

2026 考研数学零基础提前学课堂手迹版讲义 新浪微博: 考研数学周洋鑫

零基础提前学(6)

【回顾1】极限定型

- (1) 未定式 号 😭 0.∞ ∞ -∞ 1 ∞ ∞ 0 8+6
- (2) 已定式 代入学协队

【回顾2】无穷小的代换

- ₹(1) 记住公式(8+6)
 - (2) 乘除法因式可替换



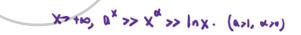
- (3) 加减法慎用替换 / 口 + 口
- (4) 推广使用
- (5) 和取低阶原则 ★★

【回顾3】泰勒公式

- (1) 记住公式
- (2) 相消不为零原则
- (3) 上下同阶原则

【回顾4】洛必达法则

(1) 应用条件 🖁 🚟 🗸



【回顾5】四则运算 微博美注考研数学周洋鑫 いっぱいまい まいいまい

- (1) 都存在才可以拆开
- (2) 四则运算性质

limta	fir 1(x)	⇒	In [f(x) = 1 (w)]
3	3		3
3	よ 3		<i>ネ</i> ョ
ሕ 3	<i>⊼</i> 3		林心,

证明: 股冷监[Kut 如] 旅.

$$\lim_{x \to 0} J(x) = \lim_{x \to 0} \left[\frac{1}{F(x) + J(x)} - \frac{1}{F(x)} \right] = \frac{1}{2} \frac{1}{4}$$

看! 于美鼬[Kw+ 知]不能.

【例3.25】判断下列命题的正确性.

- (1) 若 $\lim [f(x)+g(x)]$ 存在,则 $\lim f(x)$ 与 $\lim g(x)$ 均存在. (入)
- (2) 若 $\lim[f(x)+g(x)]$ 存在,且 $\lim g(x)$ 存在,则 $\lim f(x)$ 存在。 (🗸



【大招方法1】加减法中只要见到存在就拆出

【例3.26】若
$$\lim_{x\to 0} \left[\frac{1}{x} - \left(\frac{1}{x} - a \right) e^x \right] = 1$$
,则 $a = \mathbf{C}$.

A. 0

C. 2

$$\begin{bmatrix}
i_{1} & \frac{1}{x} - \frac{1}{x}e^{x} + \alpha e^{x} \\
bo oo \\
a
\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}
1 & \frac{1}{x} - \frac{1}{x}e^{x} + \alpha e^{x} \\
bo oo \\
a
\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}
1 & \frac{1}{x} - \frac{1}{x}e^{x} \\
bo oo
\end{bmatrix}$$

math
$$\begin{bmatrix}
i_{1} & \frac{1}{x} - \frac{1}{x}e^{x} \\
x & -\frac{1}{x} = 1 - \alpha
\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}
1 & \frac{1}{x} - \frac{1}{x}e^{x} \\
x & -\frac{1}{x} = 1 - \alpha
\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}
1 & \frac{1}{x} - \frac{1}{x}e^{x} \\
x & -\frac{1}{x} = 1 - \alpha
\end{bmatrix}$$

【大招方法2】非零四子(本本) 一方 注 金金

(x)=A ≠0, 內 (x) (x) (x) = A (x) (x).

【注】乘除法中非零项可以先算出!

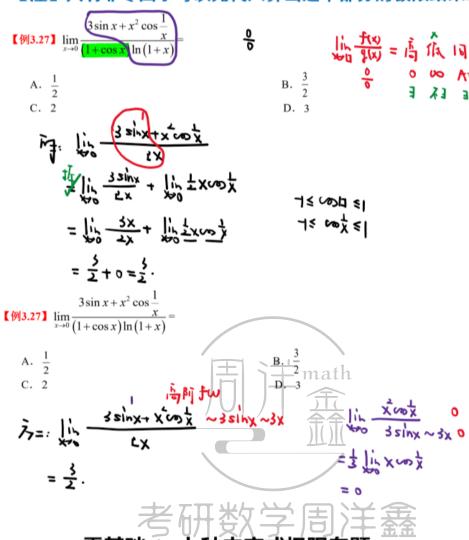
$$|\vec{y}|_{T} = |\vec{y}|_{T} = |\vec{$$

$$\bigoplus_{\substack{k \neq 0 \\ k \neq 0}} \frac{X_r}{e_{x-1-\alpha}} = \lim_{\substack{k \neq 0 \\ k \neq 0}} \frac{X_r}{e_{x-1-\alpha}} = \infty$$

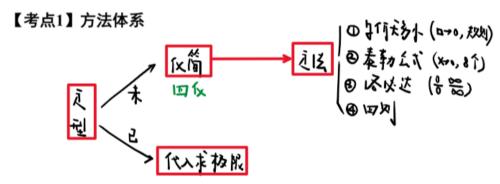
$$\bigoplus_{\substack{k \neq 0 \\ k \neq 0}} \frac{X_r}{e_{x-1-\alpha}} = \lim_{\substack{k \neq 0 \\ k \neq 0}} \frac{X_r}{e_{x-1-\alpha}} = \infty$$



【注】只有非零因子可以先代入算出这个部分的极限结果.



