}^{N-1}$

例12-12： 已知$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}1/2 & 0\\ 1/4 & 1/4\end{bmatrix}$，求状态转移矩阵$\mathbf{\Phi}(n)=\mathbf{A}^n$。

解： 1）求 $\mathbf{A}-\lambda\mathbf{I}$：

$$\mathbf{A}-\lambda\mathbf{I}=\begin{bmatrix}1/2 & 0\\ 1/4 & 1/4\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}\lambda & 0\\ 0 & \lambda\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1/2-\lambda & 0\\ 1/4 & 1/4-\lambda\end{bmatrix}$$

2）求A的特征根：

$$|\mathbf{A}-\lambda\mathbf{I}|=(\lambda-1/2)(\lambda-1/4)=0\Rightarrow\quad \lambda_1=1/2,\quad \lambda_2=1/4$$

3）建立求c_i的方程，求c_i：

$$\begin{cases}\lambda_1^n=c_0+c_1\lambda_1\\ \lambda_2^n=c_0+c_1\lambda_2\end{cases}\quad\Longrightarrow\quad\begin{cases}2^{-n}=c_0+c_1/2\\ 4^{-n}=c_0+c_1/4\end{cases}$$

解方程组，得： $c_0=2\times4^{-n}-2^{-n}$，$c_1=4(2^{-n}-4^{-n})$。

4）求 $\mathbf{A}^n$：

$$\mathbf{A}^n = c_0\mathbf{I} + c_1\mathbf{A}$$

$$= (2\times 4^{-n} - 2^{-n})\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + 4(2^{-n} - 4^{-n})\begin{bmatrix} 1/2 & 0 \\ 1/4 & 1/4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2^{-n} & 0 \\ 2^{-n} - 4^{-n} & 4^{-n} \end{bmatrix}$$

$$= \left(\frac{1}{4}\right)^n \begin{bmatrix} 2^n & 0 \\ 2^n - 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (n \geq 0)$$

12.5.2 状态方程与输出方程的z域解

1、状态方程的z域解

设初始时刻n_0=0

状态方程：$\boldsymbol{\lambda}(n+1)=\mathbf{A}\boldsymbol{\lambda}(n)+\mathbf{B}\mathbf{x}(n)$

单边z变换的左移性质：$x(n+m)\longleftrightarrow z^m X(z)-\sum_{n=0}^{m} x(n)z^{m-n}$

由左移性质，对状态方程两边取z变换，得：

$$z\boldsymbol{\Lambda}(z)-z\boldsymbol{\lambda}(0)=\mathbf{A}\boldsymbol{\Lambda}(z)+\mathbf{B}\mathbf{X}(z)$$

$$\boldsymbol{\Lambda}(z)=(z\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}z\boldsymbol{\lambda}(0)+(z\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{B}\mathbf{X}(z)$$

$$\boxed{\boldsymbol{\Phi}(z)=(z\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}z=(\mathbf{I}-z^{-1}\mathbf{A})^{-1}}$$

系统的特征矩阵（状态转移矩阵的z变换）

则 $\boldsymbol{\Lambda}(z)=\underbrace{\boldsymbol{\Phi}(z)\boldsymbol{\lambda}(0)}_{\boldsymbol{\Lambda}_{zi}(z)}+\underbrace{z^{-1}\boldsymbol{\Phi}(z)\mathbf{B}\mathbf{X}(z)}_{\boldsymbol{\Lambda}_{zs}(z)}$

$$\boldsymbol{\lambda}(n)=ZT^{-1}[\boldsymbol{\Lambda}(z)]=ZT^{-1}[\boldsymbol{\Lambda}_{zi}(z)]+ZT^{-1}[\boldsymbol{\Lambda}_{zs}(z)]=\boldsymbol{\lambda}_{zi}(n)+\boldsymbol{\lambda}_{zs}(n)$$

2、输出方程的z域解

设初始时刻n_0=0

输出方程：$\mathbf{Y}(n)=\mathbf{C}\boldsymbol{\lambda}(n)+\mathbf{D}\mathbf{x}(n)$

方程两边取单边z变换，得：

$$\mathbf{Y}(z)=\mathbf{C}\boldsymbol{\Lambda}(z)+\mathbf{D}\mathbf{X}(z)$$

把 $\boldsymbol{\Lambda}(z)$ 代入上式, 得:

$$\begin{aligned}\mathbf{Y}(z)&=\mathbf{C}\boldsymbol{\Phi}(z)\boldsymbol{\lambda}(0)+[\mathbf{C}z^{-1}\boldsymbol{\Phi}(z)\mathbf{B}+\mathbf{D}]\mathbf{X}(z)\\&=\underbrace{\mathbf{C}\boldsymbol{\Phi}(z)\boldsymbol{\lambda}(0)}_{\mathbf{Y}_{zi}(z)}+\underbrace{\mathbf{H}(z)\mathbf{X}(z)}_{\mathbf{Y}_{zs}(z)}\end{aligned}$$

