

第一章 信号与系统的基本概念

1.1 引论

1.2 信号分类和典型信号

1.3 信号的运算

1.4 奇异信号

1.5 信号的分解

1.6 系统模型及其分类

1.7 线性时不变系统

1.8 系统分析方法

消息 (Message): 待传送的一种以收发双方事先约定的方式组成的符号, 如语言、文字、图像、数据等。

信息 (Information): 所接收到的消息中获取的未知内容。

信号 (Signal): 一种物理量（电、光、声）的变化。信息的载体。

电信号: 与消息（语言、文字、图像、数据）相对应的变化的电流或电压, 或电容上的电荷、电感中的磁通等。

信号处理技术广泛应用于通信、制造业、国防等领域。

1.2.1 信号的分类

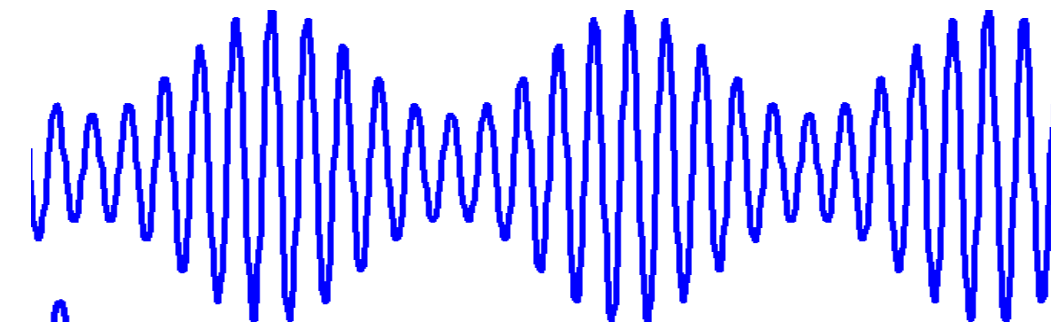
1. 确定性信号与随机性信号

确定性信号--对于确定的时刻，信号有确定的数值与之对应。

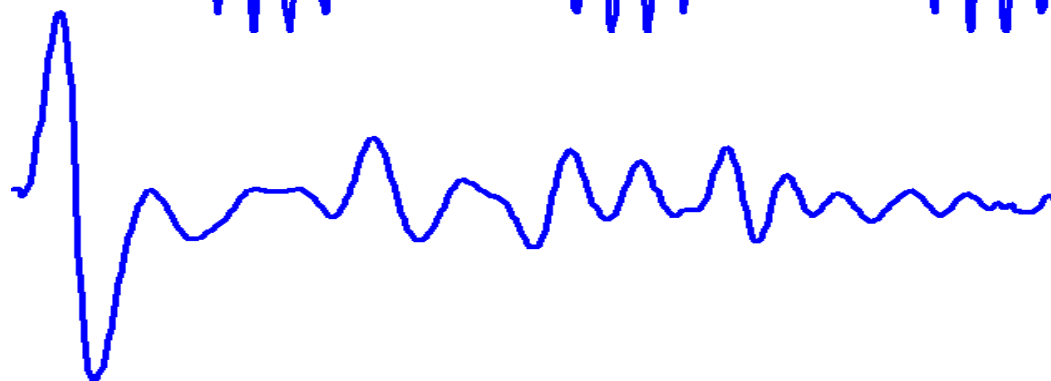
随机信号--不可预知的信号，如噪声。

确定性信号

$$S(t) = (2 + \cos \omega t) \cos (10\omega t)$$



随机性信号



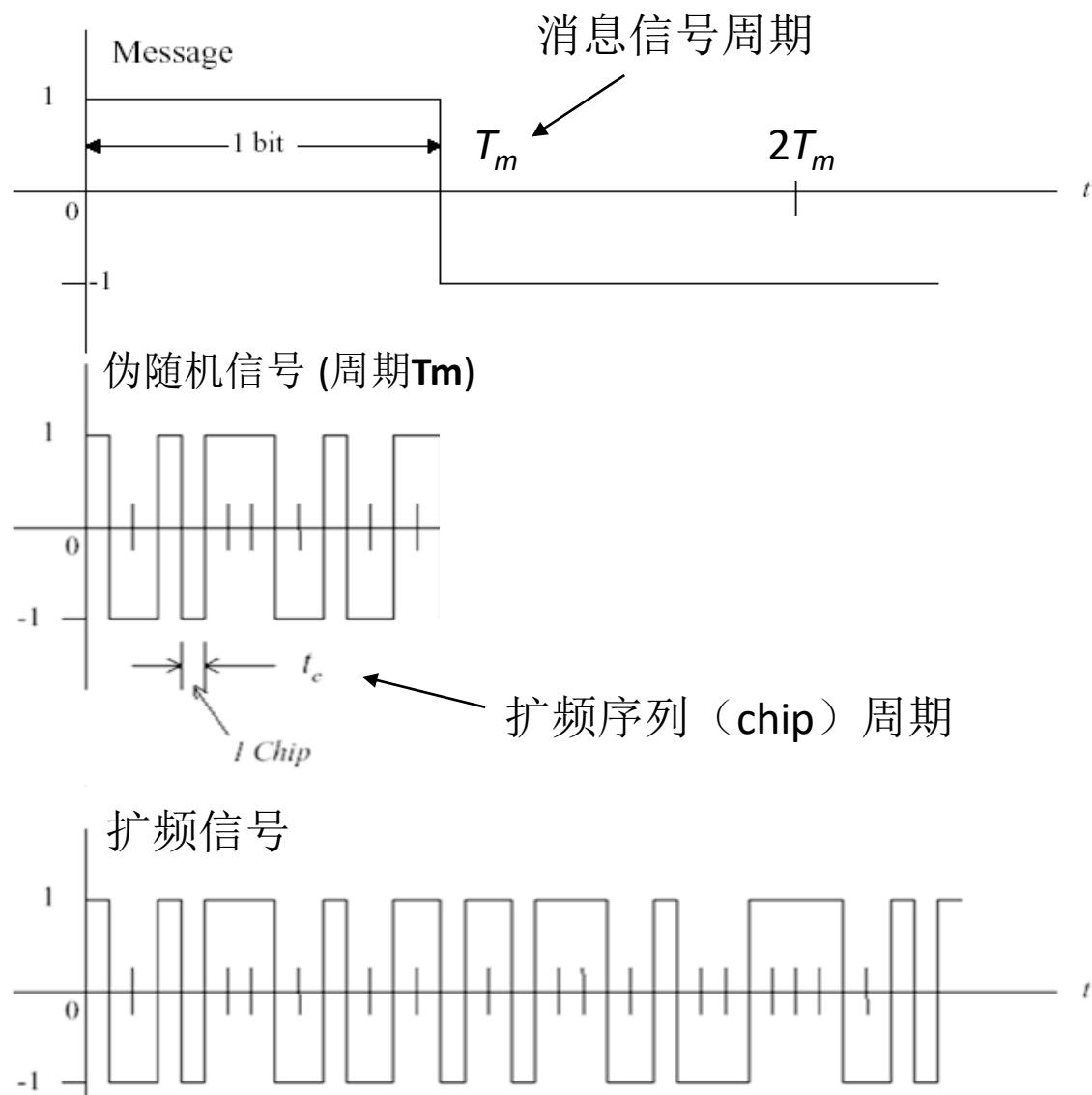
2. 周期信号与非周期信号

周期信号：依一定时间间隔周而复始，而且是无始无终的信号。基本周期为 T 的信号-- $f(t)=f(t+T)$ 对所有 t

非周期信号：时间上不满足周而复始特性的信号。

伪随机信号是周期信号

扩频通信



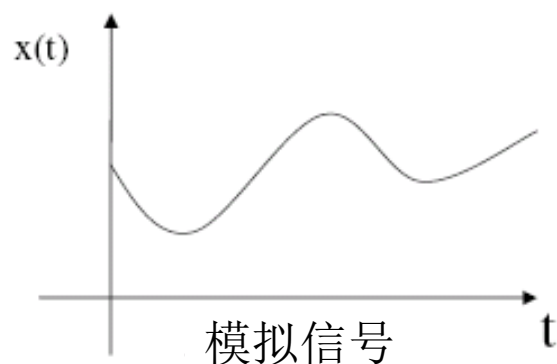
3. 连续时间信号与离散时间信号

连续时间信号：如果在所讨论的时间间隔内，对于任意时间值（除若干不连续点外），都可给出确定的函数值。

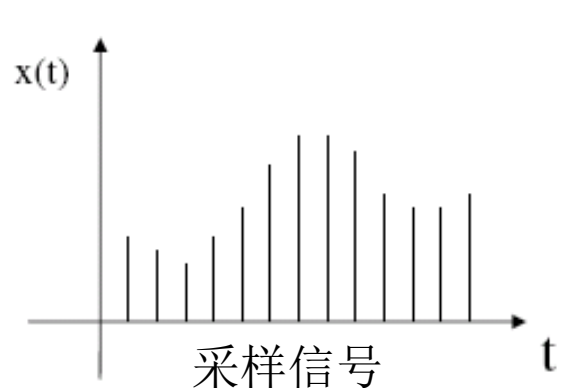
离散时间信号：在时间的离散点上信号才有值与之对应，其它时间无定义。

离散信号 { **抽样信号**：时间不连续、幅度连续
数字信号：时间不连续、幅度也不连续

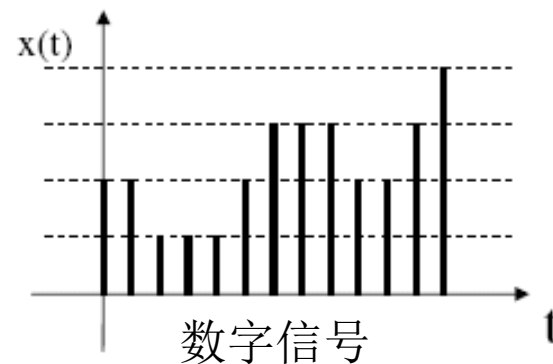
连续时间，连续幅度



离散时间，连续幅度



离散时间，离散幅度

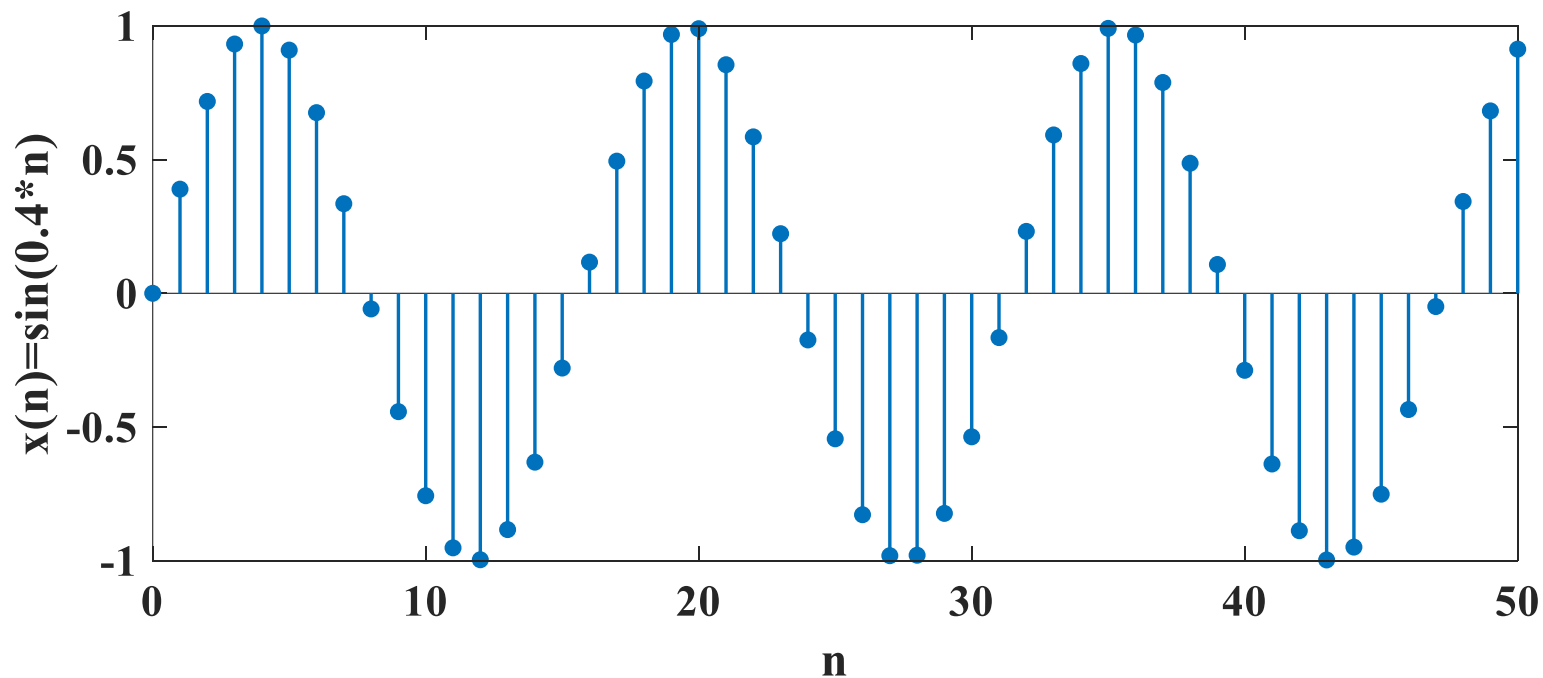


$\cos(n\pi)$ 和 $\sin(0.4n)$ 分别为

- ☐ A 抽样信号，抽样信号
- ☐ B 抽样信号，数字信号
- ☒ C 数字信号，抽样信号
- ☐ D 数字信号，数字信号

提交

对正弦信号 $x(t) = \sin(0.4t)$ 抽样后得到 $x(n) = \sin(0.4n)$ 。若 $x(n)$ 为周期信号，则有整数 N 使得 $\sin(0.4n) = \sin[0.4(n + N)]$ 成立。可得 $0.4N = 2k\pi$ ，即 $N = 5k\pi$ （ k 为整数）， N 为无理数，出现矛盾。此 $x(n)$ 为非周期信号。幅度的取值非有限个数，只是抽样信号，不是数字信号。



4. 能量信号与功率信号 （教材6.5节）

在整个时间域内，实信号 $f(t)$ 的

