

# 第一章 信号与系统的基本概念

1.1 引论

1.2 信号分类和典型信号

1.3 信号的运算

1.4 奇异信号

1.5 信号的分解

1.6 系统模型及其分类

1.7 线性时不变系统

1.8 系统分析方法

**消息 (Message):** 待传送的一种以收发双方事先约定的方式组成的符号, 如语言、文字、图像、数据等。

**信息 (Information):** 所接收到的消息中获取的未知内容。

**信号 (Signal):** 一种物理量（电、光、声）的变化。信息的载体。

**电信号:** 与消息（语言、文字、图像、数据）相对应的变化的电流或电压, 或电容上的电荷、电感中的磁通等。

信号处理技术广泛应用于通信、制造业、国防等领域。

### 1.2.1 信号的分类

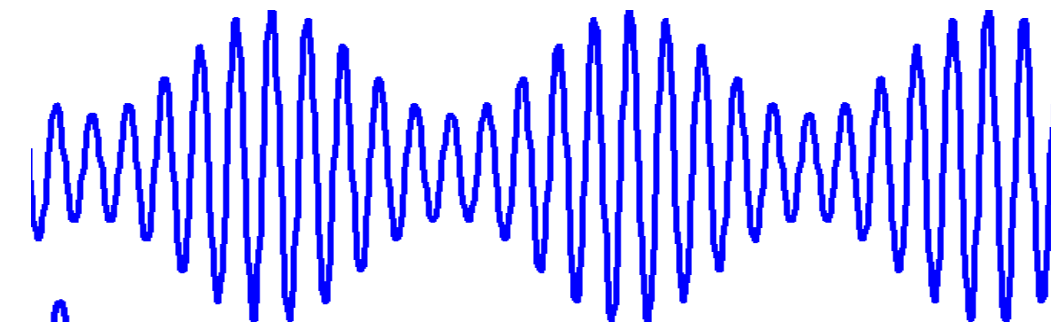
#### 1. 确定性信号与随机性信号

确定性信号--对于确定的时刻，信号有确定的数值与之对应。

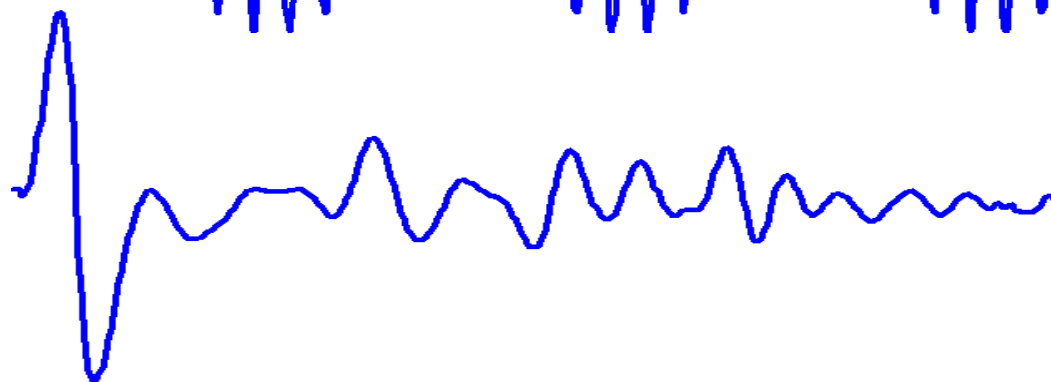
随机信号--不可预知的信号，如噪声。

确定性信号

$$S(t) = (2 + \cos \omega t) \cos (10\omega t)$$



随机性信号



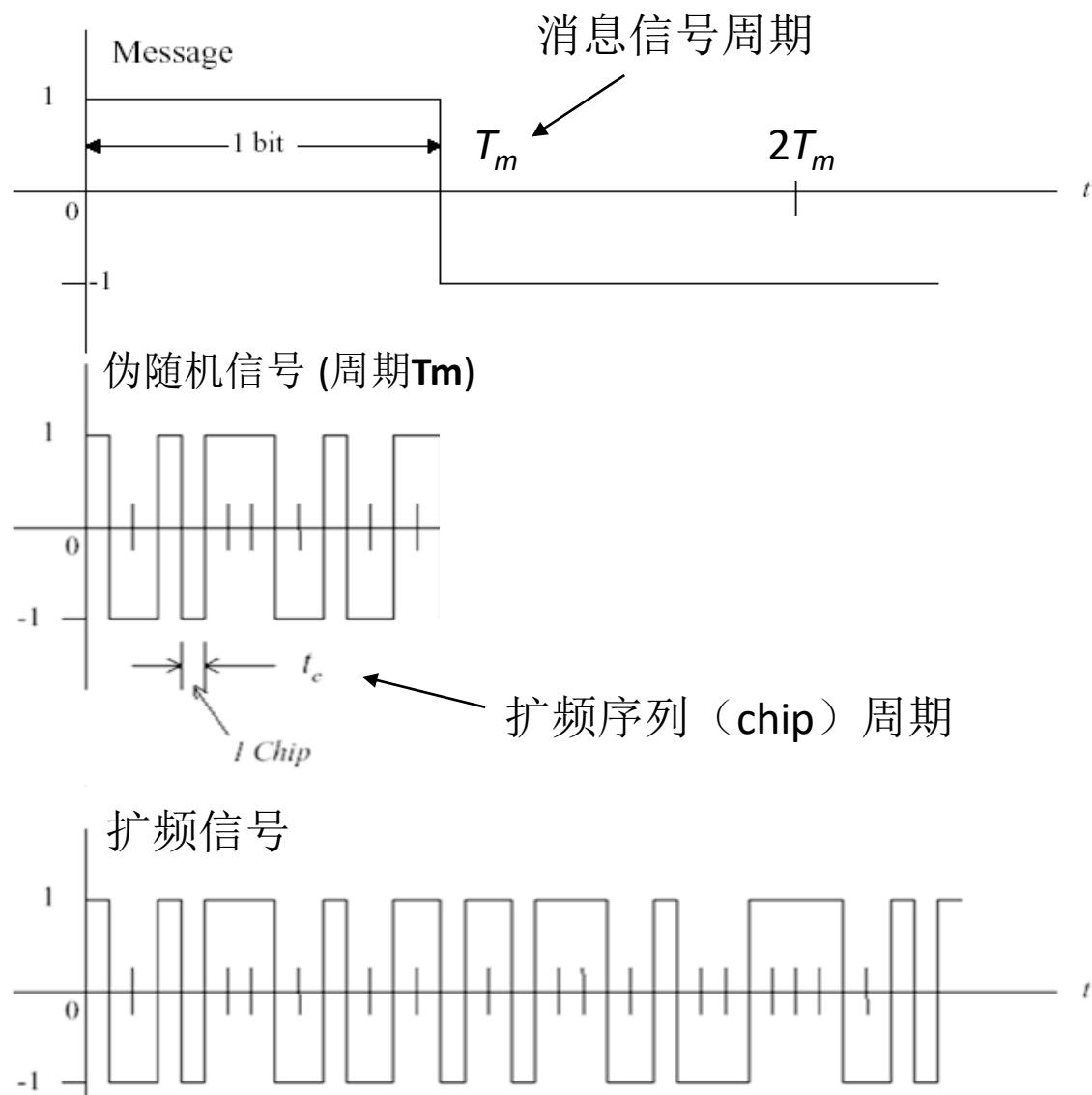
## 2. 周期信号与非周期信号

**周期信号：**依一定时间间隔周而复始，而且是无始无终的信号。基本周期为 $T$ 的信号-- $f(t)=f(t+T)$  对所有 $t$

**非周期信号：**时间上不满足周而复始特性的信号。

伪随机信号是周期信号

### 扩频通信



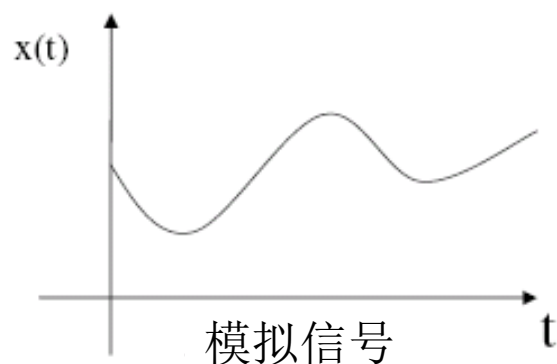
### 3. 连续时间信号与离散时间信号

连续时间信号：如果在所讨论的时间间隔内，对于任意时间值（除若干不连续点外），都可给出确定的函数值。

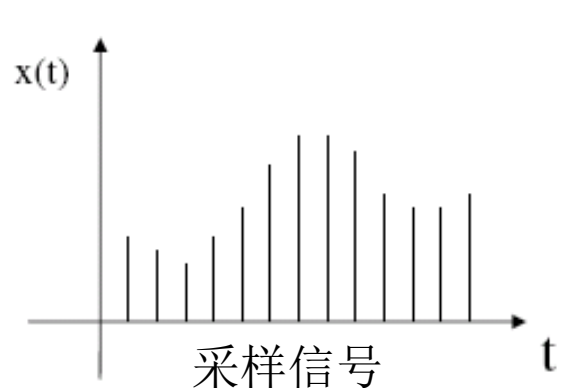
离散时间信号：在时间的离散点上信号才有值与之对应，其它时间无定义。

离散信号 { **抽样信号**：时间不连续、幅度连续  
**数字信号**：时间不连续、幅度也不连续

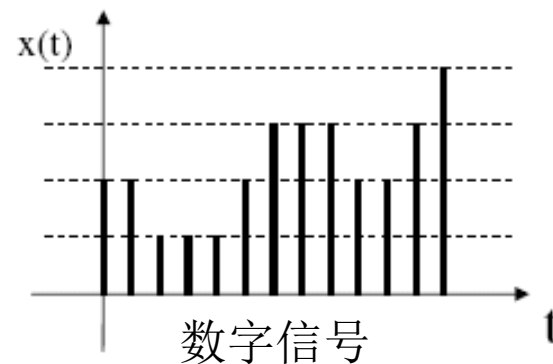
连续时间，连续幅度



离散时间，连续幅度



离散时间，离散幅度

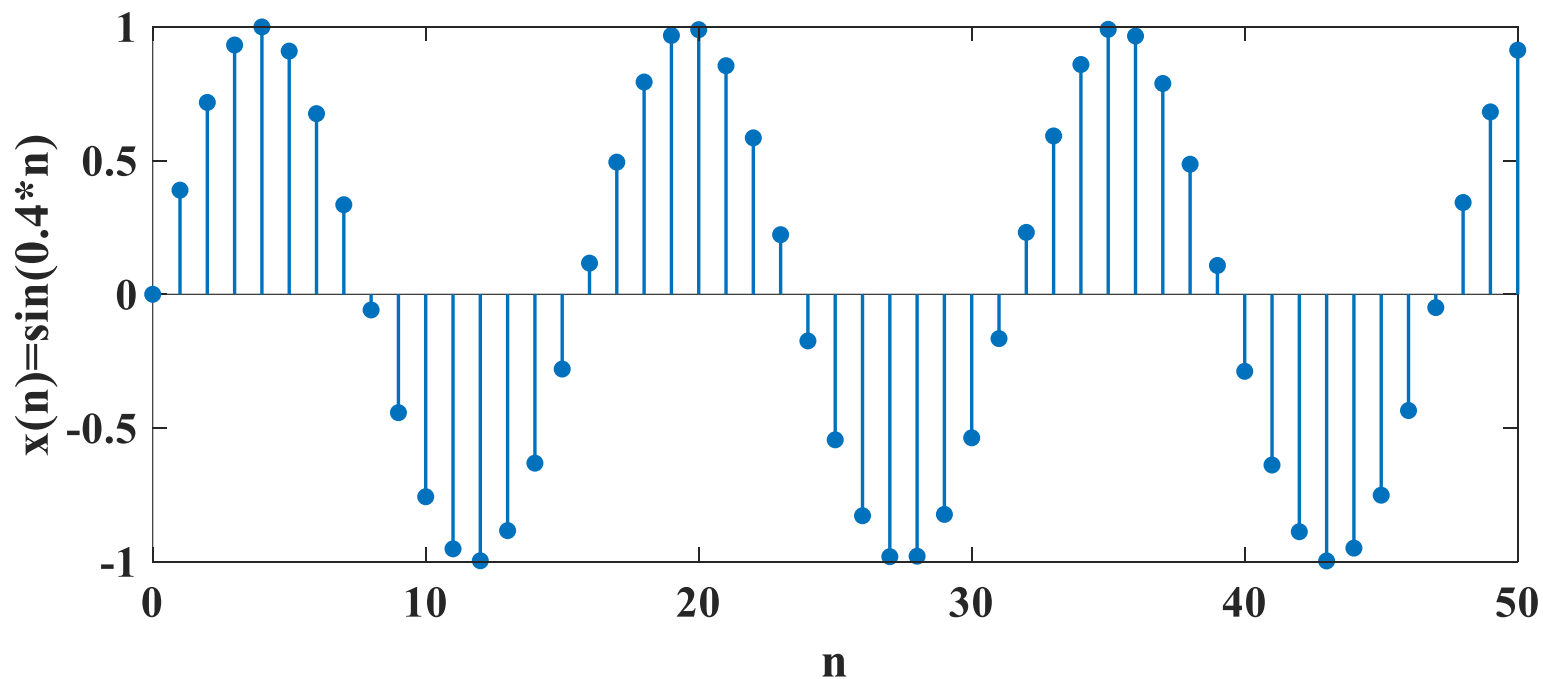


$\cos(n\pi)$ 和 $\sin(0.4n)$ 分别为

- ☐ A 抽样信号，抽样信号
- ☐ B 抽样信号，数字信号
- ☒ C 数字信号，抽样信号
- ☐ D 数字信号，数字信号

提交

对正弦信号 $x(t) = \sin(0.4t)$ 抽样后得到 $x(n) = \sin(0.4n)$ 。若 $x(n)$ 为周期信号，则有整数 $N$ 使得 $\sin(0.4n) = \sin[0.4(n + N)]$ 成立。可得 $0.4N = 2k\pi$ ，即 $N = 5k\pi$ （ $k$ 为整数）， $N$ 为无理数，出现矛盾。此 $x(n)$ 为非周期信号。幅度的取值非有限个数，只是抽样信号，不是数字信号。



### 4. 能量信号与功率信号 （教材6.5节）

在整个时间域内，实信号 $f(t)$ 的

