1. $\int_{-\infty}^{+\infty} 6e^{-3t}\delta(-3t)dt =$ [填空1] 2

$\int_{-\infty}^{+\infty} 2e^{-3t}\,\delta(3t)\,d3t$

（请填入整数！！！）

2. 假设系统的激励为$e(t)$, 响应为$r(t) = e(2t-1)\sin(2t-1)$，下列关于系统的线性、因果性、时不变性的表述中，正确的是（）

$r(1) = e(1)\ \sin(1)$

$r(2) = e(3)\sin(3)$

$e(t-t_0) \rightarrow e(2t-t_0-1)\sin(2t-1)$

A 线性

B 非线性

C 因果

D 非因果

E 时变

F 时不变

3. 信号$\frac{sin2\pi(t-2)}{\pi(t-2)}$的傅里叶变换为（）

$2Sa\omega t \rightarrow 2\frac{\pi}{2\pi}[u(\omega+2\pi) - u(\omega-2\pi)]$

A $[u(\omega+2\pi)-u(\omega-2\pi)]\cdot e^{-j2\omega}$

B $\frac{1}{2}[u(\omega+2\pi)-u(\omega-2\pi)]\cdot e^{-j2\omega}$

C $\frac{1}{2}[u(\omega+4\pi)-u(\omega-4\pi)]\cdot e^{j2\omega}$

D $[u(\omega+2\pi)-u(\omega-2\pi)]\cdot e^{j2\omega}$

4. 信号$f(t)$的拉普拉斯变换为$F(s)$，则信号

$e^{-\frac{t}{a}}f(\frac{t}{a})$ （$a>0$）的拉普拉斯变换为（）

$f(t) \to F(s)$

$f(\frac{t}{a}) \to aF(as)$

$e^{-\frac{t}{a}}f(\frac{t}{a}) \to aF[a(s+\frac{1}{a})]$

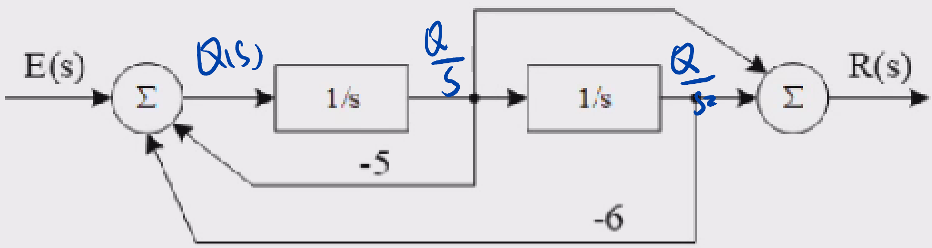
A $aF(as-a)$

B $aF(as-1)$

C $aF(as+1)$

D $aF(as+a)$

5. 某线性时不变系统的s域模拟框图如图所示，则该系统的系统函数为（）



A $H(s) = \frac{s^2+s}{s^2+5s+6}$

B $H(s) = \frac{s^2+s}{s^2-5s-6}$

C $H(s) = \frac{s+1}{s^2-5s-6}$

D $H(s) = \frac{s+1}{s^2+5s+6}$

$Q = E - 6\frac{Q}{s^2} - 5\frac{Q}{s}$

$(1+\frac{6}{s^2}+\frac{5}{s})Q = E$, $Q = \frac{Es^2}{s^2+6+5s}$

$R(s) = \frac{Q}{s} + \frac{Q}{s^2}$

$= \frac{s+1}{s^2} \cdot \frac{s^2 \cdot E}{(s+2)(s+3)}$

6. 对某线性时不变系统，在相同初始条件下：