能量 $E = \lim_{T_0 \rightarrow \infty} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} f^2(t) dt$

平均功率 $P = \lim_{T_0 \rightarrow \infty} \frac{1}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} f^2(t) dt$

① $0 < E < \infty$ (有限值) $P = 0$ ← 能量 (有限) 信号

② $0 < P < \infty$ (有限值) $E = \infty$ ← 功率 (有限) 信号

①一般周期信号为功率信号。

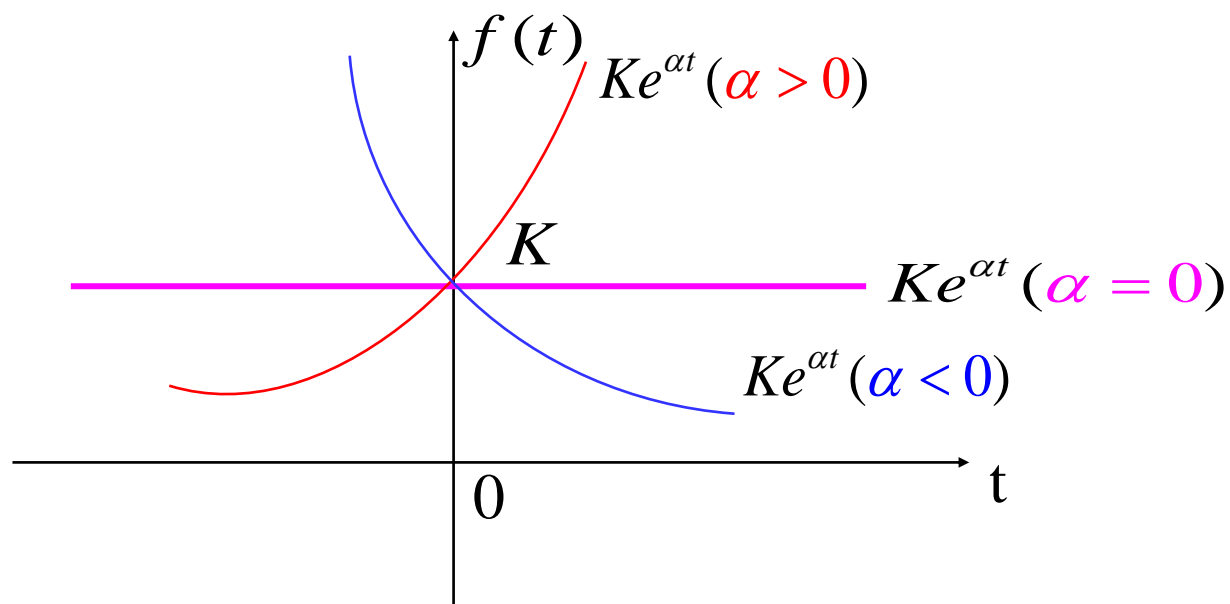
②非周期信号，在有限区间有值，为能量信号。

③还有一些非周期信号是非能量信号。

1.2.2 典型信号

1. 指数信号(Exponential Signal)

表达式为 $f(t) = Ke^{\alpha t}$

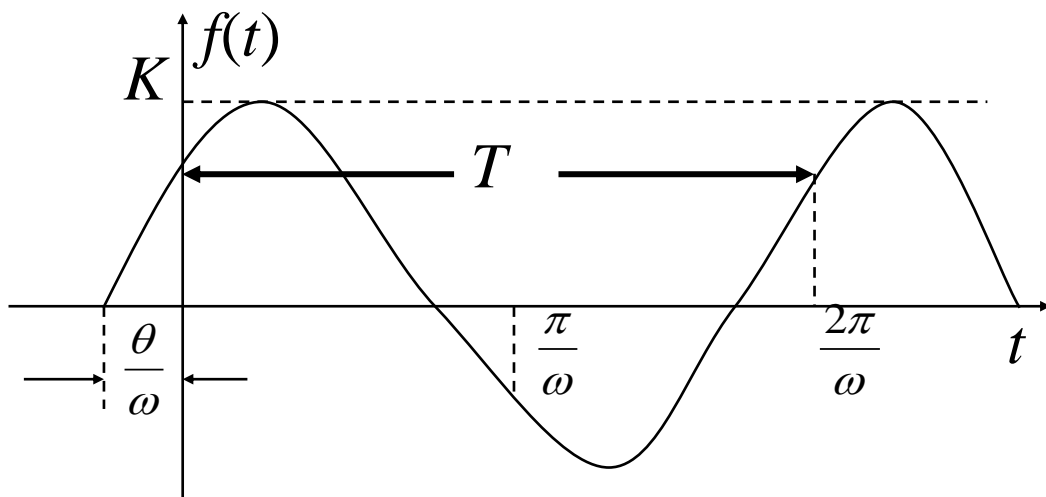


指数函数对时间的微分和积分仍然是指数形式。

2. 正弦信号 (Sinusoidal Signal)

正弦信号和余弦信号二者仅在相位上相差 $\frac{\pi}{2}$ ，统称为正弦信号，一般写作

$$f(t) = K \sin(\omega t + \theta)$$



$$e^{j\omega t} = \cos \omega t + j \sin \omega t$$

$$e^{-j\omega t} = \cos \omega t - j \sin \omega t$$

$$\sin \omega t = \frac{1}{2j} (e^{j\omega t} - e^{-j\omega t})$$

$$\cos \omega t = \frac{1}{2} (e^{j\omega t} + e^{-j\omega t})$$

3. 复指数信号

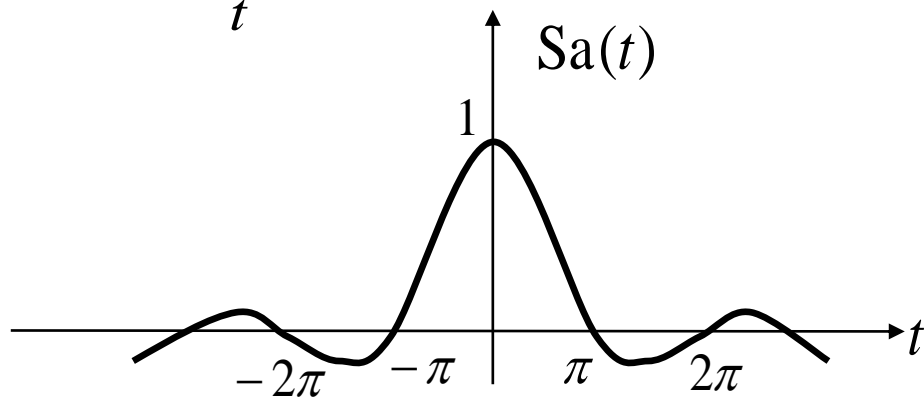
如果指数信号的指数因子为一复数，则称为复指数信号，表示为

$$f(t) = Ke^{st} = Ke^{(\sigma + j\omega)t} = Ke^{\sigma t} \cos \omega t + jKe^{\sigma t} \sin \omega t$$

4. $\text{Sa}(t)$ 函数（抽样函数）

所谓抽样函数是指 $\sin t$ 与 t 之比构成的函数，以符号 $\text{Sa}(t)$ 表示为

$$\text{Sa}(t) = \frac{\sin t}{t}$$



(1) $\text{Sa}(t)$ 是偶函数，在 t 正负两方向振幅都逐渐衰减。

$$(2) \int_0^{\infty} \text{Sa}(t) dt = \frac{\pi}{2}$$

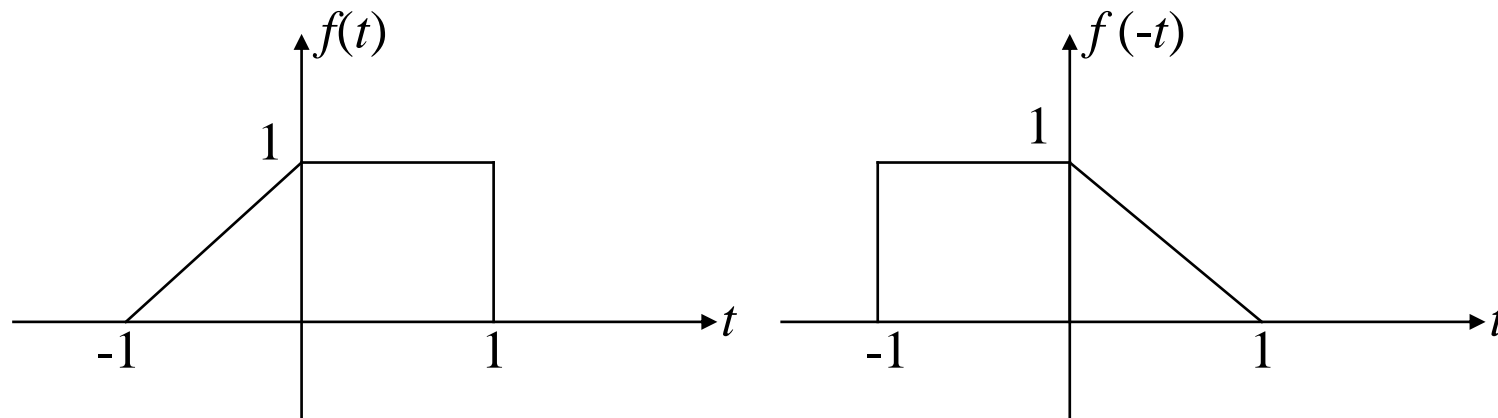
$$\int_{-\infty}^{\infty} \text{Sa}(t) dt = \pi$$

