

## 上节内容

4.12 双边拉普拉斯变换

4.13 拉普拉斯变换与傅里叶变换的关系

双边拉普拉斯变换（**广义傅里叶变换**）：

$$F_B(s) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-st} dt = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-\sigma t} e^{-j\omega t} dt$$

对于衰减因子 $\sigma$ ， $t>0$ 时的情况与 $t<0$ 时的情况正好相反，因此**双边拉氏变换积分结果不一定存在**，这与单边拉氏变换不同。要讨论双边拉氏变换的存在性问题。

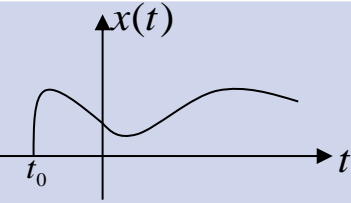
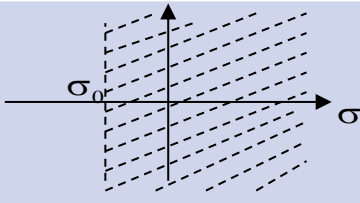
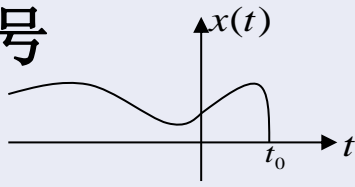
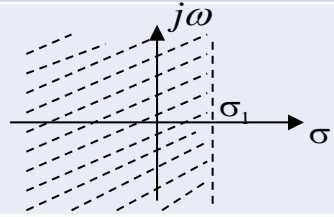
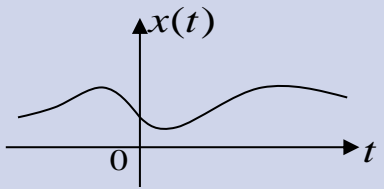
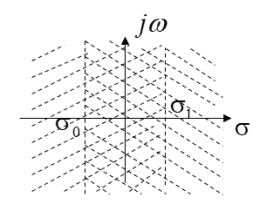
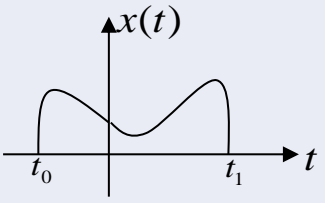
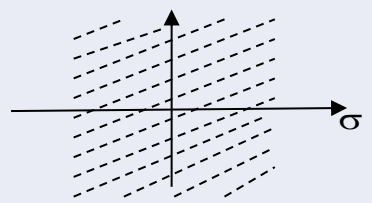
### 双边拉氏变换的收敛域

信号拉氏变换的收敛域与信号本身的形态有关，根据拉氏变换的定义，一般信号拉氏变换的存在应满足条件：

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x(t)e^{-\sigma t} = 0 \quad \& \quad \lim_{t \rightarrow -\infty} x(t)e^{-\sigma t} = 0$$

双边拉氏变换要考虑收敛域的存在性，**必须注明收敛域**。

## 双边拉氏变换收敛域的特点

信号类别	双边拉氏变换的收敛域	
<b>右边信号</b> 	象函数 <b>最右边极点的右侧</b>	
<b>左边信号</b> 	象函数 <b>最左边极点的左侧</b>	
<b>双边信号</b> 	两个极点之间的 <b>带状区域</b> (若双边拉氏变换 <b>存在</b> )	
<b>时限信号</b> 	<b>s全平面</b>	

同样的象函数若收敛域不同，对应的原信号也不同。

$F(s)$	收敛域	$f(t)$
$1/s$	$\sigma > 0$	$u(t)$
$1/s$	$\sigma < 0$	$-u(-t)$
$1/(s+\alpha)$	$\sigma > -\alpha$	$e^{-\alpha t} u(t)$
$1/(s+\alpha)$	$\sigma < -\alpha$	$-e^{-\alpha t} u(-t)$

### 双边拉氏逆变换

例：  $F(s) = \frac{1}{s} + \frac{1}{s+\alpha} \quad (\alpha > 0)$

- (1) 对象函数进行部分分式展开；
- (2) 根据极点的情况对象函数取逆变换；
- (3) 收敛域左边的极点对应右边信号，收敛域右边极点对应左边信号。

$\sigma > 0$	$f(t) = u(t) + e^{-\alpha t} u(t)$
$-\alpha < \sigma < 0$	$f(t) = -u(-t) + e^{-\alpha t} u(t)$
$\sigma < -\alpha$	$f(t) = -u(-t) - e^{-\alpha t} u(-t)$

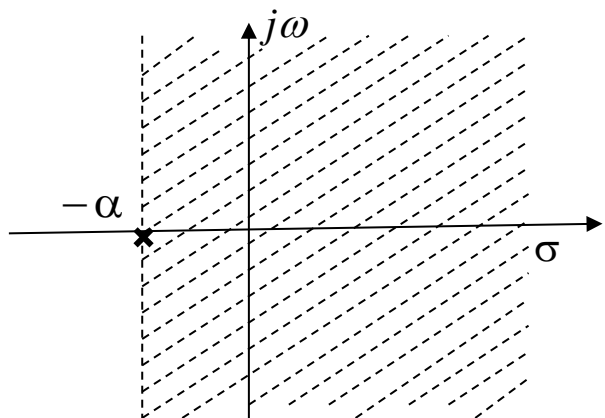
为使  $H(s)|_{s=j\omega} = H(\omega)$ ，系统函数 $H(s)$ 的极点应位于s平面的：

- ☒ A 左半平面
- ☐ B 右半平面
- ☐ C 虚轴上

提交

如果信号的拉氏变换的收敛域包含了虚轴，可将拉氏变换中的 $s$ 代以 $j\omega$ 求得其傅里叶变换。

例如，单边指数衰减的信号极点位于负实轴上。



$e^{-\alpha t} u(t)$  拉氏变换收敛域

负实轴上的重极点的例子：

$$te^{-\alpha t} u(t) \xleftrightarrow{FT} \frac{1}{(j\omega + \alpha)^2}$$

$$te^{-\alpha t} u(t) \xleftrightarrow{LT} \frac{1}{(s + \alpha)^2}$$

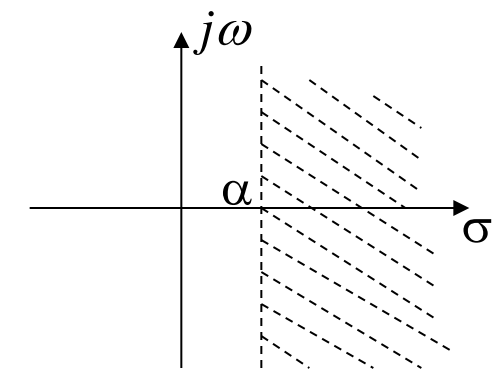
负实部的共轭复数极点的例子：

$$e^{-\alpha t} \cos(\Omega_0 t) u(t) \xleftrightarrow{FT} \frac{j\omega + \alpha}{(j\omega + \alpha)^2 + \Omega_0^2}$$

$$e^{-\alpha t} \cos(\Omega_0 t) u(t) \xleftrightarrow{LT} \frac{s + \alpha}{(s + \alpha)^2 + \Omega_0^2}$$

当拉氏变换收敛域不包含虚轴时，即信号的拉氏变换的极点在s平面上虚轴的右半平面，其傅里叶变换不存在。

例如，单边指数增长的信号，其极点位于正实轴上。




$e^{\alpha t} u(t)$  的拉氏变换收敛域

$$e^{\alpha t} u(t) \xleftrightarrow{LT} \frac{1}{s - \alpha}$$

由于信号呈指数增长，不满足绝对可积的条件，其傅里叶变换不存在。

当信号的拉氏变换的极点有位于s平面虚轴上的极点:

设信号 $x(t)$ 的拉氏变换 $X(s)$ 有虚轴上的 $k$ 重极点: $j\Omega_0$

$$X(s) = X_1(s) + \frac{A_0}{(s - j\Omega_0)^k}$$


极点位于虚轴的左侧

可以证明, 其对应的傅里叶变换为:

$$X(\omega) = X(s)|_{s=j\omega} + \frac{\pi A_0 j^{k-1}}{(k-1)!} \delta^{(k-1)}(\omega - \Omega_0)$$

例如, 单位阶跃信号

$$u(t) \xleftrightarrow{LT} \frac{1}{s}$$

$$u(t) \xleftrightarrow{FT} \pi\delta(\omega) + \frac{1}{j\omega}$$

单位斜变信号

$$tu(t) \xleftrightarrow{LT} \frac{1}{s^2}$$

$$tu(t) \xleftrightarrow{FT} -\frac{1}{\omega^2} + j\pi\delta'(\omega)$$



## 本次课内容

### 5.1 引言

### 5.2 利用频域系统函数求响应

### 5.3 无失真传输

### 5.4 理想低通滤波器

### 5.5 系统的物理可实现性

## 本次课目标

1. 理解频域系统函数的物理意义；
2. 熟悉无失真传输的时域和频域条件；
3. 熟悉理想低通滤波器等数学上理想滤波器的频域设计原理；
4. 掌握用时域因果性和频域的佩利-维纳准则判断系统的物理可实现性。

