信号与系统

哈尔滨工业大学（深圳）
信息学部
朱旭

课程简介

本课程是一门专业基础课程，研究信号与系统的基本概念和基本分析方法。初步认识如何建立信号与系统的**数学模型**，经过**数学分析求解**，对所得结果给予**物理解释**、赋予**物理意义**。

教材

郑君里，信号与系统（第四版）（上、下册）, 高等教育出版社, 2024。

参考书

- 奥本海姆（A. V. Oppenheim）等，刘树棠译，信号与系统（第二版），电子工业出版社，2012，ISBN: 9787121194276
- 西蒙·赫金（Simon Haykin）等，林秩盛等译，信号与系统（第二版），电子工业出版社，2013，ISBN: 9787121186653

在AI时代，学习“信号与系统”有什么用?

Deepseek：在AI时代，学习**信号与系统**不仅不过时，反而具有重要的现实意义和跨学科价值。以下是几个关键原因：

1. 信号处理是AI底层能力的核心
  - **数据预处理**：AI模型（尤其是处理图像、语音、视频、传感器数据的模型）依赖信号处理技术。例如：
    - 图像识别：傅里叶变换、小波变换用于特征提取。
    - 语音识别：梅尔频谱、滤波器组设计（如MFCC）是语音信号处理的基础。
    - 时间序列分析：滤波、降噪、频域分析是处理传感器数据的关键。
  - **深度学习与信号处理结合**：卷积神经网络（CNN）的卷积操作本质是信号处理中的“线性时不变系统”；循环神经网络（RNN）与信号系统中的差分方程、时域建模密切相关。

2. AI硬件与实时系统的依赖**
  - **边缘计算与AI芯片**：在自动驾驶、物联网设备等场景中，信号处理算法需要直接在硬件上实时运行（如降噪、压缩、特征提取）。信号与系统的知识帮助优化算法效率，降低功耗。
  - **通信与数据传输**：5G/6G通信中的信号调制、信道编码、抗干扰技术均依赖信号系统理论，而这些是AI大规模部署的基础设施。

3. 跨学科融合的桥梁
  - **生物医学AI**：医疗影像（MRI、CT、超声）依赖信号重建算法；脑电信号（EEG）、心电信号（ECG）的分析需要时频域处理技术。
  - **物理与AI结合**：AI加速的物理仿真（如电磁场、声学建模）需要理解系统的传递函数、频响特性。
  - **控制与机器人**：机器人运动控制、传感器融合（如卡尔曼滤波）本质上是动态系统分析。

课程简介

4. 理解AI模型的本质
   - **可解释性**：信号与系统的频域分析、系统稳定性理论可帮助解释深度学习的黑箱行为。例如，CNN的频域响应能揭示模型对图像特征的敏感程度。
   - **生成模型的理论基础**：生成对抗网络（GAN）和扩散模型的噪声建模、信号重构过程，与随机信号分析、滤波理论密切相关。

5. 未来技术的前沿交叉
   - **量子计算与信号处理**：量子算法（如量子傅里叶变换）可能颠覆传统信号处理方式。
   - **神经形态计算**：模仿生物神经系统的硬件设计需要动态系统建模（如脉冲神经网络）。
   - **AI驱动的信号压缩**：如神经网络编解码器（Neural Codec）正在取代传统压缩算法（JPEG、MP3）。

6. 培养底层思维能力
   - **系统化思维**：信号与系统训练从时域、频域、复频域多角度分析问题的能力，这种思维模式对设计高效AI模型至关重要。
   - **数学工具迁移**：拉普拉斯变换、Z变换、状态空间方程等工具在AI的优化、控制、概率建模中广泛应用。

总结：
AI并非取代传统学科，而是与之深度融合。**信号与系统**提供了理解现实世界物理信号、设计高效算法、优化硬件系统的数学语言，是连接物理世界与数字智能的桥梁。即使未来AI工具高度自动化，**掌握底层原理的人**仍能更灵活地解决复杂问题，推动技术边界。

考核细则

考核项目	占比	说明
期末考试	50%	考核范围：全部内容。闭卷考试。
过程性考核	50%	
1. 期中考试	15%	考核范围：1~4章内容，学期中进行。 （1）客观题：线上，超星（学习通）平台上进行，限时45分钟，此项满分5%； （2）主观题：线下，闭卷考试，限时90分钟，此项满分10%。
2. 线上学习	10%	（1）按照课程进度，按时观看学习超星（学习通）平台的慕课视频，回答视频中嵌入的知识点问题，完成每个视频任务点（观看90%以上），此项满分6%； （2）按照课程进度，每章学习结束后，按时完成超星（学习通）平台上发布的测验题，根据答题效果，完成章节测试任务点，此项满分4%。
3. 课堂参与	7%	根据课堂上参与雨课堂客观题答题次数占教师发起答题次数的百分比计算分数，不计对错。
4. 课后作业	8%	完成教师布置的课后习题，通过雨课堂平台按时提交。
5. 实验实践	10%	包括实验操作和实验报告。
过程性考核附加项	2%	附加成绩可叠加在过程性考核成绩上，50%封顶。
1. 课程参与	1%	课上积极参加雨课堂投稿，在超星（学习通）平台上积极参与AI问答、发起讨论、回复讨论内容等，获得教师、助教认可的，可获得1%的附加分。
2. 平台反馈	1%	针对AI教学、授课、听课的学习感受、改进意见和建议，均可通过超星（学习通）平台提交意见合理者，可获得1%的附加分。

本次课内容

1.1 引论
1.2 信号分类和典型信号
1.3 信号的运算
1.4 奇异信号

本次课目标

1. 理解信号的分类方法
2. 了解典型信号的特性和物理意义；
3. 熟练掌握信号的运算，能按步骤正确画出时移、反褶、尺度变换后的波形；
4. 熟悉奇异信号的特性、作用和相互关系，特别是阶跃函数和冲激函数。

第一章 信号与系统的基本概念

1.1 引论

消息 (Message)：待传送的一种以收发双方事先约定的方式组成的符号, 如语言、文字、图像、数据等。

信息 (Information)：所接收到的消息中获取的未知内容。

信号 (Signal)：一种物理量（电、光、声）的变化。信息的载体。

电信号：与消息（语言、文字、图像、数据）相对应的变化的电流或电压，或电容上的电荷、电感中的磁通等。

信号处理有哪些应用？请给出至少2个信号处理的应用。

信号处理技术广泛应用于通信、制造业、国防等领域。

“时代楷模”刘永坦院士与新体制雷达

不以困难为断点，不以成就为终点！

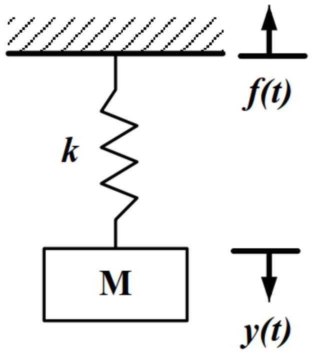
1.1 引论

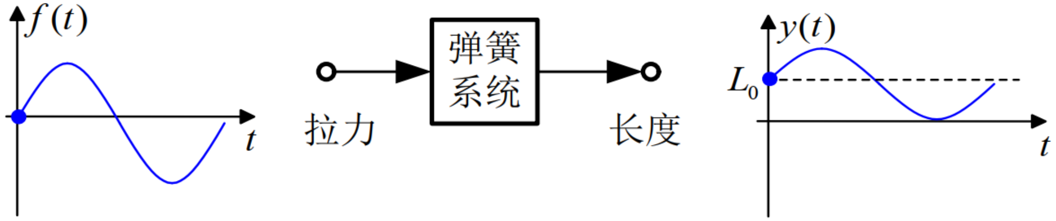
系统：一组相互有联系的事物并具有特定功能的整体。

系统可分为物理系统和非物理系统。

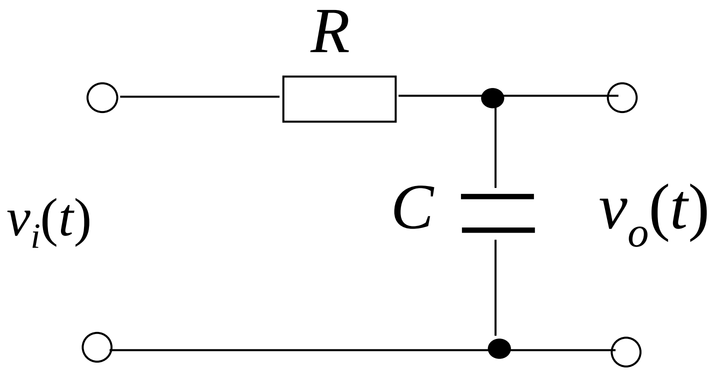
- 物理系统：电路系统、通信系统、自动控制系统、机械系统、光学系统等；
- 非物理系统：生物系统、政治体制系统、经济结构系统、交通系统、气象系统等。