信号的反褶、时移、尺度变换运算

1. 反褶运算

$$f(t) \rightarrow f(-t)$$

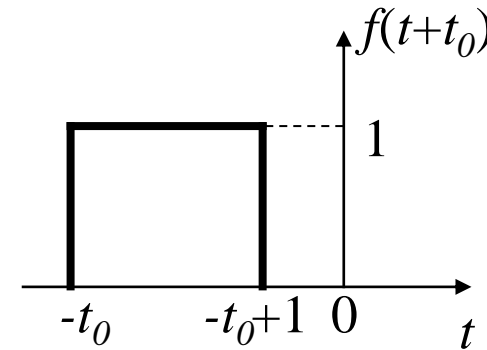
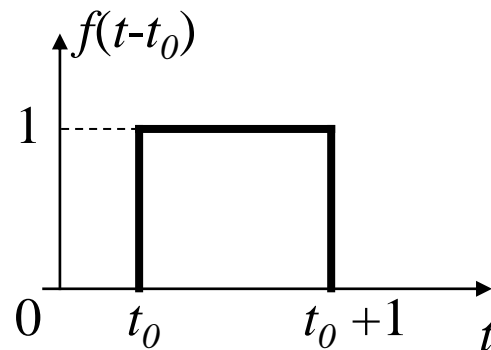
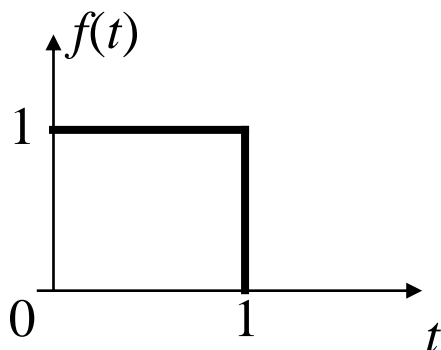
以 $t=0$ 为轴反褶



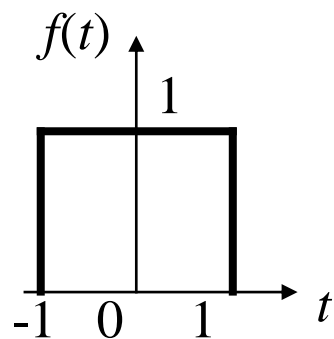
2. 时移运算

$$f(t) \rightarrow f(t-t_0)$$

$t_0 > 0$ 时, $f(t)$ 在 t 轴上整体右移; $t_0 < 0$ 时, $f(t)$ 在 t 轴上整体左移。

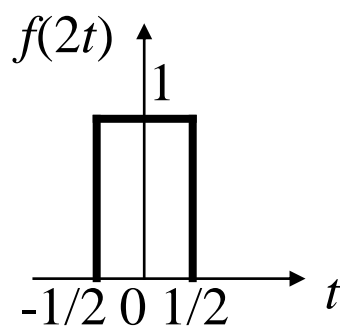


3. 尺度变换运算



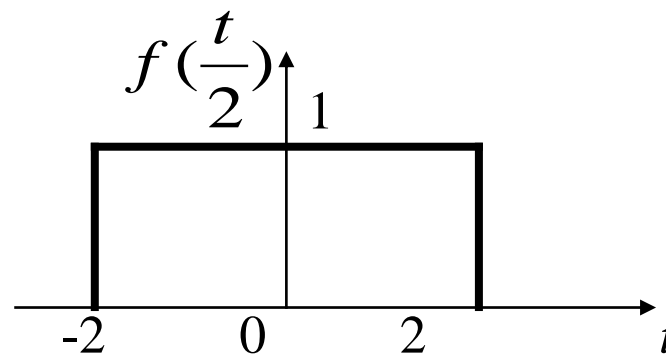
$$f(t) \rightarrow f(2t)$$

压缩



$$f(t) \rightarrow f\left(\frac{t}{2}\right)$$

扩展



信号的微分与积分运算

1. 微分运算

信号 $f(t)$ 的微分 $f'(t)$ 仍然是一个信号，它表示信号随时间变化的变化率。微分运算突出信号的变化部分。

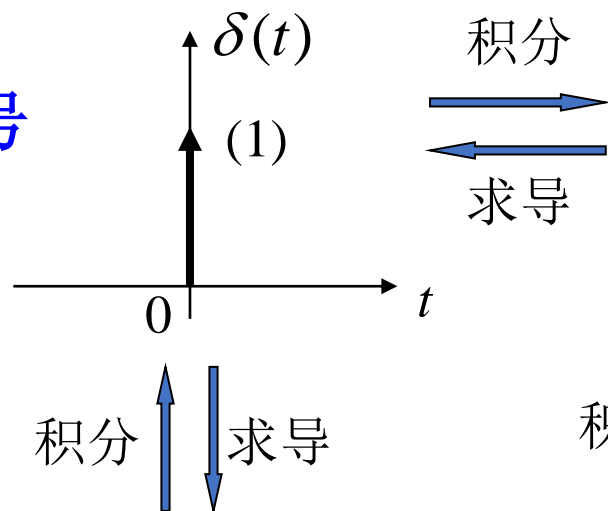
2. 积分运算

信号 $f(t)$ 的积分 $\int_{-\infty}^t f(\tau) d\tau$ ，也可写作 $f^{(-1)}(t)$ ，仍然是一个信号，它在任意时刻的值等于从 $-\infty$ 到 t 区间内 $f(t)$ 与时间轴所包围的面积。

积分运算使信号的突变部分变得平滑，可削弱毛刺（噪声）的影响。

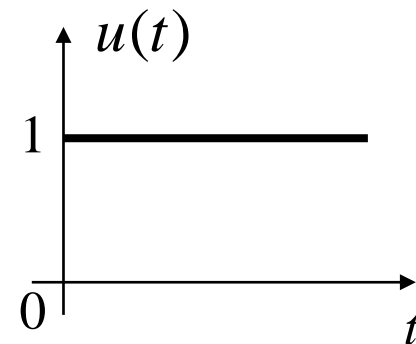
在信号与系统分析中，经常要遇到函数本身有不连续点或其导数与积分有不连续点的情况，这类函数统称为奇异函数或奇异信号。

单位冲激信号



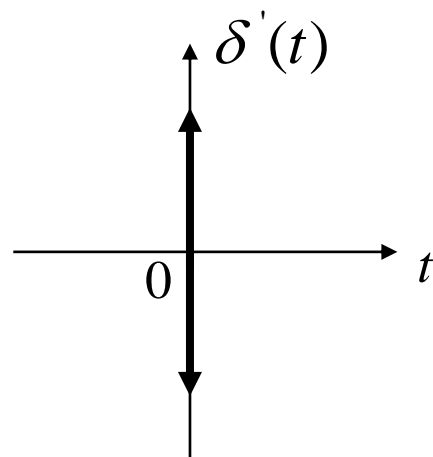
单位阶跃信号

单边特性，某些脉冲信号可以用阶跃信号来表示。

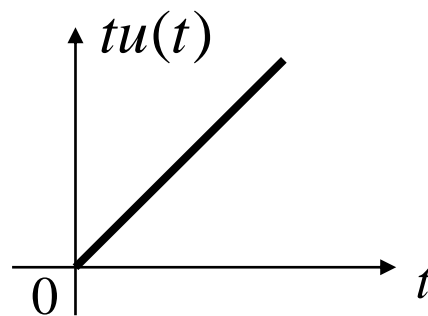


冲激偶信号

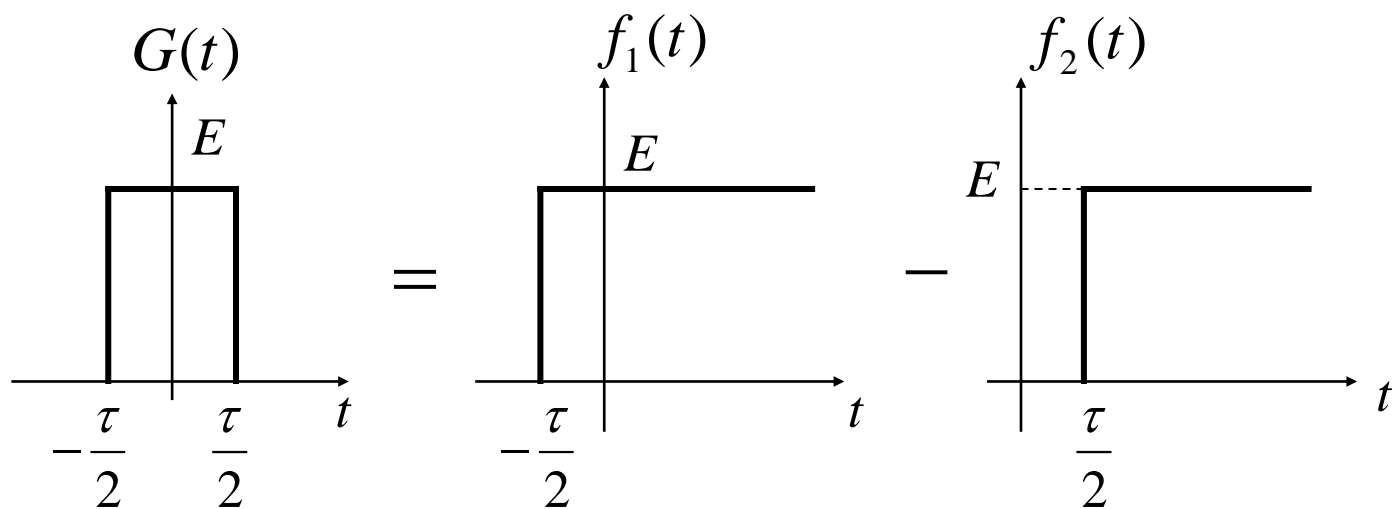
奇函数



单位斜变信号



$u(t)$ 的性质: 单边特性, 即 $f(t)u(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ f(t) & t > 0 \end{cases}$

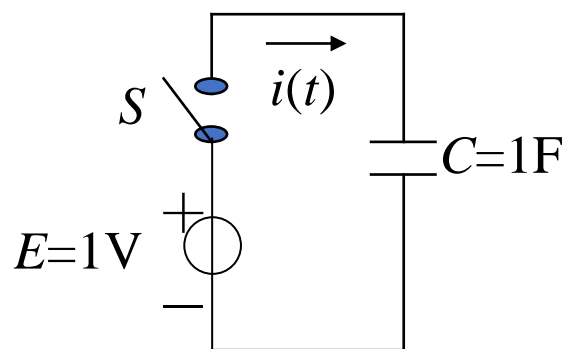


矩形脉冲 $G(t)$ 可表示为

$$G(t) = f_1(t) - f_2(t) = E[u(t + \frac{\tau}{2}) - u(t - \frac{\tau}{2})]$$

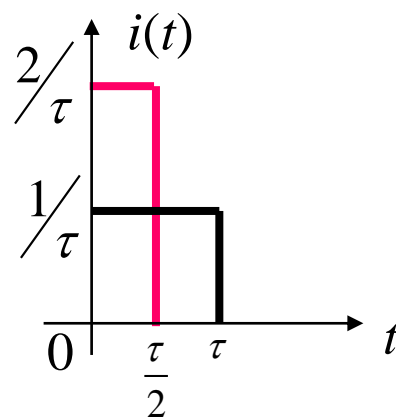
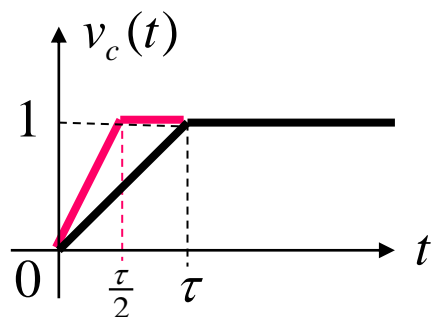
1.4.3 单位冲激信号 $\delta(t)$

