

財務工程作業二(YTM/Spot Rate/Forward Rate)—學習歷程

Part1: YTM

Step1:

計算 Yield to Maturity(YTM): 公式如下, PV 為售價, r 為年利率, m 為一年付息次數, F 為票面價格, c 為票面利率, C 為每期現金流入, 可由票面價格(F)*票面利率(c)/一年付息次數(m)計算出。

若給定債券售價(PV), 可計算出 $YTM(r)$; 若給定 r 為年利率, 則可計算出債券的理論售價。

$$PV = \sum_{i=1}^n \frac{C}{(1 + \frac{r}{m})^i} + \frac{F}{(1 + \frac{r}{m})^n} = C \frac{1 - (1 + \frac{r}{m})^{-n}}{\frac{r}{m}} + \frac{F}{(1 + \frac{r}{m})^n},$$

where n is the number of cash flows, m is the number of payments per year, and r is the annual interest rate compounded m times per annum. Note that $C = Fc/m$ when c is the annual coupon rate.

Step2:

由於 YTM 無法直接從公式中得出精準數字, 必須靠逼近法, 先猜測一個 YTM, 帶入公式求 PV , 若求出的 $PV >$ 市場真實 PV , 則真實 YTM 應更大, 反之若求出的 $PV <$ 市場真實 PV , 則真實 YTM 應更小!

Step3:

程式碼的部分先找出真實 YTM 的可能範圍, 也就是找出 ytm_min 以及 ytm_max , 先猜測 YTM 為範圍內的中間值, 若 YTM 應更小, 則將 ytm_max 改為此猜測值以縮小可能範圍; 反之, 若 YTM 應更大, 則將 ytm_min 改為此猜測值, 不斷重複此過程將範圍越縮越小, 直到計算出的 PV 與市場真實 PV 的差距在 1% 內, 所求得的 YTM 將非常接近真實 YTM 的值。

Part2: Spot Rate

Step1:

計算 Spot Rate：公式如下， P_t 為現在價格(PV)/到期日的票面價格(FV)，也就是到期時每單位票面價格(每 1 塊錢)的現值，以此公式計算出的 y_t 即為 Spot Rate！

$$\begin{aligned} P_t &= \frac{1}{(1 + y_t)^t} \\ \Rightarrow P_t^{\frac{-1}{t}} &= (1 + y_t) \\ \Rightarrow y_t &= P_t^{\frac{-1}{t}} - 1 \end{aligned}$$

Part3: Forward Rate

Step1:

計算 Forward Rate：公式如下， $f(t, r)$ 為從第 t 期開始放 r 期的遠期利率， y 為即期利率， P_t 為 t 期零息債券的價格。

$$(1 + f_{t,r})^r = \frac{(1 + y_{t+r})^{t+r}}{(1 + y_t)^t} = \frac{P_t}{P_{t+r}}$$

Step2:

在繪製作業遠期利率對照表時，(2, 6)代表的是從第 2 期開始放到第 6 期(一共放 4 期)的遠期利率，與上述公式略有不同，上述公式中的 $f(t, r)$ ，相等於作業中的 $(t, t+r)$ ，也就是上述中式的 $f(2, 4)$ 值等於作業中遠期利率對照表(2, 6)的值。