能量  $E = \lim_{T_0 \rightarrow \infty} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} f^2(t) dt$

平均功率  $P = \lim_{T_0 \rightarrow \infty} \frac{1}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} f^2(t) dt$

①  $0 < E < \infty$  (有限值)  $P = 0$  ← 能量 (有限) 信号

②  $0 < P < \infty$  (有限值)  $E = \infty$  ← 功率 (有限) 信号

①一般周期信号为功率信号。

②非周期信号，在有限区间有值，为能量信号。

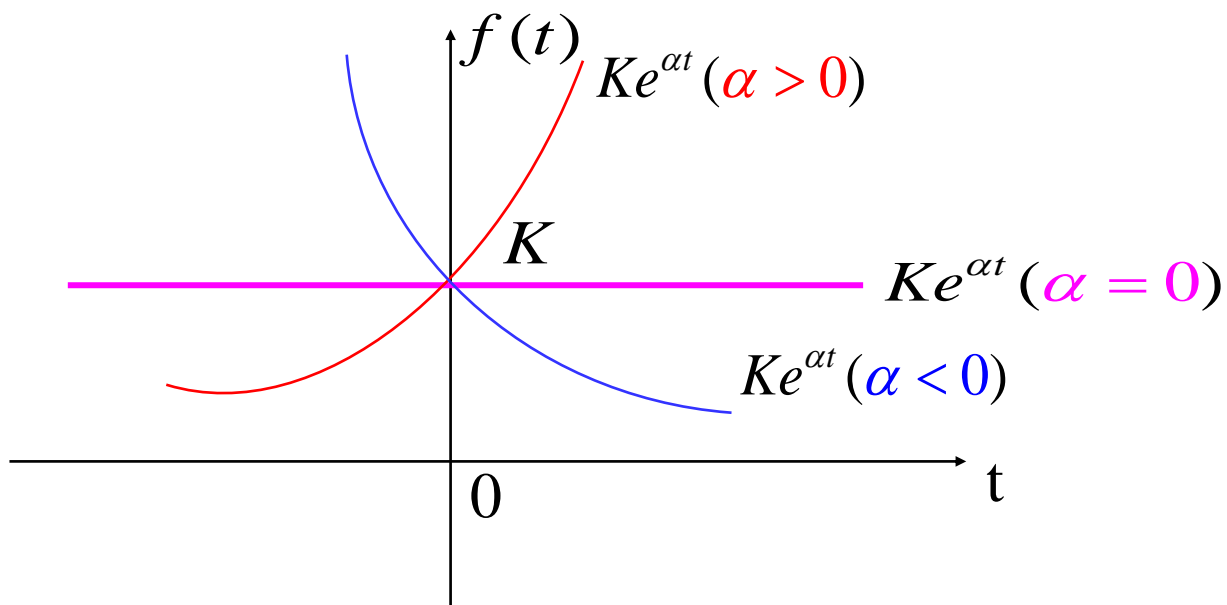
③还有一些非周期信号是非能量信号。



### 1.2.2 典型信号

#### 1. 指数信号(Exponential Signal)

表达式为  $f(t) = Ke^{\alpha t}$

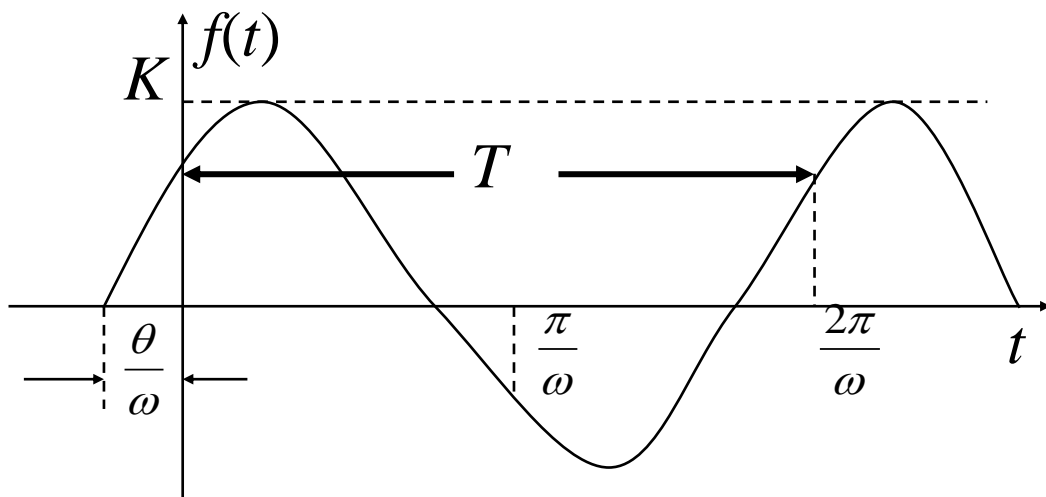


指数函数对时间的微分和积分仍然是指数形式。

### 2. 正弦信号 (Sinusoidal Signal)

正弦信号和余弦信号二者仅在相位上相差  $\frac{\pi}{2}$ ，统称为正弦信号，一般写作

$$f(t) = K \sin(\omega t + \theta)$$



$$e^{j\omega t} = \cos \omega t + j \sin \omega t$$

$$e^{-j\omega t} = \cos \omega t - j \sin \omega t$$

$$\sin \omega t = \frac{1}{2j} (e^{j\omega t} - e^{-j\omega t})$$

$$\cos \omega t = \frac{1}{2} (e^{j\omega t} + e^{-j\omega t})$$

### 3. 复指数信号

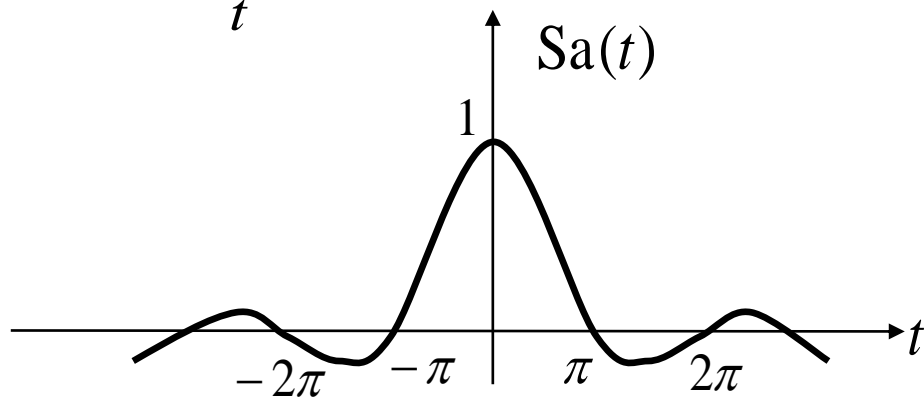
如果指数信号的指数因子为一复数，则称为复指数信号，表示为

$$f(t) = Ke^{st} = Ke^{(\sigma + j\omega)t} = Ke^{\sigma t} \cos \omega t + jKe^{\sigma t} \sin \omega t$$

### 4. $\text{Sa}(t)$ 函数（抽样函数）

所谓抽样函数是指  $\sin t$  与  $t$  之比构成的函数，以符号  $\text{Sa}(t)$  表示为

$$\text{Sa}(t) = \frac{\sin t}{t}$$



(1)  $\text{Sa}(t)$  是偶函数，在  $t$  正负两方向振幅都逐渐衰减。

$$(2) \int_0^{\infty} \text{Sa}(t) dt = \frac{\pi}{2}$$

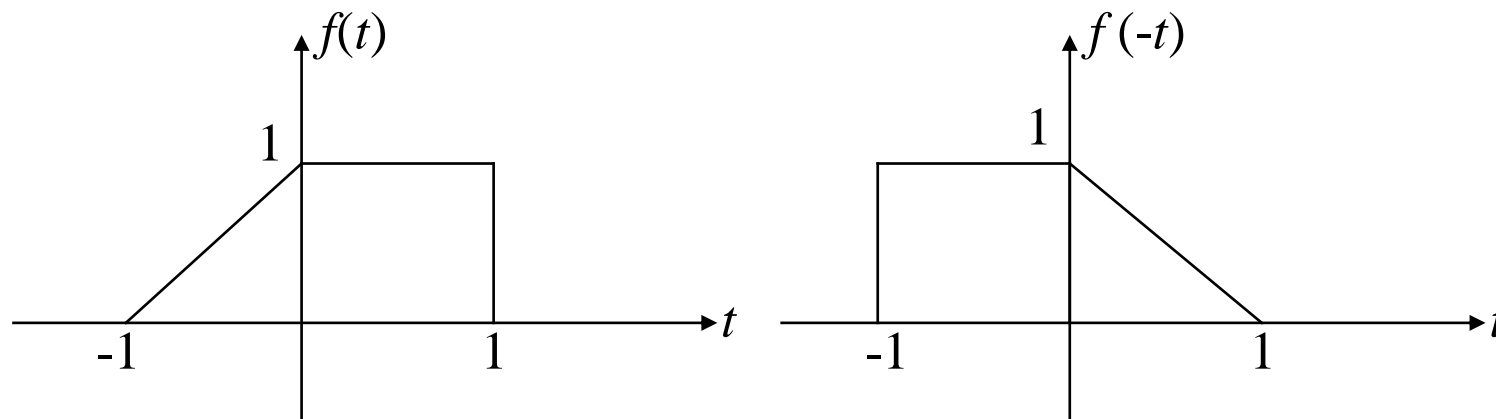
$$\int_{-\infty}^{\infty} \text{Sa}(t) dt = \pi$$