输入为 $e(t)$ 时，全响应 $r_1(t) = (2e^{-t} + e^{-2t})u(t)$；$= r_{zi} + r_{zs}$

输入为 $2e(t)$ 时，全响应 $r_2(t) = (e^{-t} + 2e^{-2t})u(t)$； $= r_{zi} + 2r_{zs}$

$r_{zs} = e^{-2t} - e^{-t}$

输入为 $e(t-t_0)$ 时，零状态响应为（）

A $\left(e^{-(t-t_0)} - e^{-2(t-t_0)}\right)u(t-t_0)$

B $\left(-e^{-(t-t_0)} + e^{-2(t-t_0)}\right)u(t-t_0)$

C $3e^{-(t-t_0)}u(t-t_0)$

D $3e^{-2(t-t_0)}u(t-t_0)$

7. 已知因果信号$f(t)$的拉普拉斯变换

$F(s)=\frac{s^2+4s+3}{s^2+2s+2}$，则$f(t)$的表达式为（）

$=1+\frac{2(s+1)-1}{(s+1)^2+1}$

$\rightarrow \delta(t)+(2\cos t-\sin t)e$

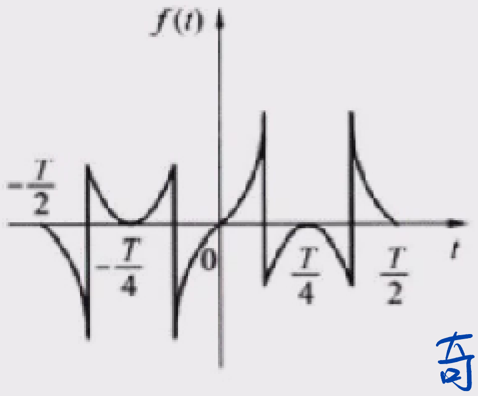
A $\delta(t)+e^{-t}(2cost-sint)u(t)$

B $\delta(t)+e^{-t}(2cost+sint)u(t)$

C $\delta(t)+e^{-t}(3cost+2sint)u(t)$

D $\delta(t)+\left(2e^{-t}+e^{t}\right)u(t)$

8. 已知周期信号 $f(t)$的周期为T，一个周期内的波形如下图所示，其三角形式的傅里叶级数的各分量有什么特点？ （）



奇函数

$a_n=0$

奇谐

A 直流分量为0

B 正弦分量为0

C 余弦分量为0

D 只有奇次谐波

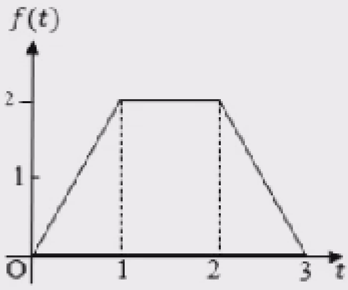
E 只有偶次谐波

9. 已知$f(t)=[u(t)-u(t-2)]*[u(t)-u(t-1)]$，

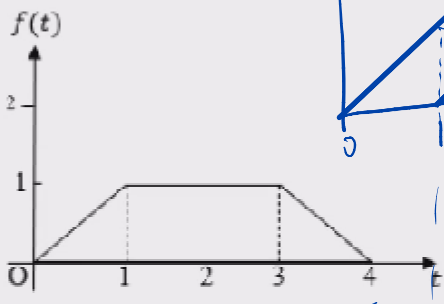
试问$f(t)$的波形为（）

$tu(t)-(t-1)u(t-1)\quad -(t-2)u(t-2)$

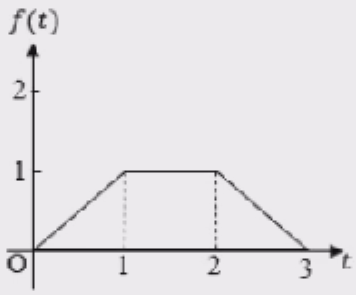
$+(t-3)u(t-3)$



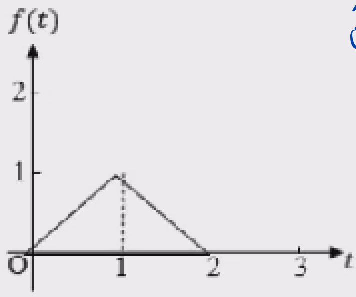
A



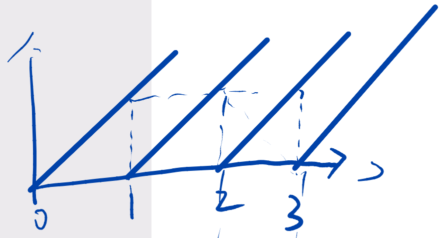
B

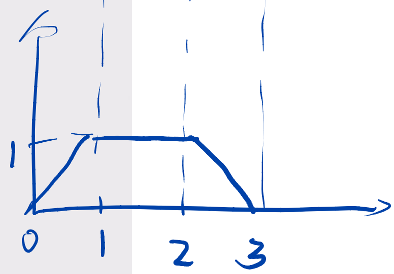


C

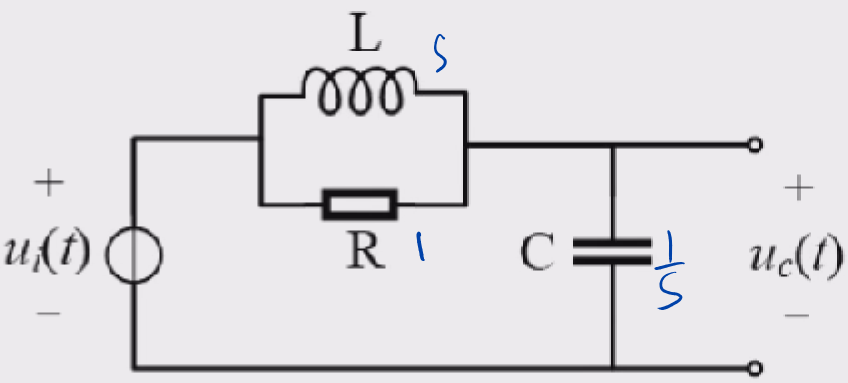


D





10. 下图所示的电路中，$R=1\,\Omega$，$L=1\,\text{H}$，$C=1\,\text{F}$。假设 $u_i(t)$为激励， $u_c(t)$为响应，则该电路的系统函数$H(s)$的表达式为（ ）



A $\dfrac{s^2}{s^2+s+1}$