$$\boxed{\mathbf{H}(z)=\mathbf{C}z^{-1}\boldsymbol{\Phi}(z)\mathbf{B}+\mathbf{D}=ZT[\mathbf{h}(n)]}$$ ⟸ 系统函数矩阵

$$\mathbf{y}(n)=ZT^{-1}[\mathbf{Y}(z)]=ZT^{-1}[\mathbf{Y}_{zi}(z)]+ZT^{-1}[\mathbf{Y}_{zs}(z)]=\mathbf{y}_{zi}(n)+\mathbf{y}_{zs}(n)$$

例12-13： 已知$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}1/2 & 0\\ 1/4 & 1/4\end{bmatrix}$,用逆z变换的方法求例12-12中的状态转移矩阵

$\mathbf{\Phi}(n)=ZT^{-1}[\mathbf{\Phi}(z)]=(z\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}z$。

解：

$$\mathbf{\Phi}(z)=(z\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}z=\begin{pmatrix}z\text{-}1/2 & 0\\ -1/4 & z-1/4\end{pmatrix}^{-1}z=\begin{pmatrix}1\text{-}z^{-1}/2 & 0\\ -z^{-1}/4 & 1-z^{-1}/4\end{pmatrix}^{-1}$$

$$=\frac{1}{(1-z^{-1}/2)(1-z^{-1}/4)}\begin{pmatrix}1\text{-}z^{-1}/4 & 0\\ z^{-1}/4 & 1-z^{-1}/2\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}1/(1\text{-}z^{-1}/2) & 0\\ (z^{-1}/4)/(1-z^{-1}/2)(1-z^{-1}/4) & 1/(1-z^{-1}/4)\end{pmatrix}\quad(|z|>1/2)$$

$$\mathbf{A}^n=\mathbf{\Phi}(n)=ZT^{-1}[\mathbf{\Phi}(z)]=\begin{bmatrix}2^{-n} & 0\\ 2^{-n}-4^{-n} & 4^{-n}\end{bmatrix}=\left(\frac{1}{4}\right)^n\begin{bmatrix}2^n & 0\\ 2^n-1 & 1\end{bmatrix}\quad(n\geq 0)$$

例12-14：已知一离散系统的状态方程和输出方程表示为：

$$\begin{bmatrix}\lambda_1(n+1)\\ \lambda_2(n+1)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & -2\\ a & b\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\lambda_1(n)\\ \lambda_2(n)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1\\ 0\end{bmatrix}x(n) \qquad y(n)=[1,1]\begin{bmatrix}\lambda_1(n)\\ \lambda_2(n)\end{bmatrix}$$

给定当 $n\geq 0$ 时 $x(n)=0$ 和 $y(n)=8(-1)^n-5(-2)^n$，求：

零输入响应

1) 常数 a,b；

2) $\lambda_1(n)$ 和 $\lambda_2(n)$ 的闭式解。

解法一：z域法

1) 由状态方程可得 $\mathbf{A}=\begin{bmatrix}1 & -2\\ a & b\end{bmatrix}$

又已知 $n\geq 0$ 时，$x(n)=0$ 和 $y(n)=8(-1)^n-5(-2)^n$

（零输入响应）

$$\mathbf{Y}_{zi}(z)=\frac{8z}{z+1}-\frac{5z}{z+2}=\frac{3z^2+11z}{z^2+3z+2}$$

$$\boldsymbol{\Phi}(z)=(z\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}z=\begin{bmatrix} z-1 & 2 \\ -a & z-b \end{bmatrix}^{-1}z=\frac{1}{(z-1)(z-b)+2a}\begin{bmatrix} z(z-b) & -2z \\ az & z(z-1) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Y}_{zi}(z)=\mathbf{C}\boldsymbol{\Phi}(z)\boldsymbol{\lambda}(0)$$

$$=\frac{1}{(z-1)(z-b)+2a}\begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} z(z-b) & -2z \\ az & z(z-1) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \lambda_1(0) \\ \lambda_2(0) \end{bmatrix}$$

$$=\frac{(z^2+7z)\lambda_1(0)+(z^2-3z)\lambda_2(0)}{z^2-(b+1)z+b+2a}$$

$$=\frac{(\lambda_1(0)+\lambda_2(0))z^2+(7\lambda_1(0)-3\lambda_2(0))z}{z^2-(b+1)z+b+2a}$$

$$=\frac{3z^2+11z}{z^2+3z+2}$$

解得$a=3, b=-4, \lambda_1(0)=2, \lambda_2(0)=1$

2） $$\boldsymbol{\Phi}(z)=\frac{1}{(z+1)(z+2)}\begin{bmatrix} z(z+4) & -2z \\ 3z & z(z-1) \end{bmatrix}$$