弹簧系统举例

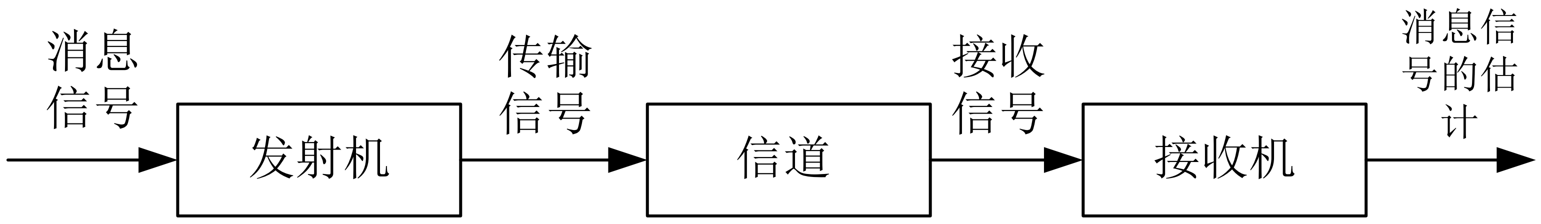


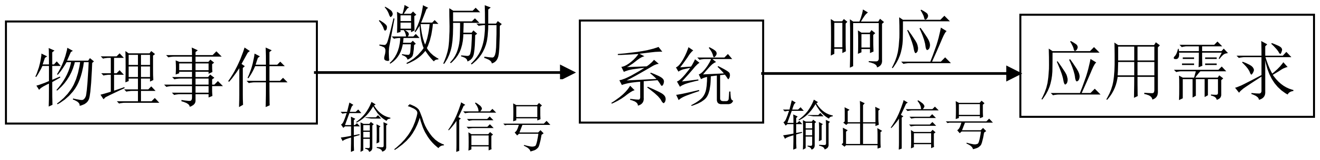


电路系统



通信系统





对于**系统**而言，输入信号常称为**激励**，输出信号常称为**响应**。

信号与系统这门课程解决的问题：

（1）激励经过系统产生什么样的响应？　　激励 + 系统→响应

（2）给定的激励和所要求的响应，设计什么样的系统？　　激励→系统←响应

（3）便于系统分析和所要求的响应需要什么样的激励?　　激励←系统 + 响应

注意：信号与系统之间密切相关，相辅相成。离开了信号，系统将失去存在的意义。

第一章 信号与系统的基本概念

1.2 信号分类和典型信号

1.2.1 信号的分类

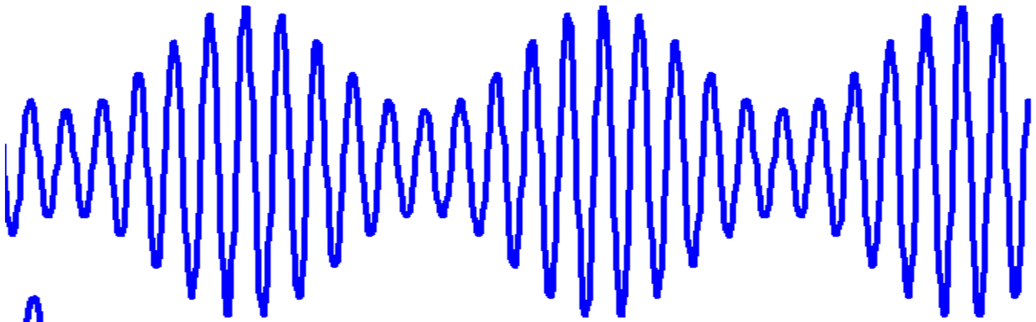
1. 确定性信号与随机性信号

确定性信号--对于确定的时刻，信号有确定的数值与之对应。

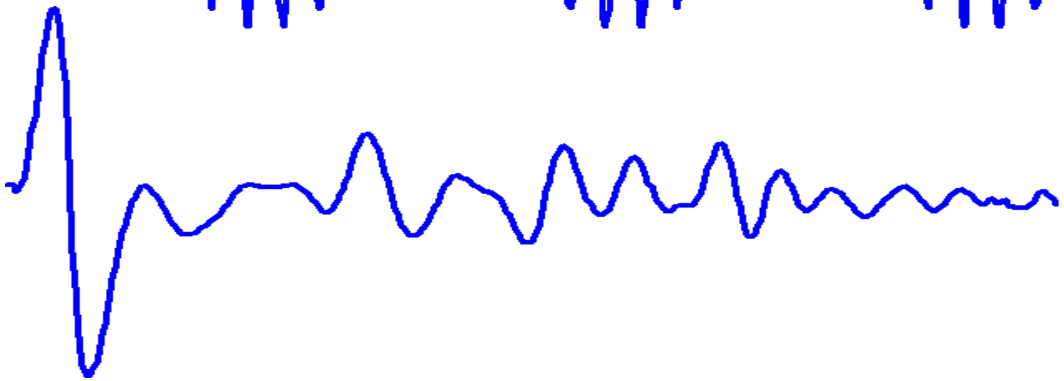
随机信号--不可预知的信号，如噪声。

确定性信号

$S(t) = (2 + \cos\omega t)\cos(10\omega t)$



随机性信号



2. 周期信号与非周期信号

周期信号：依一定时间间隔周而复始，而且是无始无终的信号。基本周期为T的信号--$f(t)=f(t+T)$ 对所有t

非周期信号：时间上不满足周而复始特性的信号。

单选题 1分

设置

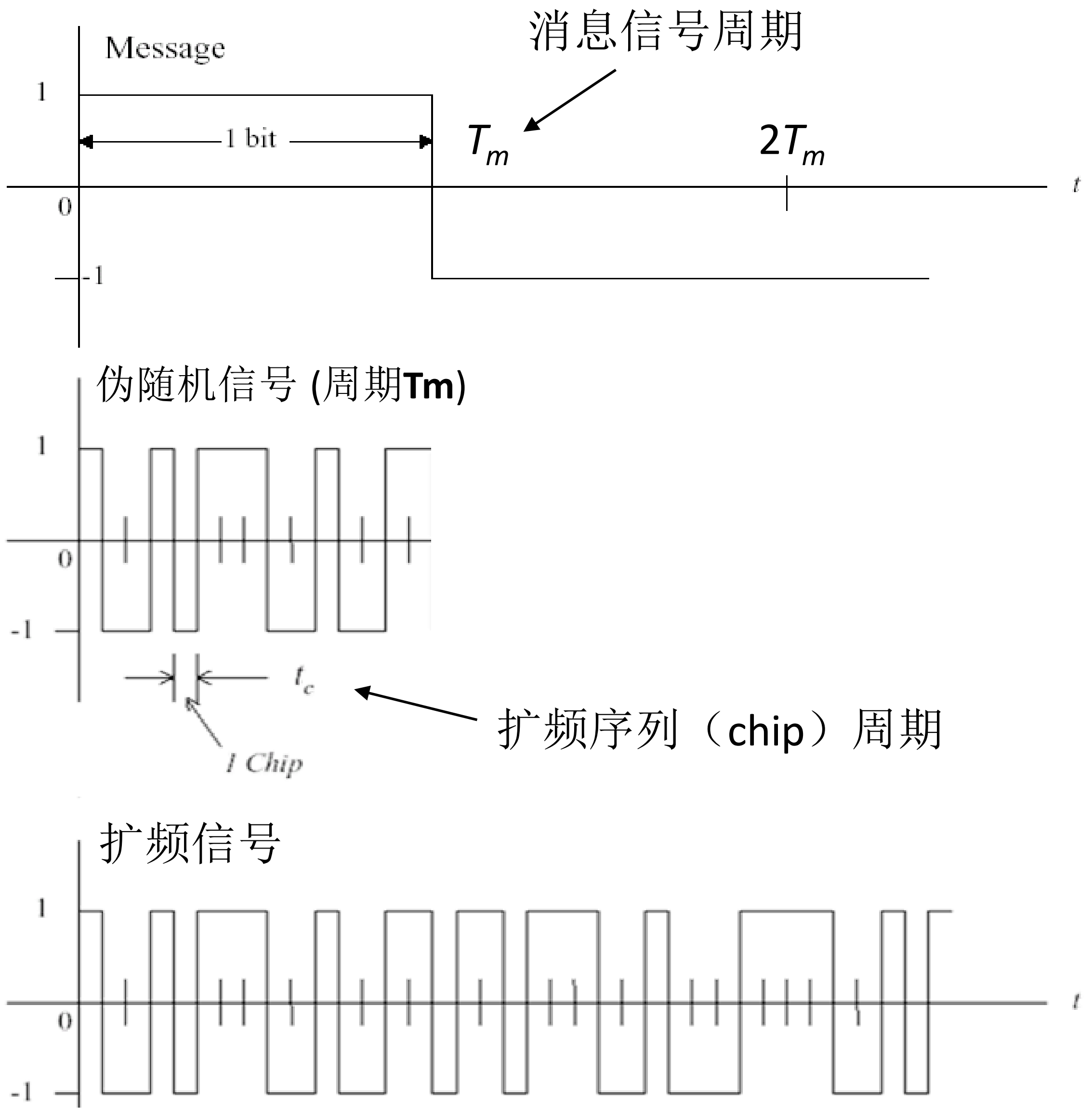
伪随机信号是

A 周期信号

B 非周期信号

提交

扩频通信


Message
1
0
-1
1 bit
消息信号周期
T_m
$2T_m$
t
伪随机信号 (周期**Tm**)
1
0
-1
t_c
1 Chip
扩频序列（chip）周期
扩频信号
1
0
-1
t

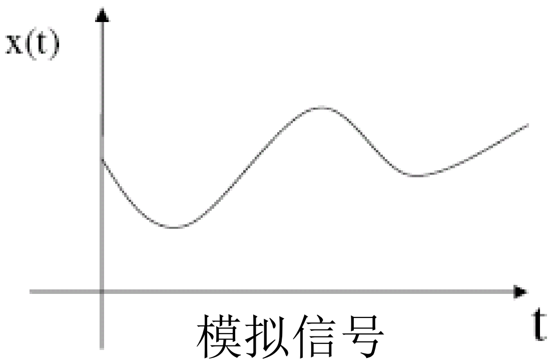
3. 连续时间信号与离散时间信号

连续时间信号：如果在所讨论的时间间隔内，对于任意时间值（除若干不连续点外），都可给出确定的函数值。

离散时间信号：在时间的离散点上信号才有值与之对应，其它时间无定义。

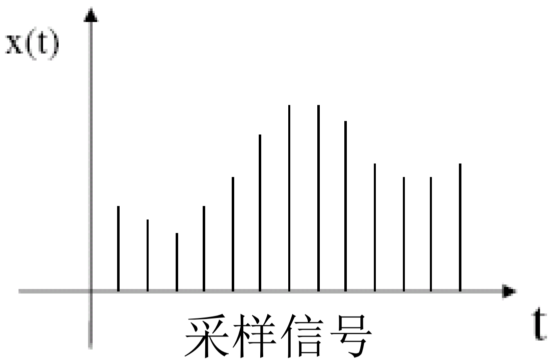
离散信号
- 采样信号：时间不连续、幅度连续
- 数字信号：时间不连续、幅度也不连续

连续时间，连续幅度



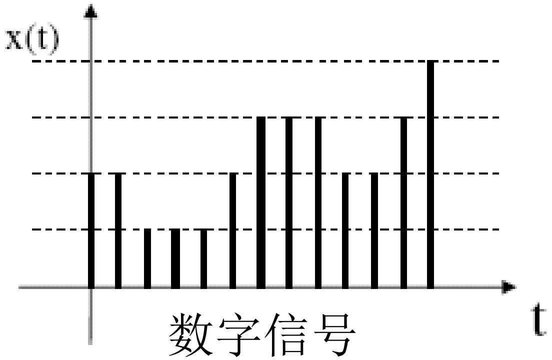
模拟信号

离散时间，连续幅度



采样信号

离散时间，离散幅度

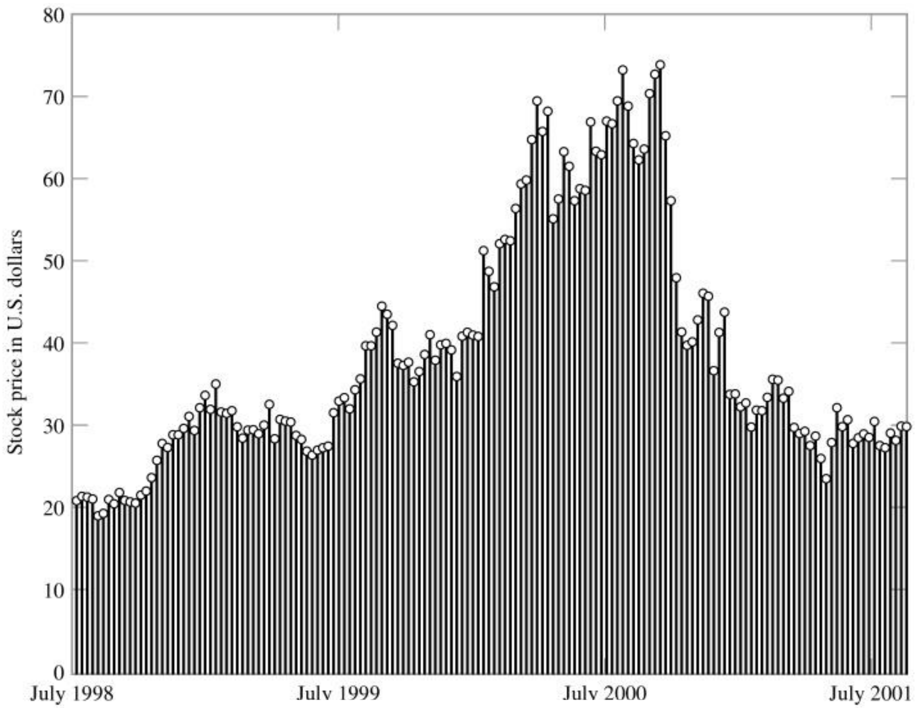


数字信号

4. 一维信号与多维信号

信号可以表示为一个或多个变量的函数。

本课程主要研究变量为时间的一维信号。



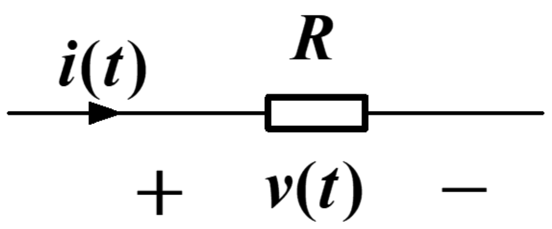
美国股市波动图—一维信号

图像信号—二维信号

5. 能量信号与功率信号 （教材6.5节）

设$i(t)$为流过电阻R的电流，$v(t)$为R上的电压

瞬时功率为 $p(t)=i^2(t)R$



在一个周期内，R消耗的能量

$$E=\int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} p(t)\,\mathrm{d}t=R\int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} i^2(t)\,\mathrm{d}t \text{ 或 } E=\frac{1}{R}\int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} u^2(t)\,\mathrm{d}t$$

平均功率可表示为

$$P=\frac{1}{T_0}R\int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} i^2(t)\,\mathrm{d}t \text{ 或 } P=\frac{1}{T_0}\frac{1}{R}\int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} u^2(t)\,\mathrm{d}t$$

定义：一般说来，能量总是与某一物理量的平方成正比。

令$R = 1$，则在整个时间域内，实信号$f(t)$的

能量 $$E = \lim_{T_0 \to \infty} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} f^2(t)\,\mathrm{d}t$$

平均功率 $$P = \lim_{T_0 \to \infty} \frac{1}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} f^2(t)\,\mathrm{d}t$$

讨论上述两个式子，可能出现两种情况：

① $0 < E < \infty$ (有限值)$, P = 0$ ⟵ 能量（有限）信号

② $0 < P < \infty$ (有限值)$, E = \infty$ ⟵ 功率（有限）信号

一般规律

①一般周期信号为功率信号。

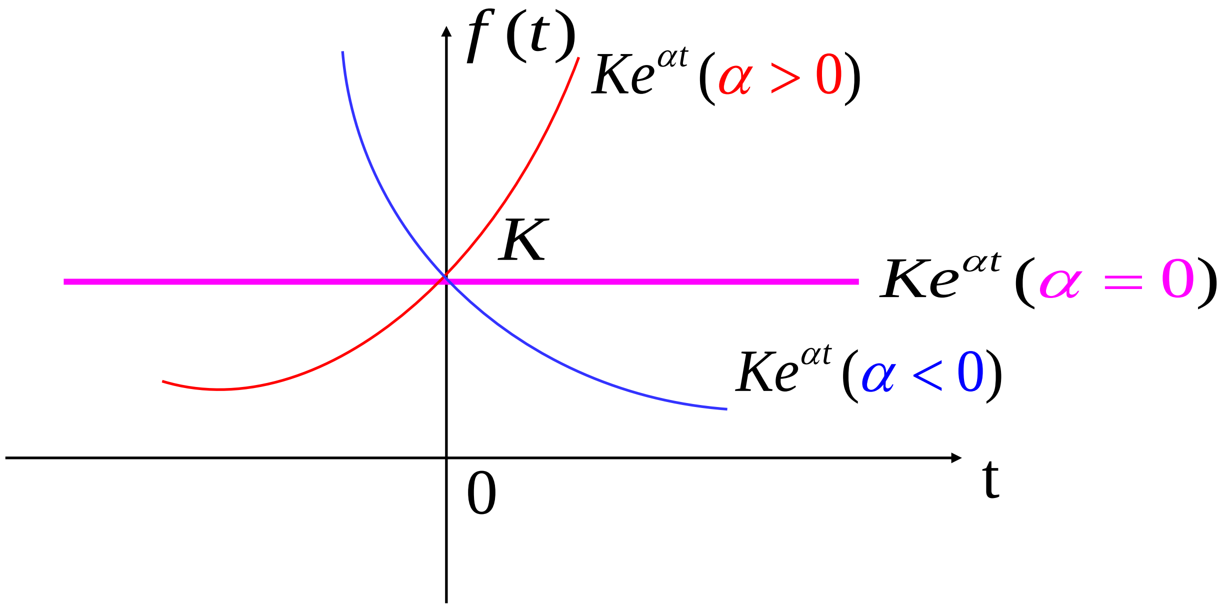
②非周期信号，在有限区间有值，为能量信号。

③还有一些非周期信号是非能量信号。

1.2.2 典型信号

1. 指数信号(Exponential Signal)

表达式为 $f(t) = Ke^{\alpha t}$

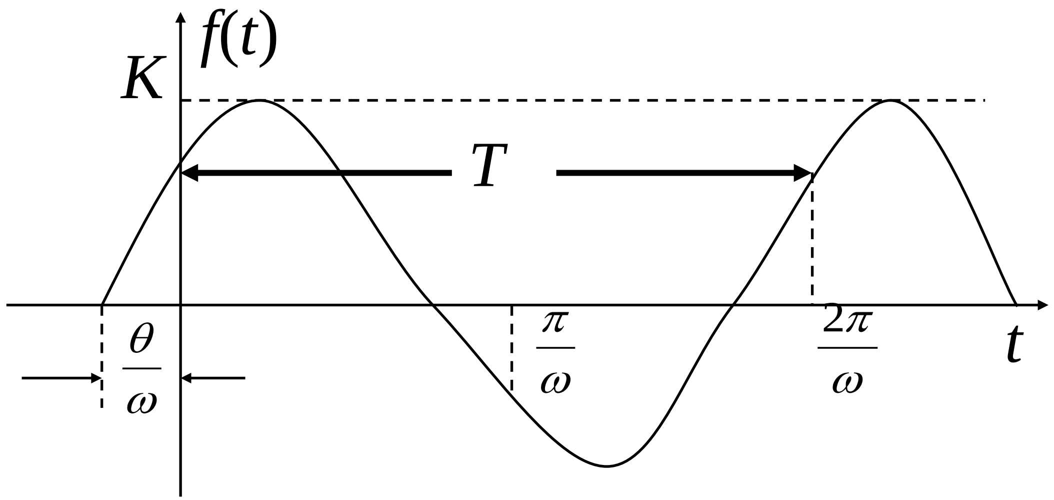


指数函数对时间的微分和积分仍然是指数形式。

2. 正弦信号(Sinusoidal Signal)

正弦信号和余弦信号二者仅在相位上相差 $\frac{\pi}{2}$，统称为正弦信号，一般写作

$$f(t) = K\sin(\omega t + \theta)$$



$$e^{j\omega t} = \cos\omega t + j\sin\omega t \qquad e^{-j\omega t} = \cos\omega t - j\sin\omega t$$

$$\sin\omega t = \frac{1}{2j}(e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}) \qquad \cos\omega t = \frac{1}{2}(e^{j\omega t} + e^{-j\omega t})$$

3.复指数信号

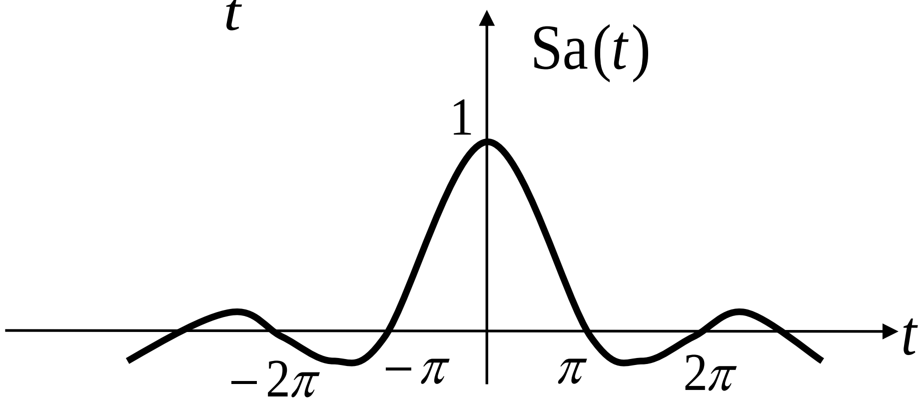
如果指数信号的指数因子为一复数，则称为复指数信号，表示为

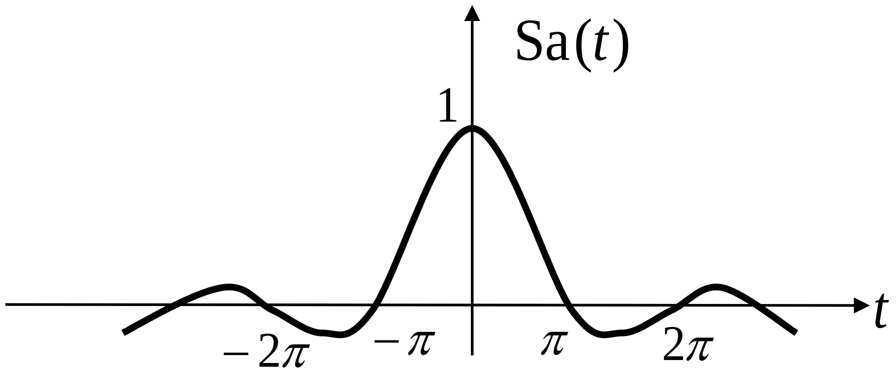
$$f(t) = Ke^{st} = Ke^{(\sigma + j\omega)t} = Ke^{\sigma t}\cos\omega t + jKe^{\sigma t}\sin\omega t$$