## 5.1 引言

## 5.2 利用频域系统函数求响应

## 5.3 无失真传输

## 5.4 理想低通滤波器

## 5.5 系统的物理可实现性

## 5.6 利用希尔伯特变换研究系统函数的约束特性

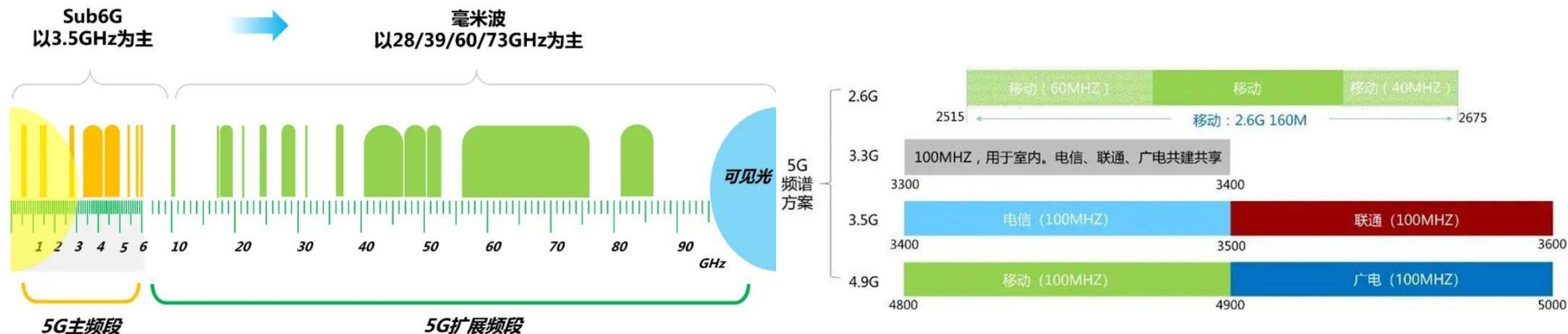
## 5.7 调制与解调

## 5.8 从抽样信号恢复连续时间信号

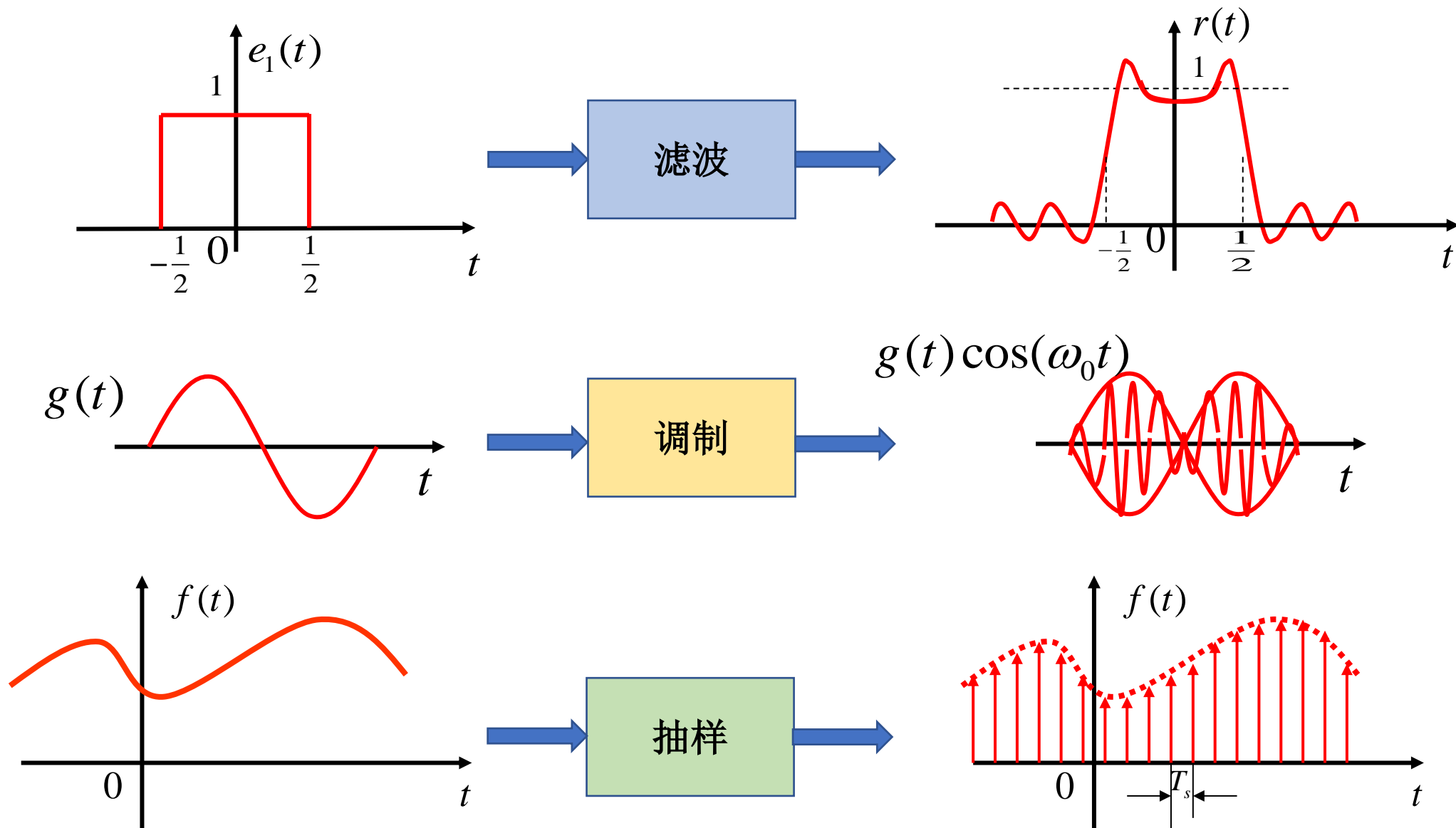
## 5.9 频分复用（FDM）与时分复用（TDM）

- **频域分析**揭示了信号内在的频率特性以及信号时间特性与其频率特性之间的密切关系，从而导出了信号的频谱、带宽等重要概念。
- 频域分析是通过**傅里叶变换**（**傅里叶分析**）进行的。将信号进行**正交分解**，即分解为**三角函数**或**复指数函数**的组合。

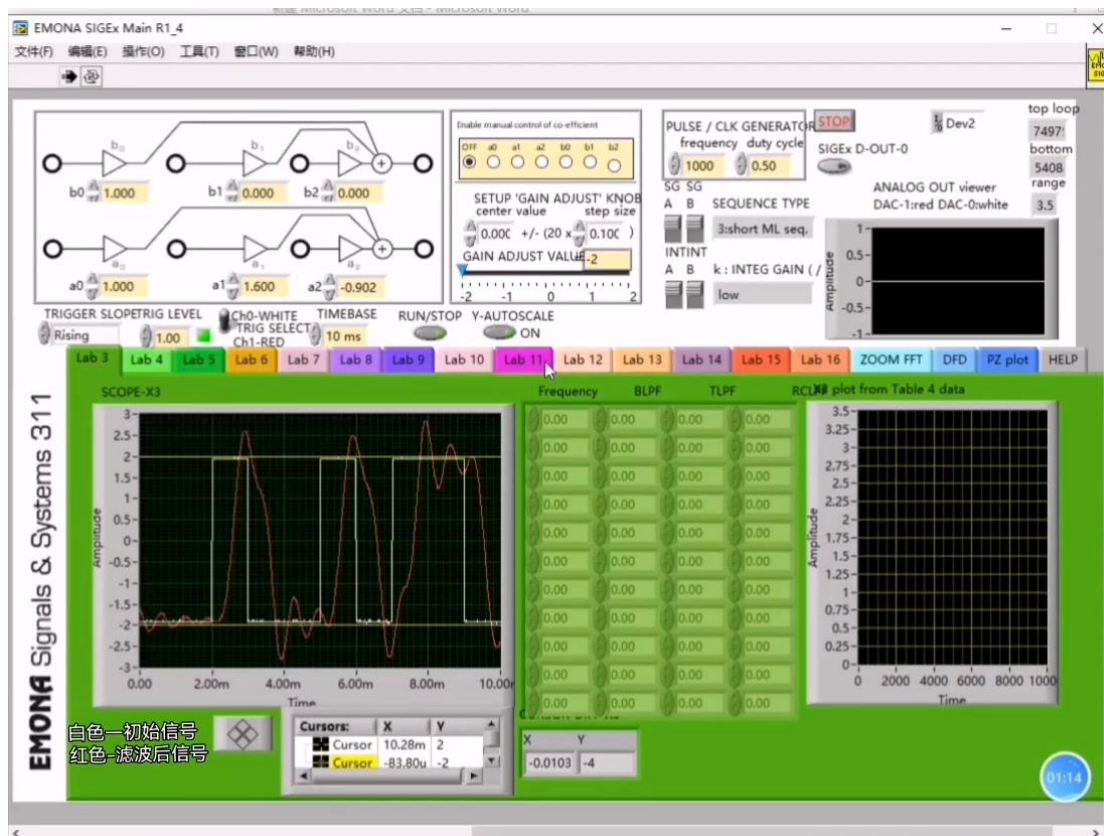
$$f(t) \xleftrightarrow{FT} F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt$$