## 信号的反褶、时移、尺度变换运算

### 1. 反褶运算

$$f(t) \rightarrow f(-t)$$

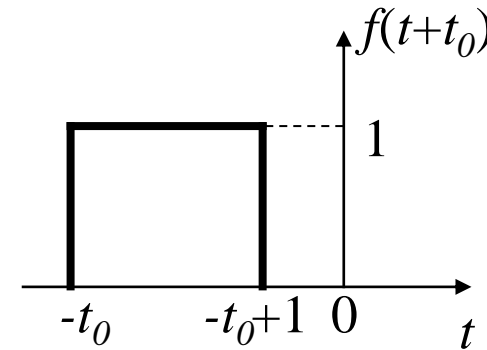
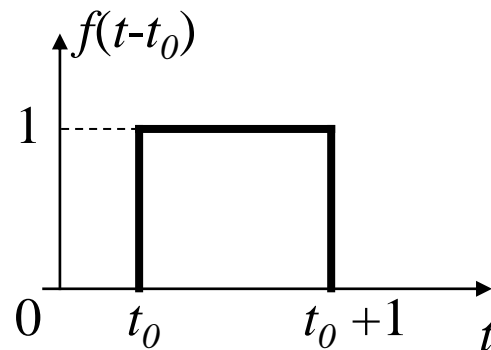
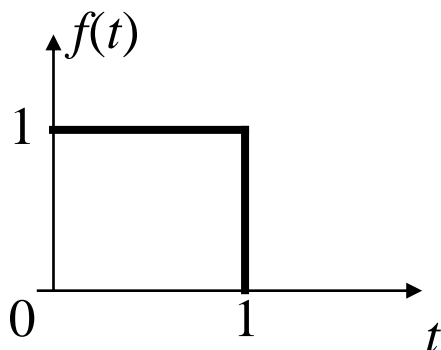
以  $t=0$  为轴反褶



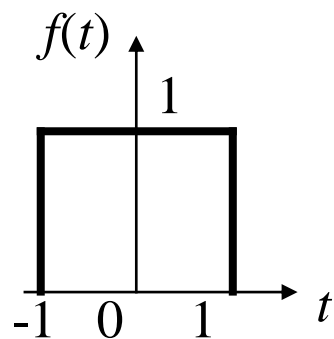
### 2. 时移运算

$$f(t) \rightarrow f(t-t_0)$$

$t_0 > 0$  时,  $f(t)$  在  $t$  轴上整体右移;  $t_0 < 0$  时,  $f(t)$  在  $t$  轴上整体左移。

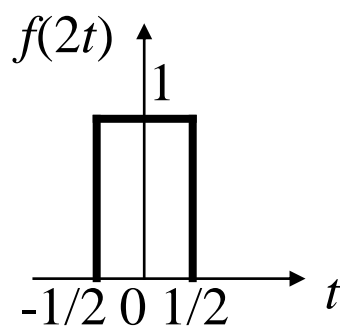


## 3. 尺度变换运算



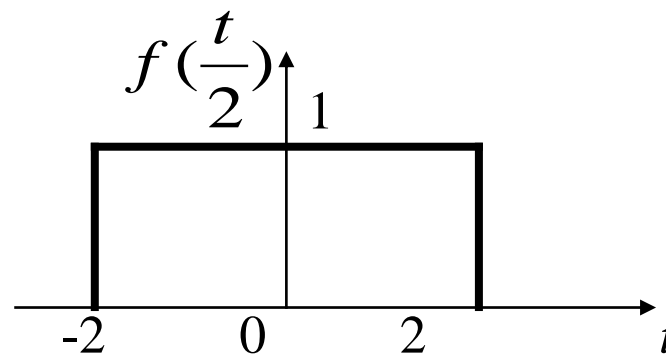
$$f(t) \rightarrow f(2t)$$

压缩



$$f(t) \rightarrow f\left(\frac{t}{2}\right)$$

扩展



### 信号的微分与积分运算

#### 1. 微分运算

信号  $f(t)$  的微分  $f'(t)$  仍然是一个信号，它表示信号随时间变化的变化率。微分运算突出信号的变化部分。

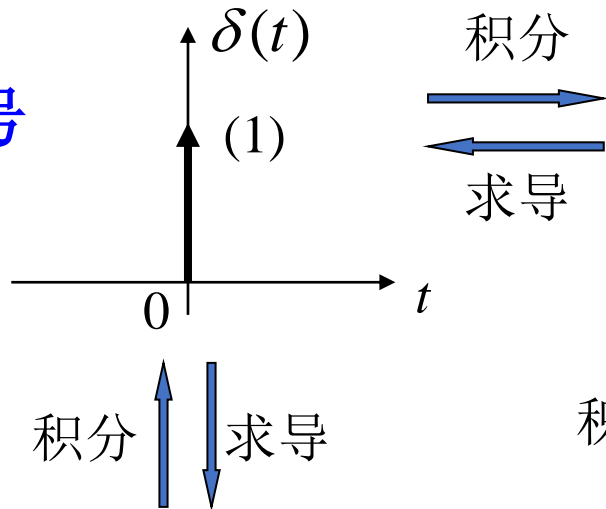
#### 2. 积分运算

信号  $f(t)$  的积分  $\int_{-\infty}^t f(\tau) d\tau$ ，也可写作  $f^{(-1)}(t)$ ，仍然是一个信号，它在任意时刻的值等于从  $-\infty$  到  $t$  区间内  $f(t)$  与时间轴所包围的面积。

积分运算使信号的突变部分变得平滑，可削弱毛刺（噪声）的影响。

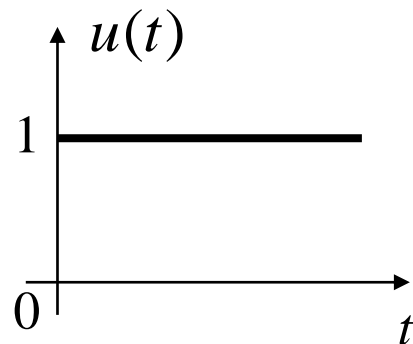
在信号与系统分析中，经常要遇到函数本身有不连续点或其导数与积分有不连续点的情况，这类函数统称为奇异函数或奇异信号。

单位冲激信号



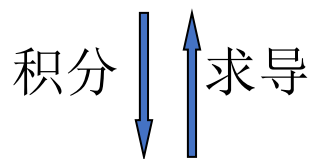
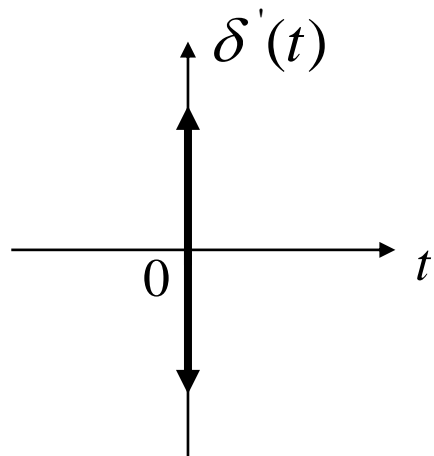
单位阶跃信号

单边特性，某些脉冲信号可以用阶跃信号来表示。

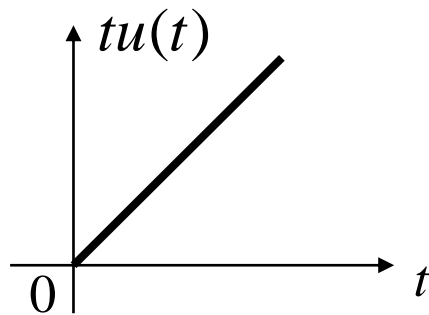


冲激偶信号

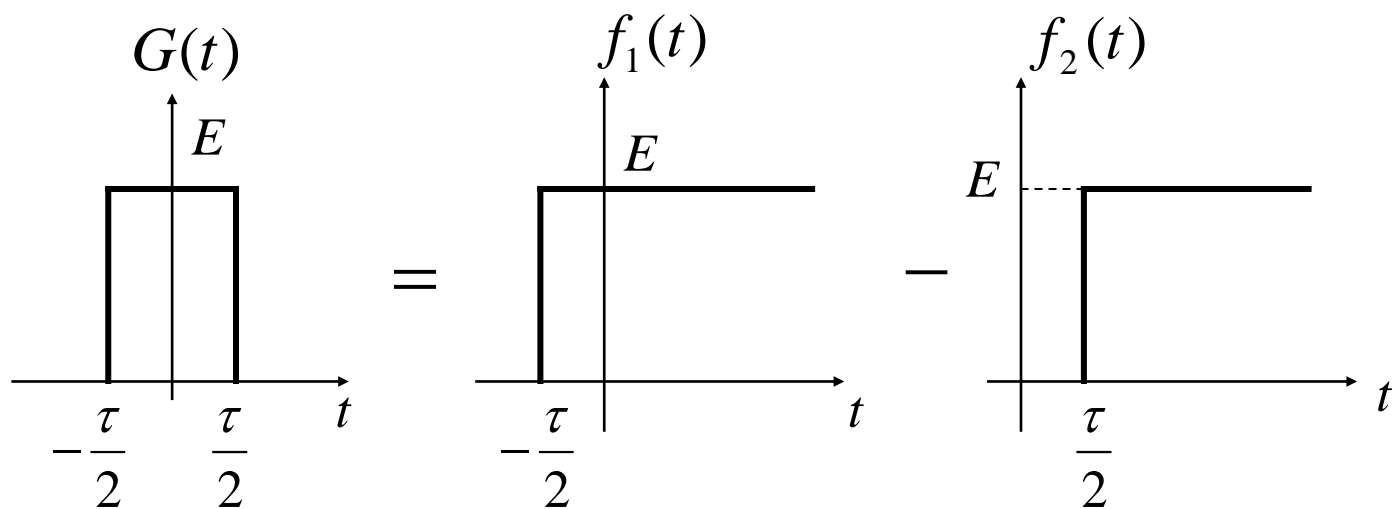
奇函数



单位斜变信号



**$u(t)$ 的性质:** 单边特性, 即  $f(t)u(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ f(t) & t > 0 \end{cases}$



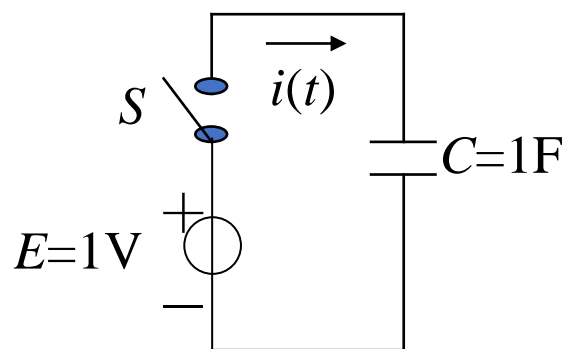
矩形脉冲 $G(t)$ 可表示为

$$G(t) = f_1(t) - f_2(t) = E[u(t + \frac{\tau}{2}) - u(t - \frac{\tau}{2})]$$



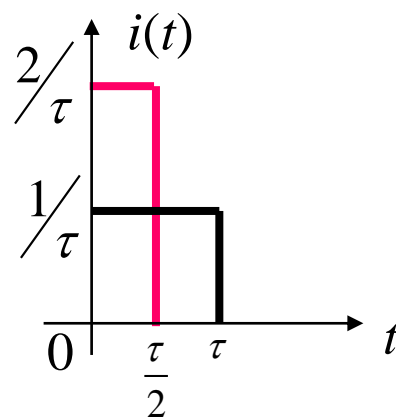
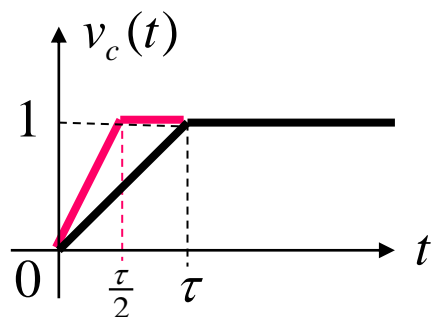
1.4.3 单位冲激信号  $\delta(t)$ 