则 $$\boldsymbol{\Lambda}_{zi}(z)=\boldsymbol{\Phi}(z)\boldsymbol{\lambda}(0)$$

$$=\frac{1}{(z+1)(z+2)}\begin{bmatrix} z(z+4) & -2z \\ 3z & z(z-1) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$=\frac{1}{(z+1)(z+2)}\begin{bmatrix} z(2z+6) \\ z(z+5) \end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} \dfrac{4z}{z+1}-\dfrac{2z}{z+2} \\ \dfrac{4z}{z+1}-\dfrac{3z}{z+2} \end{bmatrix} \quad (|z|>2)$$

$$\boldsymbol{\lambda}_{zi}(n)=\begin{bmatrix} \lambda_1(n) \\ \lambda_2(n) \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 4(-1)^n-2(-2)^n \\ 4(-1)^n-3(-2)^n \end{bmatrix} \quad (n\geq 0)$$

解法二：时域法

1) 已知 $n \ge 0$时，$x(n)=0$和$y(n)=8(-1)^n-5(-2)^n$（零输入响应）

故$y(n)$是系统的齐次解，并且特征根为 $\lambda_1=-1, \lambda_2=-2$

$\mathbf{A}$ 的特征方程为$|\lambda\mathbf{I}-\mathbf{A}|=\begin{vmatrix} \lambda-1 & 2 \\ -a & \lambda-b \end{vmatrix}=(\lambda-1)(\lambda-b)+2a=0$

将$\lambda_1=-1, \lambda_2=-2$代入得

$$\begin{cases} -2(-1-b)+2a=0 \\ -3(-2-b)+2a=0 \end{cases}$$

解得$a=3, b=-4$

2) 因为特征根 $\lambda_1=-1, \lambda_2=-2$ ， 故可设

$$\begin{cases} \lambda_1(n)=A_1(-1)^n+B_1(-2)^n \\ \lambda_2(n)=A_2(-1)^n+B_2(-2)^n \end{cases}$$

状态方程为

$$\begin{bmatrix}\lambda_1(n+1)\\ \lambda_2(n+1)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & -2\\ 3 & -4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\lambda_1(n)\\ \lambda_2(n)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1\\ 0\end{bmatrix}x(n)$$

因为$n\geq 0$时，$x(n)=0$

$$\begin{bmatrix}\lambda_1(n+1)\\ \lambda_2(n+1)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & -2\\ 3 & -4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\lambda_1(n)\\ \lambda_2(n)\end{bmatrix}$$

故有 $$\begin{bmatrix}A_1(-1)^{n+1}+B_1(-2)^{n+1}\\ A_2(-1)^{n+1}+B_2(-2)^{n+1}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & -2\\ 3 & -4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}A_1(-1)^{n}+B_1(-2)^{n}\\ A_2(-1)^{n}+B_2(-2)^{n}\end{bmatrix}$$

于是 $\begin{cases}-A_1=A_1-2A_2\\ -2B_1=B_1-2B_2\end{cases}$ $\begin{cases}-A_2=3A_1-4A_2\\ -2B_2=3B_1-4B_2\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}A_1=A_2\\ B_1=\dfrac{2}{3}B_2\end{cases}$

又由 $y(n)=\begin{bmatrix}1 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\lambda_1(n)\\ \lambda_2(n)\end{bmatrix}=(A_1+A_2)(-1)^n+(B_1+B_2)(-2)^n$

$$=2A_2(-1)^n+\frac{5}{3}B_2(-2)^n=8(-1)^n-5(-2)^n$$

得$A_2=4, B_2=-3$

所以$A_1=4, B_1=-2$

$\lambda_1(n)$和$\lambda_2(n)$的闭式解分别为

$$\lambda_1(n)=4(-1)^n-2(-2)^n \quad (n\geq 0)$$

$$\lambda_2(n)=4(-1)^n-3(-2)^n \quad (n\geq 0)$$

12.6.1 线性变换下状态方程的特性

按线性空间不同基底的变换关系，设一组状态变量$\boldsymbol{\lambda}$与另一组状态变量$\boldsymbol{\gamma}$ 之间有

$$\begin{cases} \gamma_1 = p_{11}\lambda_1 + p_{12}\lambda_2 + \cdots + p_{1k}\lambda_k \\ \gamma_2 = p_{21}\lambda_1 + p_{22}\lambda_2 + \cdots + p_{2k}\lambda_k \\ \cdots \\ \gamma_k = p_{k1}\lambda_1 + p_{k2}\lambda_2 + \cdots + p_{kk}\lambda_k \end{cases}$$