4. Sa(*t*) 函数（抽样函数）

所谓抽样函数是指sin *t*与 *t* 之比构成的函数，以符号 Sa(*t*)

表示为 $\mathrm{Sa}(t) = \dfrac{\sin t}{t}$





$\mathrm{Sa}(t)$ 的性质：

（1）$\mathrm{Sa}(t)$ 是偶函数，在 t 正负两方向振幅都逐渐衰减。

（2） $\int_0^{\infty}\mathrm{Sa}(t)dt=\frac{\pi}{2}$

$$\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{Sa}(t)dt=\pi$$

第一章 信号与系统的基本概念

1.3.1 信号的相加运算

两个信号的和（或差）仍然是一个信号，它在任意时刻的值等于两信号在该时刻的值之和（或差），即

$$f(t) = f_1(t) + f_2(t) \quad \text{或} \quad f(t) = f_1(t) - f_2(t)$$

1.3.2 信号的乘法和数乘运算

两个信号的积仍然是一个信号，它在任意时刻的值等于两信号在该时刻的值之积，即

$$f(t) = f_1(t)\, f_2(t)$$

信号的数乘运算是指某信号乘以一实常数K，它是将原信号每一时刻的值都乘以K，即

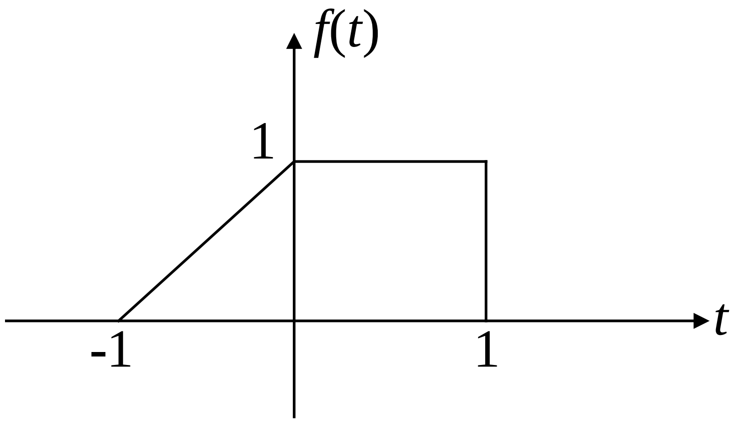
$$f(t) = Kf(t)$$

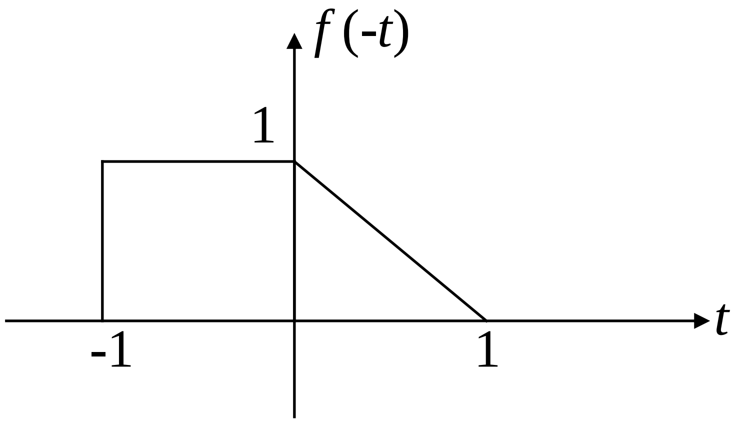
1.3.3 信号的反褶、时移、尺度变换运算

1. 反褶运算

$$f(t) \to f(-t)$$

以 $t = 0$ 为轴反褶

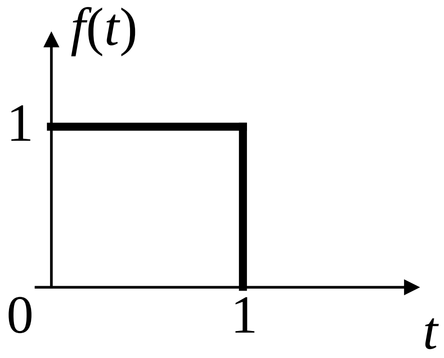


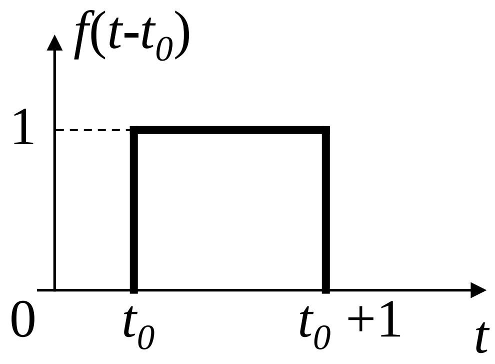


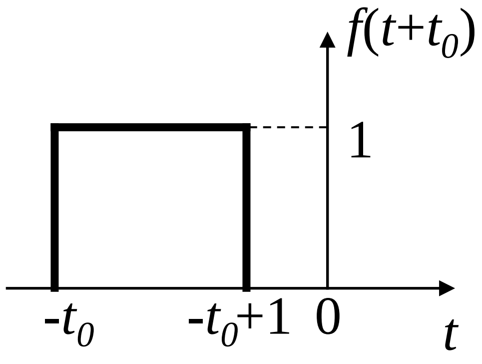
2. 时移运算

$$f(t) \to f(t - t_0)$$

$t_0>0$时，$f(t)$在 t 轴上整体右移； $t_0<0$时，$f(t)$在 t 轴上整体左移。







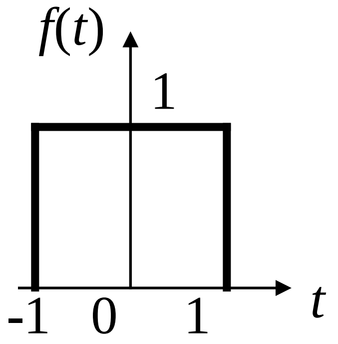
3. 尺度变换运算

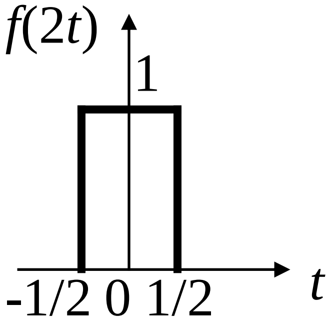
$$f(t) \to f(2t)$$

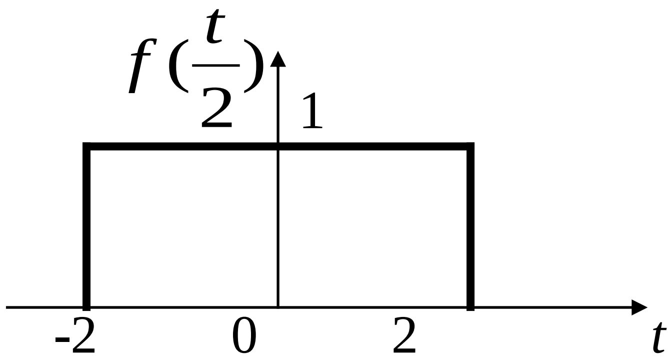
压缩

$$f(t) \to f(\frac{t}{2})$$

扩展

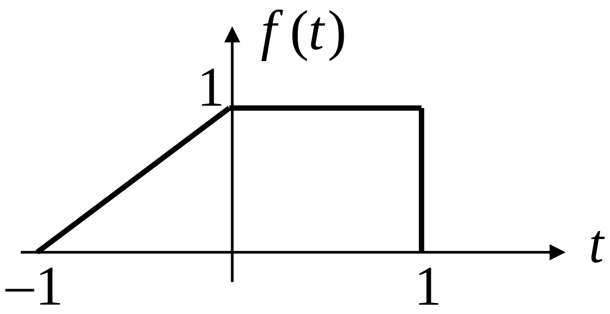






请分别举出信号的延时、反褶、压缩在现实生活中的一个例子。

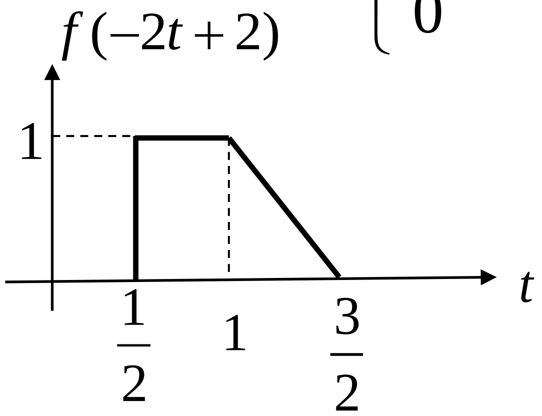
例1-1：信号如下图所示，求$f(-2t+2)$，并画出波形。



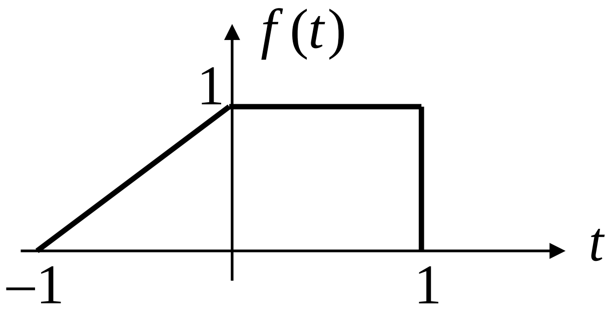
解法一：先求表达式再画波形（**不推荐**）。

$$f(t)=\begin{cases} t+1 & -1\le t\le 0 \\ 1 & 0<t<1 \\ 0 & t<-1及t>1 \end{cases}$$

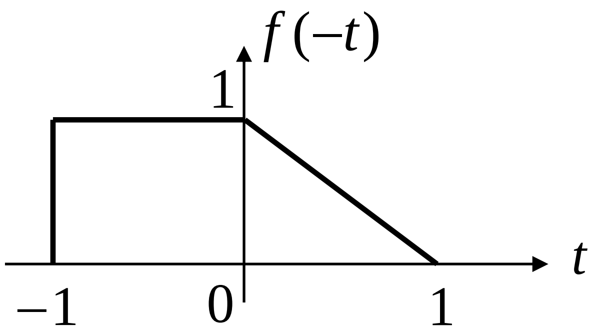
$$f(-2t+2)=\begin{cases} -2t+3 & -1\le -2t+2\le 0 \\ 1 & 0<-2t+2<1 \\ 0 & -2t+2<-1及-2t+2>1 \end{cases}=\begin{cases} -2t+3 & 1\le t\le \frac{3}{2} \\ 1 & \frac{1}{2}<t<1 \\ 0 & t<\frac{1}{2}及t>\frac{3}{2} \end{cases}$$

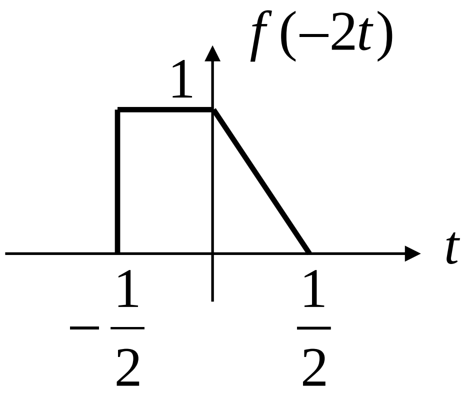


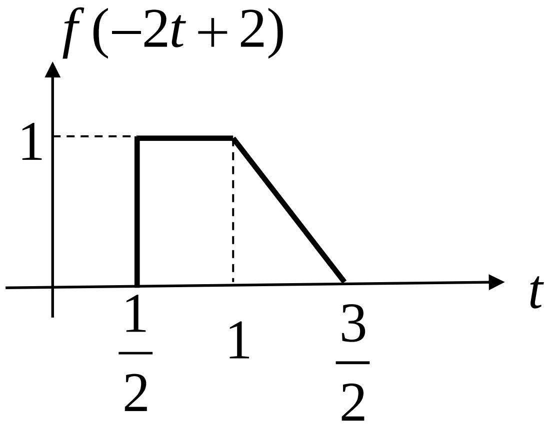
解法二：先画波形再写表达式。



$$f(t)\xrightarrow{\text{反褶}} f(-t)\xrightarrow{\text{尺度}} f(-2t)\xrightarrow{\text{时移}} f(-2t+2)=f[-2(t-1)]$$





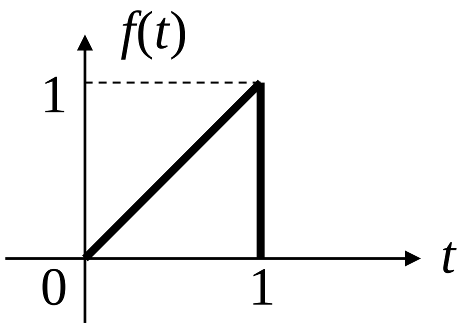


1.3.4 信号的微分与积分运算

1. 微分运算

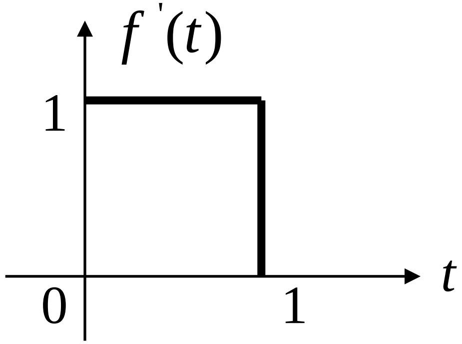
信号 $f(t)$ 的微分 $f'(t)$ 仍然是一个信号，它表示信号随时间变化的变化率。微分运算突出信号的变化部分。

例1-2: 求下图所示信号$f(t)$的微分$f'(t)$，并画出其波形。



解： $f(t)=t$ （$0<t\leq1$）

$f'(t)=1$ （$0<t\leq1$）

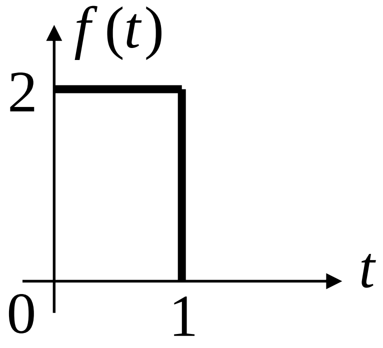


2. 积分运算

信号 $f(t)$ 的积分 $\int_{-\infty}^{t} f(\tau)d\tau$，也可写作 $f^{(-1)}(t)$ ，仍然是一个信号，它在任意时刻的值等于从$-\infty$ 到 t 区间内$f(t)$与时间轴所包围的面积。