我们先从物理概念上理解如何产生冲激函数  $\delta(t)$ 。

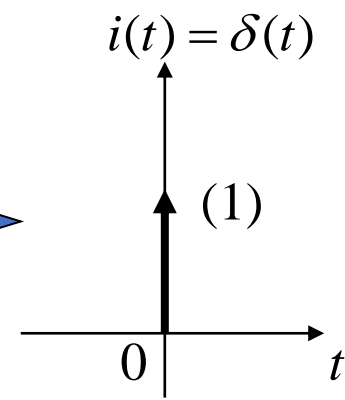


**例：**图中假设 $S$ 、 $E$ 、 $C$ 都是理想元件（内阻为0），当 $t=0$ 时 $S$ 闭合，求回路电流 $i(t)$ 。

$$i(t) = C \frac{dv_c(t)}{dt}$$



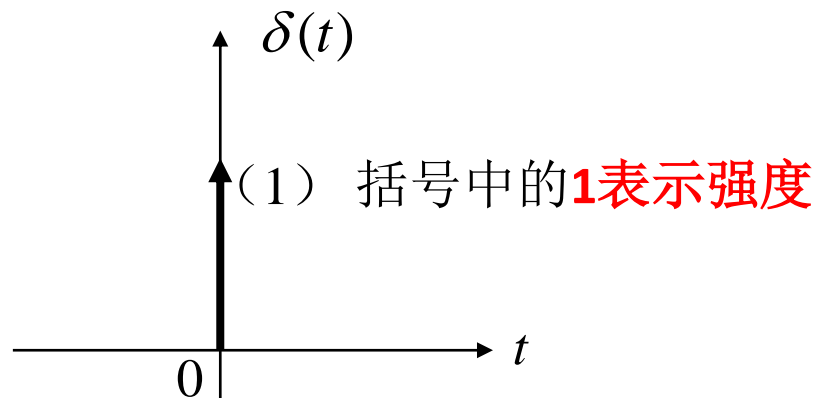
$\tau \rightarrow 0$



## 1. $\delta(t)$ 的定义方法

### 1) 用表达式定义

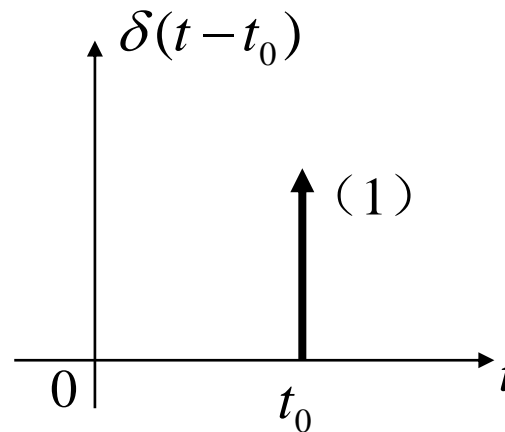
$$\begin{cases} \delta(t) = 0 & (t \neq 0) \\ \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1 \end{cases}$$



这种定义方式是狄拉克提出来的，因此， $\delta(t)$  又称为狄拉克（Dirac）函数。

同理可以定义  $\delta(t-t_0)$ ，即

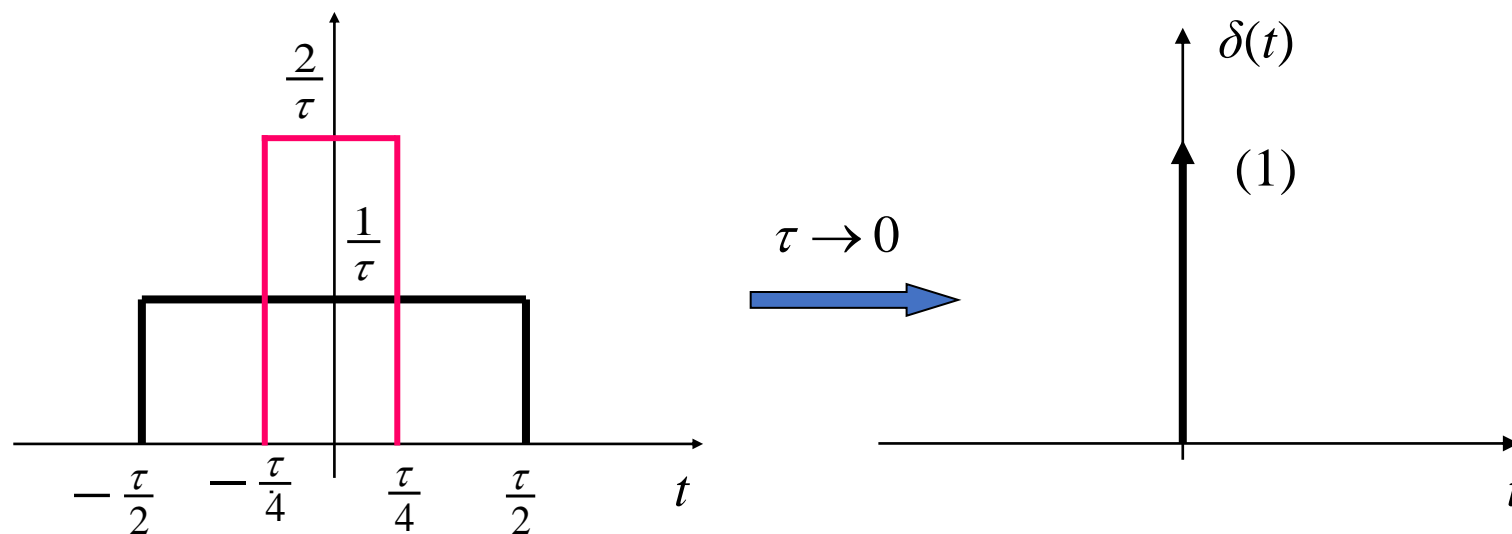
$$\begin{cases} \delta(t-t_0) = 0 & (t \neq t_0) \\ \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-t_0) dt = 1 \end{cases}$$



## 2) 用极限定义

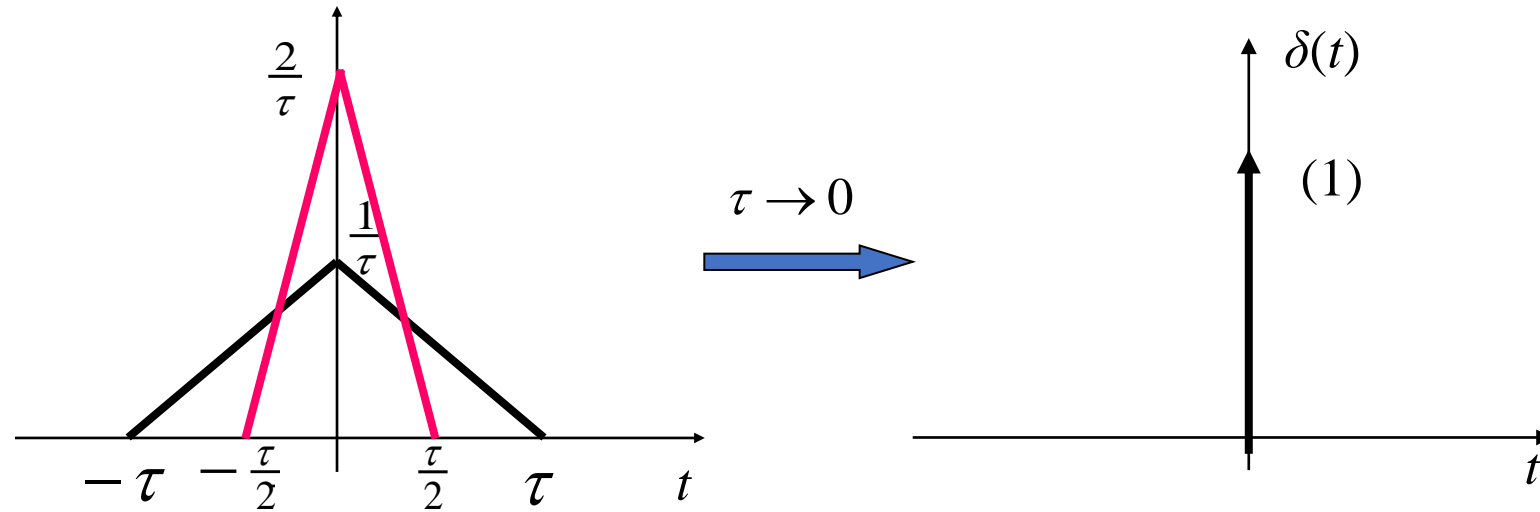
我们可以用各种规则函数系列求极限的方法来定义  $\delta(t)$  。

例如：(a) 用矩形脉冲取极限定义



$$\delta(t) = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{1}{\tau} \left[ u\left(t + \frac{\tau}{2}\right) - u\left(t - \frac{\tau}{2}\right) \right]$$

(b) 用三角脉冲取极限定义



$$\delta(t) = \lim_{\tau \rightarrow 0} \left\{ \frac{1}{\tau} \left( 1 - \frac{|t|}{\tau} \right) [u(t + \tau) - u(t - \tau)] \right\}$$

## 2. 冲激函数的性质

## 1) 取样特性

$$f(t)\delta(t) = f(0)\delta(t) \quad (1)$$

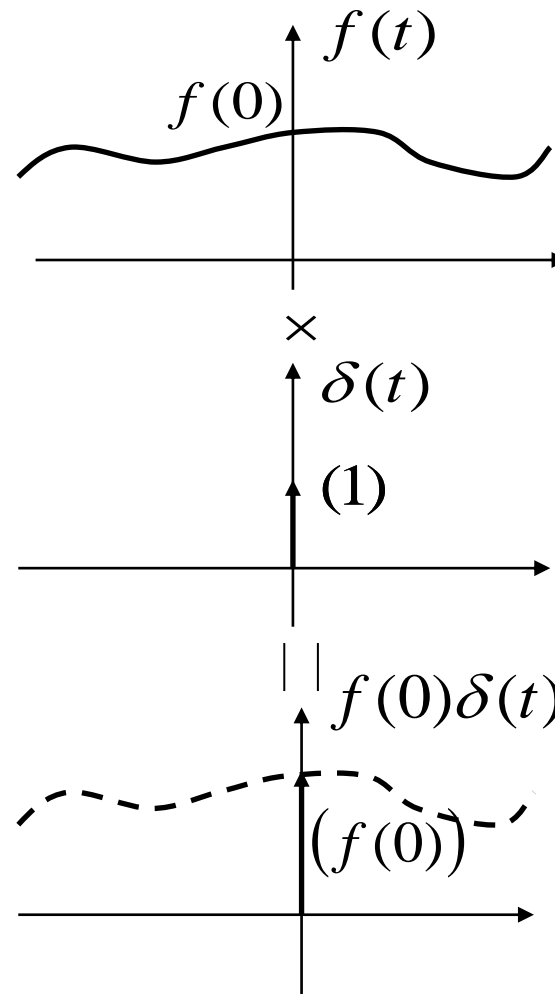
$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)f(t)dt = f(0)\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)dt = f(0) \quad (2)$$

$$f(t)\delta(t-t_0) = f(t_0)\delta(t-t_0) \quad (3)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-t_0)f(t)dt = f(t_0) \quad (4)$$