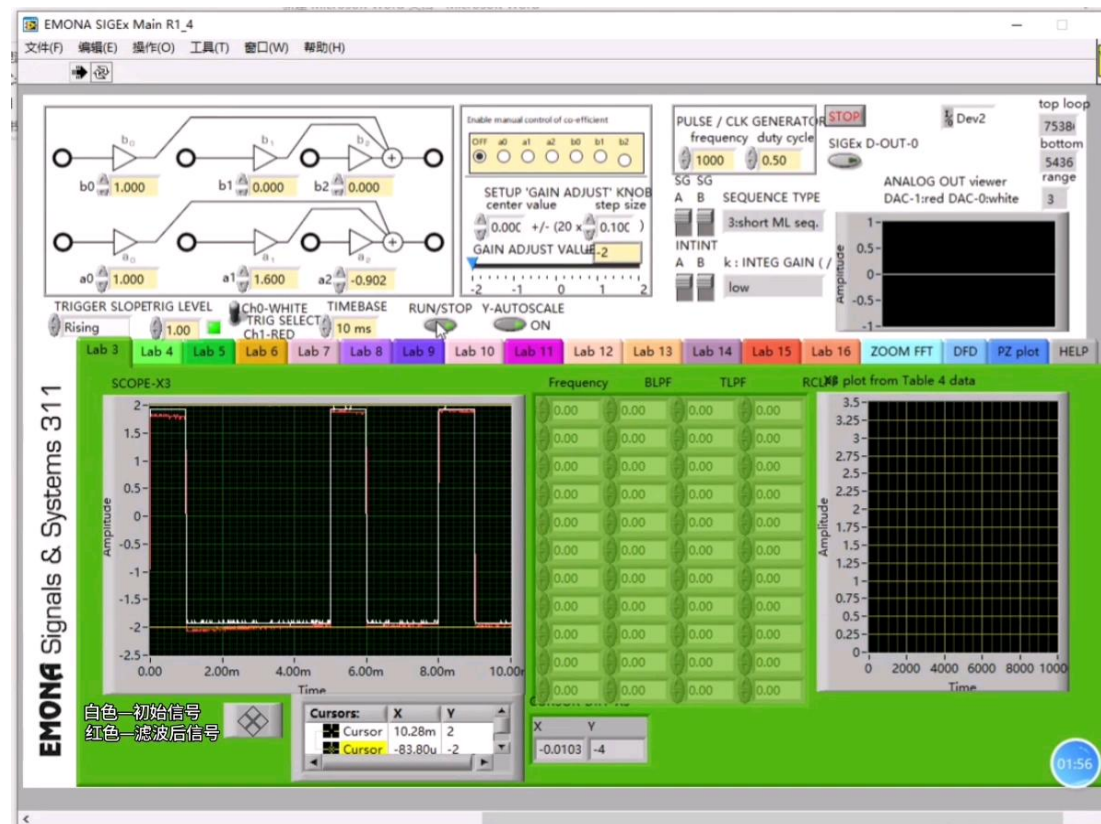
频域分析是5G频谱分配的基础



- 矩形波通过不同带宽的RC低通滤波器



严重失真波形

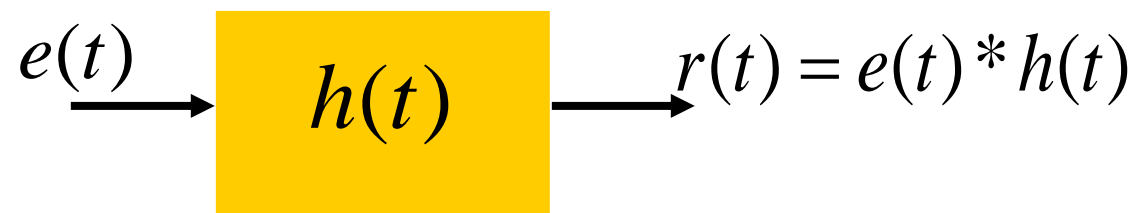


近似无失真波形

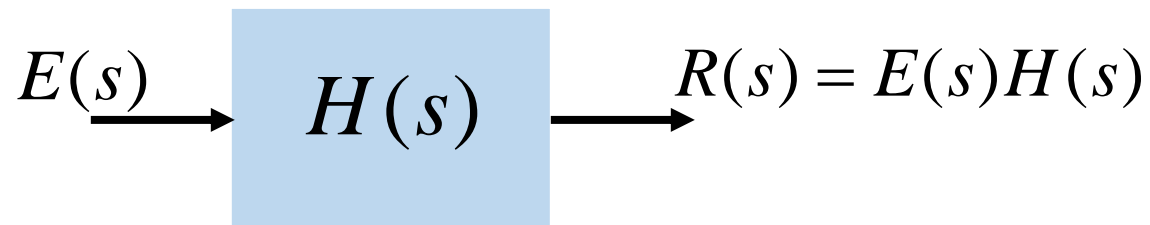
## 系统函数

激励与零状态响应的关系：

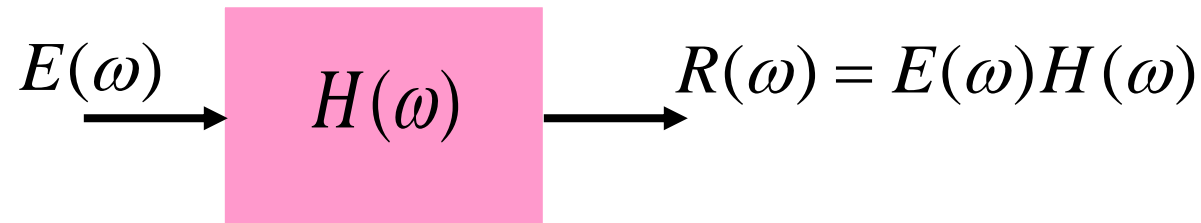
- 时域



- $s$ 域



- 频域



## 频域系统函数（频率响应）的定义和物理意义

定义：

$$H(\omega) = \frac{R(\omega)}{E(\omega)} \quad \text{或} \quad H(\omega) = F[h(t)]$$

零状态响应的傅里叶变换为：

$$R(\omega) = H(\omega)E(\omega) = |H(\omega)|e^{j\varphi(\omega)}E(\omega)$$

频率响应的功能：改变输入信号的频谱

- 1、对信号各频率分量进行加权，某些频率分量增强，而另一些分量则相对削弱或不变。
- 2、每个频率分量在传输过程中都产生各自的相移。

5.1 引言

5.2 利用频域系统函数求响应

5.3 无失真传输

5.4 理想低通滤波器

5.5 系统的物理可实现性

5.6 利用希尔伯特变换研究系统函数的约束特性

5.7 调制与解调

5.8 从抽样信号恢复连续时间信号

5.9 频分复用 (FDM) 与时分复用 (TDM)



(1)  $H(\omega)$  描述正弦稳态响应的频响特性。

$$H(s)|_{s=j\omega} = H(\omega) = |H(\omega)| e^{j\varphi(\omega)}$$

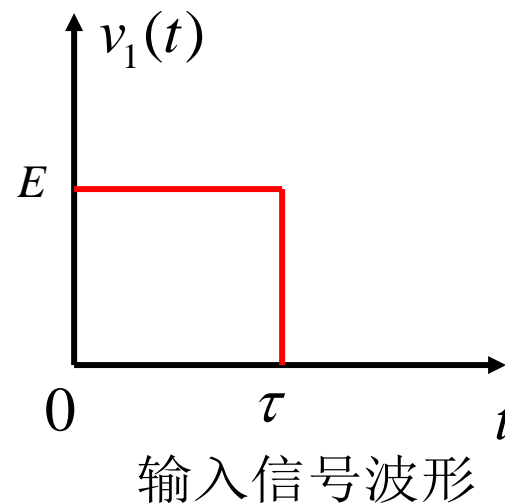
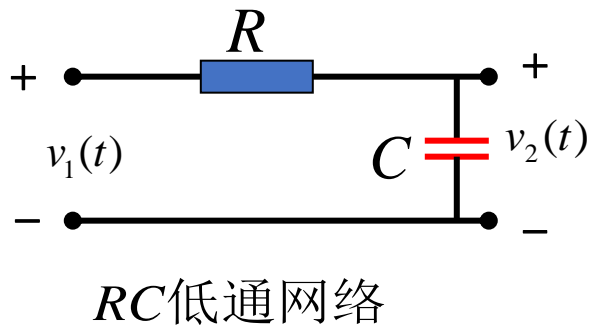
(2)  $H(\omega)$  为系统函数，即是系统冲激响应 $h(t)$ 的傅里叶变换。

$$H(\omega) = F[h(t)]$$

两者相等条件： $H(s)$ 的极点都位于s平面的左半平面（稳定系统）。

$$F[h(t)] = H(\omega) = H(s)|_{s=j\omega}$$

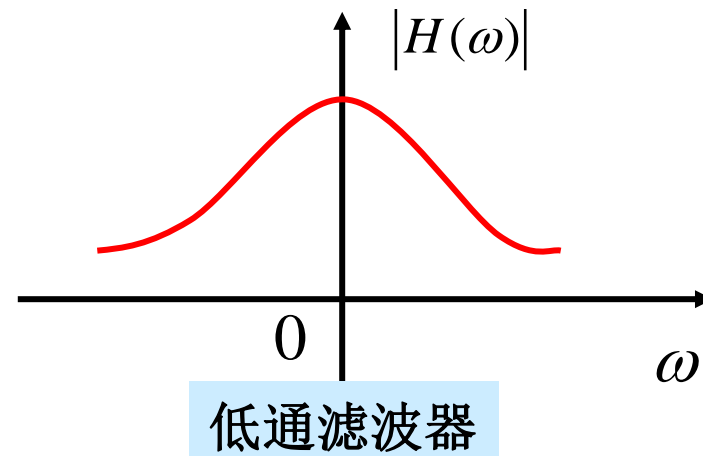
**例5-1:** 如图所示RC低通网络，输入 $v_1(t)$ 如图所示矩形脉冲。利用傅里叶分析法求 $v_2(t)$ 。



**解:**  $\because H(s) = \frac{V_2(s)}{V_1(s)} = \frac{\frac{1}{sC}}{R + \frac{1}{sC}} = \frac{RC}{s + \frac{1}{RC}} = \frac{\alpha}{s + \alpha}$  (稳定系统)

$$\alpha = \frac{1}{RC}$$

$$\therefore H(\omega) = H(s)|_{s=j\omega} = \frac{\alpha}{j\omega + \alpha}$$



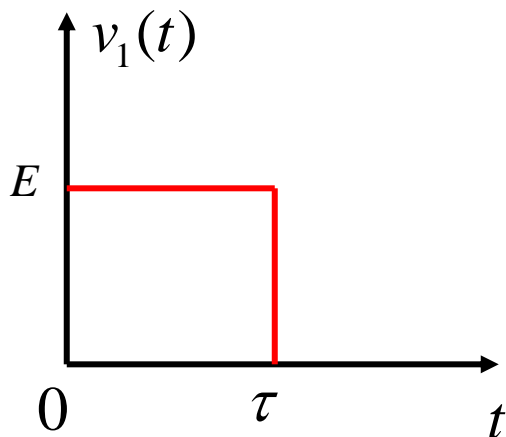
由图  $v_1(t) = E[u(t) - u(t - \tau)]$

$$\begin{aligned}\therefore V_1(\omega) &= E\pi\delta(\omega) + \frac{E}{j\omega} - E\pi\delta(\omega)e^{-j\omega\tau} - \frac{E}{j\omega}e^{-j\omega\tau} \\ &= \frac{E}{j\omega}(1 - e^{-j\omega\tau})\end{aligned}$$

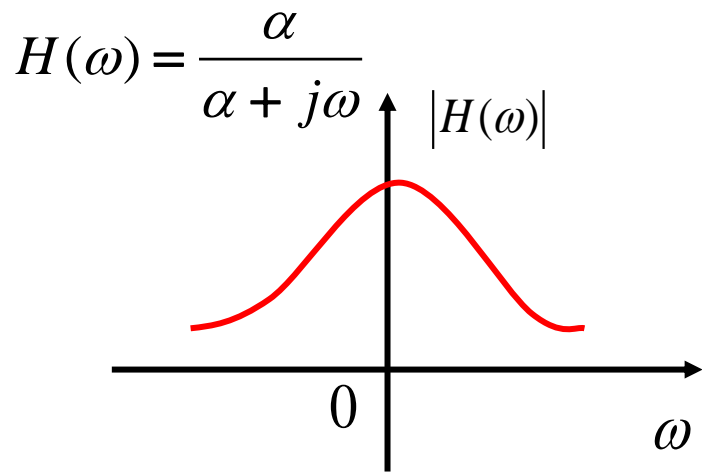
$$V_2(\omega) = H(\omega)V_1(\omega)$$

$$\begin{aligned}&= \frac{\alpha}{\alpha + j\omega} \cdot \frac{E}{j\omega}(1 - e^{-j\omega\tau}) \\ &= E\left(\frac{1}{j\omega} - \frac{1}{\alpha + j\omega}\right)(1 - e^{-j\omega\tau})\end{aligned}$$

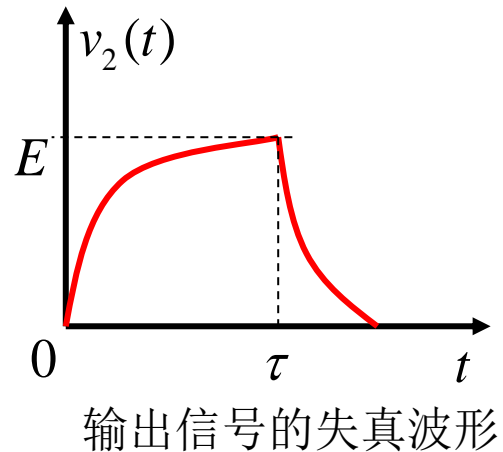
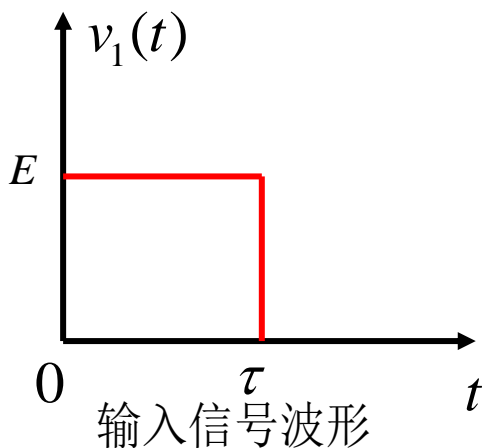
$$\begin{aligned}\therefore v_2(t) &= E[u(t) - u(t - \tau)] - E[e^{-\alpha t}u(t) - e^{-\alpha(t-\tau)}u(t - \tau)] \\ &= E(1 - e^{-\alpha t})u(t) - E(1 - e^{-\alpha(t-\tau)})u(t - \tau)\end{aligned}$$