矢量形式

$$\boldsymbol{\gamma} = \mathbf{P}\boldsymbol{\lambda}, \quad \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{P}^{-1}\boldsymbol{\gamma}$$

$$\boldsymbol{\lambda} \xrightarrow{\text{线性变换}} \boldsymbol{\gamma}$$

其中$\boldsymbol{\gamma}$和$\boldsymbol{\lambda}$为列矢量

$$\boldsymbol{\gamma} = \begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \vdots \\ \gamma_k \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{\lambda} = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_k \end{bmatrix} \qquad \mathbf{P} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1k} \\ p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2k} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ p_{k1} & p_{k2} & \cdots & p_{kk} \end{bmatrix}$$

12.6 状态矢量的线性变换

设原基底下状态方程表示为 $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\lambda}(t)=\mathbf{A}\boldsymbol{\lambda}(t)+\mathbf{B}\mathbf{x}(t)$

$$\boldsymbol{\gamma}=\mathbf{P}\boldsymbol{\lambda},\quad \boldsymbol{\lambda}=\mathbf{P}^{-1}\boldsymbol{\gamma}$$

$$\mathbf{P}^{-1}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\gamma}(t)=\mathbf{A}\mathbf{P}^{-1}\boldsymbol{\gamma}(t)+\mathbf{B}\mathbf{x}(t)$$

$$\begin{cases}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\gamma}(t)=\mathbf{P}\mathbf{A}\mathbf{P}^{-1}\boldsymbol{\gamma}(t)+\mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{x}(t)=\hat{\mathbf{A}}\boldsymbol{\gamma}(t)+\hat{\mathbf{B}}\mathbf{x}(t)\\ \mathbf{y}(t)=\mathbf{C}\boldsymbol{\lambda}(t)+\mathbf{D}\mathbf{x}(t)=\mathbf{C}\mathbf{P}^{-1}\boldsymbol{\gamma}(t)+\mathbf{D}\mathbf{x}(t)=\hat{\mathbf{C}}\boldsymbol{\gamma}(t)+\hat{\mathbf{D}}\mathbf{x}(t)\end{cases}$$

原矩阵系数 $\mathbf{A},\mathbf{B},\mathbf{C},\mathbf{D}$

新矩阵系数 $\hat{\mathbf{A}},\hat{\mathbf{B}},\hat{\mathbf{C}},\hat{\mathbf{D}}$

$$\boxed{\begin{cases}\hat{\mathbf{A}}=\mathbf{P}\mathbf{A}\mathbf{P}^{-1}\\ \hat{\mathbf{B}}=\mathbf{P}\mathbf{B}\\ \hat{\mathbf{C}}=\mathbf{C}\mathbf{P}^{-1}\\ \hat{\mathbf{D}}=\mathbf{D}\end{cases}}$$

12.6.2 系统转移函数阵在线性变换下的不变性

状态方程和系统转移函数是描述系统的两种方法。当状态矢量用不同基底表示时，并不影响系统的物理本质，因此对同一系统不同状态变量的选择，系统转移函数不变：

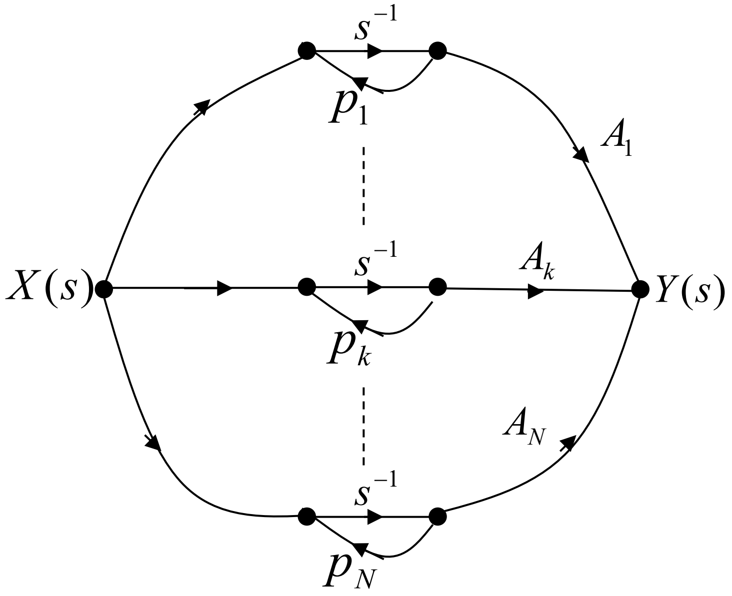
$$\hat{\mathbf{H}}(s)=\hat{\mathbf{C}}\left(s\mathbf{I}-\hat{\mathbf{A}}\right)^{-1}\hat{\mathbf{B}}+\hat{\mathbf{D}}=\mathbf{C}\left(s\mathbf{I}-\mathbf{A}\right)^{-1}\mathbf{B}+\mathbf{D}$$