积分运算使信号的突变部分变得平滑，可削弱毛刺（噪声）的影响。

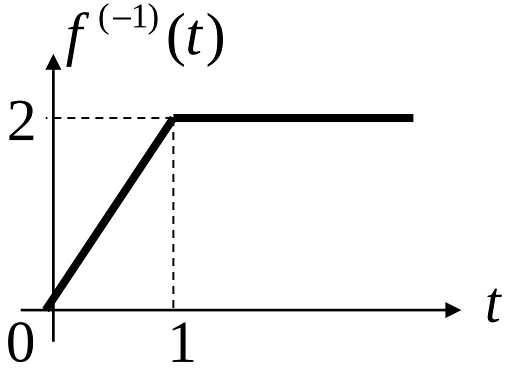
例1-3：选择如图所示信号**f(t)**的积分 $f^{(-1)}(t)=\int_{-\infty}^{t} f(\tau)d\tau$ 的波形。



解：1）当 $t<0$时， $f^{-1}(t)=0$

2）当 $0\le t\le 1$ 时，$f^{(-1)}(t)=\int_{0}^{t} 2d\tau=2t$

3）当 $t>1$ 时，$f^{-1}(t)=\int_{0}^{1} 2d\tau=2$



第一章 信号与系统的基本概念

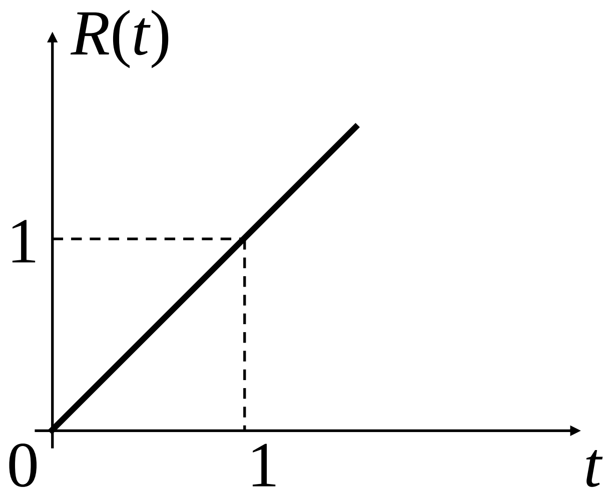
在信号与系统分析中，经常要遇到**函数本身有不连续点**或其**导数与积分有不连续点**的情况，这类函数统称为奇异函数或**奇异信号**。

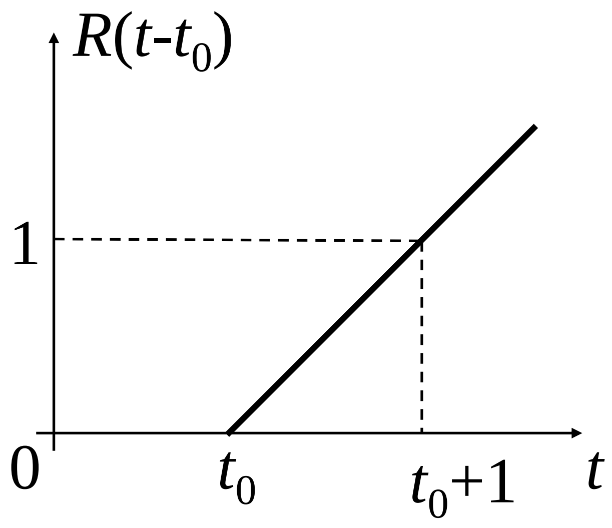
1.4.1 单位斜变信号

斜变信号指的是从某一时刻开始随时间正比例增长的信号。其表示式为:

$$R(t)=t,(t\ge 0)$$

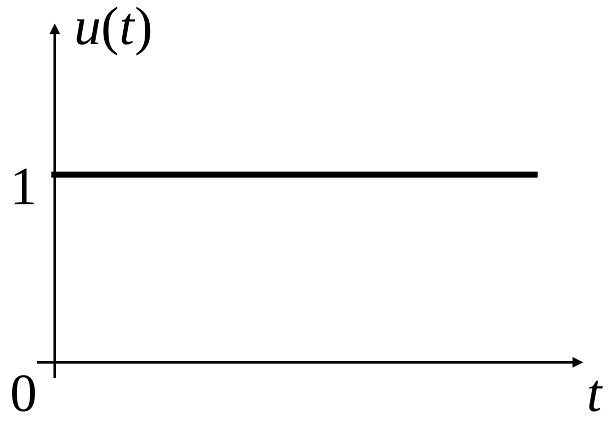
$$R(t-t_0)=t-t_0,(t\ge t_0)$$



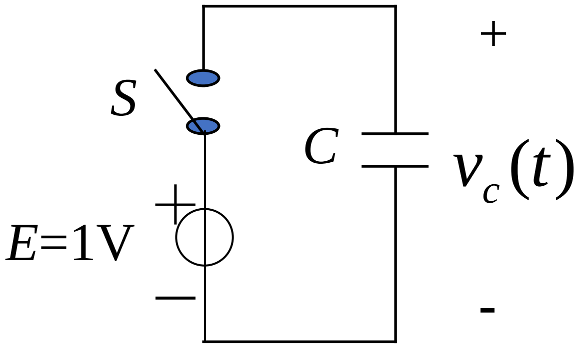


1.4.2 单位阶跃信号

$$u(t)=\begin{cases}0,(t<0)\\1,(t>0)\end{cases}$$



单位阶跃信号在电路中的物理意义是什么？

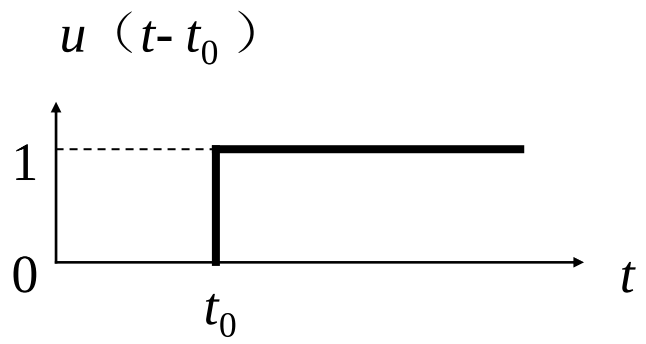


例1-4：图中假设S、E、C 都是理想元件（内阻为0），当 $t=0$ 时S闭合，求电容C上的电压。

解： 由于S、E、C 都是理想元件，所以，回路无内阻，当S 闭合后，C上的电压会产生跳变，从而形成阶跃电压。即：

$$v_c(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ 1 & t>0\end{cases}=u(t)$$

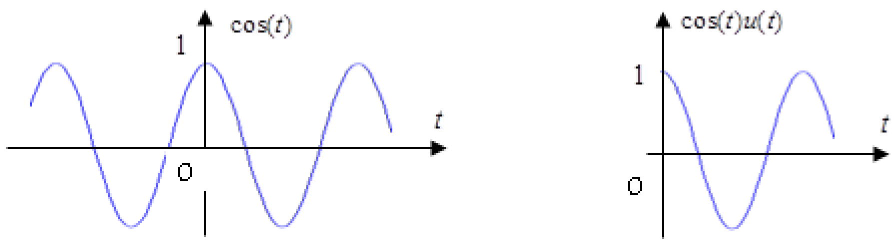
如果开关S在$t=t_0$ 时闭合，则电容上的电压为$u(t-t_0)$。波形如下图所示：



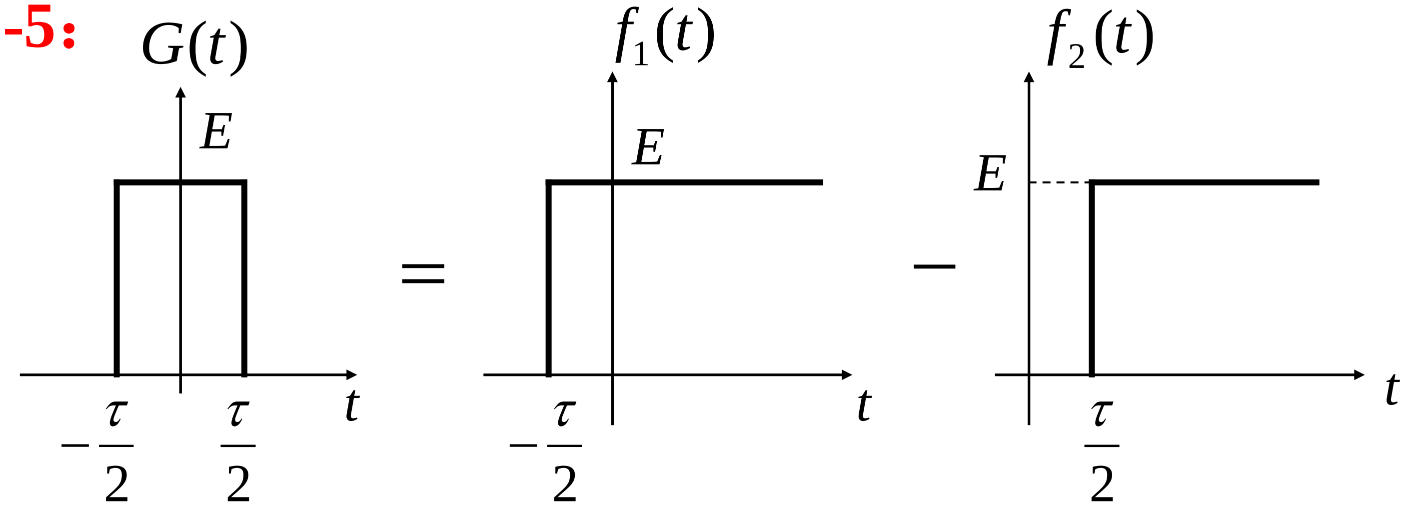
u(t)的性质： 单边特性，即：

$$f(t)u(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ f(t) & t>0\end{cases}$$