我们先从物理概念上理解如何产生冲激函数 $\delta(t)$ 。

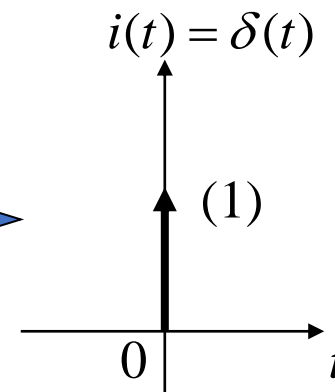


例：图中假设 S 、 E 、 C 都是理想元件（内阻为0），当 $t=0$ 时 S 闭合，求回路电流 $i(t)$ 。

$$i(t) = C \frac{dv_c(t)}{dt}$$



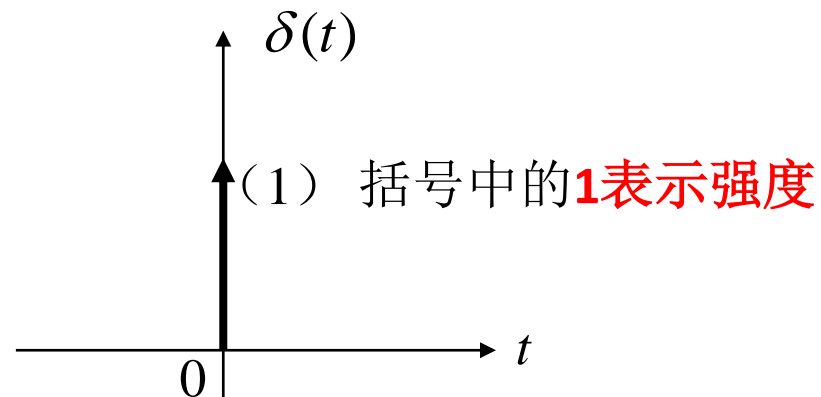
$\tau \rightarrow 0$



1. $\delta(t)$ 的定义方法

1) 用表达式定义

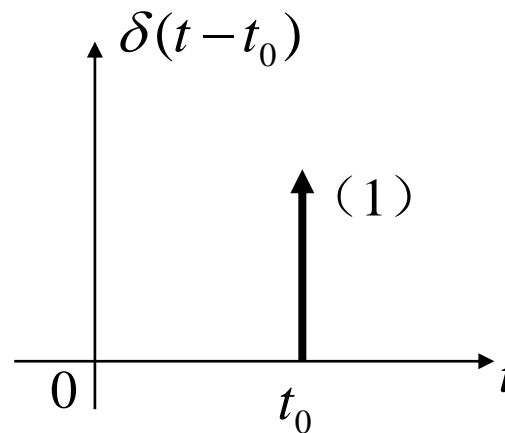
$$\begin{cases} \delta(t) = 0 & (t \neq 0) \\ \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1 \end{cases}$$



这种定义方式是狄拉克提出来的，因此， $\delta(t)$ 又称为狄拉克（Dirac）函数。

同理可以定义 $\delta(t-t_0)$ ，即

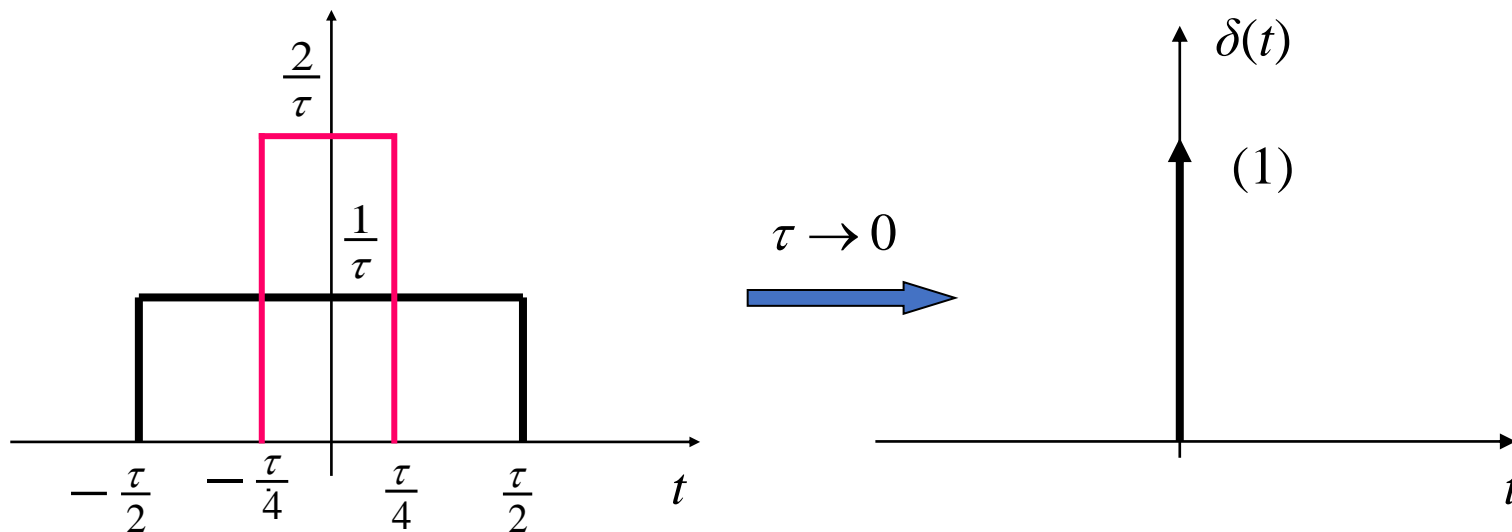
$$\begin{cases} \delta(t-t_0) = 0 & (t \neq t_0) \\ \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-t_0) dt = 1 \end{cases}$$



2) 用极限定义

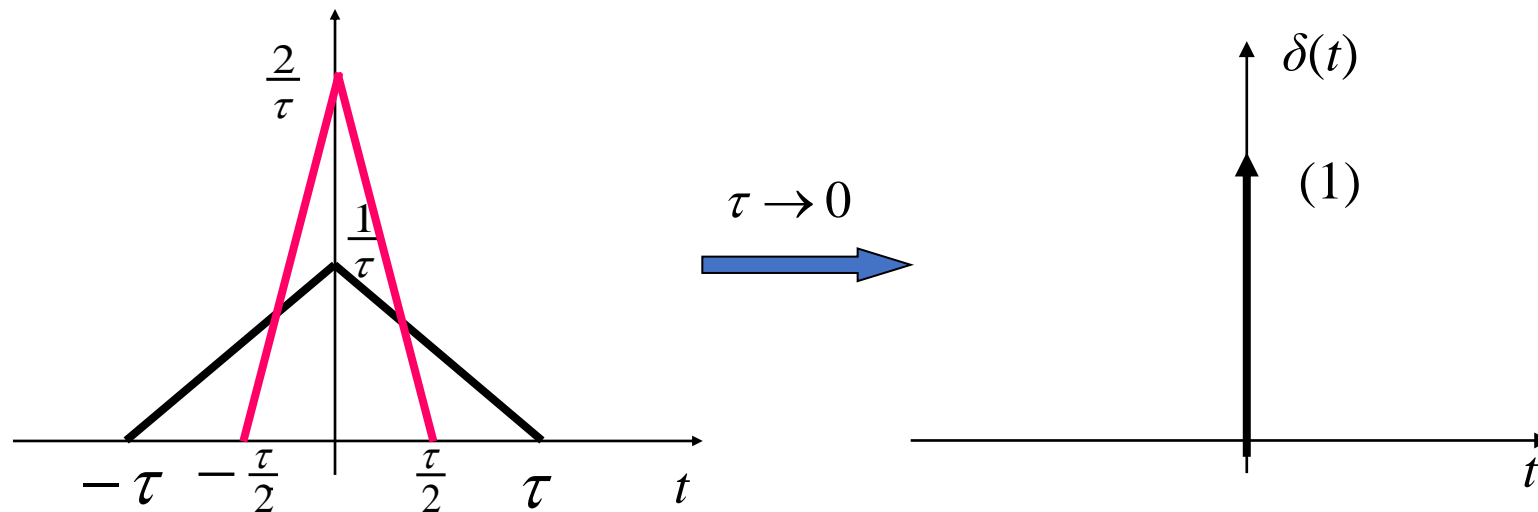
我们可以用各种规则函数系列求极限的方法来定义 $\delta(t)$ 。

例如：(a) 用矩形脉冲取极限定义



$$\delta(t) = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{1}{\tau} \left[u\left(t + \frac{\tau}{2}\right) - u\left(t - \frac{\tau}{2}\right) \right]$$

(b) 用三角脉冲取极限定义



$$\delta(t) = \lim_{\tau \rightarrow 0} \left\{ \frac{1}{\tau} \left(1 - \frac{|t|}{\tau} \right) [u(t + \tau) - u(t - \tau)] \right\}$$

2. 冲激函数的性质

1) 取样特性

$$f(t)\delta(t) = f(0)\delta(t) \quad (1)$$

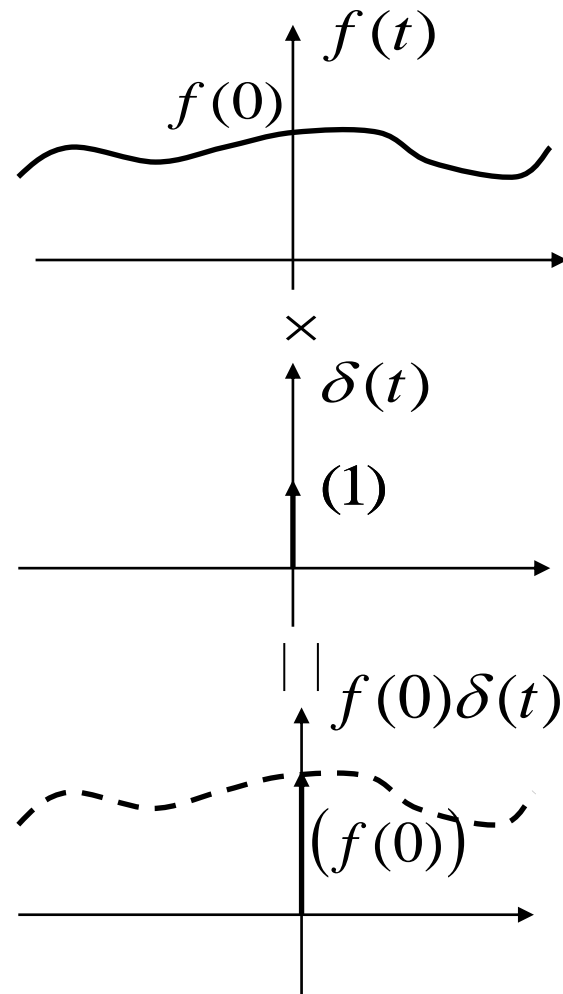
$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)f(t)dt = f(0)\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)dt = f(0) \quad (2)$$

$$f(t)\delta(t-t_0) = f(t_0)\delta(t-t_0) \quad (3)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-t_0)f(t)dt = f(t_0) \quad (4)$$