状态矢量线性变换的特性同样适用于离散系统。

12.6.3 A矩阵的对角化

在线性变换中，使A矩阵对角化是很有用的变换，这对应并联系统结构形式，状态变量之间互不影响，因而可以独立研究系统参数对状态变量的影响。

$$H(s)=\frac{N(s)}{D(s)}=\sum_{k=1}^{N}\frac{A_k}{s-p_k}$$



由线性代数的分析可知，A矩阵的对角化实际上就是以A矩阵的特征矢量作为基底的变换。因而把A矩阵对角化所需要的线性变换就是寻求A矩阵的特征矢量，以此构建变换阵P，即可把状态变量相互之间分离。

12.6.4 由状态方程判断系统的稳定性

用系统转移函数来描述系统时，系统的转移函数由转移函数的分母特征根位置来定出。如果给定状态方程，A矩阵对角化后其对角元素是A矩阵的特征值，特征值决定了系统的自由运动情况。因此可根据A矩阵的特征值来判断系统的稳定情况。

1、连续系统稳定性的判断

稳定系统：A的特征值 $\mathrm{Re}[\alpha_i]<0$

这需要解方程 $|a\mathbf{I}-\mathbf{A}|=0$

而转移函数分母的特征多项式为 $|s\mathbf{I}-\mathbf{A}|=0$

此方程的根在s平面上的位置决定了系统的稳定情况，当特征根落在s平面的左半平面，可确定系统为稳定的。

2、离散系统稳定性的判断

对于离散系统，系统稳定要求A矩阵的特征根位于单位圆内，即

$$\left|a_i\right| < 1$$

和连续系统相似，A矩阵的特征值和离散系统转移函数特征多项式的根位置相同，所以它们的判定准则也相同。

可控制性与可观测性是线性系统的两个基本问题，它们与系统的稳定性一样，从不同侧面反映系统的特性。

12.7.1 系统的可控制性

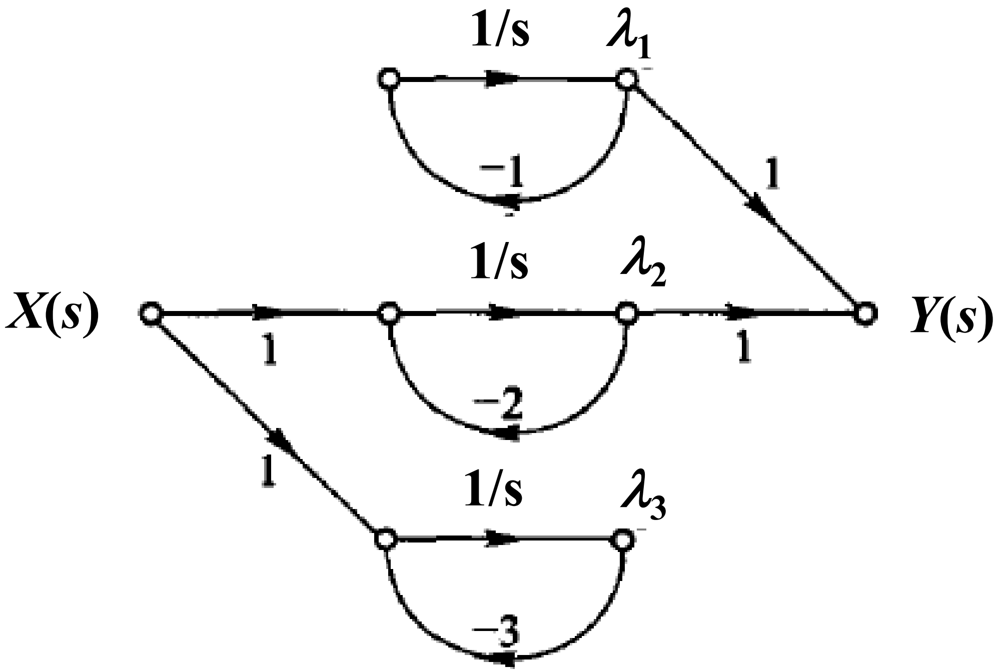
系统的可控制性，是指输入信号对系统内部状态的控制能力。

当系统用状态方程描述时，给定系统的初始状态值，若可以找到输入矢量(即控制矢量)能在有限的时间内把系统的所有状态引向状态空间的原点(即零状态)，则称该系统是完全可控系统。如果只对部分状态变量做到这一点，则称此系统是不完全可控系统。