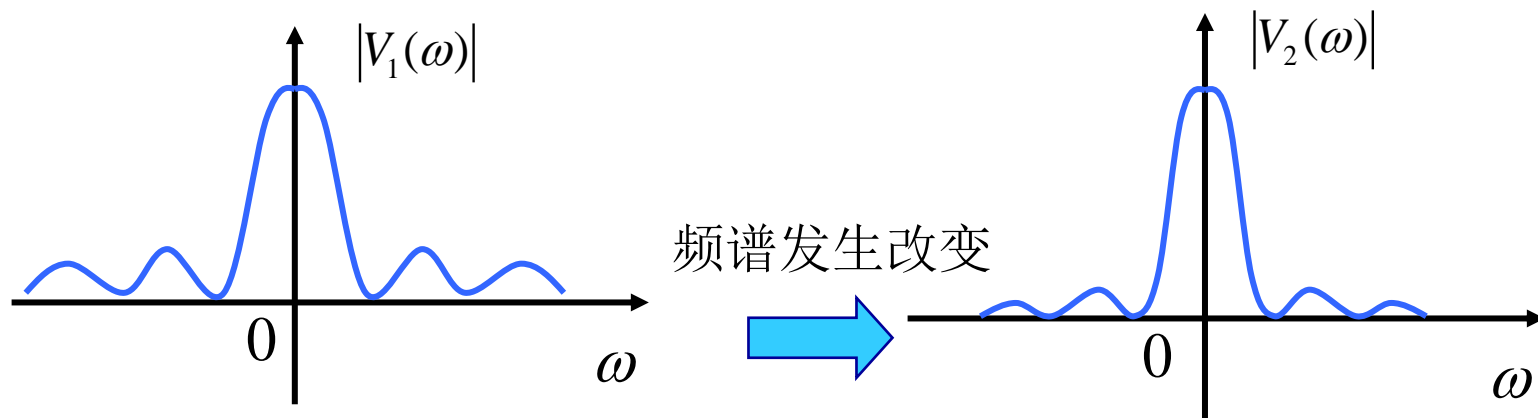
输入信号波形



低通滤波器



输出信号的波形发生了失真，主要表现在上升和下降特性上。



输入信号的频谱的高频分量比起低频分量受到较严重的衰减。

### 系统响应的频域分析小结

✦ 系统零状态响应频域分析方法与卷积积分法的关系：傅里叶变换的**时域卷积定理**是联系的桥梁。

✦ **优点：**

可以直观的体现信号通过系统后信号频谱的改变，解释激励与响应时域波形的差异，**物理概念清楚**。

✦ **缺点：**

(1) 只能求解系统的**零状态响应**，系统的零输入响应仍需按时域方法求解。

(2) 频域分析法中，傅里叶逆变换常较**复杂**。

✦ **解决方法：**

采用**拉普拉斯变换**

$f(t)$

5.1 引言

5.2 利用频域系统函数求响应

5.3 无失真传输

5.4 理想低通滤波器

5.5 系统的物理可实现性

5.6 利用希尔伯特变换研究系统函数的约束特性

5.7 调制与解调

5.8 从抽样信号恢复连续时间信号

5.9 频分复用 (FDM) 与时分复用 (TDM)

### 5.3.1 信号失真原因

在频域观察，线性系统引起的信号失真有两方面因素：

- (1) **幅度失真**：系统对信号中**各频率分量幅度产生不同程度的衰减**，使响应分量的相对幅度发生变化。
- (2) **相位失真**：系统对各频率分量产生的**相移不与频率成正比**，使响应的各频率分量在时间轴上的相对位置发生变化。

二者都不产生新的频率分量，**没有频率失真**。

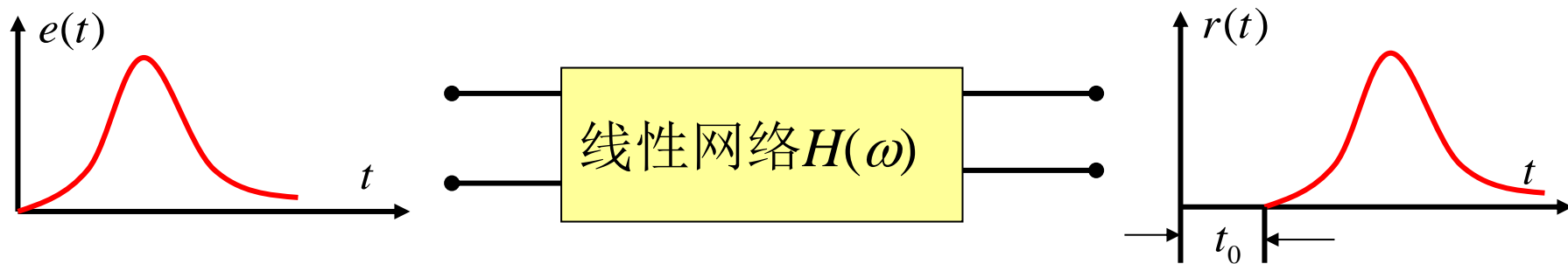
### 5.3.2 信号无失真传输的概念

无失真传输：响应信号与激励信号相比，只是大小与出现的时间不同，没有波形上的变化（时域波形传输不变），即

$$r(t) = Ke(t - t_0)$$

$K$ 是一常数， $t_0$ 为滞后时间。

满足无失真条件时， $r(t)$ 波形是 $e(t)$ 波形经 $t_0$ 时间的滞后。





### 5.3.3 信号无失真传输条件（对系统的要求）

#### 1. 系统无失真传输的频域条件

$$r(t) = Ke(t - t_0)$$

两边取傅里叶变换：

$$R(\omega) = KE(\omega)e^{-j\omega t_0}$$

$$R(\omega) = H(\omega)E(\omega)$$

$$H(\omega) = Ke^{-j\omega t_0}$$

其中：

$$|H(\omega)| = K$$

$$\varphi(\omega) = -\omega t_0$$

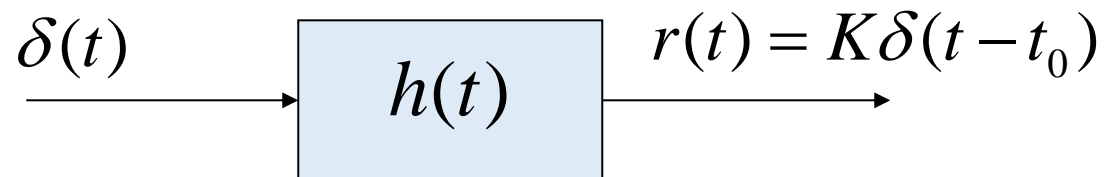
即要求系统的幅频响应特性为常数 $K$ ；  
相频响应为一通过原点的斜率为 $-t_0$ 的直线。

### 2. 系统无失真传输的时域条件

$$H(\omega) = Ke^{-j\omega t_0}$$

取傅里叶逆变换： $h(t) = K\delta(t - t_0)$

即要求系统的冲激响应也是冲激函数，而时间延后 $t_0$ 。



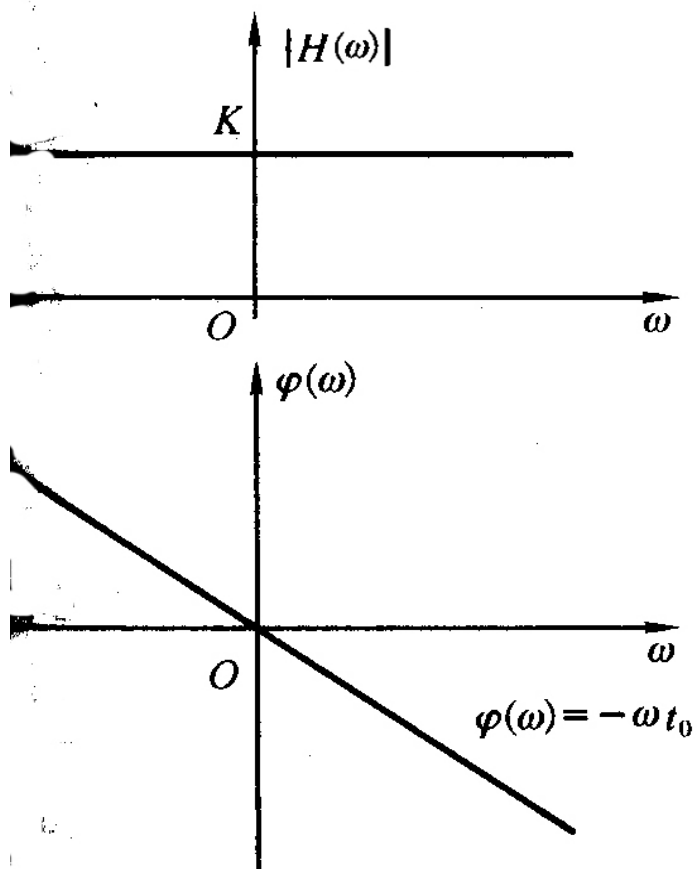
常用冲激信号作为测试系统保真度的信号。

一个无失真传输的系统等效为一个（）

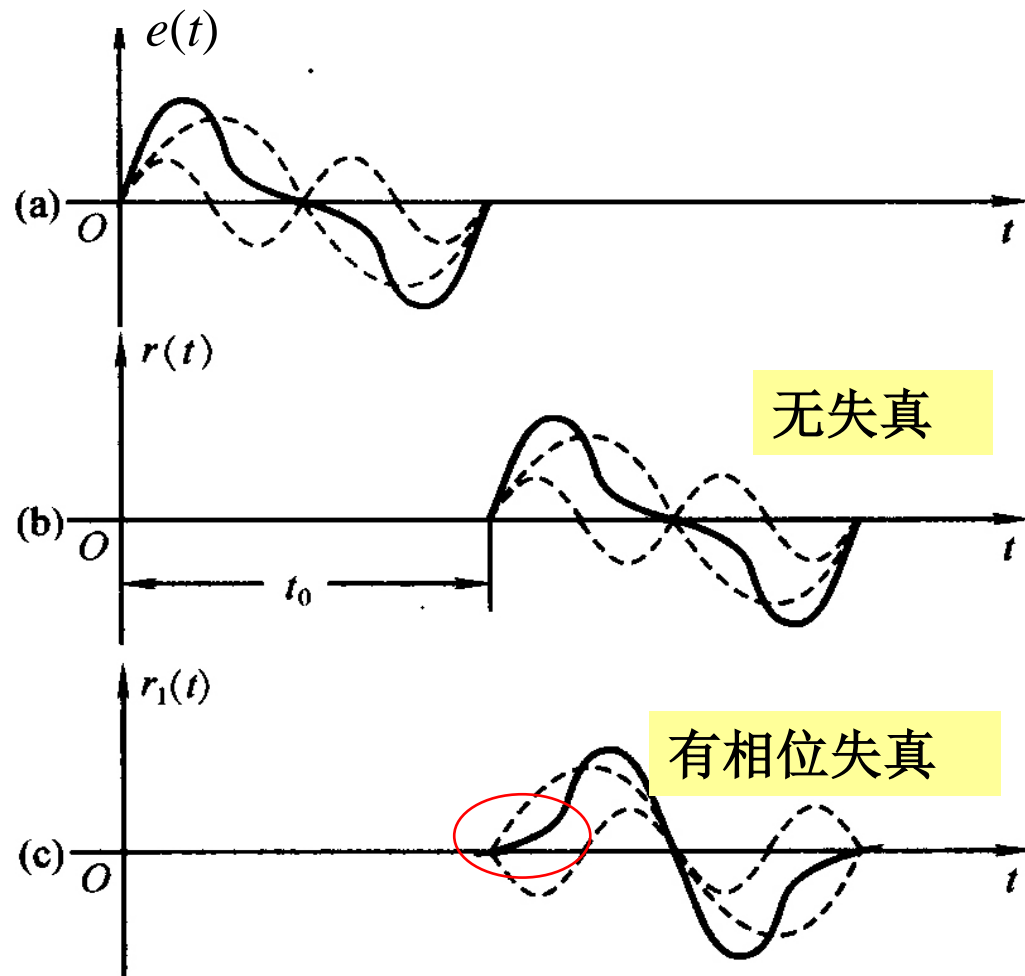
- ☐ A 低通网络
- ☐ B 高通网络
- ☐ C 带通网络
- ☒ D 全通网络

