第二章—数的表示
重点总结

1）熟练四大口诀

口诀1（真值与原码之间转化）

1）符号位：0正1负

2）小数分隔符号和数值用小数点“.”

整数分隔符号和数值用 逗号 “,”

请大家做一下：雨课堂随堂练习题

口诀2（原码与补码之间互相转化）

1）正数不变

2）负数使用**扫描法**：符号位不变，自右向左从最先遇到的1的左边开始，每位取反

说明：口诀对整数和小数都是通用的

注意特例：原码的-0、补码的最小负数这两种情况不能进行**双向**转化表示。

扫描法也只针对负数。

口诀3（原码与反码一一映射）

1）正数不变

2）负数：符号位不变，数值位按位取反

注意：

1）原码与反码是一一映射，它们所能表示的数的范围一致。

2）位数相同，补码也比反码所能表示的数的范围更广。

口诀4（补码与移码）

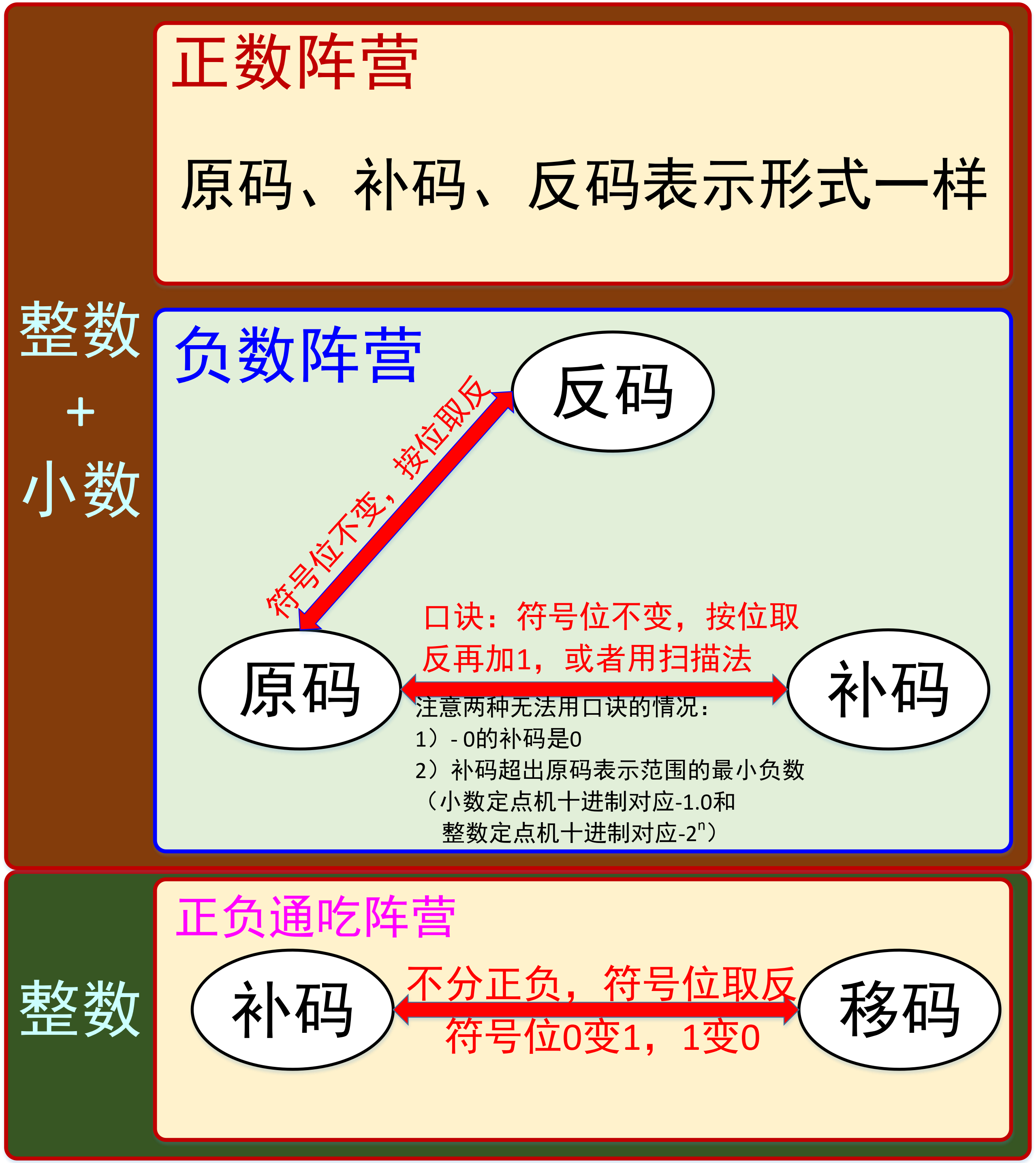
无论正负，移码与补码关系都是：

只有符号位对调（0变1，1变0）

- 补码与移码一一映射，所能表示的数的范围一致。
- 原码与反码一一映射，所能表示的数的范围一致。
- <u>补码和移码</u>表示范围都比原码和反码广，多了一个最小的负数。
- <u>补码与移码一一映射的关系仅限于整数范围，因为移码只表示整数。</u>