如果在有限时间内能把系统从状态空间的原点(零状态)引向预先指定的状态，则称该系统是完全可达的系统。

对于线性时不变系统来说，可控性和可达性是一致的。

已知一个系统的信号流图由下图所示，输入变量可控制的状态变量有（）



A λ_1

B λ_2

C λ_3

Submit

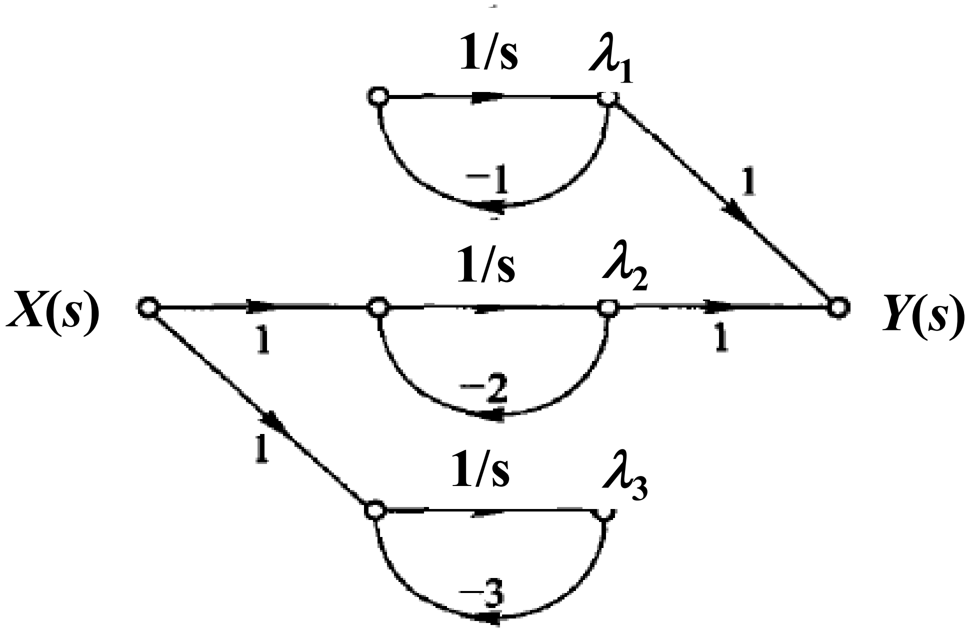
12.7 系统的可控制性和可观测性

状态变量λ_1 不可控。

状态变量λ_2和λ_3 可控。

此系统不完全可控。

$$A=\begin{pmatrix}-1 & 0 & 0\\ 0 & -2 & 0\\ 0 & 0 & -3\end{pmatrix}\qquad B=\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}$$



当A矩阵为对角阵时，B矩阵中的0元素行对应不可控因素。

1) 可控性判则一

若给定系统的状态方程，系数矩阵A为对角阵，或能通过非奇异矩阵P（模态矩阵)将它化为对角阵，如果这时控制矩阵$\hat{\mathbf{B}} = \mathbf{PB}$中没有任何一行元素全部为零，则该系统是可控制的。

2)可控性判则二

若连续系统有k个状态变量，其状态方程为 $\dot{\boldsymbol{\lambda}} = \mathbf{A}\boldsymbol{\lambda} + \mathbf{Bx}$

定义可控矩阵为

$$\mathbf{M} = [\mathbf{B} \vdots \mathbf{AB} \vdots \mathbf{A}^2\mathbf{B} \vdots \cdots \vdots \mathbf{A}^{k-1}\mathbf{B}]$$

欲使方程组存在k个唯一的确定解，系数矩阵M中k个列矢量必须线性无关，即M的秩为k。因此，连续系统可控的充要条件是M满秩，即

$$\text{rank } \mathbf{M} = k$$

12.7.2 系统的可观测性

系统的可观测性是指根据系统的输出量来确定系统状态的能力。即通过观察有限时间内的输出量，能否识别(或确定)系统的初始状态。

在给定有限时间内可根据系统的输出唯一确定系统的所有初始状态，则称系统完全可观测；若只能确定部分初始状态，则此系统不完全可观测。

1） 可观测性判则一

若连续系统具有各不相同的特征根，给定系统的状态方程中系数矩阵A为对角阵，或能通过非奇异矩阵P将它化为对角阵(此时各状态变量间没有任何联系），此系统完全可观测的充分必要条件是矩阵$\hat{\mathbf{C}}=\mathbf{C}\mathbf{P}^{-1}$中没有任何一列元素全部为零。