B $\dfrac{s+1}{s^2+s+1}$

C $\dfrac{s}{2s+1}$

D $\dfrac{(s+1)s}{s^2+s+1}$

$\dfrac{\frac{1}{s}}{\frac{1}{s}+\frac{s}{s+1}}$ $\dfrac{s+1}{s+1+s^2}$

11.设某线性时不变系统的微分方程为:

$$\frac{d^2r(t)}{dt^2}+5\frac{dr(t)}{dt}+6r(t)=\frac{de(t)}{dt} = -2e^{-2t}u(t)+\delta(t)$$

其中$e(t)$为激励，$r(t)$为响应。已知$e(t)=e^{-2t}u(t)$。 $\frac{d^2r(t)}{dt^2}=\delta(t)$

系统的初始条件$r(0_)=1$， $r'(0\_)=0$。 $\frac{dr(t)}{dt}=au(t)$

(1)利用冲激函数匹配法求$r(0_+)$和$r'(0_+)$。(4分) $r(0+)=1$

$r'(0+)=1$

(2)用时域法求系统的零输入响应和零状态响应。(6分)

(3)指出系统的自由响应和强迫响应。(2分)

r_{zi} $r''+5r+6=0$

$(r+2)(r+3)=0$

$r(t)=A_1e^{-2t}+A_2e^{-3t}$

$\begin{cases} A_1+A_2=1 \\ -2A_1-3A_2=0 \end{cases}$

$A_1=3$

$A_2=-2$

$r_{zi}=(3e^{-2t}-2e^{-3t})u(t)$

11.(12分)

（1）（4分）

将$e(t)=e^{-2t}u(t)$代入方程右边：$r''(t)+5r'(t)+6r(t)=\delta(t)-2e^{-2t}u(t)$

设$r''(t)=a\delta(t)$，则$r'(t)=au(t)$，$r(t)=atu(t)$

代入原方程使得两边系数平衡：$a\delta(t)=\delta(t)$得$a=1$

则$r'(t)$在0时刻发生了1个单位的跳变，$r'(0_+)=r'(0\_)+1=1$

$r(t)$在0时刻没有变化，$r(0_+)=r(0\_)=1$

（2）（6分，零输入、零状态响应求解顺序可调换）

(零输入响应)

因系统特征根为-2，-3，故零输入响应$r_{zi}(t)=A_1e^{-2t}+A_2e^{-3t}$

由初始条件：$\begin{cases} r_{zi}(0\_)=A_1+A_2=r(0\_)=1 \\ r'_{zi}(0\_)=-2A_1-3A_2=r'(0\_)=0 \end{cases}$

得：$A_1=3$，$A_2=-2$，故零输入响应$r_{zi}(t)=3e^{-2t}u(t)-2e^{-3t}u(t)$

(零状态响应)

设单位冲激响应：$h(t)=B_1e^{-2t}u(t)+B_2e^{-3t}u(t)$

得$h'(t)=(B_1+B_2)\delta(t)-2B_1e^{-2t}u(t)-3B_2e^{-3t}u(t)$

$h''(t)=(B_1+B_2)\delta'(t)-(2B_1+3B_2)\delta(t)+4B_1e^{-2t}u(t)+9B_2e^{-3t}u(t)$