综合式 (2) 和式 (4)，可得出如下结论：

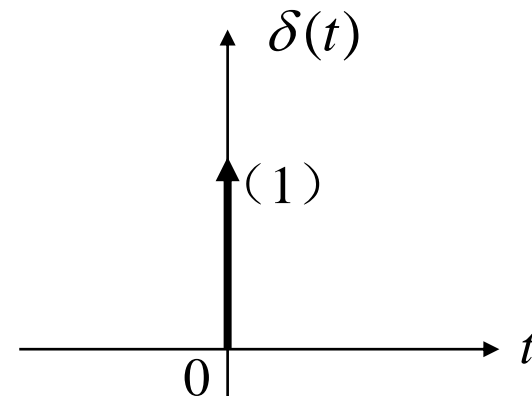
**冲激函数可以把冲激所在位置处的函数值抽取（筛选）出来。**



2)  $\delta(t)$  是偶函数, 即  $\delta(t) = \delta(-t)$

$$3) \int_{-\infty}^t \delta(\tau) d\tau = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t > 0 \end{cases} = u(t)$$

$$\int_{-\infty}^t \delta(\tau - t_0) d\tau = u(t - t_0)$$



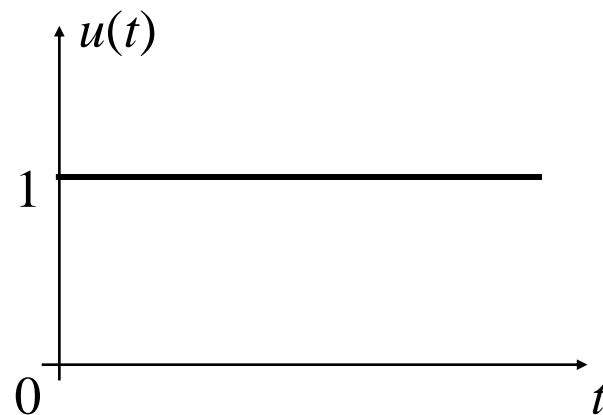
$u(t)$  与  $\delta(t)$  的关系:

$$\int_{-\infty}^t \delta(\tau) d\tau = u(t)$$

$$\frac{d}{dt} u(t) = \delta(t)$$

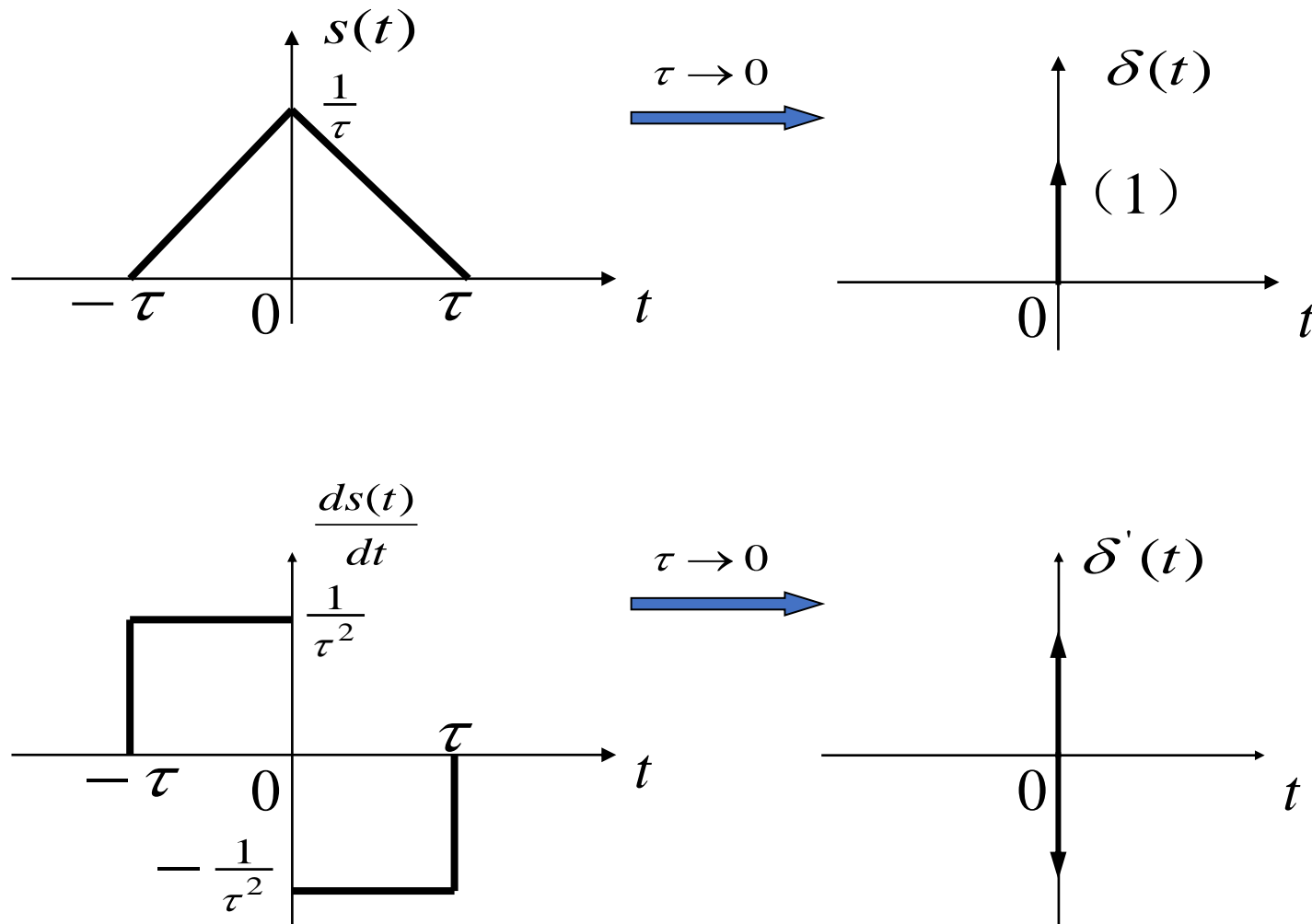
$$\int_{-\infty}^t \delta(\tau - t_0) d\tau = u(t - t_0)$$

$$\frac{d}{dt} u(t - t_0) = \delta(t - t_0)$$



## 1.4.4 冲激偶函数

冲激函数的微分（阶跃函数的二阶导数）将呈现正、负极性的一对冲激，称为冲激偶函数，以  $\delta'(t)$  表示。



### 冲激偶的性质

1) 冲激偶是奇函数, 即  $\delta'(-t) = -\delta'(t)$

$$2) \quad \int_{-\infty}^{\infty} \delta'(t) f(t) dt = -f'(0)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta'(t - t_0) f(t) dt = -f'(t_0)$$

$$3) \quad \int_{-\infty}^{\infty} \delta'(t) dt = 0$$



求解  $f(t) = \frac{d}{dt} [e^{-2t} u(t)]$ 。

- ☐ A  $e^{-2t} \delta(t)$
- ☒ B  $\delta(t) - 2e^{-2t} u(t)$
- ☐ C  $-2e^{-2t} \delta(t)$
- ☐ D  $\delta'(t) - 2e^{-2t} u(t)$

## 本次课内容

- 1.5 信号的分解
- 1.6 系统模型及其分类
- 1.7 线性时不变系统
- 1.8 系统分析方法

## 本次课目标

1. 掌握任意信号分解为脉冲分量的方法；
2. 了解系统不同的分类方法；
3. 能准确判断系统的**线性、时变性、因果性**；
4. 初步了解系统的分析方法。

# 第一章 信号与系统的基本概念

- 1.1 引论
- 1.2 信号分类和典型信号
- 1.3 信号的运算
- 1.4 奇异信号
- 1.5 信号的分解
- 1.6 系统模型及其分类
- 1.7 线性时不变系统
- 1.8 系统分析方法

### 1.5.1 任意信号分解为偶分量与奇分量之和

偶分量定义为  $f_e(t) = f_e(-t)$

奇分量定义为  $f_o(t) = -f_o(-t)$

任意信号可分解为偶分量与奇分量之和，即

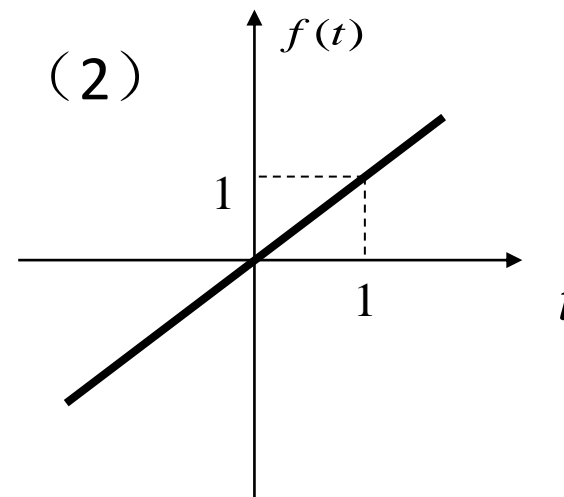
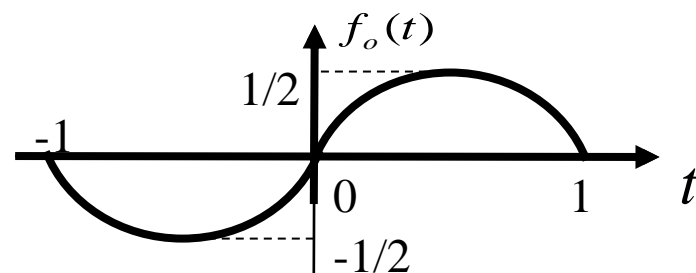
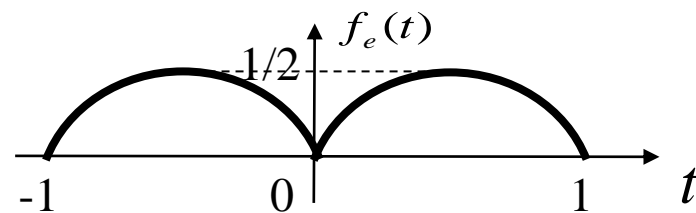
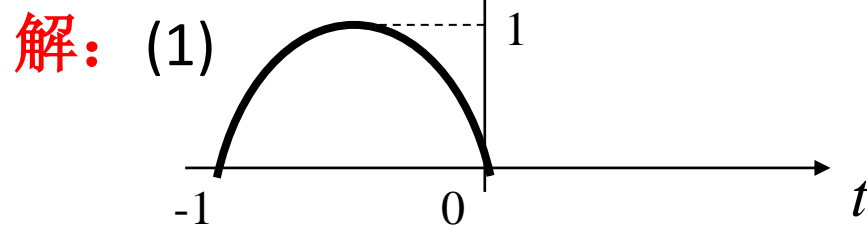
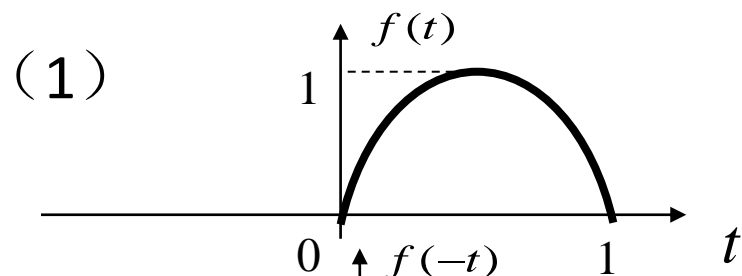
$$f(t) = f_e(t) + f_o(t) \quad (1)$$