综合式 (2) 和式 (4)，可得出如下结论：

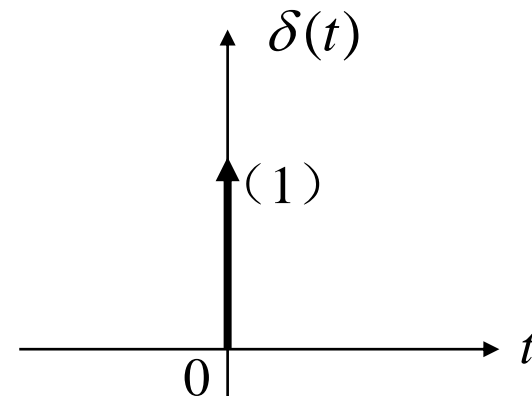
冲激函数可以把冲激所在位置处的函数值抽取（筛选）出来。



2) $\delta(t)$ 是偶函数, 即 $\delta(t) = \delta(-t)$

$$3) \int_{-\infty}^t \delta(\tau) d\tau = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t > 0 \end{cases} = u(t)$$

$$\int_{-\infty}^t \delta(\tau - t_0) d\tau = u(t - t_0)$$



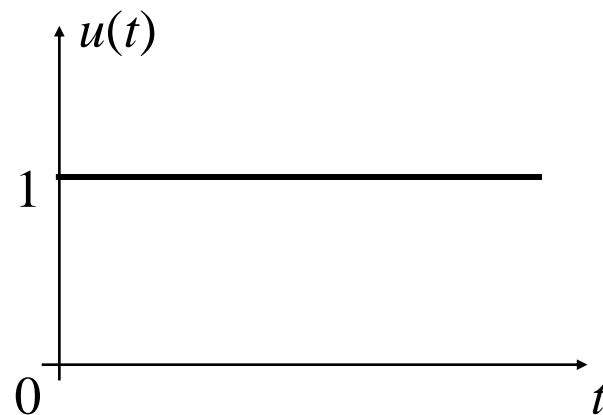
$u(t)$ 与 $\delta(t)$ 的关系:

$$\int_{-\infty}^t \delta(\tau) d\tau = u(t)$$

$$\frac{d}{dt} u(t) = \delta(t)$$

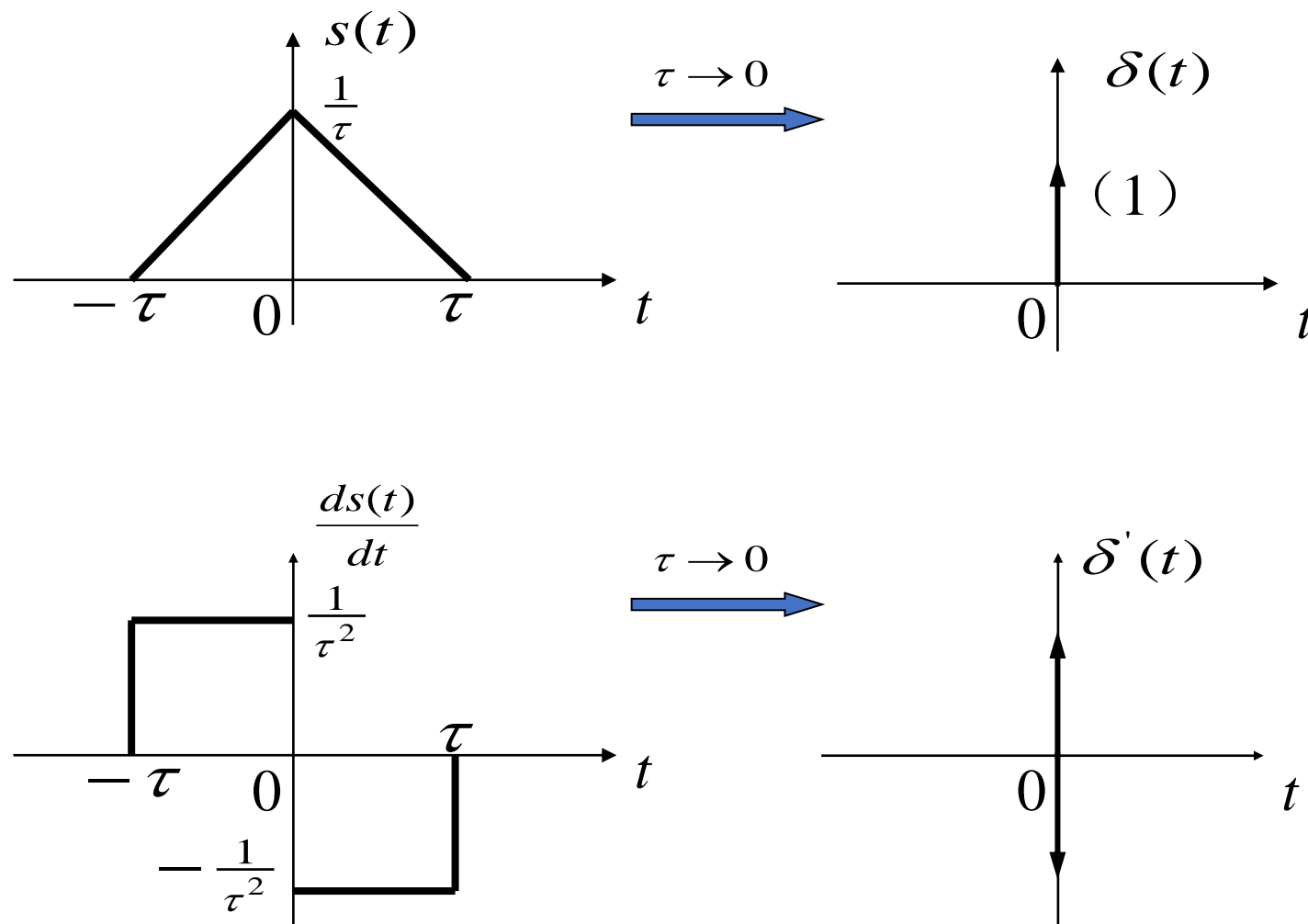
$$\int_{-\infty}^t \delta(\tau - t_0) d\tau = u(t - t_0)$$

$$\frac{d}{dt} u(t - t_0) = \delta(t - t_0)$$



1.4.4 冲激偶函数

冲激函数的微分（阶跃函数的二阶导数）将呈现正、负极性的一对冲激，称为冲激偶函数，以 $\delta'(t)$ 表示。



冲激偶的性质

1) 冲激偶是奇函数, 即 $\delta'(-t) = -\delta'(t)$

$$2) \quad \int_{-\infty}^{\infty} \delta'(t) f(t) dt = -f'(0)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta'(t - t_0) f(t) dt = -f'(t_0)$$

$$3) \quad \int_{-\infty}^{\infty} \delta'(t) dt = 0$$

求解 $f(t) = \frac{d}{dt} [e^{-2t} u(t)]$ 。

- ☐ A $e^{-2t} \delta(t)$
- ☒ B $\delta(t) - 2e^{-2t} u(t)$
- ☐ C $-2e^{-2t} \delta(t)$
- ☐ D $\delta'(t) - 2e^{-2t} u(t)$

本次课内容

- 1.5 信号的分解
- 1.6 系统模型及其分类
- 1.7 线性时不变系统
- 1.8 系统分析方法

本次课目标

1. 掌握任意信号分解为脉冲分量的方法；
2. 了解系统不同的分类方法；
3. 能准确判断系统的**线性、时变性、因果性**；
4. 初步了解系统的分析方法。

第一章 信号与系统的基本概念

- 1.1 引论
- 1.2 信号分类和典型信号
- 1.3 信号的运算
- 1.4 奇异信号
- 1.5 信号的分解
- 1.6 系统模型及其分类
- 1.7 线性时不变系统
- 1.8 系统分析方法

1.5.1 任意信号分解为偶分量与奇分量之和

偶分量定义为 $f_e(t) = f_e(-t)$

奇分量定义为 $f_o(t) = -f_o(-t)$

任意信号可分解为偶分量与奇分量之和，即

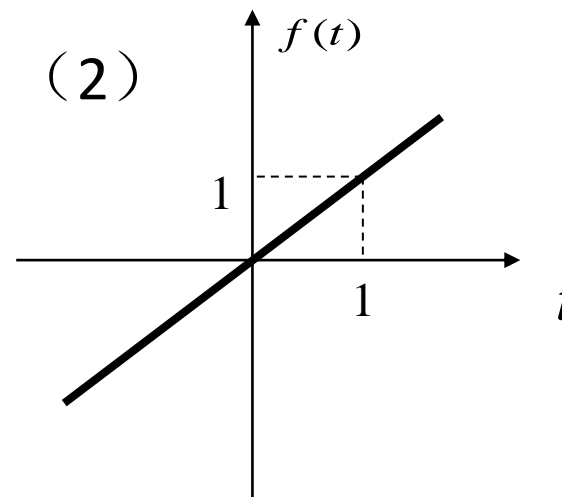
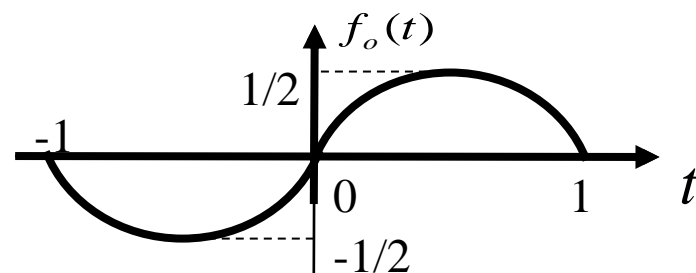
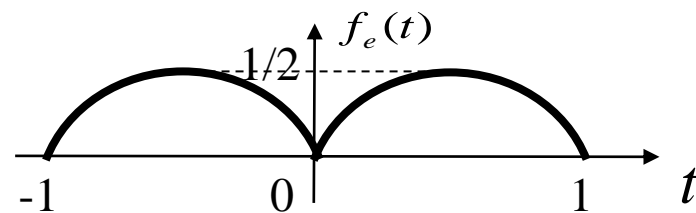
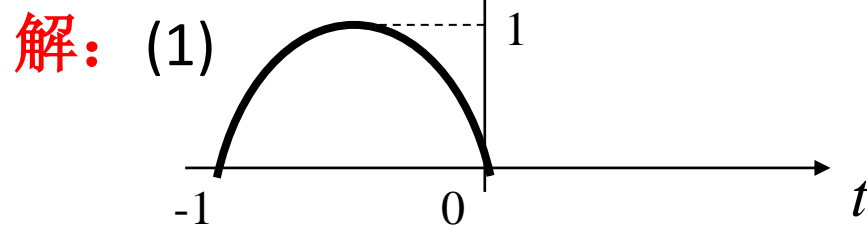
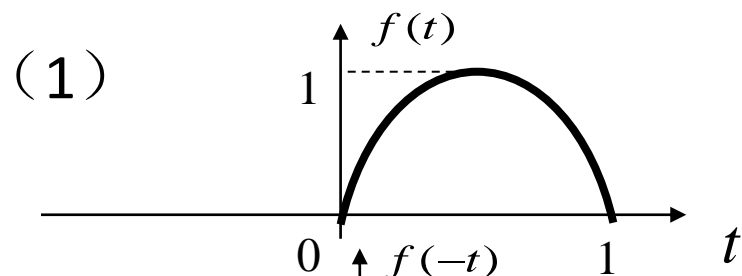
$$f(t) = f_e(t) + f_o(t) \quad (1)$$