将$h'(t)$和$h''(t)$带入微分方程得：

$(B_1+B_2)\delta'(t)+(3B_1+2B_2)\delta(t)=\delta'(t)$

两端$\delta(t)$平衡得：$B_1=-2$，$B_2=3$，故$h(t)=-2e^{-2t}u(t)+3e^{-3t}u(t)$

零状态响应$r_{zs}(t)=e(t)*h(t)=-2te^{-2t}u(t)+3e^{-2t}u(t)-3e^{-3t}u(t)$

（3）(2分)

自由响应$r_h(t)=6e^{-2t}u(t)-5e^{-3t}u(t)$

强迫响应$r_p(t)=-2te^{-2t}u(t)$

r_{zs}

$B_1e^{-2t}+B_2e^{-3t}$

B_3te^{-2t}

-2是重根

$B_1+B_2=0$

$-2B_1-3B_2+B_3=1$

$B_1=3$

$B_2=-3$

$B_3=-2$

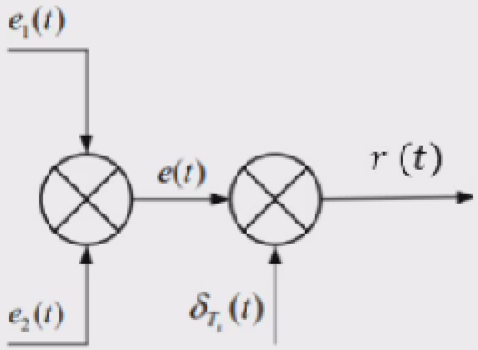
$-2B_3e^{-2t}-2B_3e^{2t}+(B_3e^{-2t}-2B_3te^{-2t})+6B_3te^{-2t}$

$+4B_3te^{-2t} \quad = e^{-2t}$

$5B_3-4B_3+ \quad =-2$

$B_3=-2$

12. 一个系统的流程图如下图所示，已知$e_1(t)=5Sa(10\pi t)$， $e_2(t)=10Sa(20\pi t)$。



$e(t)=e_1(t)\times e_2(t)$

$E(j\omega)=E_1 * E_2 \frac{1}{2\pi}$

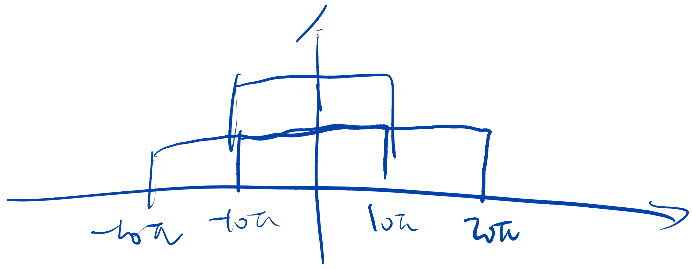
(1)画出$e(t)$的幅度谱$|E(j\omega)|$，并标明主要参数。(4分)

(2)若用单位冲激序列$\delta_{T_S}(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-nT_S)$对$e(t)$进行抽样得到$r(t)$，求使频谱不发生混叠的最低抽样频率$f_S$。(2分)

(3) 试画出$r(t)$的幅度谱$|R(j\omega)|$，并标明主要参数。(4分)

$\frac{1}{2}[u(w+10\pi)-u(w-10\pi)$

$+u(w+20\pi)-u(w-20\pi)]$



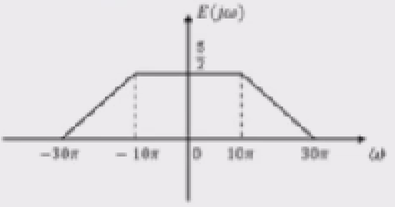
12. （10 分）

（1）（4 分）

$e(t)=e_1(t)\cdot e_2(t)=5Sa(10\pi t)\cdot 10Sa(20\pi t)$

$$E(j\omega)=\frac{1}{2\pi}E_1(j\omega)*E_2(j\omega)$$

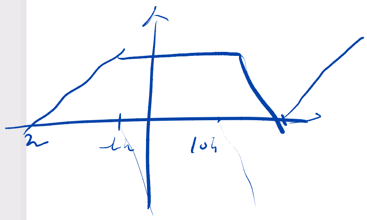
$$=\frac{1}{2\pi}\cdot\frac{1}{2}[u(\omega+10\pi)-u(\omega-10\pi)]*\frac{1}{2}[u(\omega+20\pi)-u(\omega-20\pi)]$$