提交

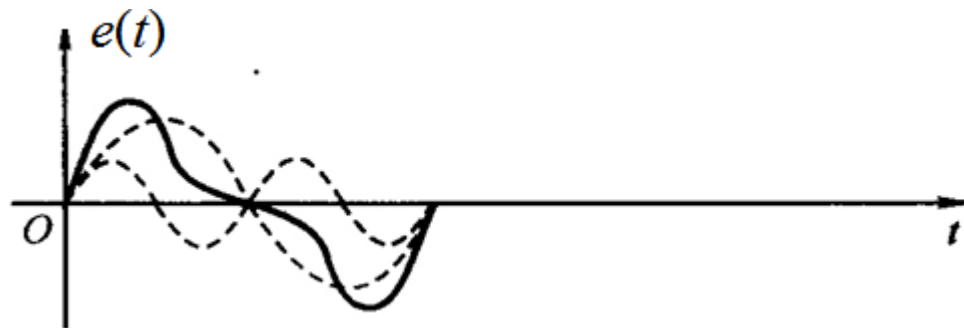
全通网络，信号幅度不失真



线性相位，波形不失真



**例5-2：**假设一个无失真系统的激励信号 $e(t)$ 的波形如图所示，求其响应 $r(t)$ 以及保证响应不产生相位失真的条件。



**解：**  $e(t) = E_1 \sin \omega_1 t + E_2 \sin(2\omega_1 t)$

$$r(t) = KE_1 \sin(\omega_1 t - \varphi_1) + KE_2 \sin(2\omega_1 t - \varphi_2)$$

$$= KE_1 \sin \left[ \omega_1 \left( t - \frac{\varphi_1}{\omega_1} \right) \right] + KE_2 \sin \left[ 2\omega_1 \left( t - \frac{\varphi_2}{2\omega_1} \right) \right]$$

$$R(\omega) = KE_1 j\pi \left[ \delta(\omega + \omega_1) - \delta(\omega - \omega_1) \right] e^{-j\omega(\varphi_1/\omega_1)}$$

$$+ KE_2 j\pi \left[ \delta(\omega + 2\omega_1) - \delta(\omega - 2\omega_1) \right] e^{-j\omega(\varphi_2/(2\omega_1))}$$

使两个频率分量 $\omega_1$ 、 $2\omega_1$ 有相同的延迟时间:

$$\frac{\varphi_1}{\omega_1} = \frac{\varphi_2}{2\omega_1} = t_0 = \text{常数}$$

$$\frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \frac{\omega_1}{2\omega_1} = \frac{1}{2}$$

为不产生相位失真，信号通过线性系统时谐波的相移必须与其频率成正比:

$$\varphi(\omega) = -\omega t_0 \quad \frac{d\varphi(\omega)}{d\omega} = -t_0$$

### 5.3.4 群时延

群时延（群延时）为系统相频特性对频率的负导数（对应一群频率）：

$$\tau = -\frac{d\varphi(\omega)}{d\omega}$$

实际中， $\tau$ 为正值。

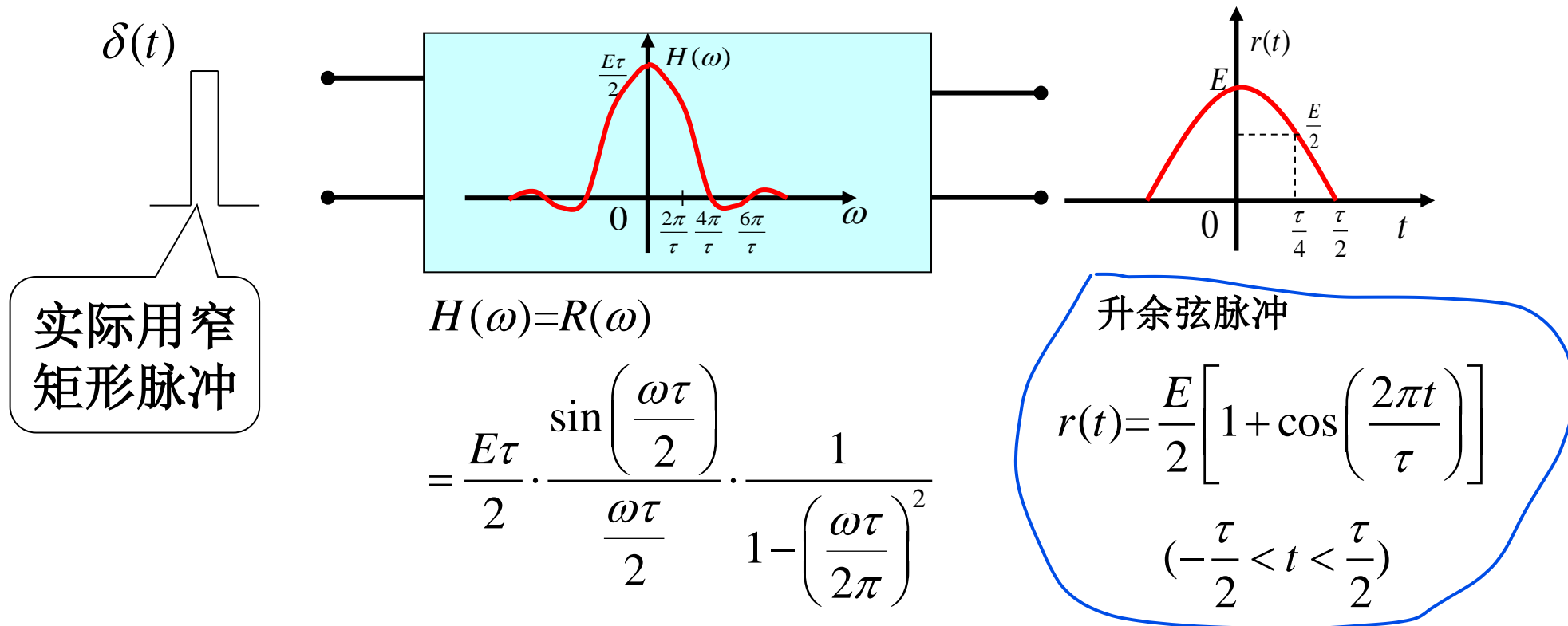
在满足信号传输不产生相位失真的条件下，其群时延特性为常数。

$$\tau = -\frac{d(-\omega t_0)}{d\omega} = t_0$$

### 5.3.5 利用失真产生特定波形

在实际中，可通过设计系统函数，利用信号失真形成特定波形。

利用冲激信号作用于系统产生特定波形 $r(t)$ ：





5.1 引言

5.2 利用频域系统函数求响应

5.3 无失真传输

5.4 理想低通滤波器

5.5 系统的物理可实现性

5.6 利用希尔伯特变换研究系统函数的约束特性

5.7 调制与解调

5.8 从抽样信号恢复连续时间信号

5.9 频分复用 (FDM) 与时分复用 (TDM)

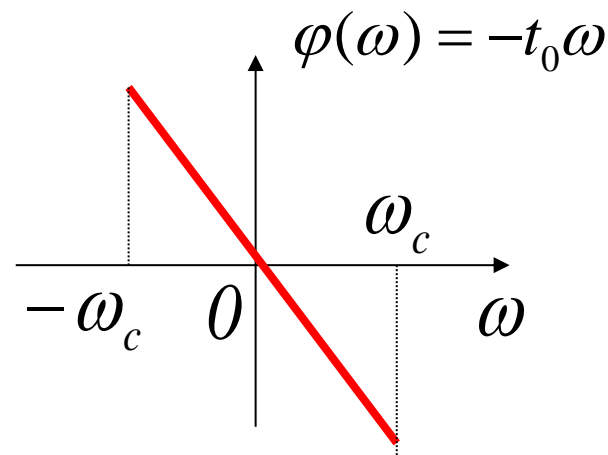
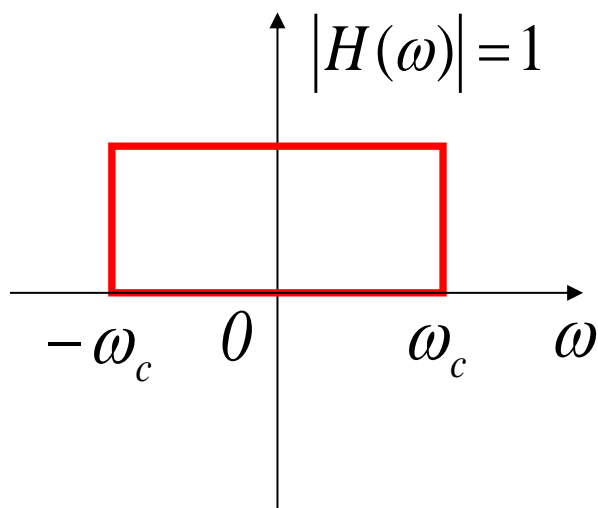
### 5.4.1 理想低通滤波器的频域特性和冲激响应

**理想滤波器：** 频率响应具有**矩形幅度**特性和**线性相移**特性。

理想低通滤波器的频率响应：

$$H(\omega) = |H(\omega)|e^{j\varphi(\omega)} = \begin{cases} 1 \cdot e^{-j\omega t_0} & |\omega| < \omega_c \\ 0 & \text{other} \end{cases}$$