零基础。4* *七种未定式极限专题:研数学

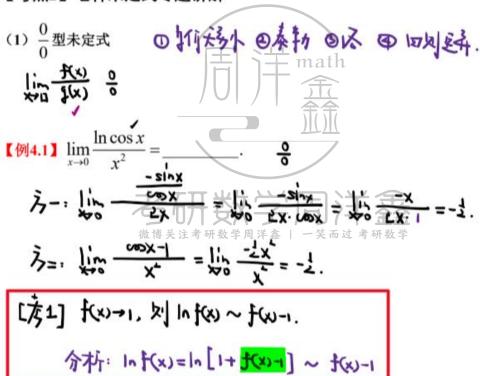


【考】"四化"

- (1) 非零因子淡化
- (2) 加减法中存在项可拆化
- (3) 根式有理化
- (4) 幂指函数幂指转换化 uy= elnuy= eylnu.



【考点2】七种未定式专题讲解



[例4.2] 限
$$\lim_{x\to 0} \frac{1}{x^2} \ln \frac{\sin x}{x}$$
.

[例4.2] 限 $\lim_{x\to 0} \frac{1}{x^2} \left[\frac{\sin x}{x} \right] = \lim_{x\to 0} \frac{\sin x - x}{x^2} = \lim_{x\to 0} \frac{-\dot{\xi}\dot{\chi}}{x^2} = -\dot{\xi}.$



$$\begin{bmatrix}
\frac{1}{\sqrt{4}} & \frac{e^{\tan x} - e^{x}}{x(1 - \cos x)} & \frac{0}{0} \\
\frac{1}{\sqrt{4}} & \frac{e^{\tan x} - e^{x}}{x(1 - \cos x)} \\
\frac{1}{\sqrt{4}} & \frac{e^{\tan x} - e^{x}}{x(1 - \cos x)}
\end{bmatrix}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{e^{\tan x} - e^{x}}{x(1 - \cos x)}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{e^{\tan x} - e^{x}}{x(1 - \cos x)}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{e^{\tan x} - e^{x}}{x(1 - \cos x)}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{e^{\tan x} - e^{x}}{x(1 - \cos x)}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{e^{\tan x} - e^{x}}{x(1 - \cos x)}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{e^{\tan x} - e^{x}}{x(1 - \cos x)}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{e^{\tan x} - e^{x}}{x(1 - \cos x)}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{e^{\tan x} - e^{x}}{x(1 - \cos x)}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{e^{\tan x} - e^{x}}{x(1 - \cos x)}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{e^{\tan x} - e^{x}}{x(1 - \cos x)}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{e^{\tan x} - e^{x}}{x(1 - \cos x)}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{e^{\tan x} - e^{x}}{x(1 - \cos x)}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{e^{\tan x} - e^{x}}{x(1 - \cos x)}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{e^{\tan x} - e^{x}}{x(1 - \cos x)}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{e^{\tan x} - e^{x}}{x(1 - \cos x)}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{e^{\tan x} - e^{x}}{x(1 - \cos x)}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{e^{\tan x} - e^{x}}{x(1 - \cos x)}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{e^{\tan x} - e^{x}}{x(1 - \cos x)}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{e^{\tan x} - e^{x}}{x(1 - \cos x)}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{e^{\tan x} - e^{x}}{x(1 - \cos x)}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{e^{\tan x} - e^{x}}{x(1 - \cos x)}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{e^{\tan x} - e^{x}}{x(1 - \cos x)}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{e^{\tan x} - e^{x}}{x(1 - \cos x)}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{e^{\tan x} - e^{x}}{x(1 - \cos x)}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{e^{\tan x} - e^{x}}{x(1 - \cos x)}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{e^{\tan x} - e^{x}}{x(1 - \cos x)}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{e^{\tan x} - e^{x}}{x(1 - \cos x)}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{e^{\tan x} - e^{x}}{x(1 - \cos x)}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{e^{\tan x} - e^{x}}{x(1 - \cos x)}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{e^{\tan x} - e^{x}}{x(1 - \cos x)}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{e^{\tan x} - e^{x}}{x(1 - \cos x)}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{e^{\tan x} - e^{x}}{x(1 - \cos x)}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{e^{\tan x} - e^{x}}{x(1 - \cos x)}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{e^{\tan x} - e^{x}}{x(1 - \cos x)}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{e^{\tan x} - e^{x}}{x(1 - \cos x)}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{e^{\tan x} - e^{x}}{x(1 - \cos x)}$$