$$f(-t) = f_e(t) - f_o(t) \quad (2)$$

$$(1) + (2): \quad f_e(t) = \frac{1}{2}[f(t) + f(-t)]$$

$$(1) - (2): \quad f_o(t) = \frac{1}{2}[f(t) - f(-t)]$$

**例1-9:** 求解下图信号的偶分量与奇分量。



(2) 该信号为奇信号。所以

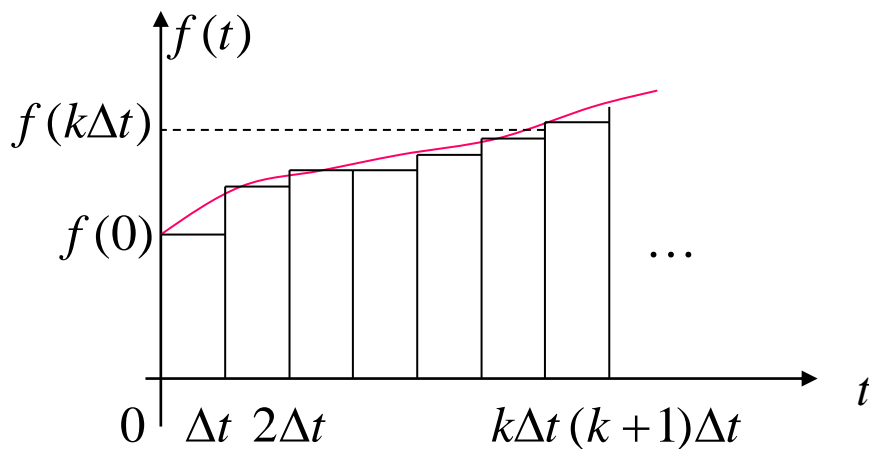
$$f_o(t) = f(t)$$

$$f_e(t) = 0$$

## 1.5.2 任意信号分解为脉冲分量

一个信号可近似分解为许多脉冲分量之和。这里又分为两种情况，一是分解为矩形窄脉冲分量，窄脉冲组合的极限就是冲激信号的迭加；另一种情况是分解为阶跃信号分量的迭加。

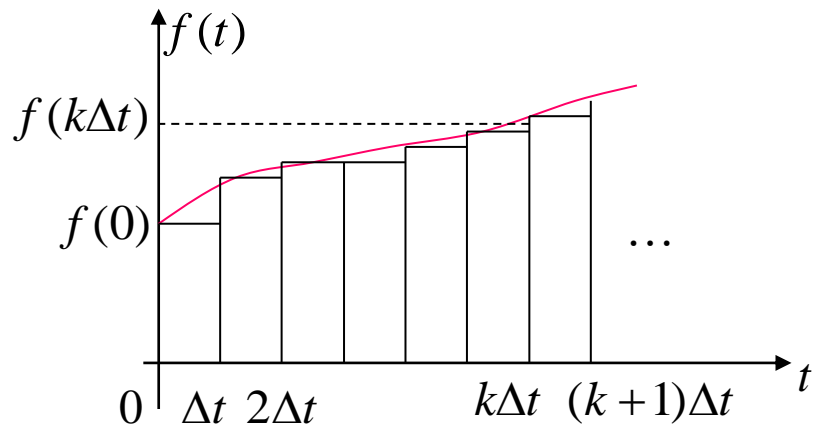
任意信号分解为冲激信号的迭加



当  $t = 0$  时，第一个矩形脉冲为

$$f(0)[u(t) - u(t - \Delta t)]$$

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{f(0)[u(t) - u(t - \Delta t)]}{\Delta t} \Delta t = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} f(0)\delta(t)\Delta t$$



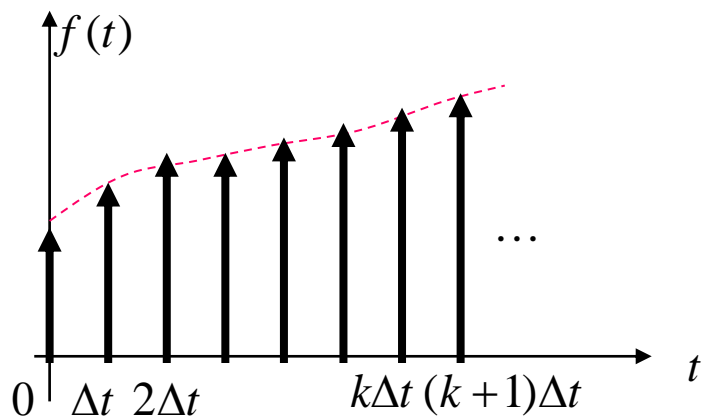
当  $t = k\Delta t$  时，第  $k+1$  个矩形脉冲为

$$f(k\Delta t)\{u(t - k\Delta t) - u[t - (k + 1)\Delta t]\}$$

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} f(k\Delta t) \frac{\{u(t - k\Delta t) - u[t - (k + 1)\Delta t]\}}{\Delta t} \Delta t$$

$$= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} f(k\Delta t) \delta(t - k\Delta t) \Delta t$$

将上述  $0 \sim n$  个矩形脉冲迭加，就得到  $f(t)$  的表达式，即



$$f(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \sum_{k=0}^n f(k\Delta t) \delta(t - k\Delta t) \Delta t$$

当  $\Delta t \rightarrow 0$  时， $\Delta t \rightarrow d\tau$ ,  $k\Delta t \rightarrow \tau$ ,  $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \sum_{k=0}^n \rightarrow \int_{0^-}^t$

$$f(t) = \int_{0^-}^t f(\tau) \delta(t - \tau) d\tau$$

### 1.5.3 任意信号分解成正交函数分量

如果用正交函数集表示一个信号，那么，组成信号的各分量就是相互正交的。

例如，各次谐波的正弦与余弦信号构成的三角函数集就是正交函数集。任何周期信号 $f(t)$ 只要满足狄里赫利条件，就可以由这些三角函数的线性组合来表示，称为 $f(t)$ 的三角形式的傅里叶级数。同理， $f(t)$ 还可以展开成指数形式的傅里叶级数。（第三章内容）



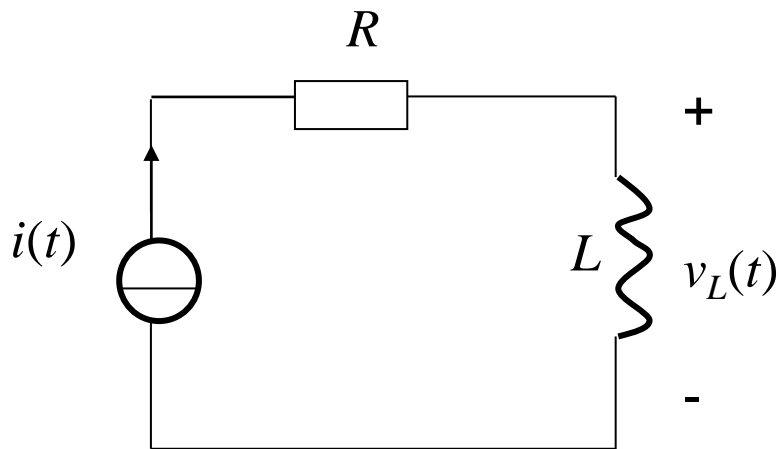
# 第一章 信号与系统的基本概念

- 1.1 引论
- 1.2 信号分类和典型信号
- 1.3 信号的运算
- 1.4 奇异信号
- 1.5 信号的分解
- 1.6 系统模型及其分类**
- 1.7 线性时不变系统
- 1.8 系统分析方法

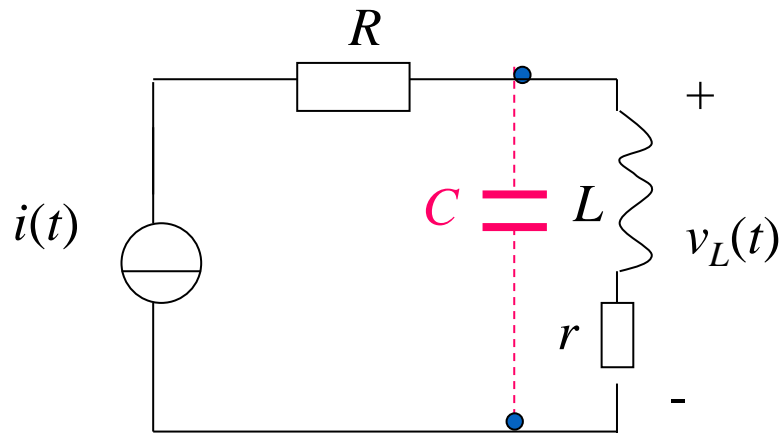
### 系统的定义

- 由若干个相互关联又相互作用的事物组合而成，具有某种或某些特定功能的整体。如通信系统、雷达系统等。系统的概念不仅适用于自然科学的各个领域，而且还适用于社会科学。如政治结构、经济组织等。
- 众多领域各不相同的系统都有一个共同点，即所有的系统总是对施加于它的信号(即系统的**输入信号**，也可称**激励**)作出响应，产生出另外的信号(即系统的**输出信号**，也可称**响应**)。系统的功能就体现在什么样的输入信号产生怎样的输出信号。
- 每个系统都有各自的**数学模型**。

## 1.6.1 系统的数学模型

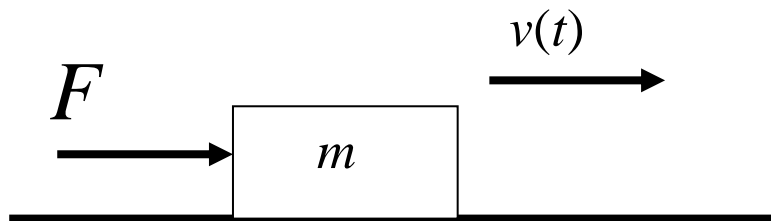


$$v_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt} = L \frac{di(t)}{dt}$$



$$v_L(t) = L \frac{di(t)}{dt} + ri(t)$$

对于同一物理系统，在不同条件之下，可得到不同形式的数学模型。



$$F = ma = m \frac{dv(t)}{dt} \quad \longleftrightarrow \quad v_L(t) = L \frac{di(t)}{dt}$$

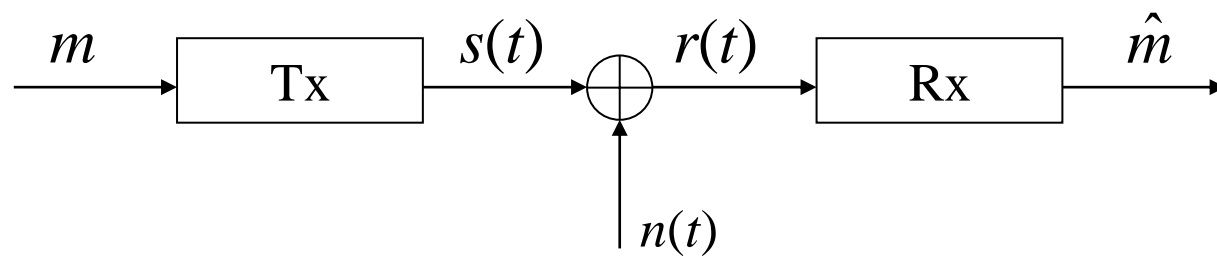
$$m \longleftrightarrow L \quad F \longleftrightarrow v_L(t) \quad v(t) \longleftrightarrow i(t)$$