$\omega_c$  称为**截止频率**。

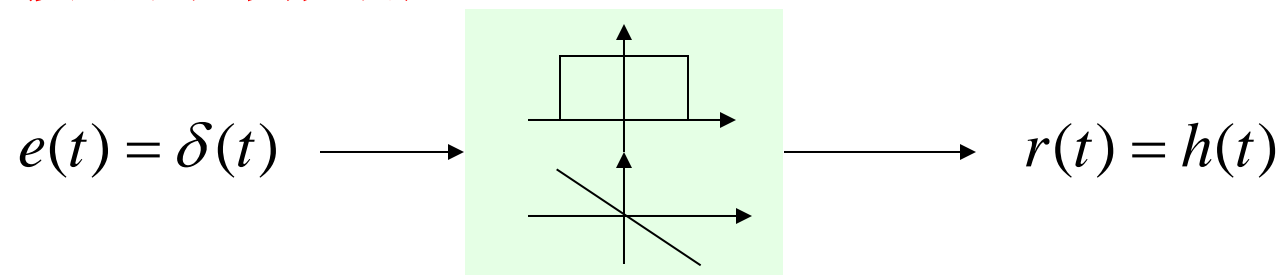


关于理想低通滤波器错误的说法有：

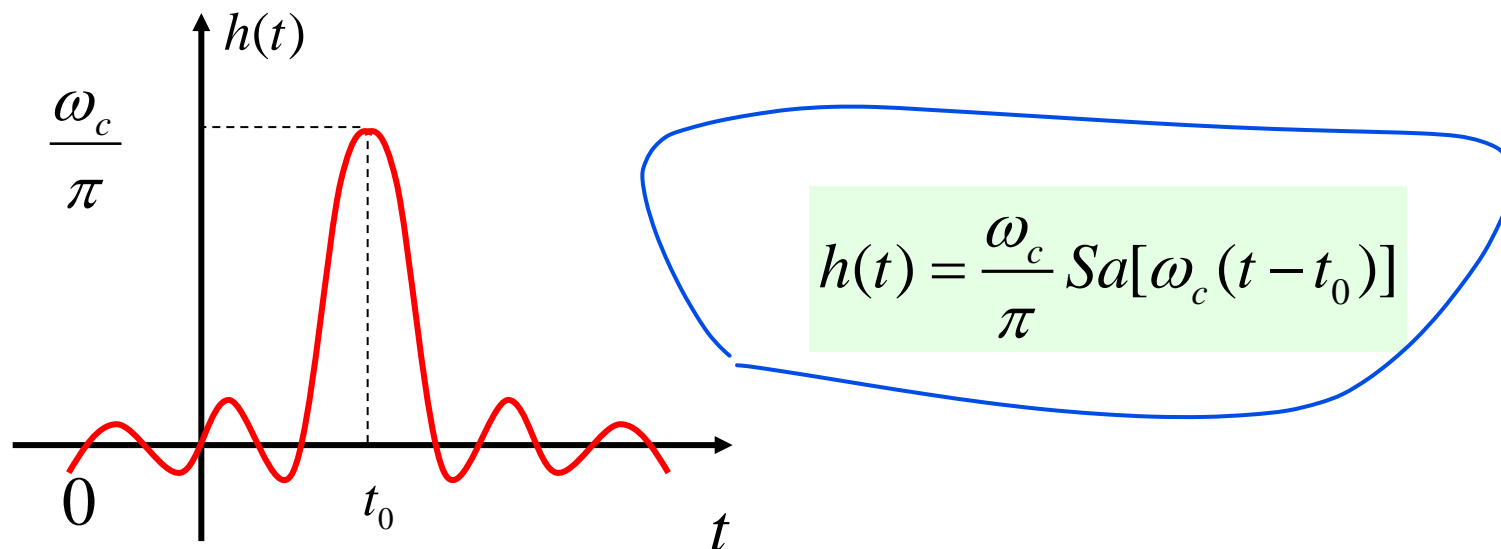
- ☐ A 冲激函数通过理想低通滤波器有失真
- ☒ B 冲激函数通过理想低通滤波器无失真
- ☒ C 理想低通滤波器物理可实现
- ☐ D 理想低通滤波器物理不可实现

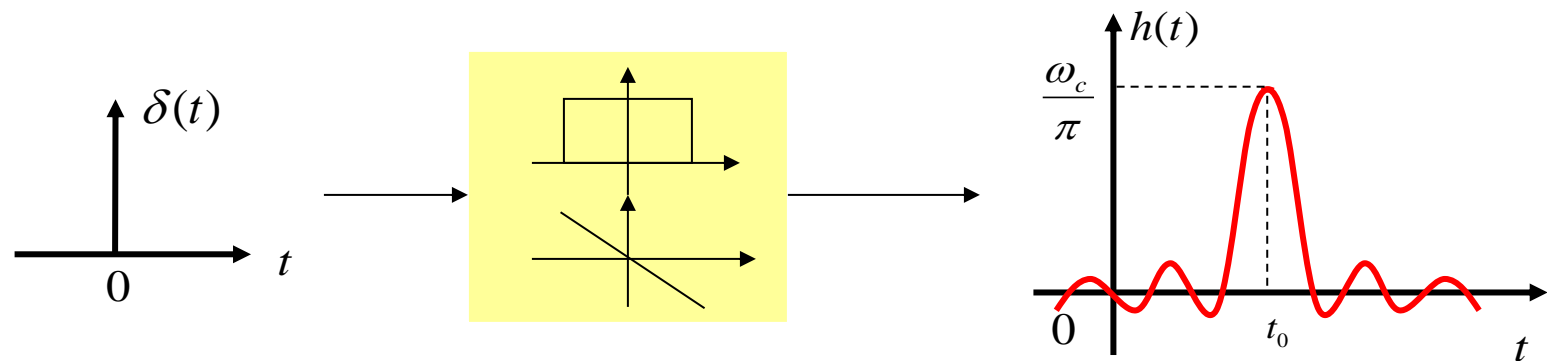
提交

### 理想低通滤波器的冲激响应



$$h(t) = F^{-1}[H(\omega)] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} 1 \cdot e^{-j\omega t_0} e^{j\omega t} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} e^{j\omega(t-t_0)} d\omega$$





分析:

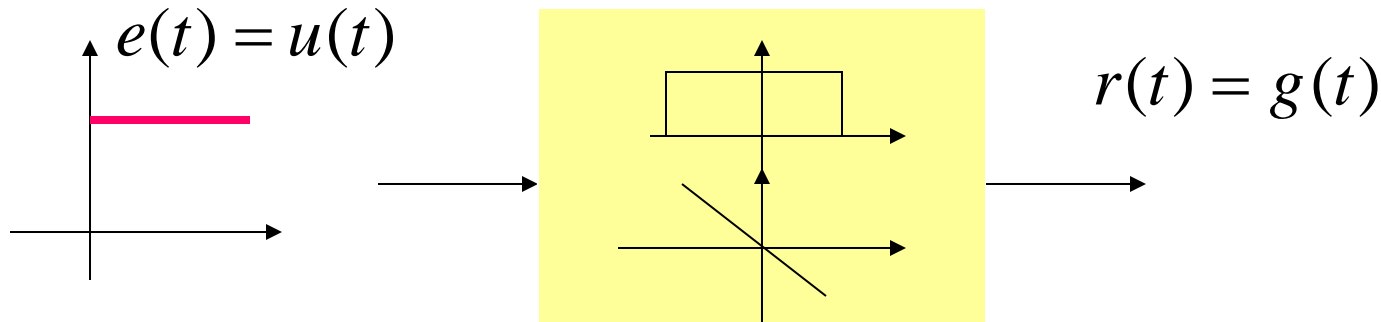
(1)  $h(t)$ 的波形是一个抽样函数即Sa函数，不同于输入信号 $\delta(t)$ 的波形，有失真。

✓ 原因：理想低通滤波器是一个带限系统，而冲激信号 $\delta(t)$ 的频带宽为无穷大。

(2)  $h(t)$ 主峰出现时刻延迟了一段时间 $t_0$ 。 $t_0$ 是理想低通滤波器的群延时。

(3)  $h(t)$ 在 $t < 0$ 时也存在输出，可见理想低通滤波器是一个非因果系统，因而它是一个物理不可实现的系统。

### 5.4.2 理想低通滤波器的阶跃响应



$$H(\omega) = e^{-j\omega t_0} \quad |\omega| < \omega_c$$

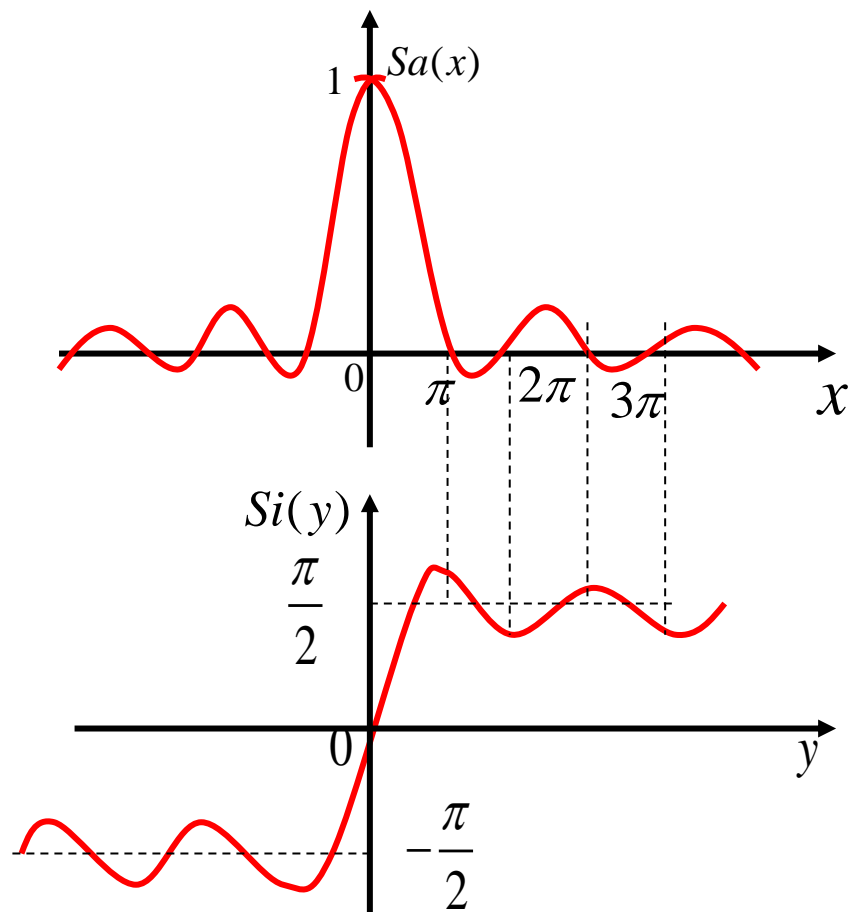
$$E(\omega) = F[u(t)] = \pi\delta(\omega) + \frac{1}{j\omega}$$

$$R(\omega) = H(\omega)E(\omega) = \left[ \pi\delta(\omega) + \frac{1}{j\omega} \right] e^{-j\omega t_0} \quad -\omega_c < \omega < \omega_c$$

$$r(t) = F^{-1}[R(\omega)] = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \int_0^{\omega_c} \frac{\sin[\omega(t-t_0)]}{\omega} d\omega \quad \text{推导过程见教材288页。}$$