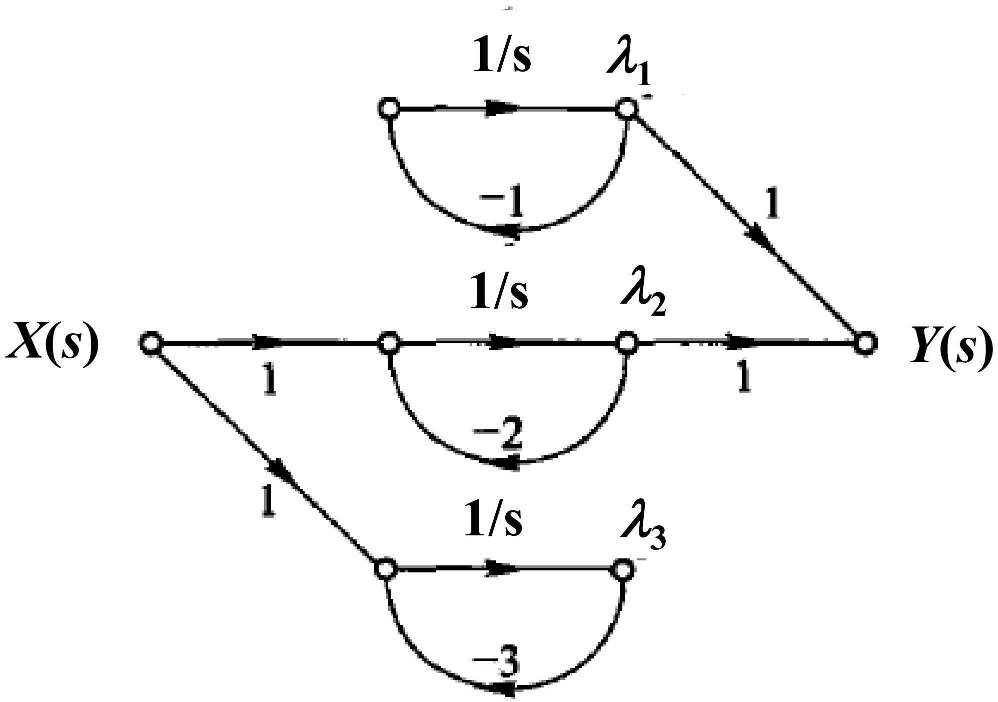
 Setting

已知一个系统的信号流图由下图所示，可观测的状态变量有（）

A λ_1

B λ_2

C λ_3



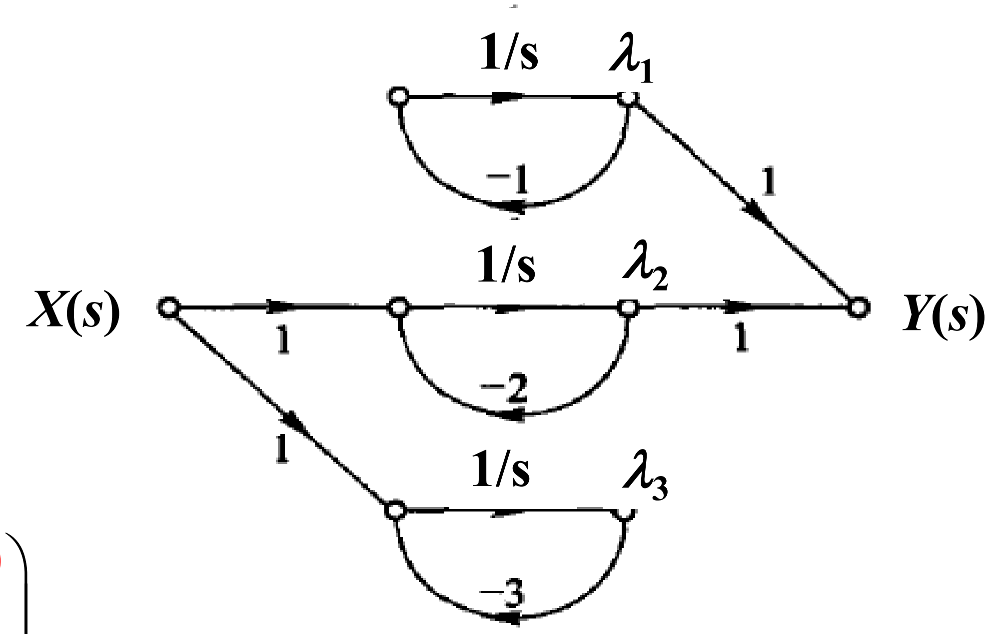
Submit

状态变量λ_1可观不可控。

状态变量λ_3可控不可观。

状态变量λ_2可控可观。

此系统不完全可控，不完全可观。



$$A=\begin{pmatrix}-1 & 0 & 0\\ 0 & -2 & 0\\ 0 & 0 & -3\end{pmatrix} \qquad B=\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}$$

$$C=\begin{pmatrix}1 & 1 & 0\end{pmatrix} \qquad D=0$$

当A矩阵为对角阵时，B矩阵中的0元素行对应不可控因素， C矩阵中的0元素列对应不可观因素。

2） 可观测性判则二

定义可观测矩阵

$$\mathbf{N}=\begin{bmatrix}\mathbf{C}\\ \mathbf{CA}\\ \mathbf{CA}^2\\ \vdots\\ \mathbf{CA}^{k\text{-}1}\end{bmatrix}$$