两个不同的系统可能有相同的数学模型，甚至物理系统与非物理系统也可能有相同的数学模型。将数学模型相同的系统称为相似系统。

### 通信系统

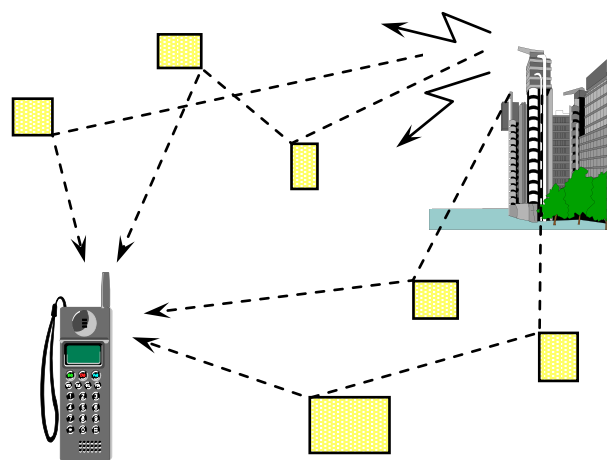


### 加性高斯白噪声信道

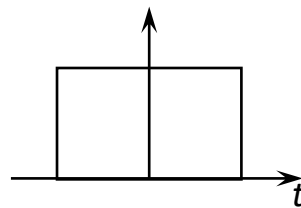


$$r(t) = s(t) + n(t)$$

多径信道

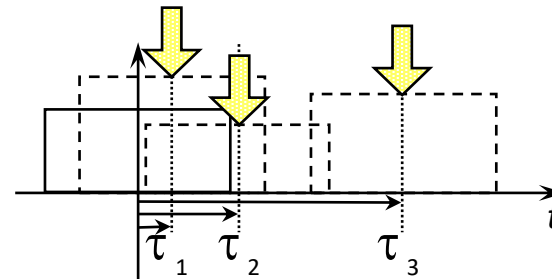


发射信号



码间串扰

接收信号



### 1.6.2 系统的分类

#### (1) 连续时间系统与离散时间系统

连续时间系统的数学模型是微分方程。

离散时间系统的数学模型是差分方程。

#### (2) 即时系统（无记忆系统）与动态系统（记忆系统）

即时系统数学模型是代数方程，如电阻电路。

动态系统数学模型是微分方程或差分方程，如RC,RL电路。

#### (3) 集总参数系统与分布参数系统

集总参数系统的数学模型是常微分方程。

分布参数系统的数学模型是偏微分方程。

### (4) 线性系统与非线性系统

具有迭加性与均匀性(也称**齐次性**)的系统称为**线性系统**。

不满足叠加性或均匀性的系统称为**非线性系统**。

### (5) 时变系统与时不变系统(非时变系统)

**时变系统**：系统的参数随时间变化。

**时不变系统**：系统的参数不随时间而变化。

### (6) 单输入单输出系统与多输入多输出系统

**单输入单输出系统**：只接受一个激励信号，产生一个响应信号。

**多输入多输出系统**：系统激励信号与响应信号多于一个，例如，5G 的massive MIMO (multiple-input multiple-output) 系统。



### (7) 可逆系统与不可逆系统

**可逆系统：**不同的激励产生不同的响应。

**不可逆系统：**不同的激励产生相同的响应。

对于每个可逆系统都存在一个“**逆系统**”，当原系统与此逆系统级联组合后,输出信号与输入信号相同。

例：

一个可逆系统： $r(t) = 3e(t)$

其逆系统为： $r(t) = e(t) / 3$

不可逆系统： $r(t) = e^2(t)$

(当激励  $e(t) = 1$  和  $e(t) = -1$  时, 响应  $r(t)$  均为1。即不同激励产生相同响应。故为不可逆系统)。

# 第一章 信号与系统的基本概念

- 1.1 引论
- 1.2 信号分类和典型信号
- 1.3 信号的运算
- 1.4 奇异信号
- 1.5 信号的分解
- 1.6 系统模型及其分类
- 1.7 线性时不变系统**
- 1.8 系统分析方法

## 1.7.1 线性特性

线性包含叠加性与均匀（齐次）性。

### 1. 叠加性



$$\text{若 } x(t) = x_1(t) + x_2(t) \qquad y(t) = y_1(t) + y_2(t)$$

称系统满足叠加性。

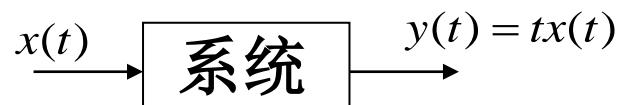
### 2. 齐次性

$$\text{若 } x(t) = ax_i(t) \qquad y(t) = ay_i(t)$$

称系统满足齐次性。

同时满足**叠加性**与**齐次性**的系统称为**线性系统**。

**例1-10：** 设某系统的输入输出之间的关系为： $y(t) = tx(t)$ 。判断该系统是否为线性系统。



**解：**  $y_1(t) = tx_1(t)$        $y_2(t) = tx_2(t)$        $x(t) = x_1(t) + x_2(t)$

$$y(t) = t[x_1(t) + x_2(t)] = tx_1(t) + tx_2(t) = y_1(t) + y_2(t)$$

$$x(t) = ax_1(t) \qquad y(t) = tx(t) = atx_1(t) = ay_1(t)$$

$$x(t) = \sum_{k=1}^N a_k x_k(t)$$

$$y(t) = \sum_{k=1}^N a_k y_k(t)$$

设某系统的输入输出之间的关系为  $y(t) = ax(t) + b$ 。判断该系统是否为线性系统。

☐ A 是

☒ B 否

提交

**例1-11：** 设某系统的输入输出之间的关系为： $y(t) = ax(t) + b$  ( $b \neq 0$ )。  
判断该系统是否为线性系统。

**解：**  $y_1(t) = ax_1(t) + b$        $y_2(t) = ax_2(t) + b$

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t)$$

$$y(t) = a[x_1(t) + x_2(t)] + b \neq y_1(t) + y_2(t)$$

系统不满足叠加性。而且

$$x(t) = cx_1(t) \quad y(t) = ax(t) + b = acx_1(t) + b \neq cy_1(t)$$

系统也不满足齐次性。

所以系统不是线性系统。

由**线性**，可以得到系统的一个结果是：在全部时间上系统输入为零，必然输出为零，即**零输入产生零输出**。

$$x(t) = \sum_{k=1}^N a_k x_k(t) = \sum_{k=1}^N 0 \cdot a_k = 0$$

$$y(t) = \sum_{k=1}^N a_k y_k(t) = \sum_{k=1}^N 0 \cdot a_k = 0$$

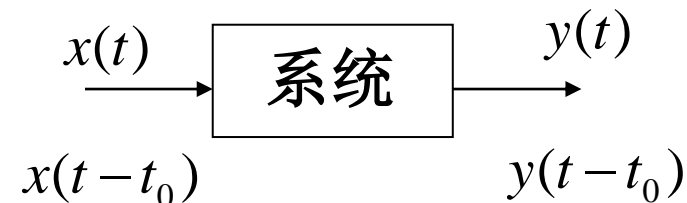
而

$$y(t) = ax(t) + b = a \cdot 0 + b = b$$

即在零输入时，系统输出不为零。这部分不为零的输出，称为系统的零输入响应。

### 1.7.2 时不变性

系统本身参数不随时间改变。  
激励延迟，则响应也同样延迟。



**例1-12:** 判断满足下列输入输出之间的关系系统是否为时变系统:

(1)  $y(t) = tx(t)$  (2)  $y(t) = ax(t) + b$ 。

**解:** (1)  $y_1(t) = tx(t - t_0) \neq y(t - t_0)$   
 $y(t - t_0) = (t - t_0)x(t - t_0)$

所以系统是**时变**的。

(2)  $y_1(t) = ax(t - t_0) + b = y(t - t_0)$

所以系统是**时不变**的。



设系统的输入输出之间的关系为  $y(t) = x(2t)$ 。判断其是否为时不变系统。

☐ A 时不变

☒ B 时变

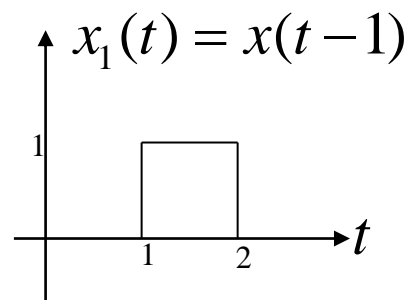
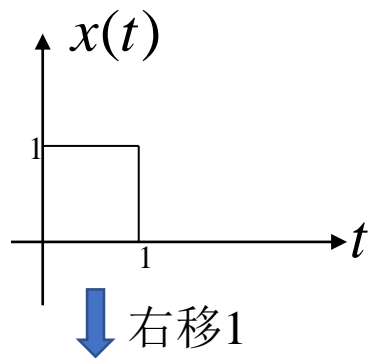
提交

判断一个系统是否满足某种特性，只要能找到一个例子不满足，就可证明其不满足此特性。

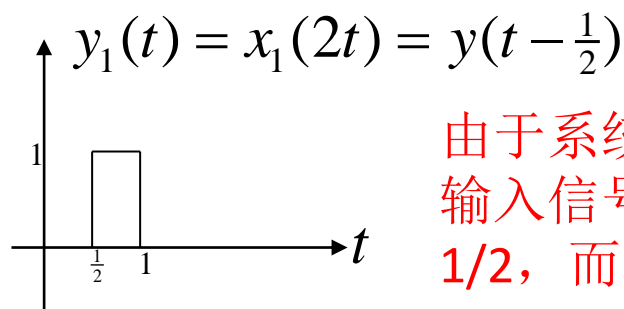
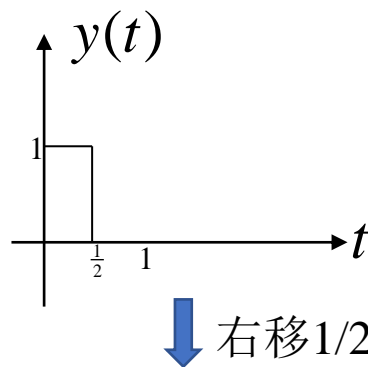
**例1-13：** 设系统的输入输出之间的关系为： $y(t) = x(2t)$ 。判断其是否为时不变系统。

**解：** 定义将输入 $x(t)$ 右移 $t_0$ 为 $x_1(t) = x(t - t_0)$ ，对应的输出为 $y_1(t) = x_1(2t) = x(2t - t_0)$ 。而将 $y(t)$ 直接右移 $t_0$ 得到的是 $y(t - t_0) = x[2(t - t_0)]$ 。二者不相等，所以系统是一**时变**系统。