$(w+30\pi)\ u(w+30\pi)$

$-(w-10\pi)\ u(w-10\pi)-(w+10\pi)\ u(w+10\pi)$

$+(w-30\pi)\ u(w-30\pi)$



（2）（2 分）

$$r(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}e(t)\delta(t-nT_S)$$

$$R(\omega)=\frac{1}{T_s}\sum_{n=-\infty}^{\infty}E(\omega-n\omega_s)$$

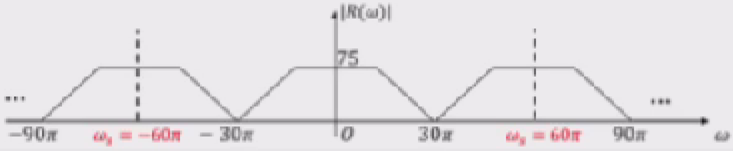
信号的最高角频率$\omega_m=30\pi$，由奈奎斯特采样定理得知，采样频率$\omega_s\geq 2\omega_m$，即：

$$f_s\geq 2f_m=2\cdot\frac{\omega_m}{2\pi}=30$$

（3）（4 分）

$r(t)=e(t)\cdot\delta_{T_S}(t)$

$R(j\omega)=\frac{1}{T_s}\sum_{n=-\infty}^{\infty}E(\omega-n\omega_s)=30\sum_{n=-\infty}^{\infty}E(\omega-n60\pi)$



13.已知某线性因果系统的系统函数为：

$$H(s)=\frac{K(s+2)}{(s+1)(s+4)},\ \lim_{t\to 0}h(t)=3。= \lim_{s\to\infty} sH(s) .\ K=3$$

(1) 求K值和单位冲激响应$h(t)$。(4分)

(2)画出系统函数的零极点分布图，判断系统稳定性，并说明理由。(3分)

$$\frac{3(s+2)}{(s+1)(s+4)}$$

(3)若激励$e(t)=e^{-3t}u(t)$，求零状态响应$r_{zs}(t)$的表达式。(4分)

$$E(s)=\frac{1}{s+3} \quad H(s)=\frac{3(s+2)}{(s+1)(s+4)}$$

$$r_{zs}(s)=H(s)\cdot E(s)$$

$$=\frac{3(s+2)}{(s+3)(s+1)(s+4)}$$

(4)由系统函数的零极点分布图粗略画出幅频和相频特性曲线，并判断是何种滤波网络。(5分)

$$\frac{-3}{1\times(-2)} \qquad \frac{-2}{-3\times-1}$$

$$\frac{3}{2}\frac{1}{s+3}+\frac{1}{2}\frac{1}{s+1}+\frac{-2}{s+4}$$

13. （16 分）

（1）（4 分）

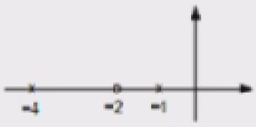
初值定理$\lim\limits_{s\to\infty} sH(s)=3$，解得$k=3$

$H(s)=\frac{3(s+2)}{(s+1)(s+4)}=\frac{1}{s+1}+2\cdot\frac{1}{s+4}$

拉普拉斯反变换得：

$$h(t)=e^{-t}u(t)+2e^{-4t}u(t)$$

（2）（3 分）



极点在虚轴左侧，稳定

（3）（4 分）

拉普拉斯变换 $E(s)=L[e(t)]=\frac{1}{s+3}$

频域响应 $R_{zs}(s)=H(s)E(s)=\frac{3(s+2)}{(s+1)(s+3)(s+4)}=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{s+1}+\frac{3}{2}\cdot\frac{1}{s+3}-2\cdot\frac{1}{s+4}$

零状态响应 $r_{zs}(t)=L^{-1}[R_{zs}(s)]=\frac{1}{2}e^{-t}u(t)+\frac{3}{2}e^{-3t}u(t)-2e^{-4t}u(t)$

（4）（5 分）

$$H(j\omega)=\frac{3(j\omega+2)}{(j\omega+1)(j\omega+4)}$$

幅频特性$|H(j\omega)|=3\sqrt{\frac{\omega^2+4}{(\omega^2+1)(\omega^2+16)}}$随$\omega$增大单调递减，为低通滤波网络。