系统完全可观测的充要条件是N满秩，即

$$\operatorname{rank}\mathbf{N}=k$$

上述判则对离散系统同样有效。

判断正误：系统转移函数能够全面地描述一个系统，包括不可控和不可观部分。

A 正确

B 错误

提交

12.7.3 系统函数与可控制性、可观测性

在采用输入-输出描述法描述系统时，输出量通过微分方程(或差分方程)直接与输入量相联系，系统函数表征了在这种描述时的系统特性。

应用系统函数考虑系统的可控制性和可观测性的主要步骤：

1） 检查系统的可控制性和可观测性；

2） 求可控与可观测的状态变量的个数；

3） 求系统的系统函数。

如果系统函数有零极点相消现象，消去的部分必定是不可控或不可观部分，留下的部分是可控或可观的部分。所以转移函数只反映了系统中可控可观那部分的运动规律，对系统的描述不全面。用状态方程和输出方程描述系统的运动更全面、详尽。

例12-15：给定线性时不变系统的状态方程和输出方程

$$\begin{cases}\dot{\lambda}(t)=\mathbf{A}\boldsymbol{\lambda}(t)+\mathbf{B}e(t)\\ r(t)=\mathbf{C}\boldsymbol{\lambda}(t)\end{cases}\text{其中 }\mathbf{A}=\begin{bmatrix}-2&2&-1\\0&-2&0\\1&-4&0\end{bmatrix}\ \mathbf{B}=\begin{bmatrix}0\\1\\1\end{bmatrix}\ \mathbf{C}=[1\quad 0\quad 0]$$

1)检查该系统的可控性和可观性；2)求系统的转移函数。

解：1) $\mathbf{M}=(\mathbf{B}\vdots\mathbf{AB}\vdots\mathbf{A}^2\mathbf{B})$

$$=\left(\begin{bmatrix}0\\1\\1\end{bmatrix}\vdots\begin{bmatrix}-2&2&-1\\0&-2&0\\1&-4&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0\\1\\1\end{bmatrix}\vdots\begin{bmatrix}2&2&-1\\0&-2&0\\1&-4&0\end{bmatrix}^2\begin{bmatrix}0\\1\\1\end{bmatrix}\right)$$

$$=\begin{bmatrix}0&1&-2\\1&-2&4\\1&-4&9\end{bmatrix}$$

M满秩，故系统可控

$$\mathbf{N}=\begin{bmatrix}\mathbf{C}\\ \cdots\\ \mathbf{CA}\\ \cdots\\ \mathbf{CA}^2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1&0&0\\-2&2&-1\\3&-4&2\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}1&0&0\\3&-4&2\\3&-4&2\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}1&0&0\\3&-4&2\\0&0&0\end{bmatrix}$$

N的秩为2，不满秩，故系统不可观。

2）由状态方程可得

$$\mathbf{H}(s)=\mathbf{C}(s\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}\mathbf{B}+\mathbf{D}=\begin{bmatrix}1&0&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}s+2&-2&1\\0&s+2&0\\-1&4&s\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}0\\1\\1\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}1&0&0\end{bmatrix}\frac{1}{(s+2)(s+1)^2}\begin{bmatrix}s(s+2)&2(s+2)&-(s+2)\\0&(s+1)^2&0\\s+2&-(4s+6)&(s+2)^2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0\\1\\1\end{bmatrix}=\frac{1}{(s+1)^2}$$

有零极点相消

线性时不变系统的分析方法总结

从系统的数学描述方法来分：

- **输入、输出分析法**：一个n阶微（差）分方程，适合于单输入单输出系统**（第二、三、四、七、八章）**
- **状态变量分析法**：n个一阶微（差）分方程组，适合于多输入多输出系统**（第十二章）**

从系统数学模型求解方法来分：

- **时域分析法**：不经过任何变换，在时域中直接求解响**（第二、七章）**
- **变换域分析法**：将信号和系统模型的时间函数变换成相应某变换域的函数，如**傅里叶变换（第三、五章）、拉普拉斯变换（第四章）、Z变换（第八章）**等。

作业

基础题：12-11，12-12。
加强题：12-14，12-19。