某些脉冲信号可以用阶跃信号来表示。



例1-5：

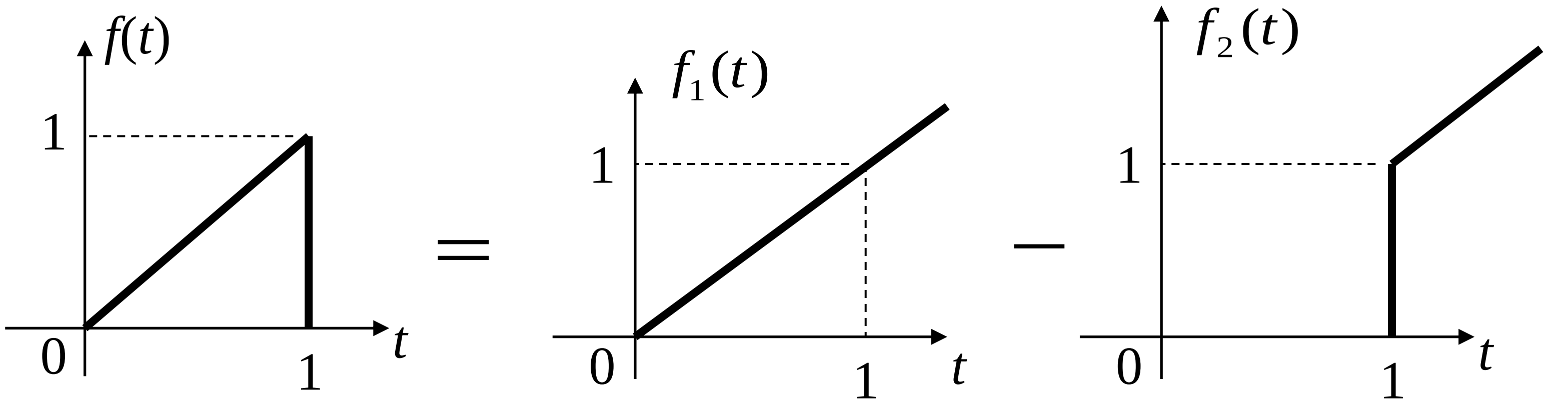


因为 $f_1(t) = Eu(t+\frac{\tau}{2})$, $f_2(t) = Eu(t-\frac{\tau}{2})$,

所以，矩形脉冲$G(t)$可表示为

$$G(t) = f_1(t) - f_2(t) = E[u(t+\frac{\tau}{2}) - u(t-\frac{\tau}{2})]$$

例1-6：



$$f(t)=t[u(t)-u(t-1)]$$

单选题 1分

设置

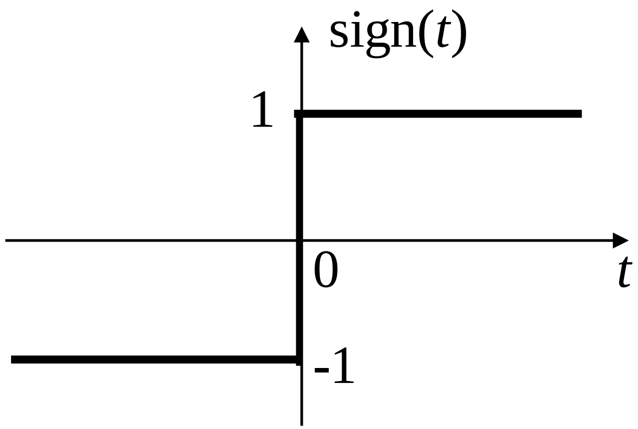
例1-7：利用阶跃信号来表示“符号函数”（signum）的正确表达式为：

A $1-2u(t)$

B $2u(t)-1$

C $2u(t)-2$

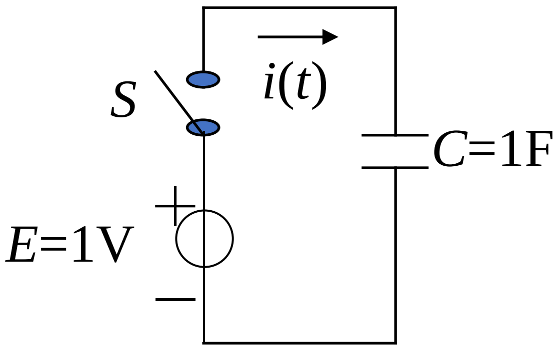
D $2-2u(t)$



提交

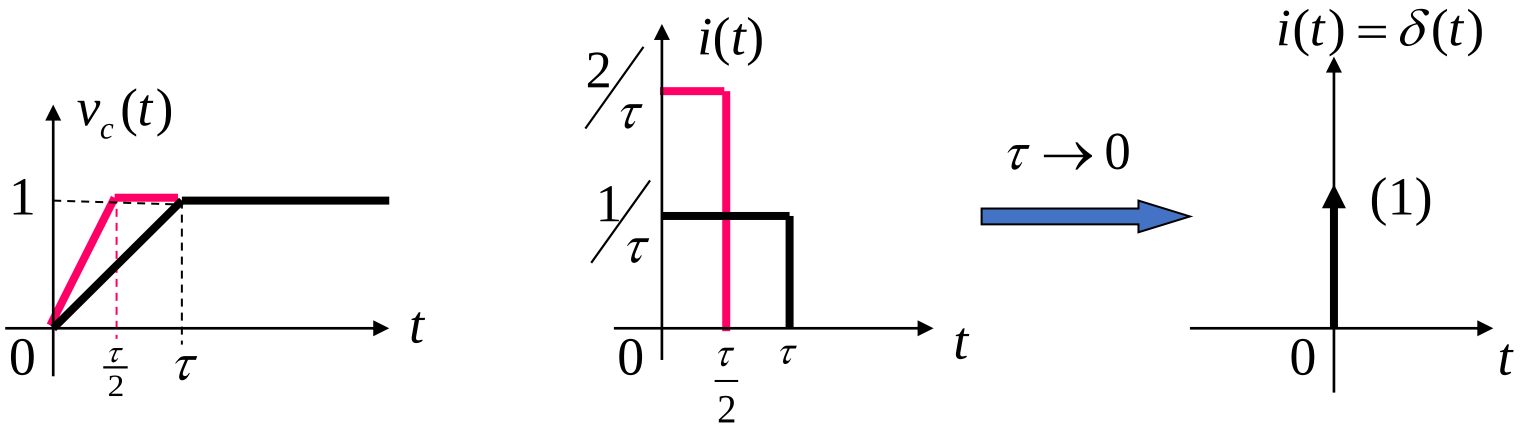
1.4.3 单位冲激信号$\delta(t)$

我们先从物理概念上理解如何产生冲激函数 $\delta(t)$ 。



例： 图中假设S、E、C都是理想元件（内阻为0），当 $t=0$时S闭合，求回路电流i（t）。

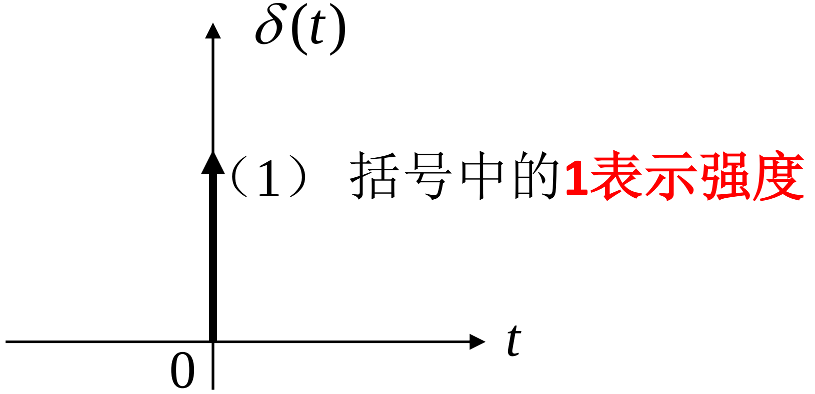
$$i(t)=C\frac{dv_C(t)}{dt}$$



1. $\delta(t)$ 的定义方法

1）用表达式定义

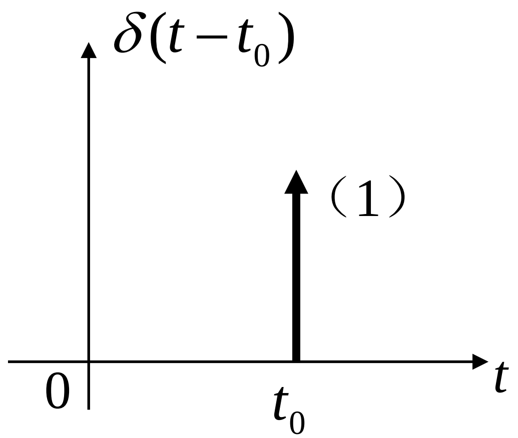
$$\begin{cases}\delta(t)=0 \quad (t\neq 0)\\ \int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)dt=1\end{cases}$$



这种定义方式是狄拉克提出来的，因此,$\delta(t)$ 又称为狄拉克（Dirac）函数。

同理可以定义 $\delta(t-t_0)$，即

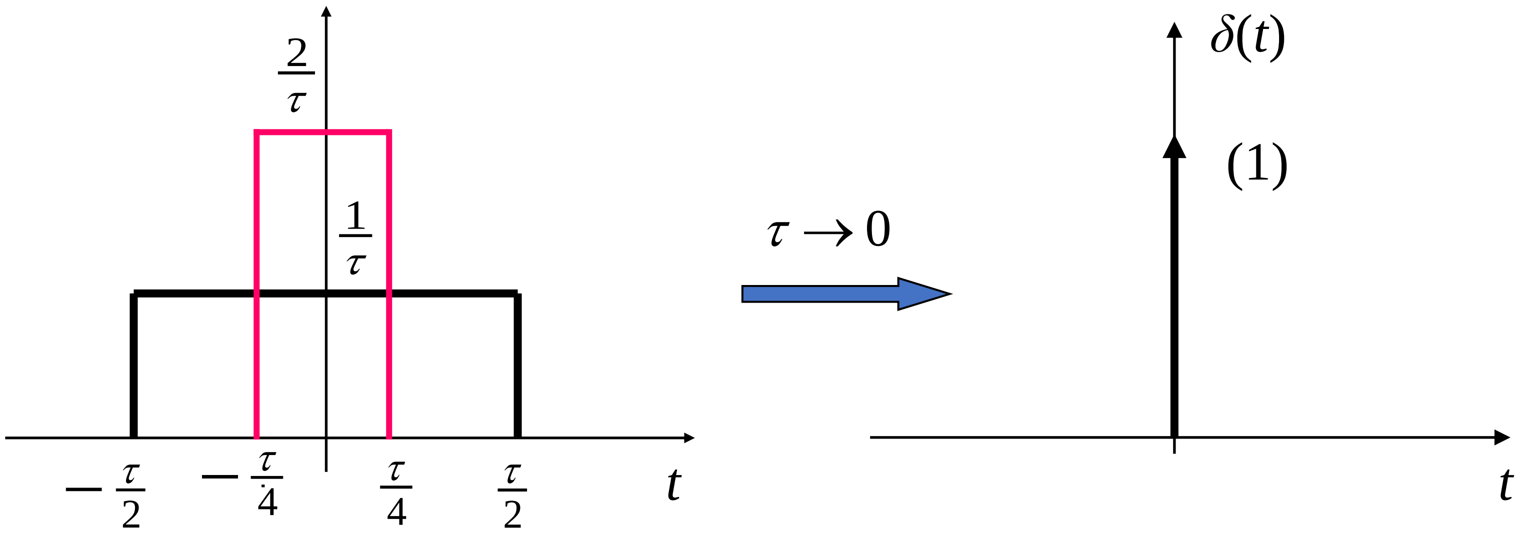
$$\begin{cases}\delta(t-t_0)=0 \quad (t\neq t_0)\\ \int_{-\infty}^{\infty}\delta(t-t_0)dt=1\end{cases}$$



2) 用极限定义

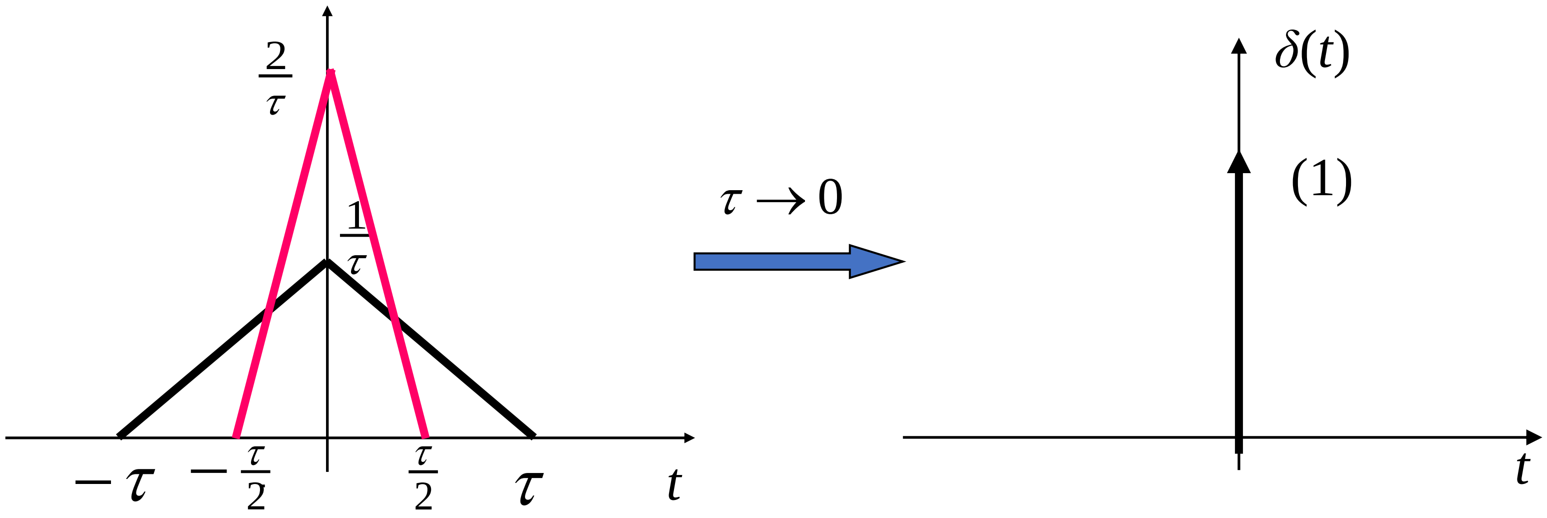
我们可以用各种规则函数系列求极限的方法来定义 $\delta(t)$ 。

例如:（a）用矩形脉冲取极限定义



$$\delta(t) = \lim_{\tau \to 0} \frac{1}{\tau}[u(t+\frac{\tau}{2}) - u(t-\frac{\tau}{2})]$$

（b）用三角脉冲取极限定义



$$\delta(t) = \lim_{\tau \to 0}\left\{\frac{1}{\tau}\left(1-\frac{|t|}{\tau}\right)[u(t+\tau)-u(t-\tau)]\right\}$$

2. 冲激函数的性质

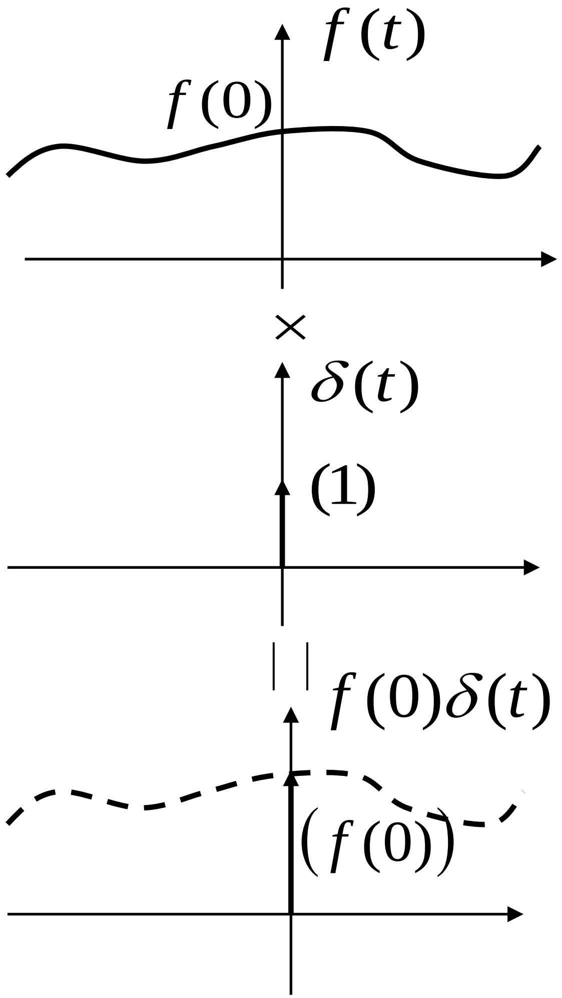
1）取样特性

$$f(t)\delta(t) = f(0)\delta(t) \qquad (1)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) f(t) dt = f(0)\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = f(0) \qquad (2)$$

$$f(t)\delta(t-t_0) = f(t_0)\delta(t-t_0) \qquad (3)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-t_0) f(t) dt = f(t_0) \qquad (4)$$



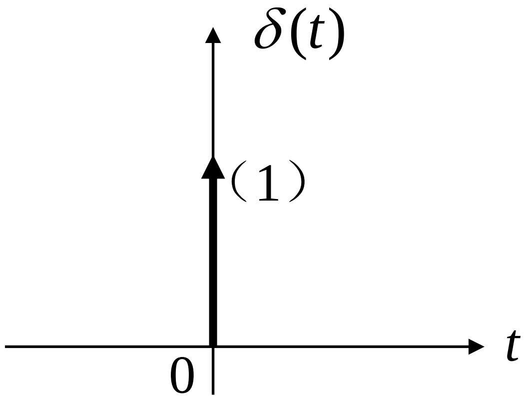
综合式（2）和式（4），可得出如下结论：

冲激函数可以把冲激所在位置处的函数值抽取（筛选）出来。

2）$\delta(t)$ 是偶函数，即 $\delta(t)=\delta(-t)$

3）$\int_{-\infty}^{t}\delta(\tau)d\tau=\begin{cases}0 & t<0\\ 1 & t>0\end{cases}=u(t)$

$$\int_{-\infty}^{t}\delta(\tau-t_0)d\tau=u(t-t_0)$$



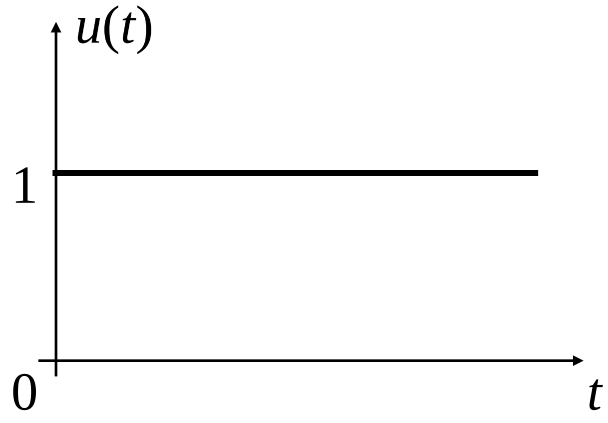
$u(t)$与$\delta(t)$的关系：

$$\int_{-\infty}^{t}\delta(\tau)d\tau=u(t)$$

$$\frac{d}{dt}u(t)=\delta(t)$$

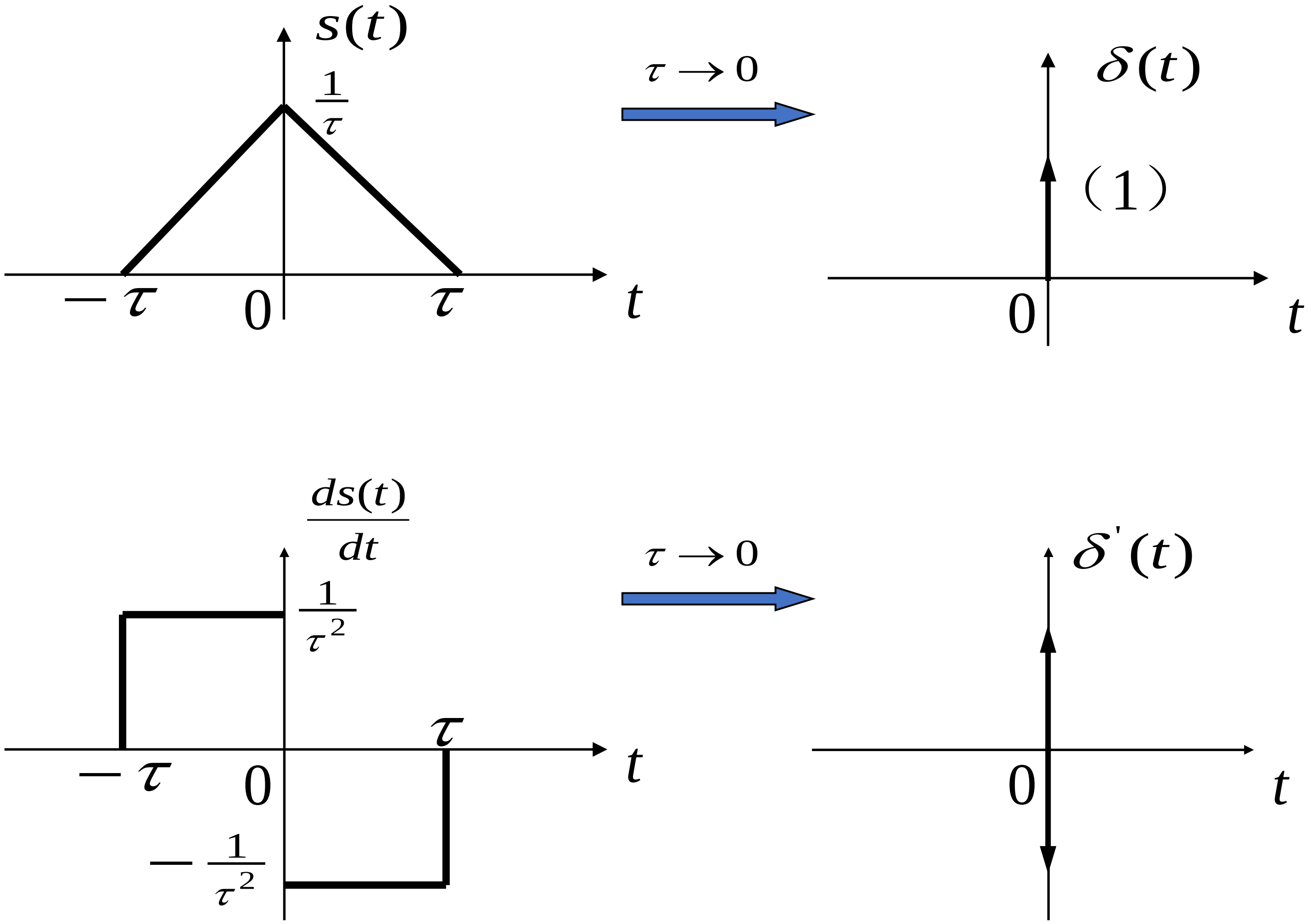
$$\int_{-\infty}^{t}\delta(\tau-t_0)d\tau=u(t-t_0)$$