令  $x = \omega(t - t_0)$

则 
$$r(t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \int_0^{\omega_c(t-t_0)} \frac{\sin x}{x} dx = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \text{Si}[\omega_c(t - t_0)]$$



函数  $Sa(x) = \frac{\sin x}{x}$  的积分称为正弦积分，

以符号  $\text{Si}(y)$  表示。  $\text{Si}(y) = \int_0^y \frac{\sin x}{x} dx$

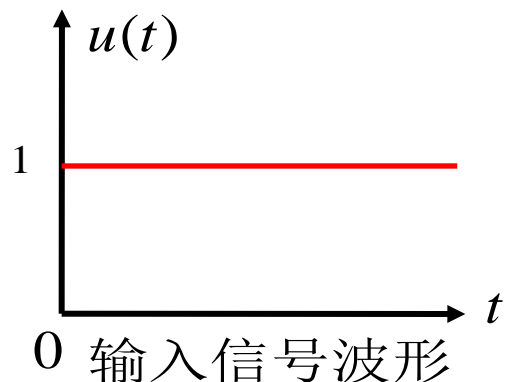
$\text{Si}(y)$  是  $y$  的奇函数

$$y \rightarrow \infty, \quad \text{Si}(y) \rightarrow \frac{\pi}{2}$$

$$y \rightarrow -\infty, \quad \text{Si}(y) \rightarrow -\frac{\pi}{2}$$

各极点值与  $Sa(x)$  函数的零点对应。

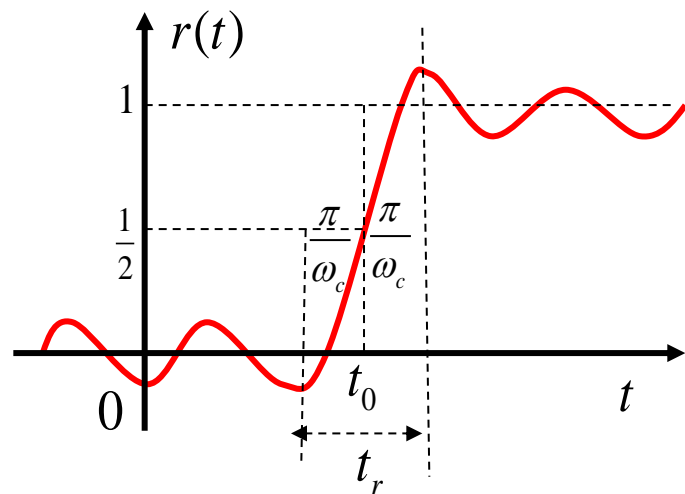
$$r(t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} Si[\omega_c(t - t_0)]$$



分析:

- (1)  $g(t)$  比  $u(t)$  出现时刻延迟了时间  $t_0$ 。
- (2) 上升时间: 输出由最小值到最大值所需要的时间。

$$t_r = 2 \cdot \frac{\pi}{\omega_c}$$

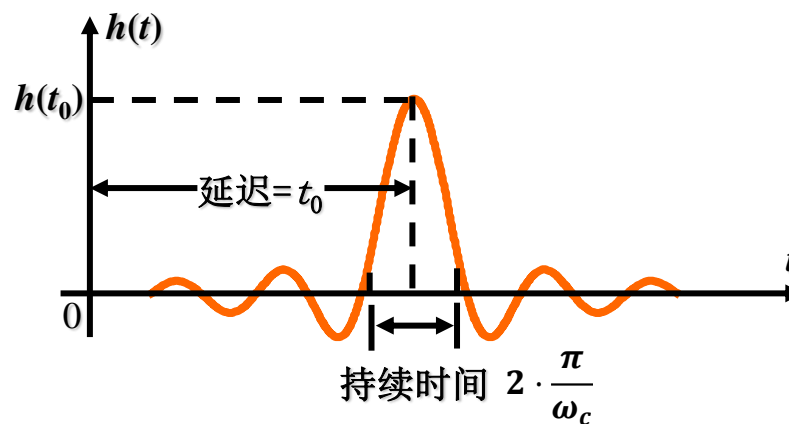
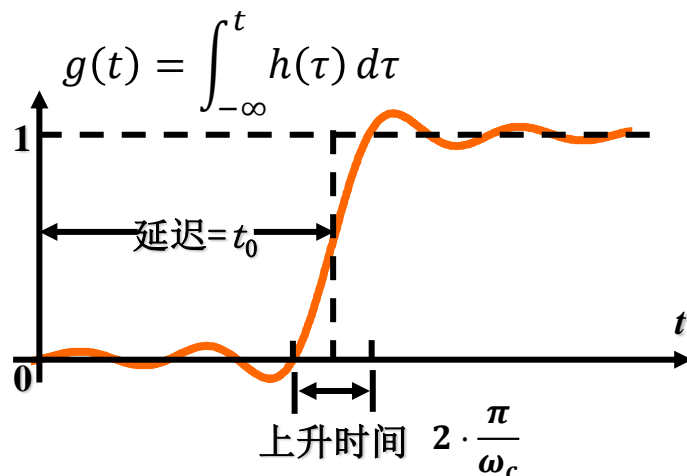


**阶跃响应的上升时间与系统的截止频率(带宽)成反比。**  
 (滤波器的阶跃响应的上升时间与带宽不能同时减小——**测不准原理**, 详见教材6.10节)

(3) 存在吉布斯现象 (详见教材P291页)。



滤波器阶跃响应 $g(t)$ 的上升时间对应冲激响应 $h(t)$ 的脉冲宽度。冲激响应的时宽与频宽乘积也为常数 $t_r \omega_c = 2\pi$ 。



系统的时间分辨率和频率分辨率不可能同时达到最好，即时宽与带宽不可能同时趋于无限小。

### 5.4.3 理想低通滤波器的矩形脉冲响应

$$e(t) = u(t) - u(t - \tau)$$

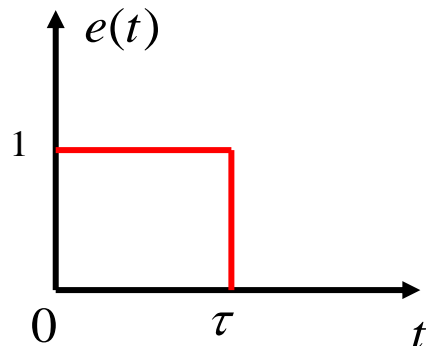
$$r(t) = \left\{ \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \text{Si}[\omega_c(t - t_0)] \right\} - \left\{ \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \text{Si}[\omega_c(t - \tau - t_0)] \right\}$$

$$r(t) = \frac{1}{\pi} \{ \text{Si}[\omega_c(t - t_0)] - \text{Si}[\omega_c(t - t_0 - \tau)] \}$$

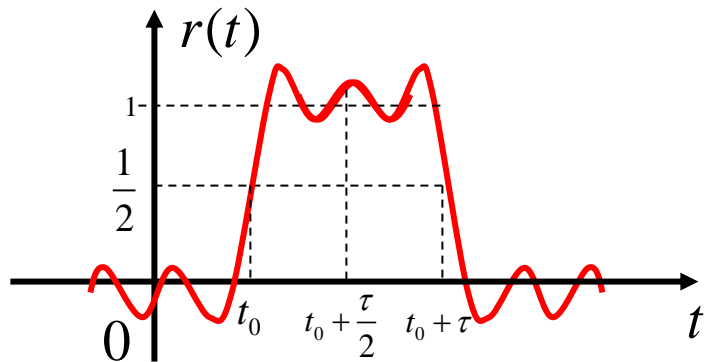
输入信号带宽为  $B = 2\pi/\tau$ 。

当脉宽  $\tau \gg \frac{2\pi}{\omega_c}$ ，即  $\omega_c \gg B$  时，响应波形大体为矩形；

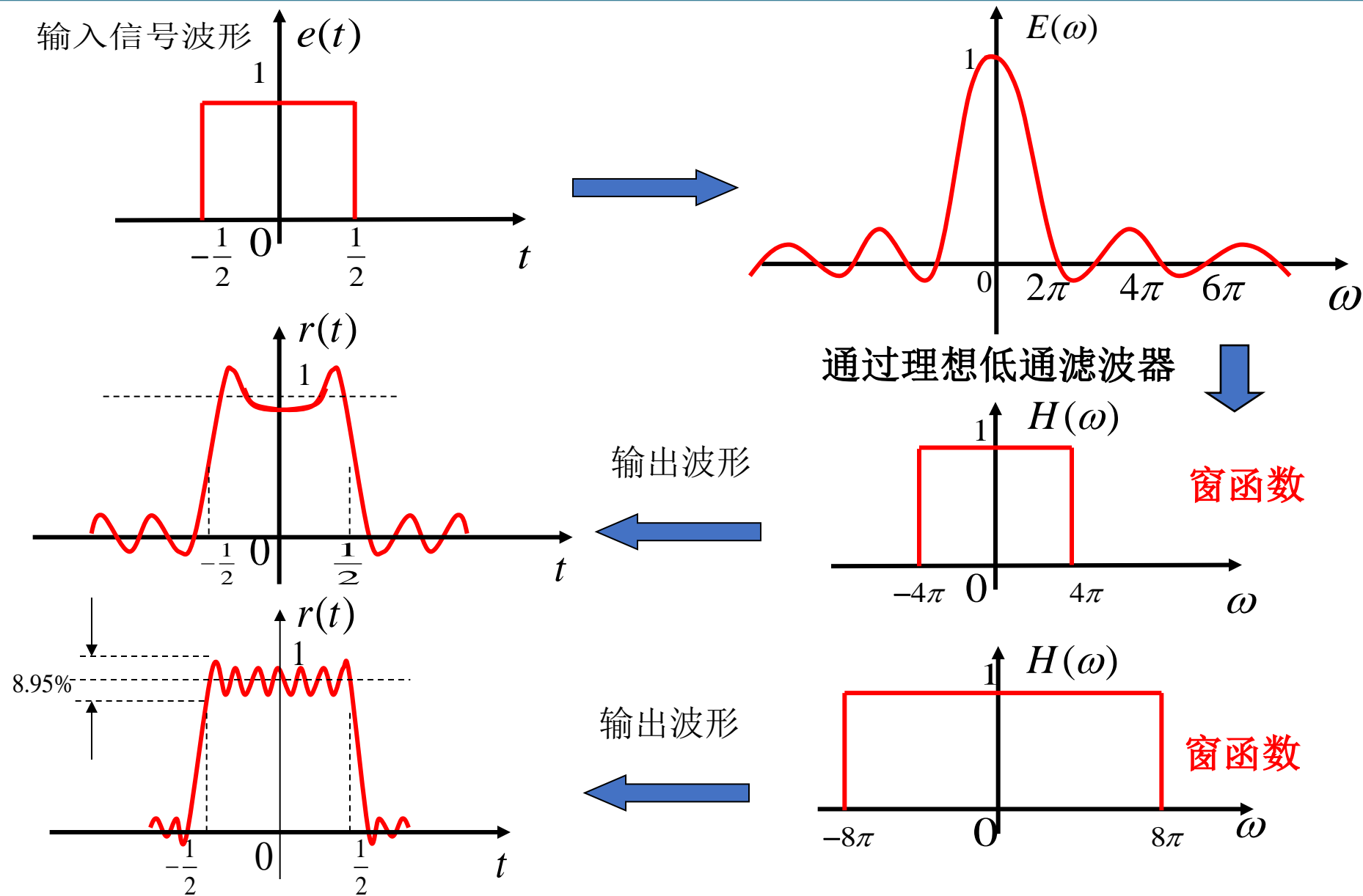
当脉宽  $\tau \leq \frac{2\pi}{\omega_c}$  时，响应波形失真严重，像正弦波。