$$f(-t) = f_e(t) - f_o(t) \quad (2)$$

$$(1) + (2): \quad f_e(t) = \frac{1}{2}[f(t) + f(-t)]$$

$$(1) - (2): \quad f_o(t) = \frac{1}{2}[f(t) - f(-t)]$$

例1-9: 求解下图信号的偶分量与奇分量。



(2) 该信号为奇信号。所以

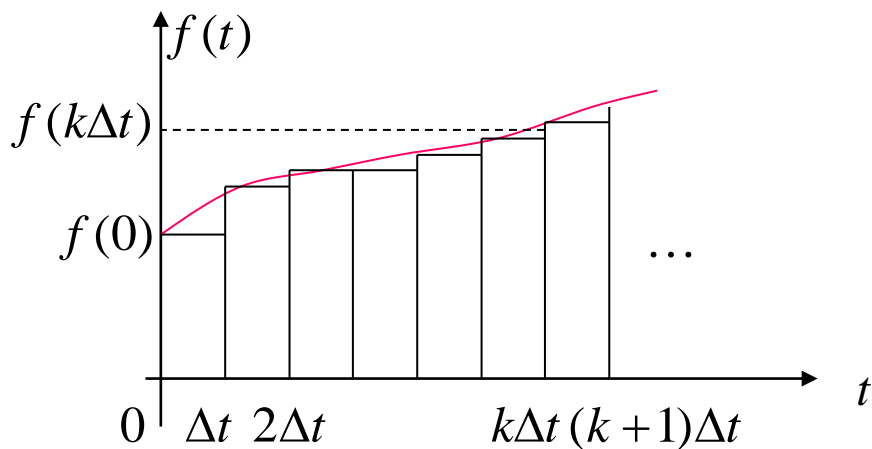
$$f_o(t) = f(t)$$

$$f_e(t) = 0$$

1.5.2 任意信号分解为脉冲分量

一个信号可近似分解为许多脉冲分量之和。这里又分为两种情况，一是分解为矩形窄脉冲分量，窄脉冲组合的极限就是冲激信号的迭加；另一种情况是分解为阶跃信号分量的迭加。

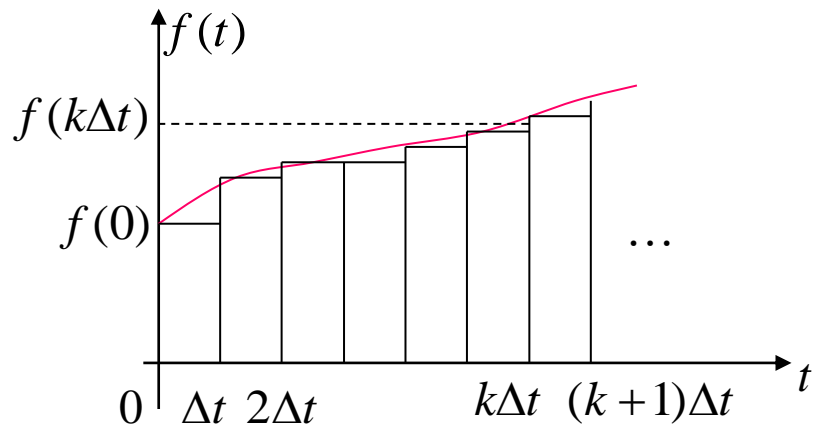
任意信号分解为冲激信号的迭加



当 $t = 0$ 时，第一个矩形脉冲为

$$f(0)[u(t) - u(t - \Delta t)]$$

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{f(0)[u(t) - u(t - \Delta t)]}{\Delta t} \Delta t = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} f(0)\delta(t)\Delta t$$



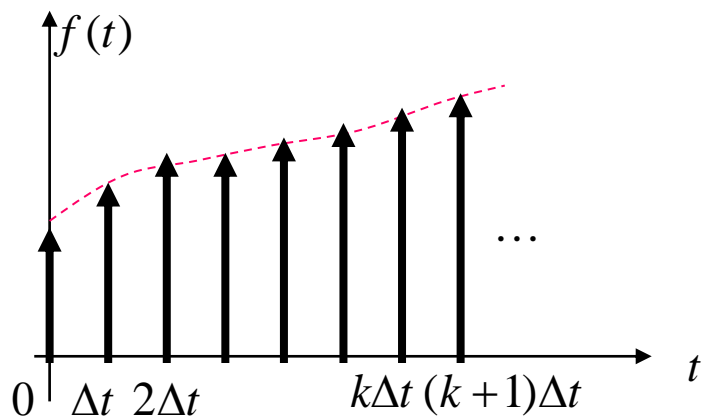
当 $t = k\Delta t$ 时，第 $k+1$ 个矩形脉冲为

$$f(k\Delta t)\{u(t - k\Delta t) - u[t - (k + 1)\Delta t]\}$$

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} f(k\Delta t) \frac{\{u(t - k\Delta t) - u[t - (k + 1)\Delta t]\}}{\Delta t} \Delta t$$

$$= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} f(k\Delta t) \delta(t - k\Delta t) \Delta t$$

将上述 $0 \sim n$ 个矩形脉冲迭加，就得到 $f(t)$ 的表达式，即



$$f(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \sum_{k=0}^n f(k\Delta t) \delta(t - k\Delta t) \Delta t$$

当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时， $\Delta t \rightarrow d\tau$, $k\Delta t \rightarrow \tau$, $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \sum_{k=0}^n \rightarrow \int_{0^-}^t$

$$f(t) = \int_{0^-}^t f(\tau) \delta(t - \tau) d\tau$$

1.5.3 任意信号分解成正交函数分量

如果用正交函数集表示一个信号，那么，组成信号的各分量就是相互正交的。

例如，各次谐波的正弦与余弦信号构成的三角函数集就是正交函数集。任何周期信号 $f(t)$ 只要满足狄里赫利条件，就可以由这些三角函数的线性组合来表示，称为 $f(t)$ 的三角形式的傅里叶级数。同理， $f(t)$ 还可以展开成指数形式的傅里叶级数。（第三章内容）

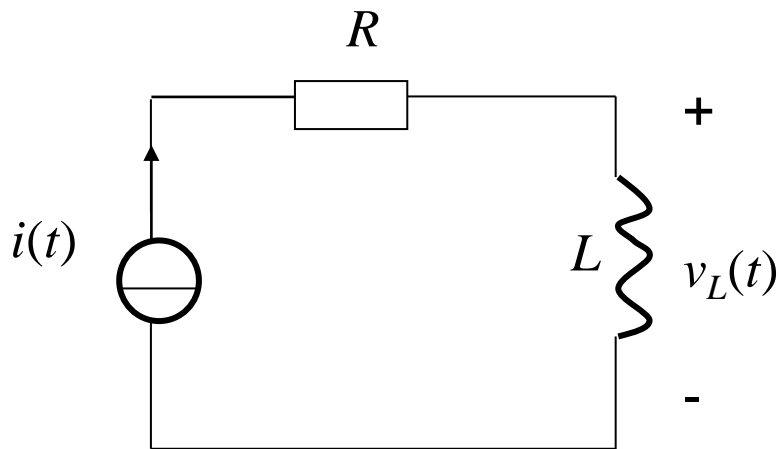
第一章 信号与系统的基本概念

- 1.1 引论
- 1.2 信号分类和典型信号
- 1.3 信号的运算
- 1.4 奇异信号
- 1.5 信号的分解
- 1.6 系统模型及其分类**
- 1.7 线性时不变系统
- 1.8 系统分析方法

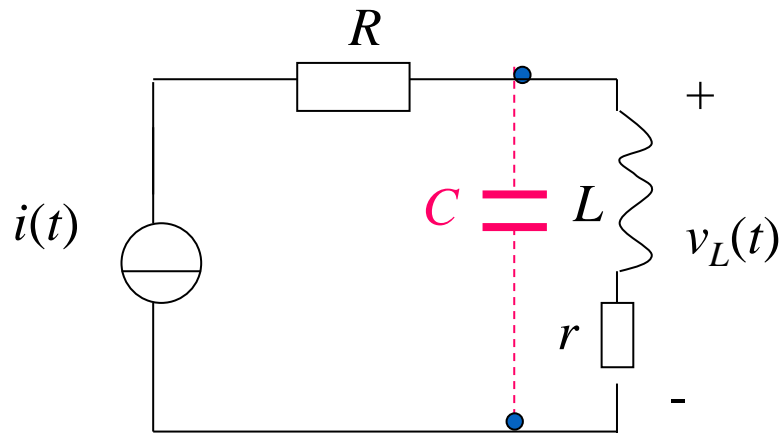
系统的定义

- 由若干个相互关联又相互作用的事物组合而成，具有某种或某些特定功能的整体。如通信系统、雷达系统等。系统的概念不仅适用于自然科学的各个领域，而且还适用于社会科学。如政治结构、经济组织等。
- 众多领域各不相同的系统都有一个共同点，即所有的系统总是对施加于它的信号(即系统的**输入信号**，也可称**激励**)作出响应，产生出另外的信号(即系统的**输出信号**，也可称**响应**)。系统的功能就体现在什么样的输入信号产生怎样的输出信号。
- 每个系统都有各自的**数学模型**。

1.6.1 系统的数学模型

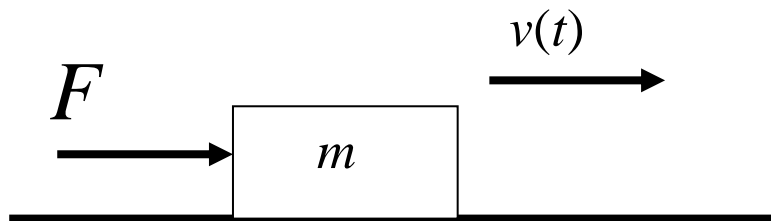


$$v_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt} = L \frac{di(t)}{dt}$$



$$v_L(t) = L \frac{di(t)}{dt} + ri(t)$$

对于同一物理系统，在不同条件之下，可得到不同形式的数学模型。



$$F = ma = m \frac{dv(t)}{dt} \quad \longleftrightarrow \quad v_L(t) = L \frac{di(t)}{dt}$$

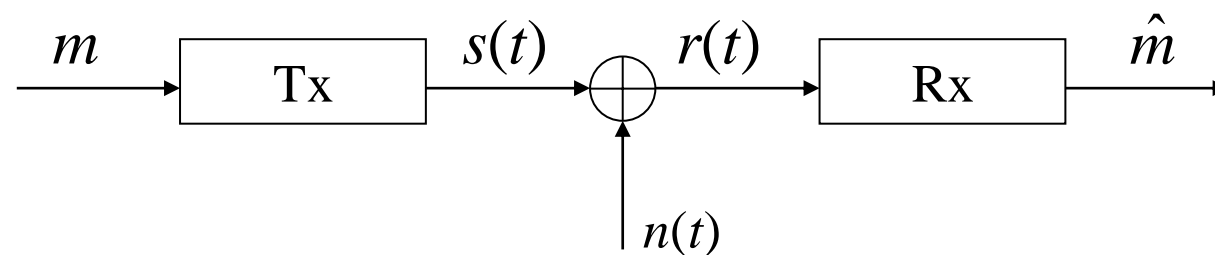
$$m \longleftrightarrow L \quad F \longleftrightarrow v_L(t) \quad v(t) \longleftrightarrow i(t)$$