$$\frac{d}{dt}u(t-t_0)=\delta(t-t_0)$$



1.4.4 冲激偶函数

冲激函数的微分（阶跃函数的二阶导数）将呈现正、负极性的一对冲激，称为冲激偶函数，以 $\delta'(t)$ 表示。



冲激偶的性质

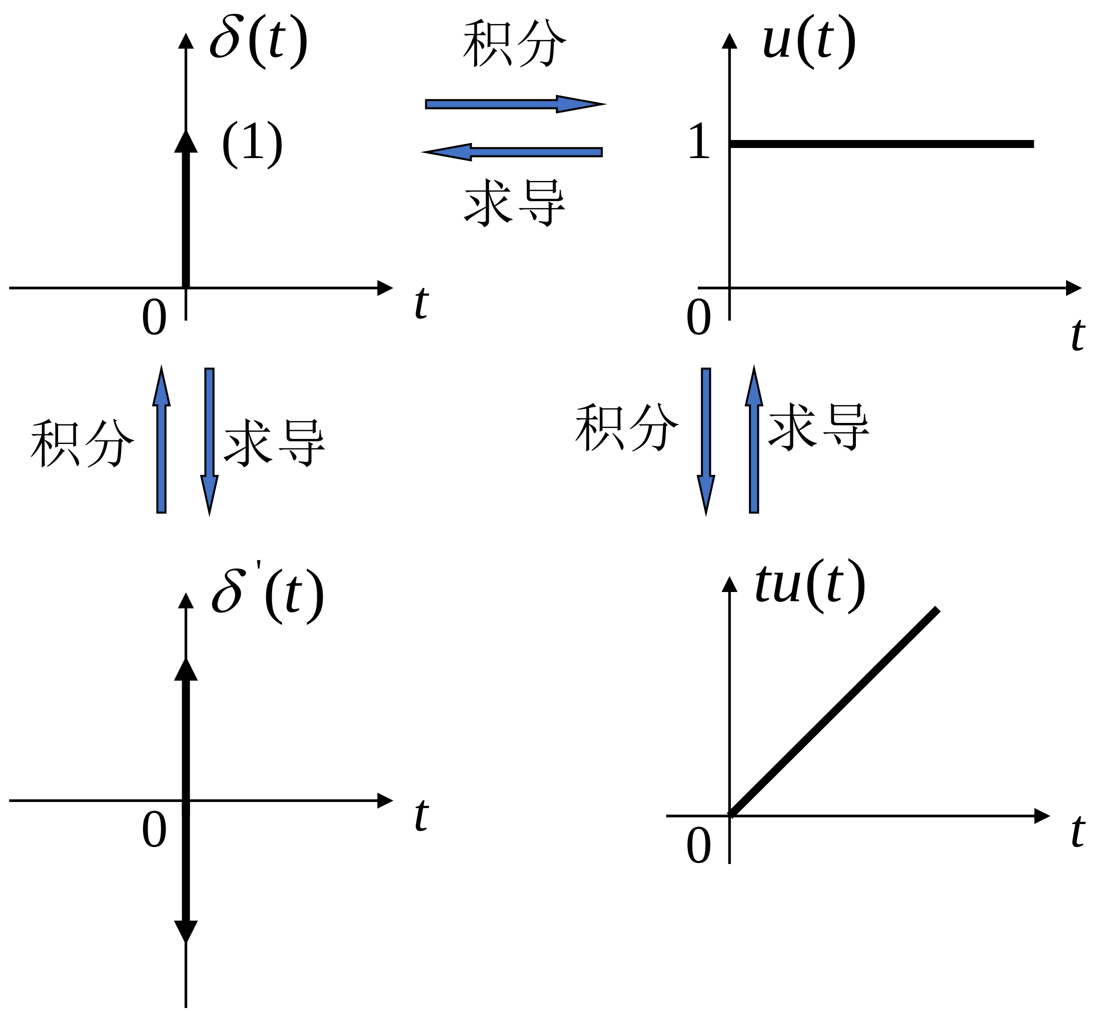
1）冲激偶是奇函数，即$\delta'(-t) = -\delta'(t)$

2）$$\int_{-\infty}^{\infty}\delta'(t)f(t)dt = -f'(0)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}\delta'(t-t_0)f(t)dt = -f'(t_0)$$

3）$$\int_{-\infty}^{\infty}\delta'(t)dt = 0$$

$tu(t)$、$u(t)$、$\delta(t)$ 和 $\delta'(t)$ 之间的关系：



单选题 1分

设置

求解 $f(t)=\frac{d}{dt}\left[e^{-2t}u(t)\right]$。

A $e^{-2t}\delta(t)$

B $\delta(t)-2e^{-2t}u(t)$

C $-2e^{-2t}\delta(t)$

D $\delta'(t)-2e^{-2t}u(t)$

提交

作业

基础题（需提交）： 1-2，1-3，1-4，1-9(1)(2)(4)，1-10，1-14。

加强题（选做，不提交）： 1-5，1-9(3)。

更正：1-3（4）后面括号内应为“n是非负整数”。

第一章 信号与系统的基本概念

本次课内容

1.5 信号的分解
1.6 系统模型及其分类
1.7 线性时不变系统
1.8 系统分析方法

本次课目标

1. 掌握任意信号分解为脉冲分量的方法；
2. 了解系统不同的分类方法；
3. 能准确判断系统的**线性、时变性、因果性**；
4. 初步了解系统的分析方法。

第一章 信号与系统的基本概念

1.5.1 任意信号分解为偶分量与奇分量之和

偶分量定义为 $$f_e(t) = f_e(-t)$$

奇分量定义为 $$f_o(t) = -f_o(-t)$$

任意信号可分解为偶分量与奇分量之和，即

$$f(t) = f_e(t) + f_o(t) \qquad (1)$$

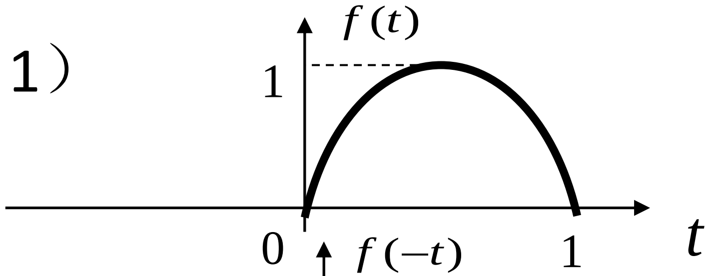
$$f(-t) = f_e(t) - f_o(t) \qquad (2)$$

$$(1)+(2): \quad f_e(t) = \frac{1}{2}[f(t) + f(-t)]$$

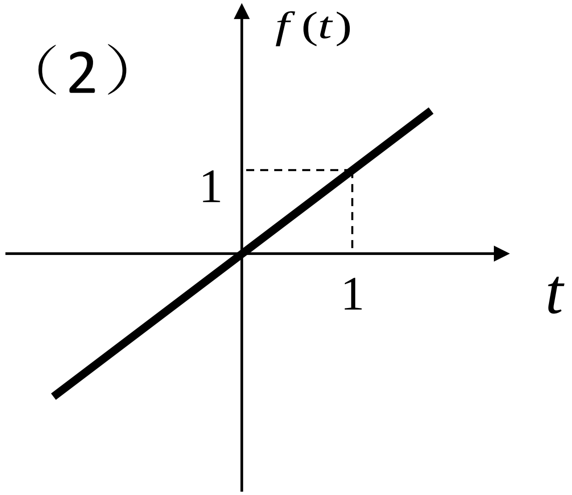
$$(1)-(2): \quad f_o(t) = \frac{1}{2}[f(t) - f(-t)]$$

例1-9: 求解下图信号的偶分量与奇分量。

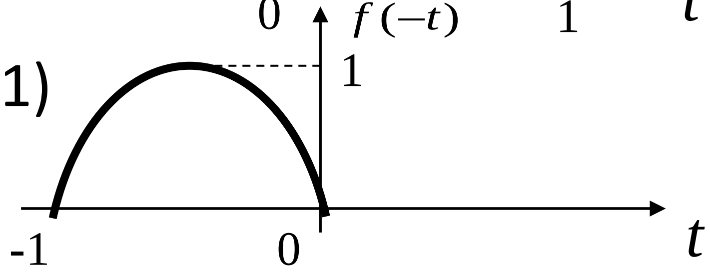
（1）

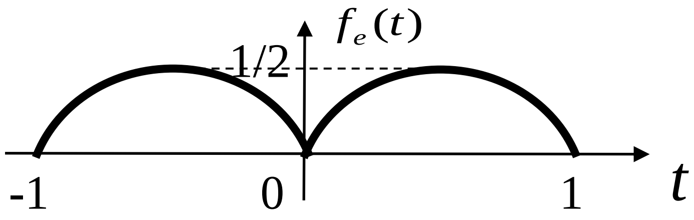


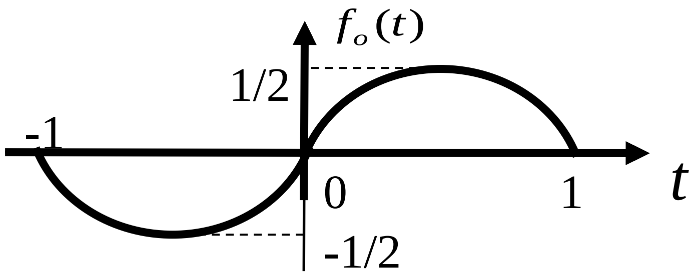
（2）



解： (1)







(2) 该信号为奇信号。所以

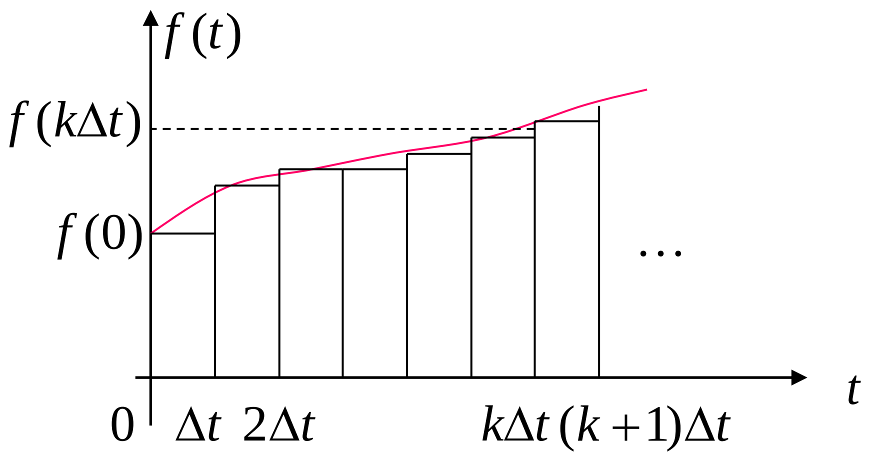
$$f_o(t) = f(t)$$

$$f_e(t) = 0$$

1.5.2 任意信号分解为脉冲分量

一个信号可近似分解为许多脉冲分量之和。这里又分为两种情况，一是分解为矩形窄脉冲分量，窄脉冲组合的极限就是冲激信号的迭加；另一种情况是分解为阶跃信号分量的迭加。

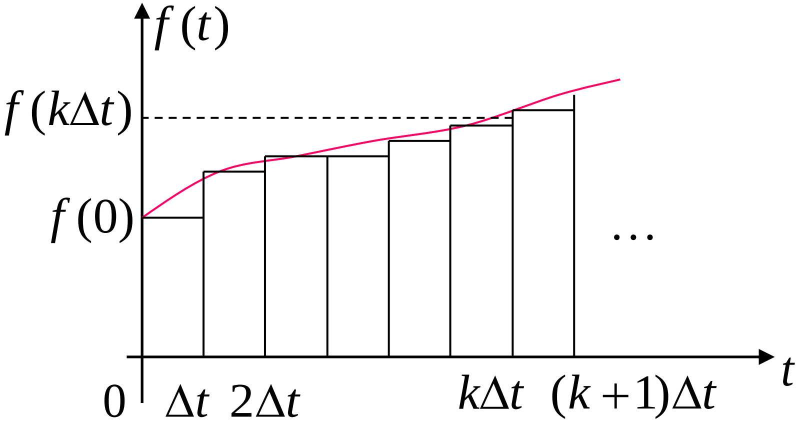
任意信号分解为冲激信号的迭加



当 $t=0$ 时，第一个矩形脉冲为

$$f(0)[u(t)-u(t-\Delta t)]$$

$$\lim_{\Delta t\to 0}\frac{f(0)[u(t)-u(t-\Delta t)]}{\Delta t}\Delta t=\lim_{\Delta t\to 0}f(0)\delta(t)\Delta t$$

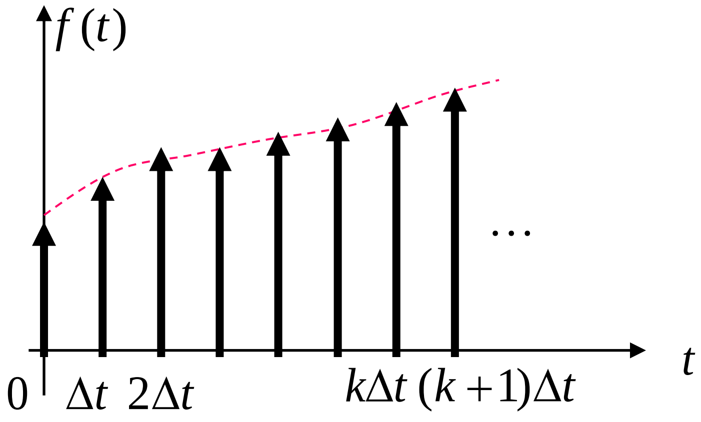


当 $t=k\Delta t$ 时，第 $k+1$ 个矩形脉冲为

$$f(k\Delta t)\{u(t-k\Delta t)-u[t-(k+1)\Delta t]\}$$

$$\lim_{\Delta t\to 0} f(k\Delta t)\frac{\{u(t-k\Delta t)-u[t-(k+1)\Delta t]\}}{\Delta t}\Delta t$$

$$=\lim_{\Delta t\to 0} f(k\Delta t)\delta(t-k\Delta t)\Delta t$$



将上述0 — n 个矩形脉冲迭加，就得到 $f(t)$ 的表达式，即

$$f(t)=\lim_{\Delta t\to 0}\sum_{k=0}^{n} f(k\Delta t)\delta(t-k\Delta t)\Delta t$$