机器码之间转换口诀

前提：小数对小数
整数对整数



1）原码和反码存在映射关系，因此表示的真值范围一致。

2）补码和移码存在映射关系，因此表示的真值范围一致。

3）移码因为用途原因只能表示整数，不能表示小数。

2）精通原码补码表示范围（非规格化范围和规格化范围）

表示范围：原码对称，补码不对称

- 小数点按约定方式标出
- 定点表示

$\underset{\text{数符}}{S_f}\ \underbrace{S_1S_2\cdots S_n}_{\text{数值部分}}$ 或 $\underset{\text{数符}}{S_f}\ \underbrace{S_1S_2\cdots S_n}_{\text{数值部分}}$

小数点位置　　　　　　　　　　小数点位置

定点机	小数定点机	整数定点机
原码	$-(1-2^{-n}) \sim +(1-2^{-n})$	$-(2^n-1) \sim +(2^n-1)$
补码	$-1 \sim +(1-2^{-n})$	$-2^n \sim +(2^n-1)$
反码	$-(1-2^{-n}) \sim +(1-2^{-n})$	$-(2^n-1) \sim +(2^n-1)$
移码	无	$-2^n \sim +(2^n-1)$

尾数规格化范围：原码对称，补码不对称

- 规格化只针对浮点数尾数进行（而尾数其实就是定点小数）
- 规格化后的定点小数表示范围（**分两段**）

S_f	$S_1S_2\cdots S_n$
数符	数值部分

小数点位置

表示形式	小数定点机
原码	$-(1-2^{-n}) \sim -\frac{1}{2} \quad \cup \quad +\frac{1}{2} \sim +(1-2^{-n})$
	$\swarrow -2^{-n} \qquad \swarrow -2^{-n} \qquad\qquad\qquad \downarrow$
补码	$-1 \sim -\frac{1}{2}-2^{-n} \quad \cup \quad +\frac{1}{2} \sim +(1-2^{-n})$

3）熟练IEEE 754的计算

IEEE 754浮点数：单精度为例

31	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16
s	8位指数（无符号数）								23位尾数（无符号数）						

15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
23位尾数（无符号数）															

指数	尾数	表示对象	换算方法
0	0	0	**规定** （符号位不同，存在+0.0和-0.0)
0	非0	正负非规格化数	正负非规格化数 = $(-1)^S * (尾数_2) * 2^{(0\ -\ 126)}$ （S代表符号位，1为负数，0为正数）
[1: 254]	任意	正负浮点数	正负浮点数 = $(-1)^S * (1 + 尾数_2) * 2^{(指数\ -\ 127)}$
255	0	正负无穷 (inf)	**规定**
255	非零	NaN	**规定**

IEEE 754浮点数：真值转二进制

- 例题
  - 将十进制 -0.75 转为单精度 IEEE 754格式二进制
- 解

根据十进制小数转二进制小数算法：$-0.75_{10} = -0.11_2$

$-0.11 = -1.1 * 2^{-1}$，说明可以隐藏1，属于正负浮点数表示

判断是否可以隐藏1

负数说明符号位：1；

（IEEE754）指数部分：（-1+127）$_{10}$=（126）$_{10}$=（01111110）$_2$；

尾数部分：0.1_2

31	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16
1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0

15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

十六进制： BF400000

IEEE 754浮点数：二进制转真值

- 例题
  - 将二进制IEEE754浮点数表示转换为十进制浮点数（空白为0）

31	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17	16
1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0
15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

- 解

符号位为1，（IEEE754）指数字段为129，尾数字段为$2^{-2} = 0.25$。是浮点数

$(-1)^S * (1 + 尾数_2) * 2^{(指数 - 127)} = (-1)^1 * (1 + 0.25) * 2^{(129 - 127)}$

$= -1 * 1.25 * 2^2$

$= -5.0$

IEEE 754 重要结论

- IEEE 754表示的数在数轴上是不均匀的
- 越靠近0，IEEE 754表示的数越密集

指数	尾数	表示对象	换算方法
0	0	0	**规定**
0	非0	正负非规格化数	正负非规格化数 = $(-1)^S * (\text{尾数}_2) * 2^{(0 - 126)}$ （S代表符号位，1为负数，0为正数）
[1: 254]	任意	正负浮点数	正负浮点数 = $(-1)^S * (1 + \text{尾数}_2) * 2^{(\text{指数} - 127)}$
255	0	正负无穷 (inf)	**规定**
255	非零	NaN	**规定**

4）算术与逻辑移位

算术移位规则（重要）

无论正负，算术移位，符号位不变

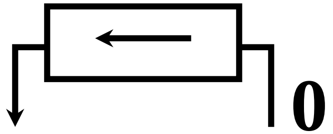
真值	码 制	添补代码
正数	原码、补码、反码	0
负数	原 码	0
	补 码	左移 添 0
		右移 添 1
	反 码	1