两个不同的系统可能有相同的数学模型，甚至物理系统与非物理系统也可能有相同的数学模型。将数学模型相同的系统称为相似系统。

通信系统

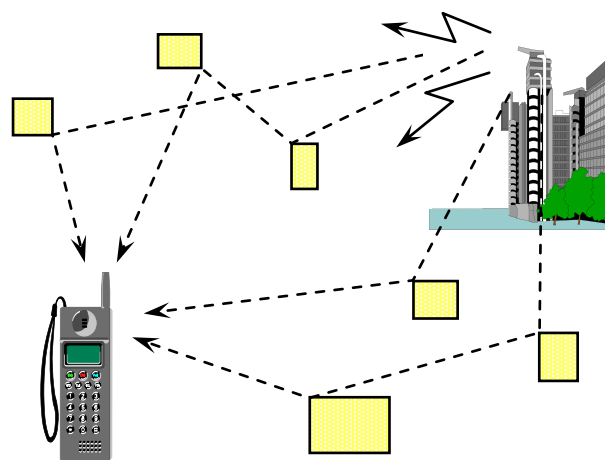


加性高斯白噪声信道

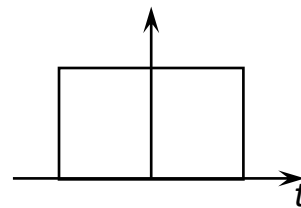


$$r(t) = s(t) + n(t)$$

多径信道

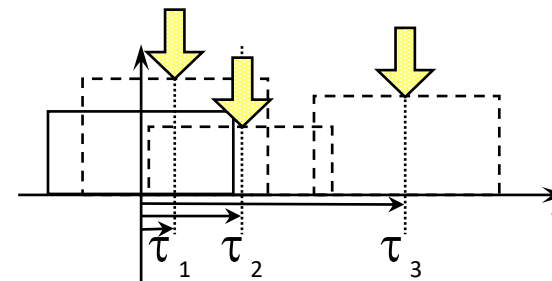


发射信号



码间串扰

接收信号



1.6.2 系统的分类

(1) 连续时间系统与离散时间系统

连续时间系统的数学模型是微分方程。

离散时间系统的数学模型是差分方程。

(2) 即时系统（无记忆系统）与动态系统（记忆系统）

即时系统数学模型是代数方程，如电阻电路。

动态系统数学模型是微分方程或差分方程，如RC,RL电路。

(3) 集总参数系统与分布参数系统

集总参数系统的数学模型是常微分方程。

分布参数系统的数学模型是偏微分方程。

(4) 线性系统与非线性系统

具有迭加性与均匀性(也称**齐次性**)的系统称为**线性系统**。

不满足叠加性或均匀性的系统称为**非线性系统**。

(5) 时变系统与时不变系统(非时变系统)

时变系统：系统的参数随时间变化。

时不变系统：系统的参数不随时间而变化。

(6) 单输入单输出系统与多输入多输出系统

单输入单输出系统：只接受一个激励信号，产生一个响应信号。

多输入多输出系统：系统激励信号与响应信号多于一个，例如，5G 的massive MIMO (multiple-input multiple-output) 系统。

(7) 可逆系统与不可逆系统

可逆系统：不同的激励产生不同的响应。

不可逆系统：不同的激励产生相同的响应。

对于每个可逆系统都存在一个“**逆系统**”，当原系统与此逆系统级联组合后,输出信号与输入信号相同。

例:

一个可逆系统: $r(t) = 3e(t)$

其逆系统为: $r(t) = e(t) / 3$

不可逆系统: $r(t) = e^2(t)$

(当激励 $e(t) = 1$ 和 $e(t) = -1$ 时, 响应 $r(t)$ 均为1。即不同激励产生相同响应。故为不可逆系统)。

第一章 信号与系统的基本概念

- 1.1 引论
- 1.2 信号分类和典型信号
- 1.3 信号的运算
- 1.4 奇异信号
- 1.5 信号的分解
- 1.6 系统模型及其分类
- 1.7 线性时不变系统**
- 1.8 系统分析方法

1.7.1 线性特性

线性包含叠加性与均匀（齐次）性。

1. 叠加性



$$\text{若 } x(t) = x_1(t) + x_2(t) \qquad y(t) = y_1(t) + y_2(t)$$

称系统满足叠加性。

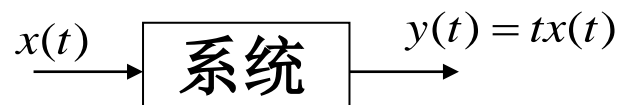
2. 齐次性

$$\text{若 } x(t) = ax_i(t) \qquad y(t) = ay_i(t)$$

称系统满足齐次性。

同时满足**叠加性**与**齐次性**的系统称为**线性系统**。

例1-10： 设某系统的输入输出之间的关系为： $y(t) = tx(t)$ 。判断该系统是否为线性系统。



解： $y_1(t) = tx_1(t)$ $y_2(t) = tx_2(t)$ $x(t) = x_1(t) + x_2(t)$

$$y(t) = t[x_1(t) + x_2(t)] = tx_1(t) + tx_2(t) = y_1(t) + y_2(t)$$

$$x(t) = ax_1(t) \qquad y(t) = tx(t) = atx_1(t) = ay_1(t)$$

$$x(t) = \sum_{k=1}^N a_k x_k(t)$$

$$y(t) = \sum_{k=1}^N a_k y_k(t)$$

设某系统的输入输出之间的关系为 $y(t) = ax(t) + b$ 。判断该系统是否为线性系统。

☐ A 是

☒ B 否

提交

例1-11： 设某系统的输入输出之间的关系为： $y(t) = ax(t) + b$ ($b \neq 0$)。判断该系统是否为线性系统。

解： $y_1(t) = ax_1(t) + b$ $y_2(t) = ax_2(t) + b$

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t)$$

$$y(t) = a[x_1(t) + x_2(t)] + b \neq y_1(t) + y_2(t)$$

系统**不满足叠加性**。而且

$$x(t) = cx_1(t) \quad y(t) = ax(t) + b = acx_1(t) + b \neq cy_1(t)$$

系统也**不满足齐次性**。

所以系统**不是线性系统**。

由**线性**，可以得到系统的一个结果是：在全部时间上系统输入为零，必然输出为零，即**零输入产生零输出**。

$$x(t) = \sum_{k=1}^N a_k x_k(t) = \sum_{k=1}^N 0 \cdot a_k = 0$$

$$y(t) = \sum_{k=1}^N a_k y_k(t) = \sum_{k=1}^N 0 \cdot a_k = 0$$

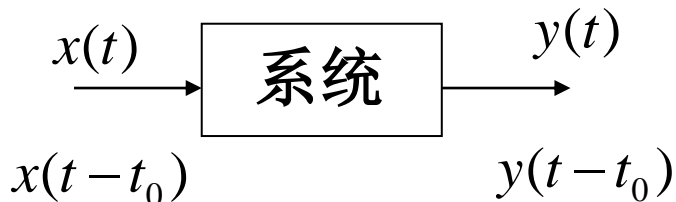
而

$$y(t) = ax(t) + b = a \cdot 0 + b = b$$

即在零输入时，系统输出不为零。这部分不为零的输出，称为系统的零输入响应。

1.7.2 时不变性

系统本身参数不随时间改变。
激励延迟，则响应也同样延迟。



例1-12: 判断满足下列输入输出之间的关系系统是否为时变系统:

(1) $y(t) = tx(t)$ (2) $y(t) = ax(t) + b$ 。

解: (1) $y_1(t) = tx(t - t_0) \neq y(t - t_0)$
 $y(t - t_0) = (t - t_0)x(t - t_0)$

所以系统是**时变**的。

(2) $y_1(t) = ax(t - t_0) + b = y(t - t_0)$

所以系统是**时不变**的。

设系统的输入输出之间的关系为 $y(t) = x(2t)$ 。判断其是否为时不变系统。

☐ A 时不变

☒ B 时变

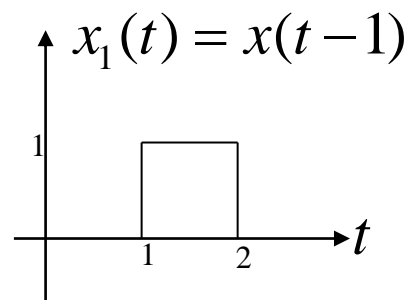
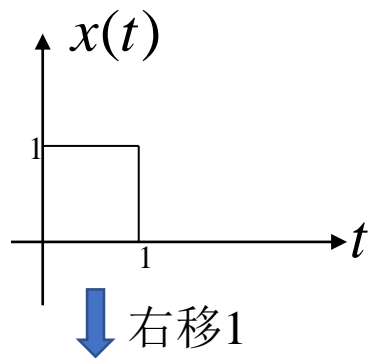
提交

判断一个系统是否满足某种特性，只要能找到一个例子不满足，就可证明其不满足此特性。

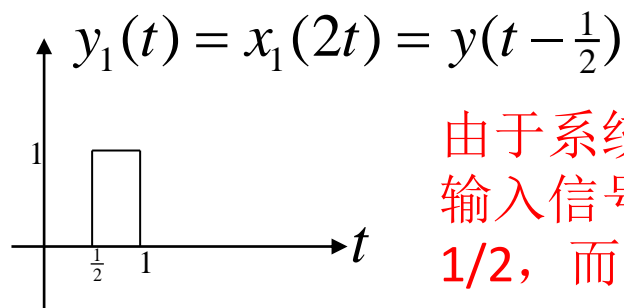
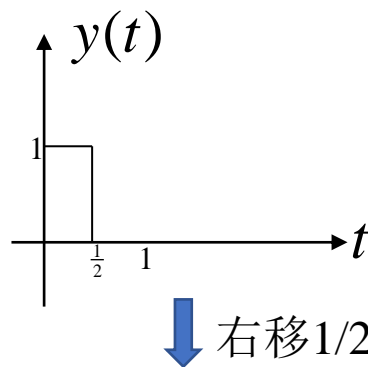
例1-13： 设系统的输入输出之间的关系为： $y(t) = x(2t)$ 。判断其是否为时不变系统。

解： 定义将输入 $x(t)$ 右移 t_0 为 $x_1(t) = x(t - t_0)$ ，对应的输出为 $y_1(t) = x_1(2t) = x(2t - t_0)$ 。而将 $y(t)$ 直接右移 t_0 得到的是 $y(t - t_0) = x[2(t - t_0)]$ 。二者不相等，所以系统是一时变系统。