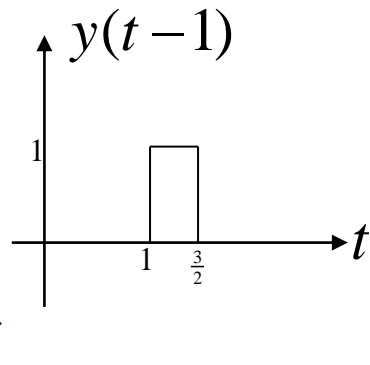
例如：



输出



右移1



由于系统对输入信号时间上压缩2倍，输入信号右移1时，输出信号仅右移1/2，而不是1。

**例1-14:** 判断  $y(t) = x(-t)$  是否时不变系统。

**解:**  $y(t) = x(-t)$

$$x_1(t) = x(t - t_0)$$

$y_1(t) = x(-t - t_0)$       该系统只是对激励做了一次反褶，即对 $x$ 中的 $t$ 乘以-1。

$$y(t - t_0) = x(-t + t_0) \neq y_1(t)$$

所以是时变系统

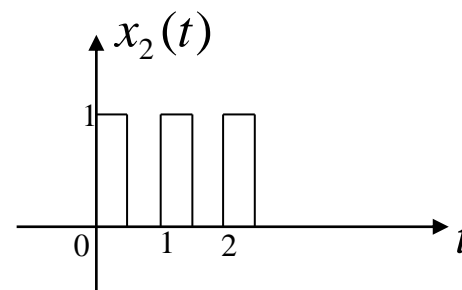
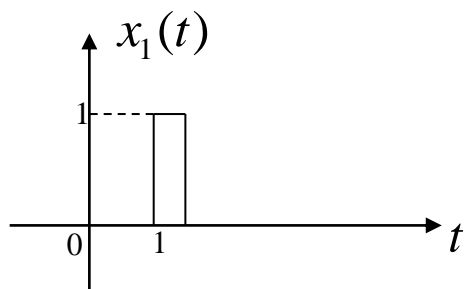
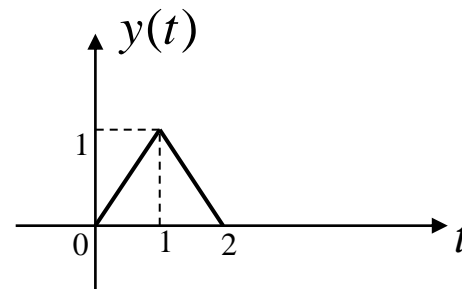
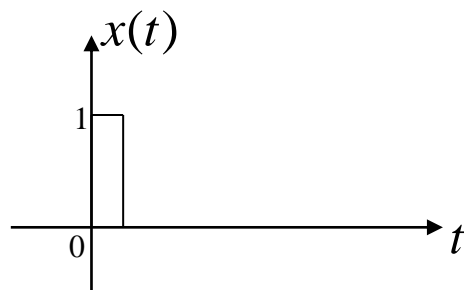
时不变的直观判断方法:

若 $x(\cdot)$ 前出现时变的系数— $tx(t)$ 、或有反褶— $x(-t)$ 、或有展缩变换— $x(2t)$ ，则该系统为时变系统。

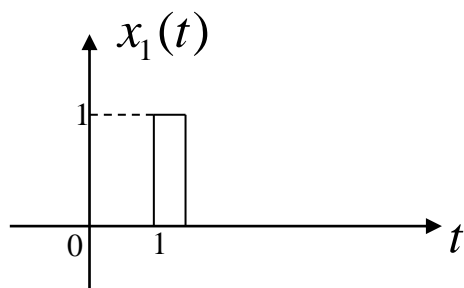
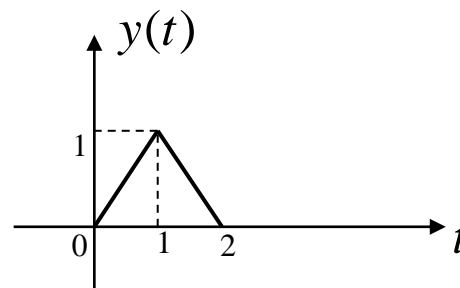
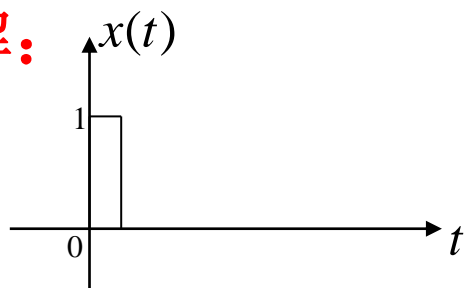
系统同时满足线性与时不变性，称为线性时不变系统，记为LTI (linear-time-invariant) 系统，可表示为：

$$x(t) = \sum_{k=1}^N a_k x_k(t - t_k) \quad y(t) = \sum_{k=1}^N a_k y_k(t - t_k)$$

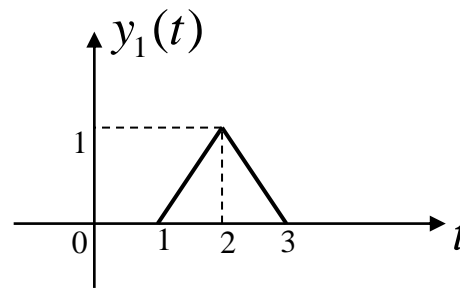
**例1-15：** 设LTI系统的输入  $x(t)$  与输出  $y(t)$  之间的关系由下图描述，作出当输入分别为  $x_1(t)$  与  $x_2(t)$  时，输出  $y_1(t)$  与  $y_2(t)$  的波形图。



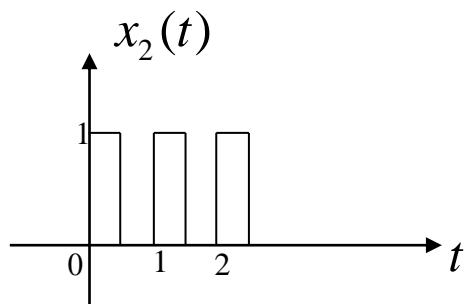
解:



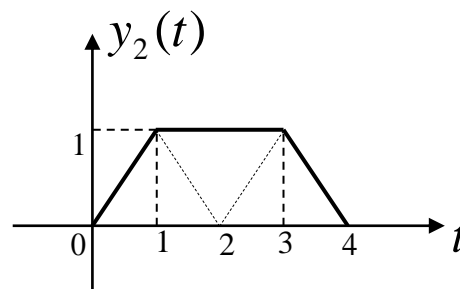
$$x_1(t) = x(t-1)$$



$$y_1(t) = y(t-1)$$



$$x_2(t) = x(t) + x(t-1) + x(t-2)$$



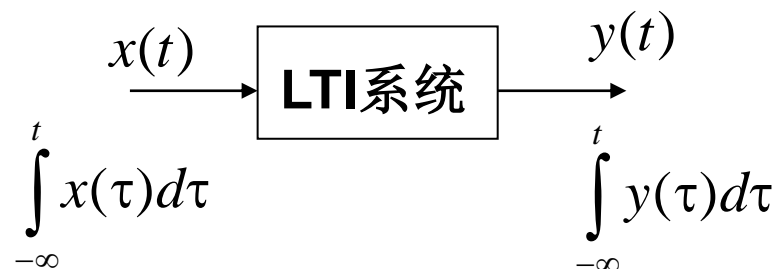
$$y_2(t) = y(t) + y(t-1) + y(t-2)$$

## 1.7.3 连续时间系统的微积分性

### 1. 微分性



### 2. 积分性



### 1.7.4 因果性

因果系统是指系统在  $t = t_0$  时刻的响应只与  $t = t_0$  和  $t < t_0$  时刻的输入有关。否则，为非因果系统。

例：

因果系统：  $r(t) = e(t-1)$       (延时系统)

非因果系统：  $r(t) = e(t+1)$       (超前系统)

(  $t = 0$  时刻响应  $r(0) = e(1)$  ， 它由  $t = 1$  时刻的激励决定, 故为非因果系统。 )

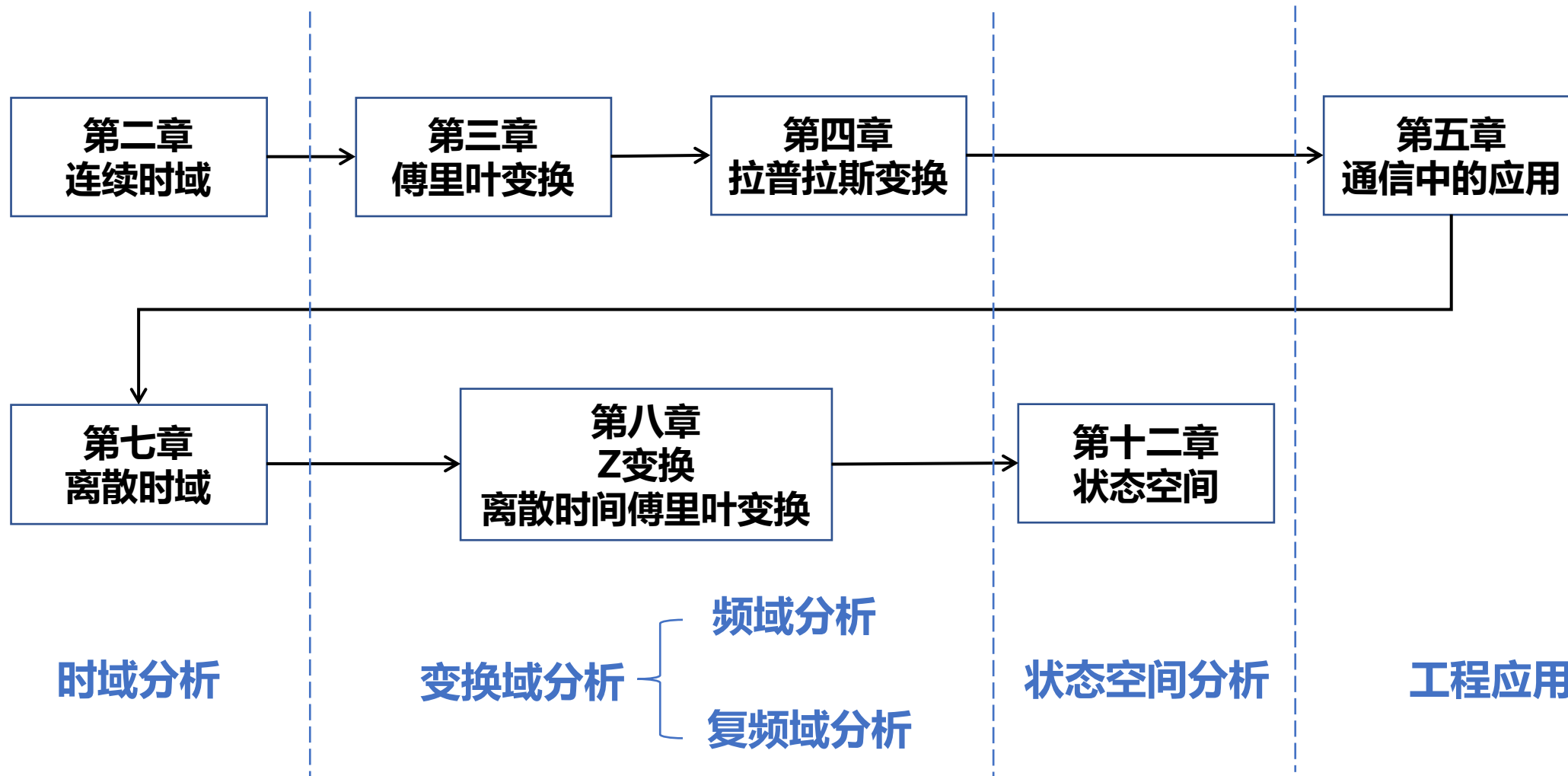
非因果系统：  $r(t) = e(2t)$       (时域压缩系统)

非因果系统常见于语音信号处理、气象学、股票市场分析、人口统计学等领域。

# 第一章 信号与系统的基本概念

- 1.1 引论
- 1.2 信号分类和典型信号
- 1.3 信号的运算
- 1.4 奇异信号
- 1.5 信号的分解
- 1.6 系统模型及其分类
- 1.7 线性时不变系统
- 1.8 系统分析方法





从系统的数学描述方法来分：

- 输入、输出分析法：** 一个 $n$ 阶微（差）分方程，适合于单输入、单输出系统（第二、三、四、七、八章）
- 状态变量分析法：**  $n$ 个一阶微（差）分方程组，适合于多输入、多输出系统（第十二章）

从系统数学模型求解方法来分：

- 时域分析法：** 不经过任何变换，在时域中直接求解响应（第二、七章）
- 变换域分析法：** 将信号和系统模型的时间函数变换成相应某变换域的函数，如傅里叶变换（第三、五章）、拉普拉斯变换（第四章）、 $z$ 变换（第八章）等

# 作业

基础题（需提交）： 1-18, 1-20, 1-23。

加强题（选做，不提交）： 1-21, 1-24。