算术移位和逻辑移位的区别

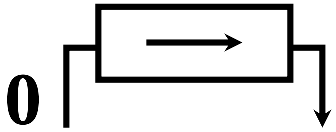
算术移位　　有符号数的移位
逻辑移位　　无符号数的移位

算术移位，符号位不变
逻辑移位，左或右补0

逻辑左移　　低位添 0，高位移丢



逻辑右移　　高位添 0，低位移丢



例如	01010011		10110010
逻辑左移	10100110	逻辑右移	01011001
算术左移	00100110	算术右移	11011001（补码）

5）易错总结

数的表示：易错总结

唐书P219

1）以机器字长为 16 位为例，无符号数的表示范围为 0～65535，而有符号数的表示范围为－32768～+32767，因为所用的机器数是补码。

发散思维：

2）给定整数定点机字长是 n 位，无符号整数的范围是 $0 \sim 2^n-1$，含符号位1位时，原码、补码、反码、移码可以表示的范围分别是 $-(2^{n-1}-1) \sim 2^{n-1}-1$、$-2^{n-1} \sim 2^{n-1}-1$、$-(2^{n-1}-1) \sim 2^{n-1}-1$、$-2^{n-1} \sim 2^{n-1}-1$。

3）给定小数定点机字长是 n 位（含符号位1位），则原码、补码、反码可以表示的范围分别是 $-(1-2^{-(n-1)}) \sim 1-2^{-(n-1)}$、$-1 \sim 1-2^{-(n-1)}$、$-(1-2^{-(n-1)}) \sim 1-2^{-(n-1)}$。

注意：含符号位意味着的数值部分的位数其实是n-1

定点表示

- 小数点按约定方式标出
- 定点表示

$\underset{\text{数符}}{\boxed{S_f}}\underbrace{\boxed{S_1S_2\cdots S_n}}_{\text{数值部分}}$ 或 $\underset{\text{数符}}{\boxed{S_f}}\underbrace{\boxed{S_1S_2\cdots S_n}}_{\text{数值部分}}$

小数点位置　　　　　　　　　　小数点位置

定点机	小数定点机	整数定点机
原码	$-(1-2^{-n}) \sim +(1-2^{-n})$	$-(2^{n}-1) \sim +(2^{n}-1)$
补码	$-1 \sim +(1-2^{-n})$	$-2^{n} \sim +(2^{n}-1)$
反码	$-(1-2^{-n}) \sim +(1-2^{-n})$	$-(2^{n}-1) \sim +(2^{n}-1)$

注意：要看好数值部分究竟多少位

再论补码

4）设机器数字长是 8 位（含1位符号位），对于整数，当其代表补码时，有一个数不能用原码表示，则该数对应的十进制真值是 -128 。

5）设机器数字长是 8 位（含1位符号位），对于小数，当其代表补码时，有一个数不能用原码表示，则该数对应的十进制真值是 -1 。

6）设小数定点机字长是 n 位（含1位符号位），$[-1]_{补}=1.\underbrace{000\ldots\ldots000}_{n-1\text{个}0}$

7）设整数定点机字长，符号位1位，数值位 n 位，十进制-2^n的补码=

$1,\underbrace{000\ldots\ldots000}_{n\text{个}0}$

8）设整数定点机字长是 16 位（含1位符号位），

$[x]_{补}=1,000000000000000$，则x的十进制真值是$-2^{15}$或者-32768。

例子：机器数的真值

- 设机器数字长为8位(其中1位为符号位)，对于整数：

8位	0~255	-127~±0~127	-128~+127	-127 ~±0~127
二进制代码	无符号数对应的真值	原码对应的真值	补码对应的真值	反码对应的真值
00000000	0	+0	±0	+0
00000001	1	+1	+1	+1
00000010	2	+2	+2	+2
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
01111111	127	+127	+127	+127
10000000	128	-0	-128	-127
10000001	129	-1	-127	-126
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
11111101	253	-125	-3	-2
11111110	254	-126	-2	-1
11111111	255	-127	-1	-0

例子：机器数的真值（教材P225）

- 设机器数字长为8位(其中1位为符号位)；对于整数，当其分别代表无符号数、原码、补码和反码时，对应的真值范围各为多少？

二进制代码	原码对应的真值
00000000	+0
00000001	+1
00000010	+2
⋮	⋮
01111111	+127
10000000	-0
10000001	-1
⋮	⋮
11111101	-125
11111110	-126
11111111	-127

- 设机器数字长为8位（其中1位为符号位）；对于整数，当其分别代表无符号数、原码、补码和反码时，对应的真值范围各为多少？

二进制代码
00000000
00000001
00000010
⋮
01111111
10000000
10000001
⋮
11111101
11111110
11111111

原码对应的真值	补码对应的真值
+0	±0
+1	+1
+2	+2
⋮	⋮
+127	+127
-0	-128
-1	-127
⋮	⋮
-125	-3
-126	-2
-127	-1

0在补码中不强调-0和+0