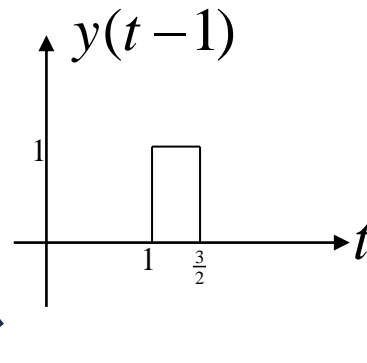
例如：



输出



右移1



由于系统对输入信号时间上压缩2倍，输入信号右移1时，输出信号仅右移1/2，而不是1。

例1-14: 判断 $y(t) = x(-t)$ 是否时不变系统。

解: $y(t) = x(-t)$

$$x_1(t) = x(t - t_0)$$

$y_1(t) = x(-t - t_0)$ 该系统只是对激励做了一次反褶，即对 x 中的 t 乘以-1。

$$y(t - t_0) = x(-t + t_0) \neq y_1(t)$$

所以是时变系统

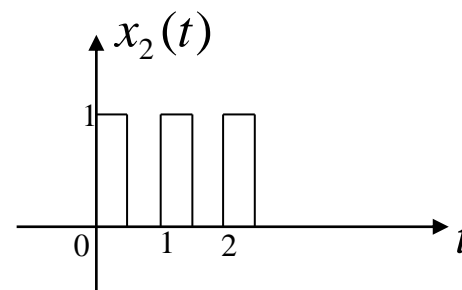
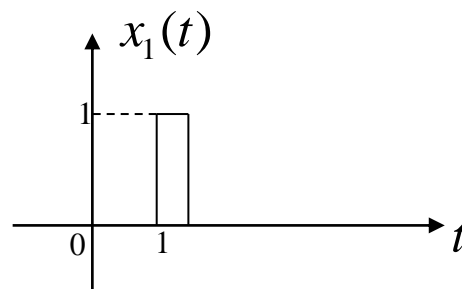
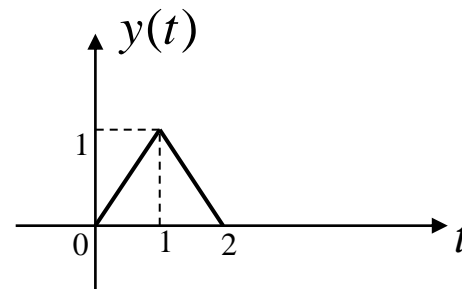
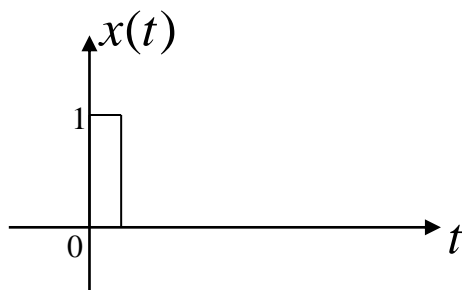
时不变的直观判断方法:

若 $x(\cdot)$ 前出现时变的系数— $tx(t)$ 、或有反褶— $x(-t)$ 、或有展缩变换— $x(2t)$ ，则该系统为时变系统。

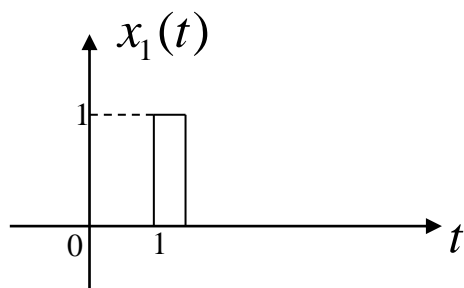
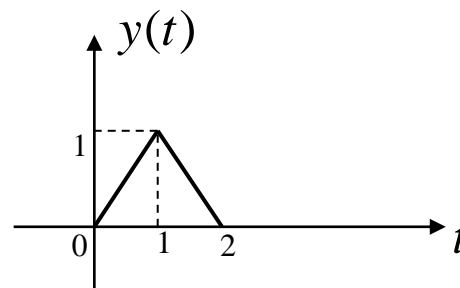
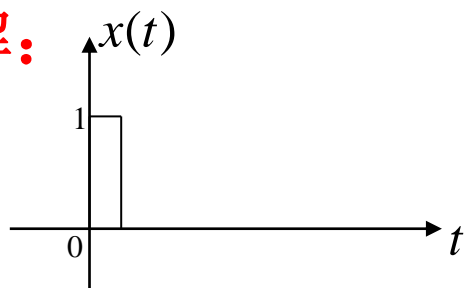
系统同时满足线性与时不变性，称为线性时不变系统，记为LTI (linear-time-invariant) 系统，可表示为：

$$x(t) = \sum_{k=1}^N a_k x_k(t - t_k) \quad y(t) = \sum_{k=1}^N a_k y_k(t - t_k)$$

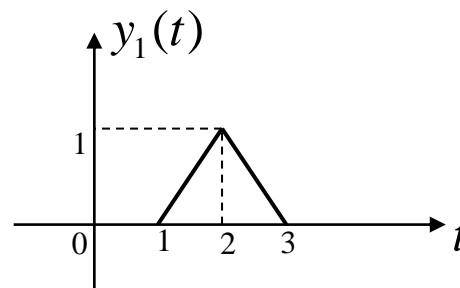
例1-15： 设LTI系统的输入 $x(t)$ 与输出 $y(t)$ 之间的关系由下图描述，作出当输入分别为 $x_1(t)$ 与 $x_2(t)$ 时，输出 $y_1(t)$ 与 $y_2(t)$ 的波形图。



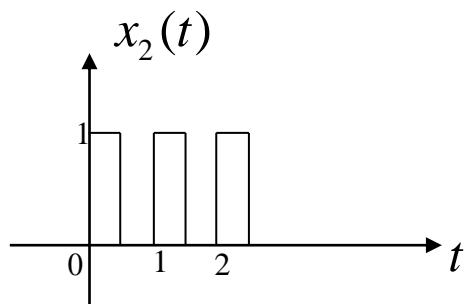
解:



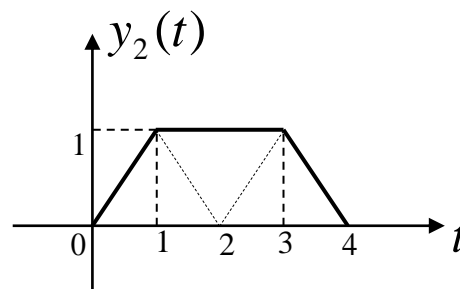
$$x_1(t) = x(t-1)$$



$$y_1(t) = y(t-1)$$



$$x_2(t) = x(t) + x(t-1) + x(t-2)$$



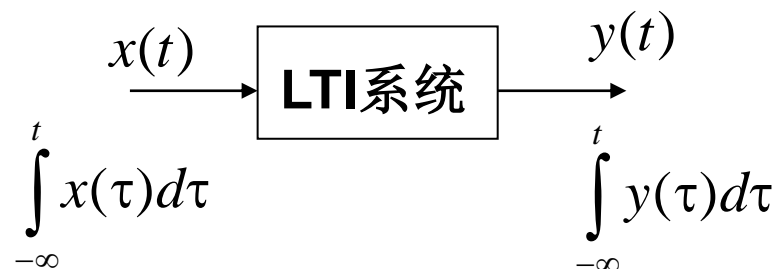
$$y_2(t) = y(t) + y(t-1) + y(t-2)$$

1.7.3 连续时间系统的微积分性

1. 微分性



2. 积分性



1.7.4 因果性

因果系统是指系统在 $t = t_0$ 时刻的响应只与 $t = t_0$ 和 $t < t_0$ 时刻的输入有关。否则，为非因果系统。

例：

因果系统： $r(t) = e(t-1)$ (延时系统)

非因果系统： $r(t) = e(t+1)$ (超前系统)

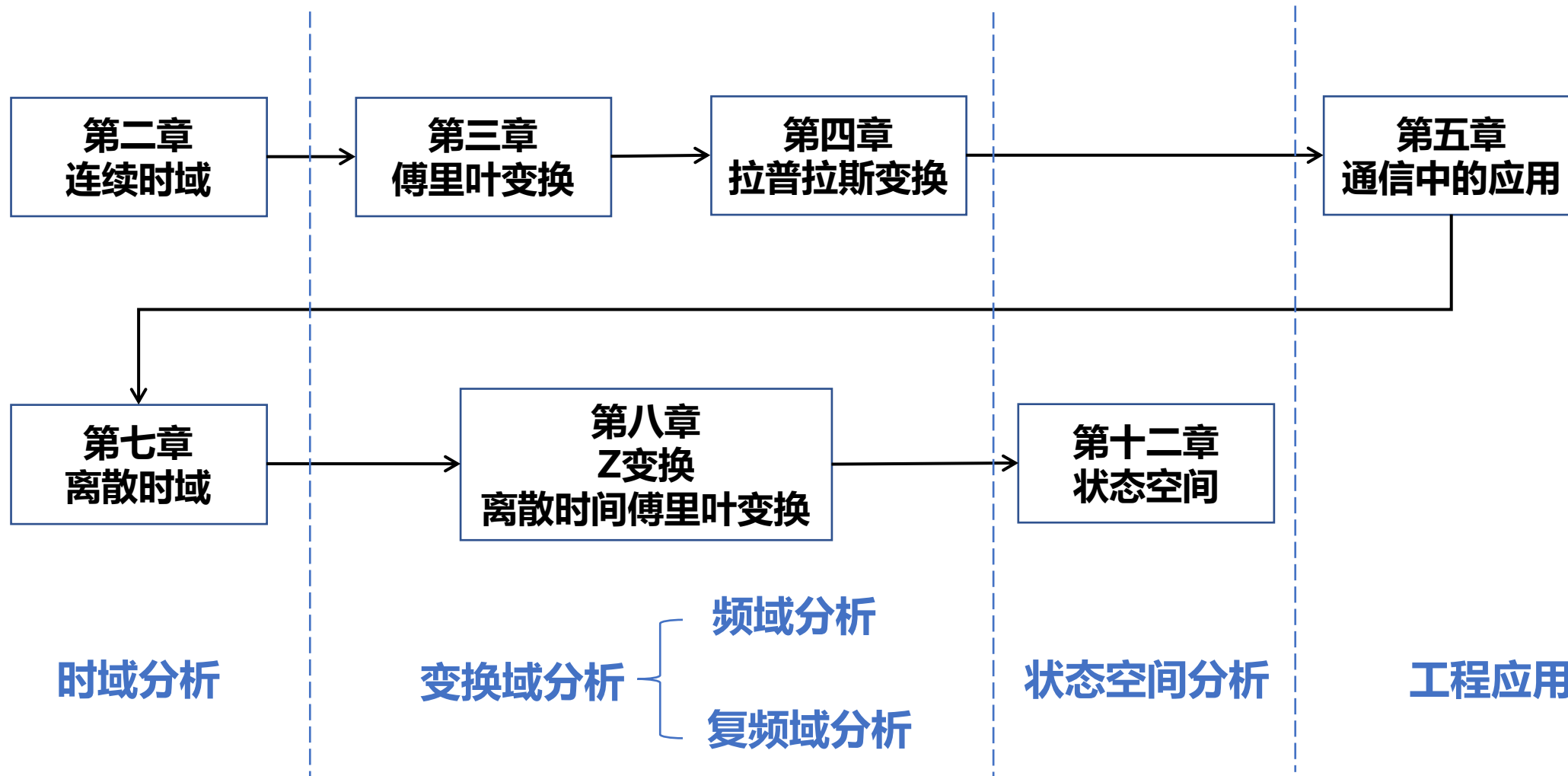
($t = 0$ 时刻响应 $r(0) = e(1)$ ， 它由 $t = 1$ 时刻的激励决定, 故为非因果系统。)

非因果系统： $r(t) = e(2t)$ (时域压缩系统)

非因果系统常见于语音信号处理、气象学、股票市场分析、人口统计学等领域。

第一章 信号与系统的基本概念

- 1.1 引论
- 1.2 信号分类和典型信号
- 1.3 信号的运算
- 1.4 奇异信号
- 1.5 信号的分解
- 1.6 系统模型及其分类
- 1.7 线性时不变系统
- 1.8 系统分析方法



从系统的数学描述方法来分：

- 输入、输出分析法：** 一个 n 阶微（差）分方程，适合于单输入、单输出系统（第二、三、四、七、八章）
- 状态变量分析法：** n 个一阶微（差）分方程组，适合于多输入、多输出系统（第十二章）

从系统数学模型求解方法来分：

- 时域分析法：** 不经过任何变换，在时域中直接求解响应（第二、七章）
- 变换域分析法：** 将信号和系统模型的时间函数变换成相应某变换域的函数，如傅里叶变换（第三、五章）、拉普拉斯变换（第四章）、 z 变换（第八章）等

作业

基础题（需提交）： 1-18, 1-20, 1-23。

加强题（选做，不提交）： 1-21, 1-24。