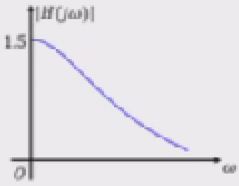
从极零图中可以看出：

当$\omega=0$时，极点矢量和零点矢量的幅角为 0；

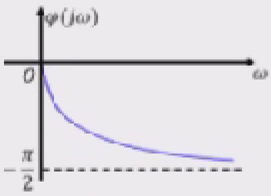
当ω增大时，两个极点矢量的幅角与零点矢量幅角之差逐渐增大；

当$\omega\to\infty$时，极点矢量幅角和接近π，零点矢量的幅角接近0.5π，故幅角之差为$0.5\pi-\pi=-0.5\pi$。

画出幅频特性与相频特性曲线如下图所示：

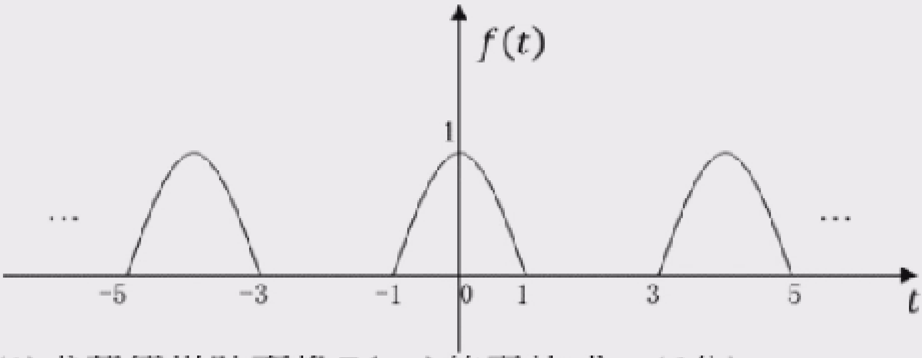


幅频特性



相频特性

14. 已知周期半波余弦脉冲信号$f(t)$的波形如图所示。



(1)求其傅里叶变换$F(j\omega)$的表达式；(6分)

(2)大致画出该信号的幅度谱$|F(j\omega)|$，并标明主要参数。(6分)

$w=\pi$

$f(t)=\cos(\frac{\pi}{2}t)$

$$F_n=\int_{-1}^{1}(\cos\frac{\pi}{2}t)e^{-jwt}dt$$

$$=\int_{-1}^{1}\frac{e^{j\frac{\pi}{2}t}+e^{-j\frac{\pi}{2}t}}{2}e^{-jwt}dt$$

$$=\frac{e^{(j\frac{\pi}{2}-jw)}-e^{(jw-j\frac{\pi}{2})}}{2(j\frac{\pi}{2}-jw)}-\frac{e^{-(j\frac{\pi}{2}+jw)}-e^{(j\frac{\pi}{2}+jw)}}{2(j\frac{\pi}{2}+jw)}$$

$$=\frac{\sin(\frac{\pi}{2}-w)}{\frac{\pi}{2}-w}+\frac{\sin(\frac{\pi}{2}+w)}{\frac{\pi}{2}+w}$$

14.(12 分)

（1）(6 分)

取主周期为$f_0(t)$，$f_0(t)$可看作是矩形脉冲$g(t)=u(t+1)-u(t-1)$与无穷长余弦函数$cos\frac{\pi t}{2}$的乘积：

$f_0(t)=g(t)\cdot cos\frac{\pi t}{2}$

$G(\omega)=2Sa(\omega)$

$F_0(\omega)=\frac{1}{2}\left[G\left(\omega+\frac{\pi t}{2}\right)+G\left(\omega-\frac{\pi t}{2}\right)\right]=Sa\left(\omega+\frac{\pi}{2}\right)+Sa\left(\omega-\frac{\pi}{2}\right)$

$T_1=4,\omega_1=\frac{\pi}{2}$

$F_n=\frac{1}{T_1}F_0(\omega)|_{\omega=n\omega_1}=\frac{1}{4}[Sa\left(\frac{\pi}{2}n+\frac{\pi}{2}\right)+Sa\left(\frac{\pi}{2}n-\frac{\pi}{2}\right)]$

因此$f(t)$的傅里叶变换为：

$\mathcal{F}[f(t)]=2\pi\sum_{n=-\infty}^{\infty}F_n\delta(\omega-n\omega_1)$

$=\frac{\pi}{2}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left\{[Sa\left(\frac{\pi}{2}n+\frac{\pi}{2}\right)+Sa\left(\frac{\pi}{2}n-\frac{\pi}{2}\right)]\cdot\delta(\omega-n\frac{\pi}{2})\right\}$

$=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{2cos\frac{n\pi}{2}}{1-n^2}\delta(\omega-n\frac{\pi}{2})$

（2）(6 分)