当 $\Delta t\to 0$ 时， $\Delta t\to d\tau, k\Delta t\to\tau, \lim_{\Delta t\to 0}\sum_{k=0}^{n}\to\int_{0^-}^{t}$

$$\boxed{f(t)=\int_{0^-}^{t} f(\tau)\delta(t-\tau)d\tau}$$

1.5.3 任意信号分解成正交函数分量

如果用正交函数集表示一个信号，那么，组成信号的各分量就是相互正交的。

例如，各次谐波的正弦与余弦信号构成的三角函数集就是正交函数集。任何周期信号$f(t)$只要满足狄里赫利条件，就可以由这些三角函数的线性组合来表示，称为$f(t)$的三角形式的傅里叶级数。同理，$f(t)$还可以展开成指数形式的傅里叶级数。（第三章内容）

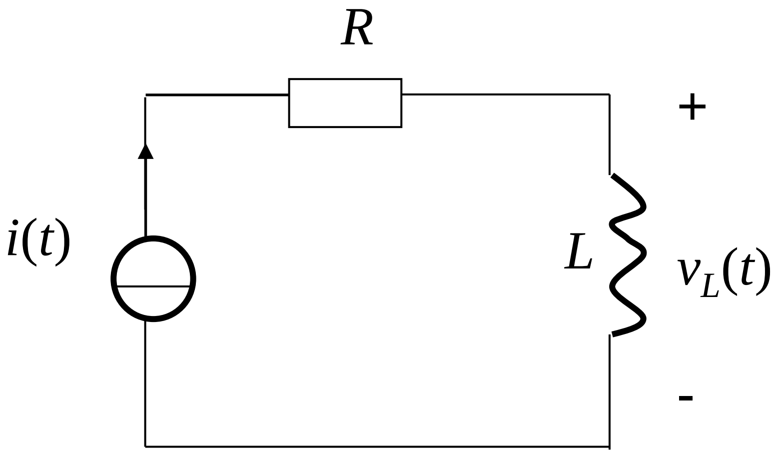
第一章 信号与系统的基本概念

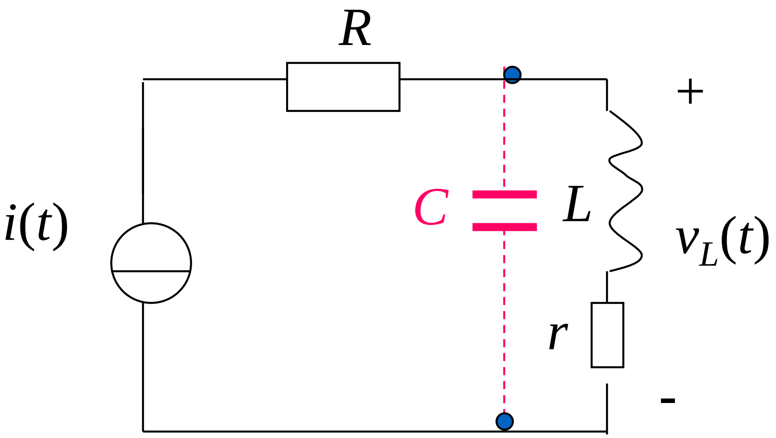
1.6 系统模型及其分类

系统的定义

- 由若干个相互关联又相互作用的事物组合而成，具有某种或某些特定功能的整体。如通信系统、雷达系统等。系统的概念不仅适用于自然科学的各个领域，而且还适用于社会科学。如政治结构、经济组织等。
- 众多领域各不相同的系统都有一个共同点，即所有的系统总是对施加于它的信号(即系统的**输入信号**，也可称**激励**)作出响应，产生出另外的信号(即系统的**输出信号**，也可称**响应**)。系统的功能就体现在什么样的输入信号产生怎样的输出信号。
- 每个系统都有各自的**数学模型**。

1.6.1 系统的数学模型

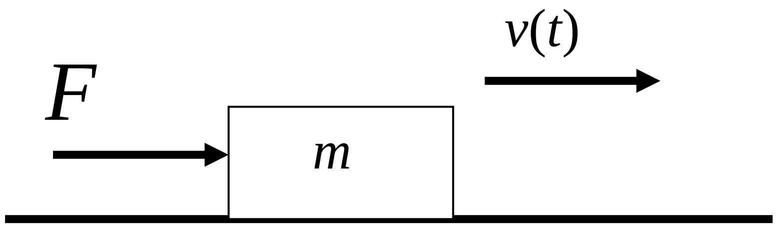




$$v_L(t) = L\frac{di_L(t)}{dt} = L\frac{di(t)}{dt}$$

$$v_L(t) = L\frac{di(t)}{dt} + ri(t)$$

对于同一物理系统，在不同条件之下，可得到不同形式的数学模型。

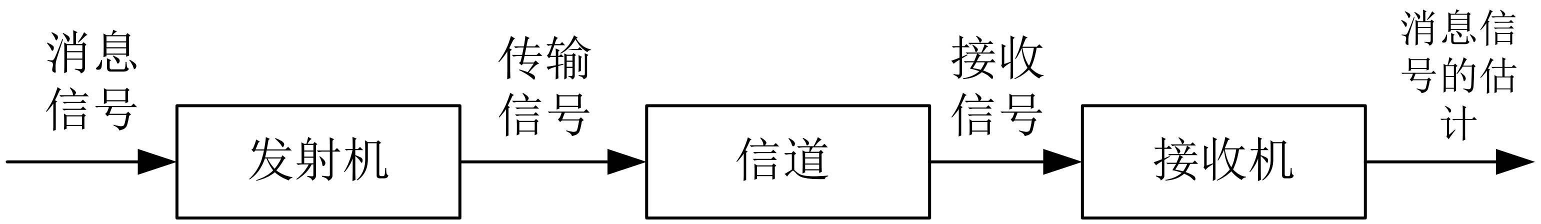


$$F = ma = m\frac{dv(t)}{dt} \Longleftrightarrow v_L(t) = L\frac{di(t)}{dt}$$

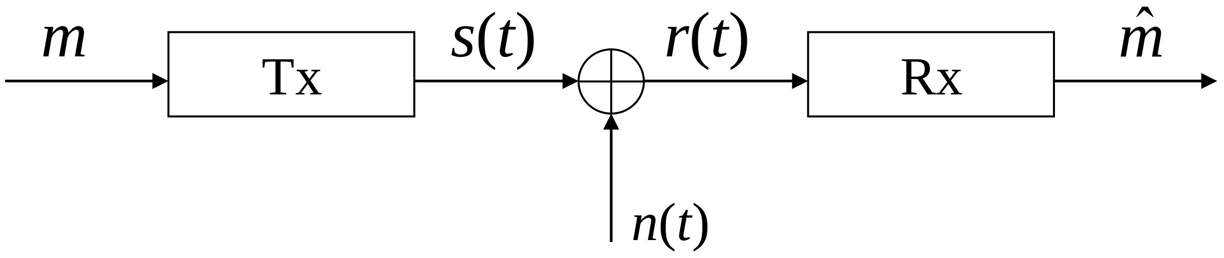
$$m \Longleftrightarrow L \qquad F \Longleftrightarrow v_L(t) \qquad v(t) \Longleftrightarrow i(t)$$

两个**不同的系统可能有相同的数学模型**，甚至物理系统与非物理系统也可能有相同的数学模型。将数学模型相同的系统称为相似系统。

通信系统

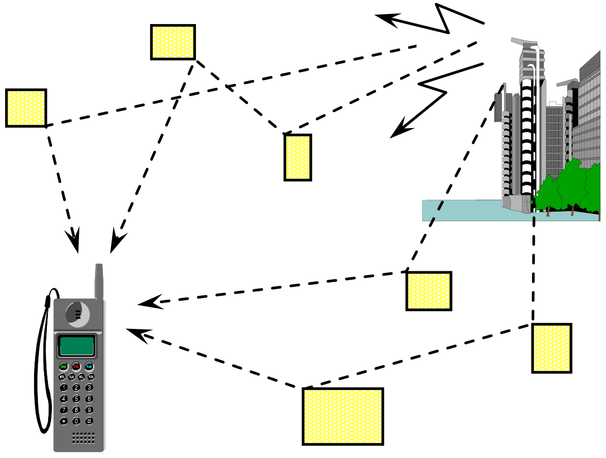


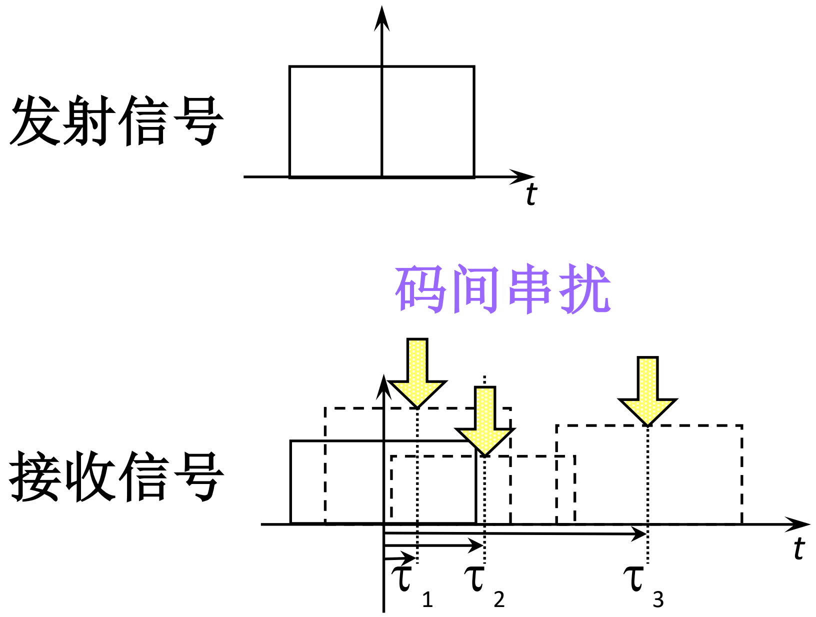
加性高斯白噪声信道



$$r(t) = s(t) + n(t)$$

多径信道





1.6.2 系统的分类

（1）连续时间系统与离散时间系统

连续时间系统的数学模型是微分方程。

离散时间系统的数学模型是差分方程。

（2）即时系统（无记忆系统）与动态系统（记忆系统）

即时系统数学模型是代数方程，如电阻电路。

动态系统数学模型是微分方程或差分方程，如RC,RL电路。

（3）集总参数系统与分布参数系统

集总参数系统的数学模型是常微分方程。

分布参数系统的数学模型是偏微分方程。

（4）线性系统与非线性系统

具有迭加性与均匀性(也称齐次性)的系统称为线性系统。

不满足叠加性或均匀性的系统称为非线性系统。

（5）时变系统与时不变系统(非时变系统)

时变系统：系统的参数随时间变化。

时不变系统：系统的参数不随时间而变化。

（6）单输入单输出系统与多输入多输出系统

单输入单输出系统：只接受一个激励信号，产生一个响应信号。

多输入多输出系统：系统激励信号与响应信号多于一个，例如，5G 的massive MIMO（multiple-input multiple-output）系统。

（7）可逆系统与不可逆系统

可逆系统：不同的激励产生不同的响应。

不可逆系统：不同的激励产生相同的响应。

对于每个可逆系统都存在一个“逆系统”，当原系统与此逆系统级联组合后,输出信号与输入信号相同。

例:

一个可逆系统：$r(t)=3e(t)$

其逆系统为：$r(t)=e(t)/3$

不可逆系统：$r(t)=e^2(t)$

（当激励 $e(t)=1$ 和 $e(t)=-1$ 时, 响应 $r(t)$ 均为1。即不同激励产生相同响应。故为不可逆系统）。

第一章 信号与系统的基本概念

1.7.1 线性特性

线性包含叠加性与均匀（齐次）性。

1. 叠加性

若 $x(t) = x_1(t) + x_2(t)$ $y(t) = y_1(t) + y_2(t)$

称系统满足叠加性。

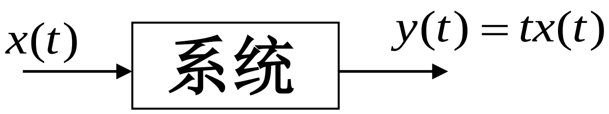
2. 齐次性

若 $x(t) = a x_i(t)$ $y(t) = a y_i(t)$

称系统满足齐次性。

同时满足叠加性与齐次性的系统称为线性系统。

例1-10：设某系统的输入输出之间的关系为：$y(t)=tx(t)$。判断该系统是否为线性系统。



解：$y_1(t)=tx_1(t)$　　$y_2(t)=tx_2(t)$　　$x(t)=x_1(t)+x_2(t)$

$$y(t)=t[x_1(t)+x_2(t)]=tx_1(t)+tx_2(t)=y_1(t)+y_2(t)$$

$$x(t)=ax_1(t) \qquad y(t)=tx(t)=atx_1(t)=ay_1(t)$$

$$x(t)=\sum_{k=1}^{N}a_k x_k(t) \qquad y(t)=\sum_{k=1}^{N}a_k y_k(t)$$

单选题 1分

设置

设某系统的输入输出之间的关系为 $y(t)=ax(t)+b$。判断该系统是否为线性系统。

A 是

B 否

提交

例1-11：设某系统的输入输出之间的关系为:$y(t)=ax(t)+b\ (b\neq 0)$。判断该系统是否为线性系统。

解：$y_1(t)=ax_1(t)+b \qquad y_2(t)=ax_2(t)+b$

$$x(t)=x_1(t)+x_2(t)$$

$$y(t)=a[x_1(t)+x_2(t)]+b\neq y_1(t)+y_2(t)$$

系统不满足叠加性。而且

$$x(t)=cx_1(t) \qquad y(t)=ax(t)+b=acx_1(t)+b\neq cy_1(t)$$

系统也不满足齐次性。

所以系统不是线性系统。

由**线性**，可以得到系统的一个结果是：在全部时间上系统输入为零，必然输出为零，即**零输入产生零输出**。

$$x(t) = \sum_{k=1}^{N} a_k x_k(t) = \sum_{k=1}^{N} 0 \cdot a_k = 0$$

$$y(t) = \sum_{k=1}^{N} a_k y_k(t) = \sum_{k=1}^{N} 0 \cdot a_k = 0$$

而

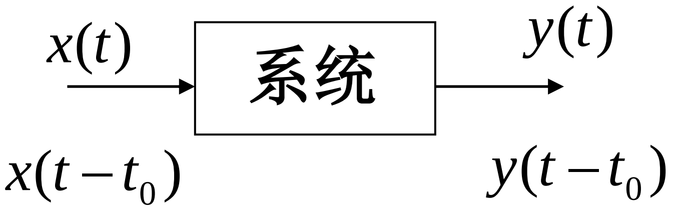
$$y(t) = ax(t) + b = a \cdot 0 + b = b$$

即在零输入时，系统输出不为零。这部分不为零的输出，称为系统的零输入响应。

1.7.2 时不变性

系统本身参数不随时间改变。

激励延迟，则响应也同样延迟。



例1-12： 判断满足下列输入输出之间的关系的系统是否为时变系统:

(1) $y(t)=tx(t)$ (2) $y(t)=ax(t)+b$。

解： (1)

$$y_1(t)=tx(t-t_0)\neq y(t-t_0)$$

$$y(t-t_0)=(t-t_0)x(t-t_0)$$

所以系统是时变的。

(2)

$$y_1(t)=ax(t-t_0)+b=y(t-t_0)$$

所以系统是时不变的。

单选题 1分

设置

设系统的输入输出之间的关系为 $y(t) = x(2t)$。判断其是否为时不变系统。

A 时不变

B 时变

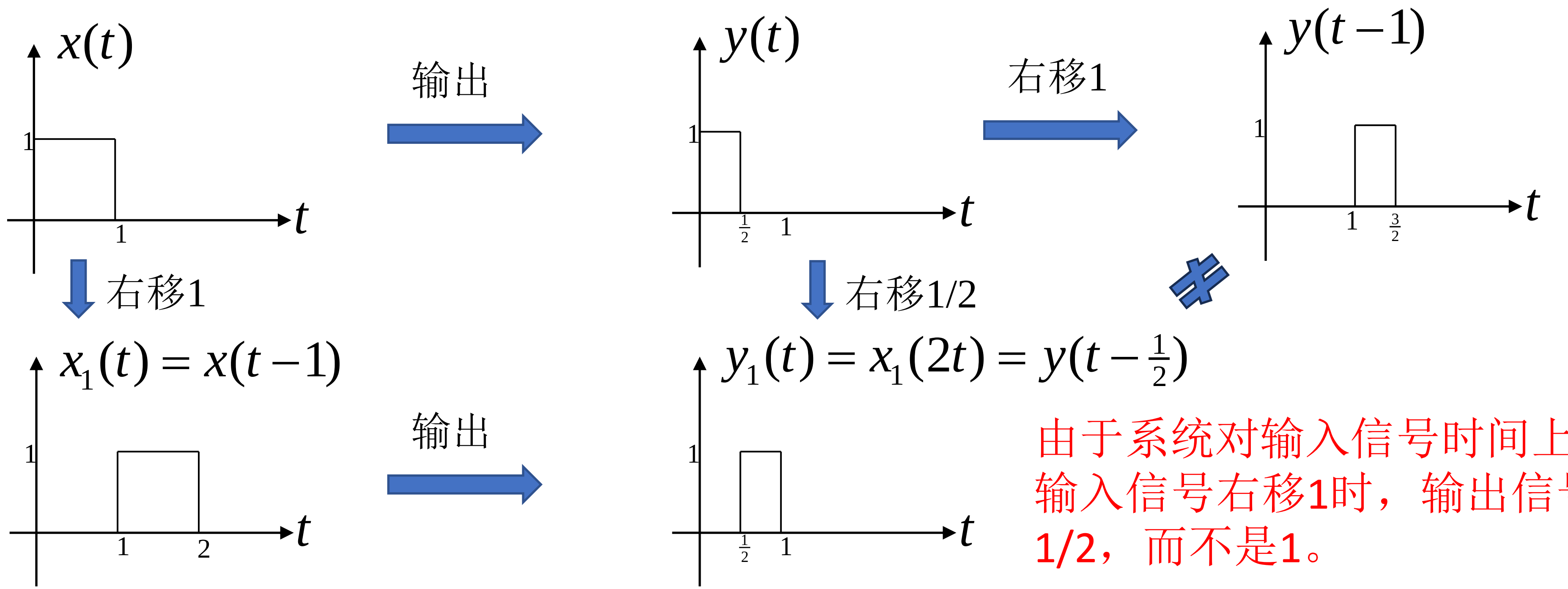
提交

判断一个系统是否满足某种特性，只要能找到一个例子不满足，就可证明其不满足此特性。

例1-13： 设系统的输入输出之间的关系为：$y(t)=x(2t)$。判断其是否为时不变系统。

解： 定义将输入$x(t)$右移t_0为$x_1(t)=x(t-t_0)$，对应的输出为$y_1(t)=x_1(2t)=x(2t-t_0)$。而将$y(t)$直接右移t_0得到的是$y(t-t_0)=x[2(t-t_0)]$。二者不相等，所以系统是一时变系统。

例如：



由于系统对输入信号时间上压缩2倍，输入信号右移1时，输出信号仅右移1/2，而不是1。

例1-14：判断 $y(t) = x(-t)$ 是否时不变系统。

解：$y(t) = x(-t)$

$x_1(t) = x(t - t_0)$

$y_1(t) = x(-t - t_0)$　　　**该系统只是对激励做了一次反褶，即对x中的t乘以-1。**

$y(t - t_0) = x(-t + t_0) \neq y_1(t)$

所以是时变系统

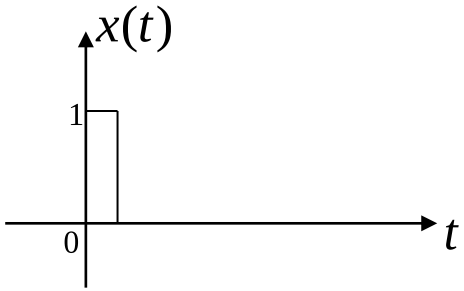
时不变的直观判断方法：

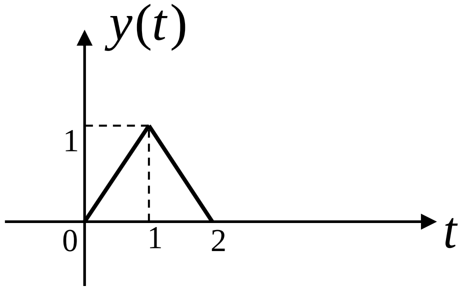
若**x(·)前出现时变的系数—tx(t)**、或有**反褶—x(-t)**、或有**展缩变换—x(2t)**，则该系统为**时变系统**。

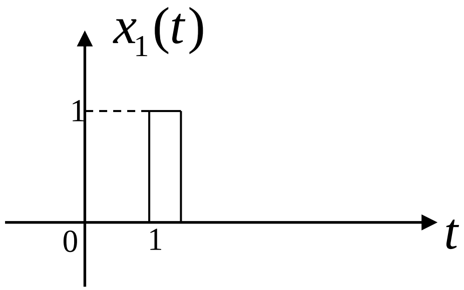
系统同时满足线性与时不变性，称为线性时不变系统，记为LTI (linear-time-invariant) 系统，可表示为：

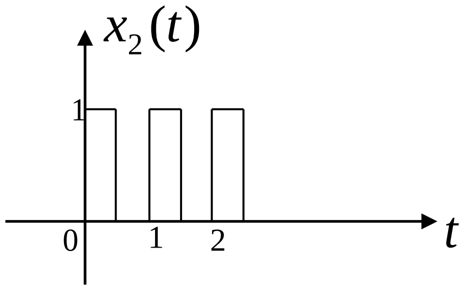
$$x(t)=\sum_{k=1}^{N}a_k x_k(t-t_k) \qquad y(t)=\sum_{k=1}^{N}a_k y_k(t-t_k)$$

例1-15：设LTI系统的输入 $x(t)$与输出 $y(t)$之间的关系由下图描述，作出当输入分别为$x_1(t)$ 与$x_2(t)$ 时，输出$y_1(t)$ 与$y_2(t)$ 的波形图。

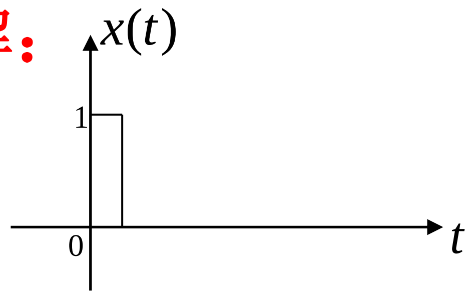


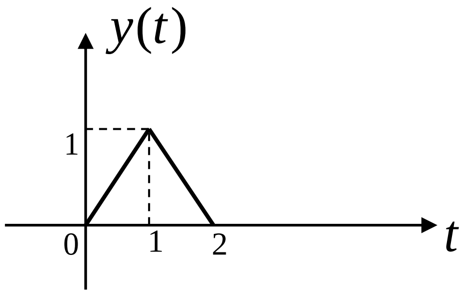


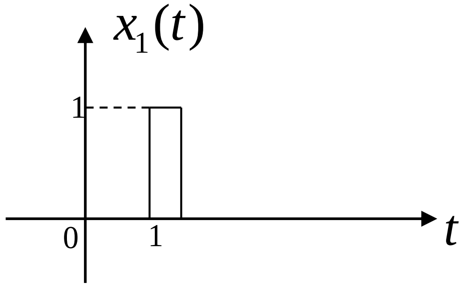




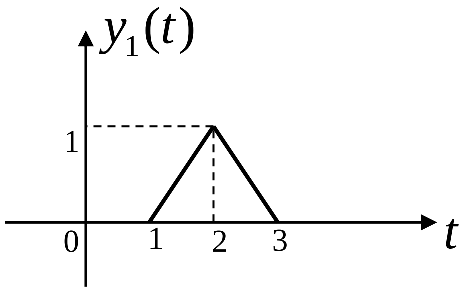
解：



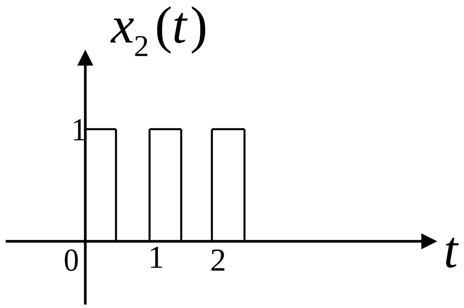




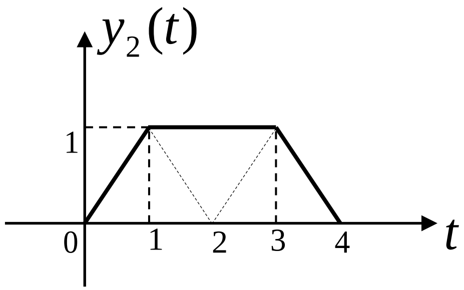
$$x_1(t) = x(t-1)$$



$$y_1(t) = y(t-1)$$



$$x_2(t) = x(t) + x(t-1) + x(t-2)$$

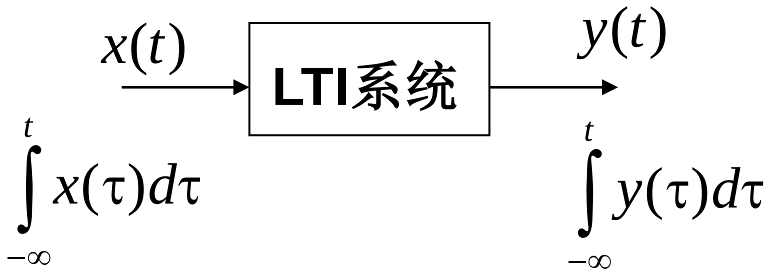


$$y_2(t) = y(t) + y(t-1) + y(t-2)$$

1.7.3 连续时间系统的微积分性

1. 微分性

2. 积分性



1.7.4 因果性

因果系统是指系统在 $t=t_0$ 时刻的响应只与 $t=t_0$ 和 $t<t_0$ 时刻的输入有关。否则，为非因果系统。

例:

因果系统: $r(t)=e(t-1)$ （延时系统）

非因果系统: $r(t)=e(t+1)$ （超前系统）

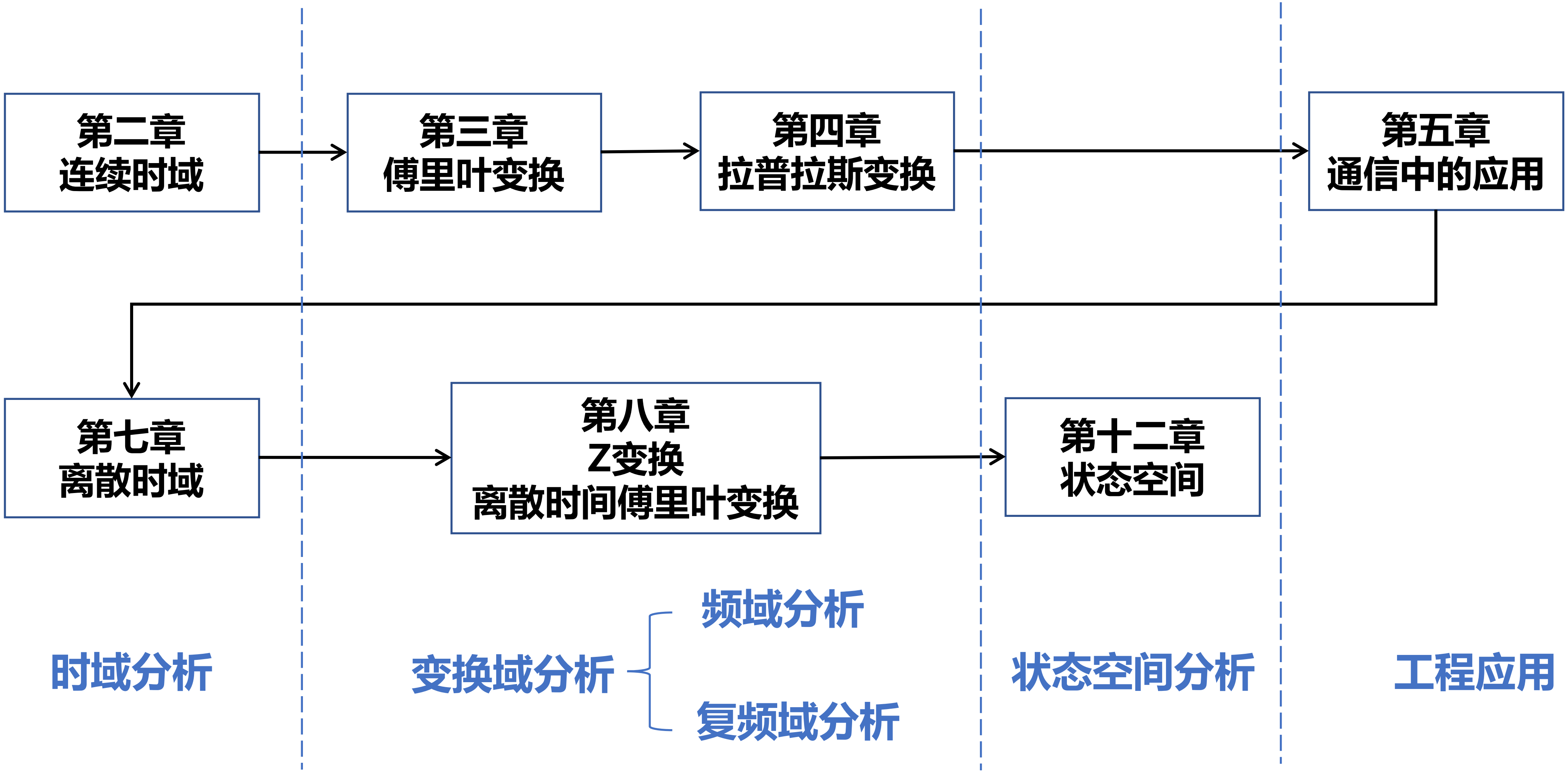
（ $t=0$ 时刻响应 $r(0)=e(1)$ ，它由 $t=1$ 时刻的激励决定, 故为非因果系统。）

非因果系统: $r(t)=e(2t)$ （时域压缩系统）

非因果系统常见于语音信号处理、气象学、股票市场分析、人口统计学等领域。

第一章 信号与系统的基本概念

1.8 线性时不变系统的分析方法



从系统的数学描述方法来分：

输入、输出分析法：一个n阶微（差）分方程，适合于单输入、单输出系统**（第二、三、四、七、八章）**

状态变量分析法：n个一阶微（差）分方程组，适合于多输入、多输出系统**（第十二章）**

从系统数学模型求解方法来分：

时域分析法：不经过任何变换，在时域中直接求解响应**（第二、七章）**

变换域分析法：将信号和系统模型的时间函数变换成相应某变换域的函数，如**傅里叶变换（第三、五章）**、**拉普拉斯变换（第四章）**、**Z变换（第八章）**等

作业

基础题（需提交）：1-18，1-20，1-23。

加强题（选做，不提交）：1-21，1-24。