输入信号波形



理想低通滤波器的输出信号波形



5.1 引言

5.2 利用频域系统函数求响应

5.3 无失真传输

5.4 理想低通滤波器

5.5 系统的物理可实现性

5.6 利用希尔伯特变换研究系统函数的约束特性

5.7 调制与解调

5.8 从抽样信号恢复连续时间信号

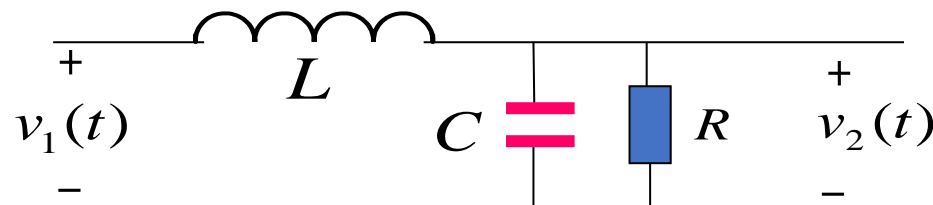
5.9 频分复用 (FDM) 与时分复用 (TDM)

理想低通、带通、高通、带阻滤波器在物理上都是不可实现的。

究竟怎样的系统数学模型可以在物理上实现？

思考题：请分别粗略画出理想低通滤波器和物理可实现低通滤波器的幅频特性，并进行雨课堂投稿。

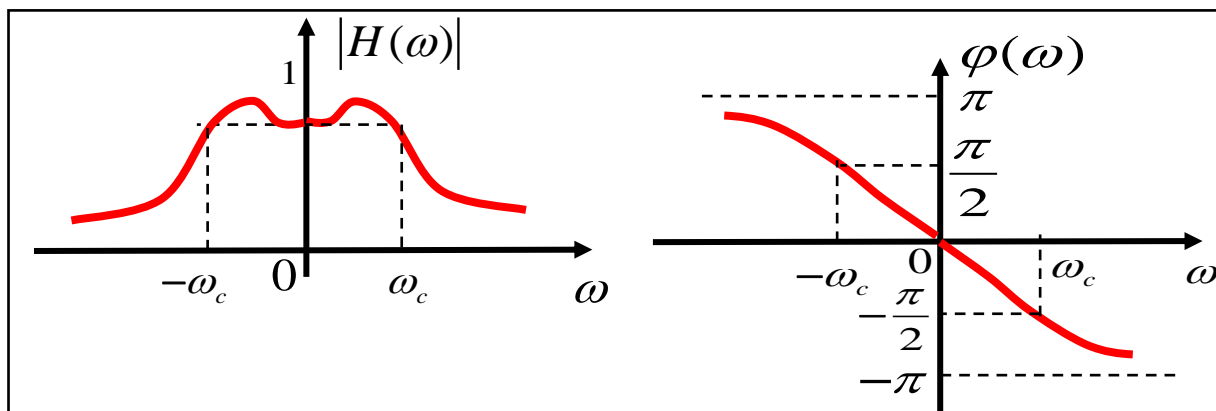
**例5-3：** 一个低通滤波器电路如图所示。设元件参数满足  $R = \sqrt{L/C}$ ，求  $h(t)$ 。



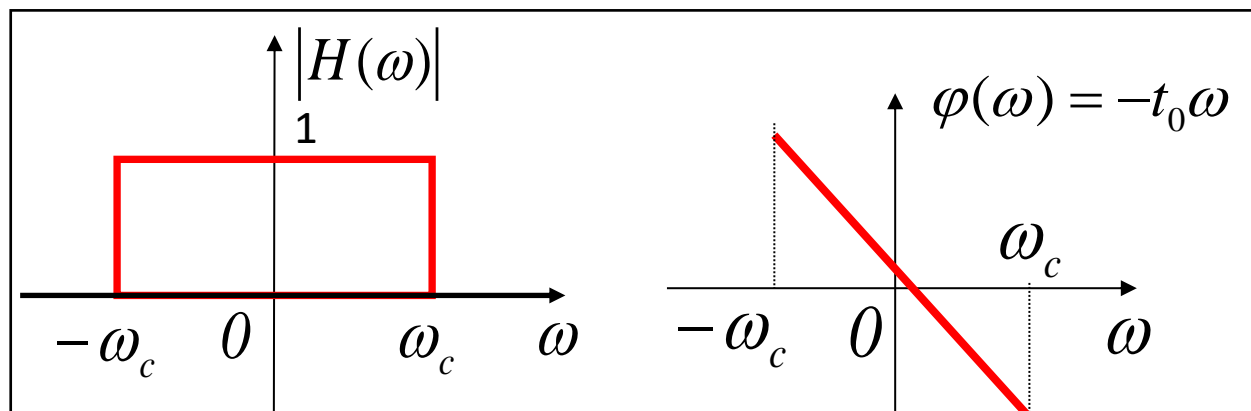
**解：**

$$H(\omega) = \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 + j \frac{\omega}{\omega_c}} = \frac{2\omega_c}{\sqrt{3}} \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}\omega_c}{\left(\frac{\omega_c}{2} + j\omega\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\omega_c\right)^2}$$

$$\omega_c = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

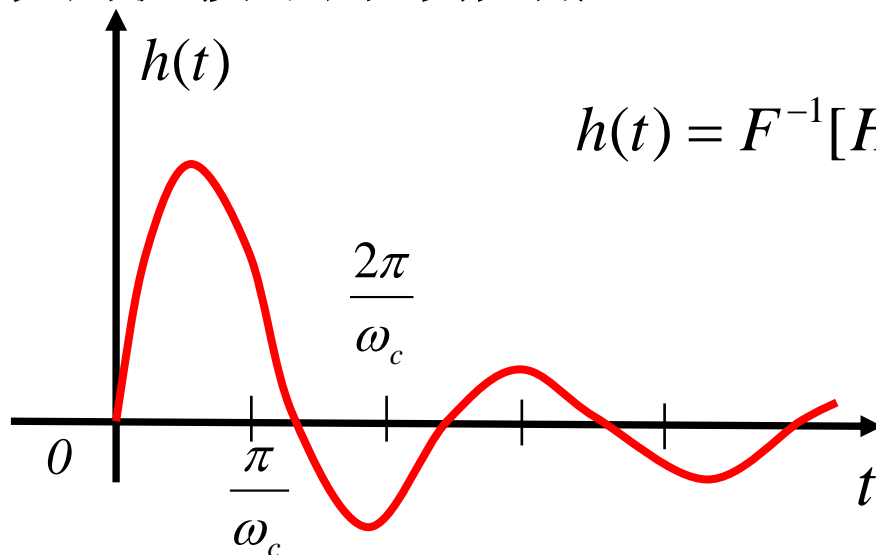


物理可实现低通滤波器的频率响应



对比理想低通滤波器的频率响应

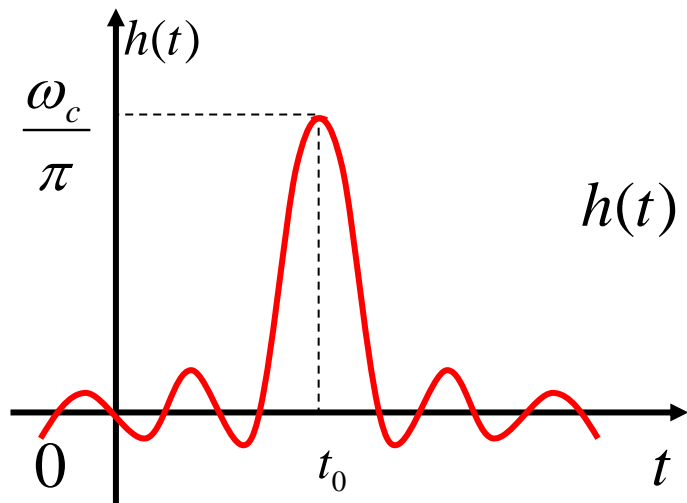
### 物理可实现的滤波器的冲激响应



$$h(t) = F^{-1}[H(\omega)] = \frac{2\omega_c}{\sqrt{3}} e^{-\frac{\omega_c}{2}t} \sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\omega_c t\right) \quad (t > 0)$$

由实际电路组成，从  $t > 0$  开始，物理可实现

### 理想低通滤波器的冲激响应



$$h(t) = \frac{\omega_c}{\pi} \text{Sa}[\omega_c(t - t_0)]$$

### 可实现特性与不可实现特性的标准

(1) 时域——**因果性**（输出只与输入的现在和过去有关）是物理可实现的充分必要条件，即  $h(t) = 0 \ (t < 0)$ 。

(2) 频域——如果幅度响应的平方可积  $\int_{-\infty}^{\infty} |H(\omega)|^2 d\omega < \infty$

**佩利-维纳 (Payley-Wiener) 准则**——物理可实现（因果性）的必要条件

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\ln |H(\omega)||}{1 + \omega^2} d\omega < \infty$$

没有给出相位特性约束

不满足这个条件，系统就是不可实现的。

仅允许  $|H(\omega)|$  特性在某些不连续的频率点上为零；但不允许  $|H(\omega)|$  在一个有限频带内为零。即限制了幅度特性的衰减速度。理想低通、理想高通、理想带通和理想带阻等都是不可实现的。

如果  $|H(\omega)| = 0$ ,  $|\ln |H(\omega)|| \rightarrow \infty$





关于佩利-维纳准则下列说法**错误**的是( )

- ☐ A 佩利-维纳准则要求可实现的幅度特性总的衰减不能过于迅速。
- ☐ B 佩利-维纳准则既不允许网络特性在一频带内为零，也限制了幅度特性的衰减速度。
- ☐ C 佩利-维纳准则只从幅度特性提出要求，而在相位特性方面却没有给出约束。
- ☒ D 佩利和维纳证明了对于幅度特性物理实现的充分必要条件。

提交

佩利-维纳准则是物理可实现（因果性）的必要条件，不是充分条件。

$$h(t) \rightarrow H(\omega) \quad \text{因果}$$

$$h(t+t_0) \rightarrow H(\omega)e^{j\omega t_0}, \quad t_0 > 0 \quad \text{非因果}$$

两者幅度特性相同，满足佩利-维纳准则，但相位特性不同。

如果 $|H(\omega)|$ 已被检验满足佩利-维纳准则，就可以找到适当的相位函数 $\varphi(\omega)$ 与 $|H(\omega)|$ 一起构成物理可实现的系统函数。

## 作业

基础题：5-2，5-4，5-8，5-10。

加强题：5-13。