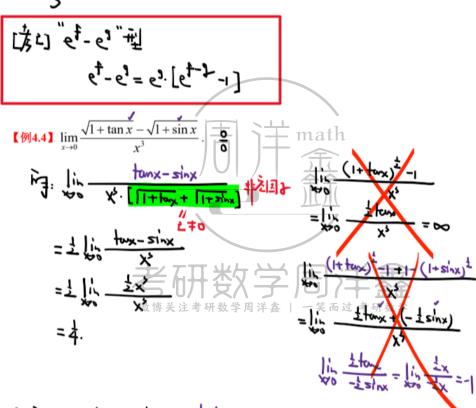
$$= \lim_{x \to 0} \frac{e^{\tan x} - e^{x}}{x(1 - \cos x)}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{e^{\tan x} - e^{x}}{x(1 - \cos x)}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{e^{\tan x} - e^{x}}{x(1 - \cos x)}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{e^{\tan x} - e^{x}}{x(1 - \cos x)}$$

$$= \lim_{x \to$$



[K] x+0, temx-sinx~ 1/2!

方-:
$$tomx(1-cox) \sim x \cdot ±x = ±x'$$

方=: $[x+\frac{1}{2}x'+o(x')]-[x-\frac{1}{6}x'+o(x')]$
= $±x'+o(x') \sim ±x'$.

$$\dot{f} =: \quad tonx - sinx$$

$$= \left(tonx - x\right) + \left(x - sinx\right) \sim \frac{1}{3}x^{2} + \frac{1}{6}x^{3} = \frac{1}{2}x^{3}.$$

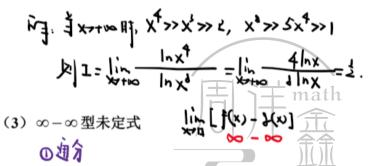
lim In[O]

(2) ☆型未定式 ① 洛火芝 ② 抓大头 ◎上「闷阵灰木攻

[M4.5]
$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln(1+e^{x})}{x} \cdot \frac{\infty}{\infty}$$

$$\hat{A} = \lim_{x \to +\infty} \frac{e^{x}}{|+e^{x}|} \cdot \frac{\infty}{e^{x}} = \lim_{x \to +\infty} \frac{e^{x}}{|+e^{x}|} \cdot \frac{e^{x}}{|+e^{x}|} = \lim_{x \to +\infty} \frac{e^{x}}{|+e^{x}|} = \lim_$$

[例4.6]
$$\lim_{x\to +\infty} \frac{\ln(x^4 + x^3 + 2)}{\ln(x^8 + 5x^4 + 1)}$$
.





Oext.

②煤法.



老牙数字局洋盝 【例4.7】 $\lim_{x\to 0}(\frac{1}{x^2}-\frac{\{\{\frac{1}{x^2}\}_{x\to 0}^2\}_{x\to 0}}{x\tan x})$

$$\frac{1}{1}$$
, $\frac{1}{1}$ $\frac{1$

【例4.8】
$$\lim_{x\to\infty} \left[x^2 (e^{\frac{1}{x}} - 1) - x \right]$$
 60 - 60

=1.

t-10, et-1-t~1t

(4) 1°型未定式(重要)

[
$$\dot{\gamma}$$
#i] $\lim_{x \to 1} u(x)^{v(x)} \stackrel{\infty}{=} \lim_{x \to 1} e^{v(x)\ln u(x)} = e^{\lim_{x \to 1} v(x) \ln u(x)}$

$$= e^{\lim_{x \to 1} v(x) \cdot [u(x)-1]}$$

[3] 1:
$$\lim_{x \to 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e^{\frac{1}{x}}$$

2. 计算下列极限:

(1) $\lim_{x \to 0} (1-x)^{\frac{1}{x}}$; $\lim_{x \to 0} (1+2x)^{\frac{1}{x}}$ (2) $\lim_{x \to 0} (1+2x)^{\frac{1}{x}}$ (3) $\lim_{x \to 0} (\frac{1+x}{x})^{\frac{1}{x}}$; $\lim_{x \to 0} (1-\frac{1}{x})^{\frac{1}{x}}$ (4) $\lim_{x \to 0} (1-\frac{1}{x})^{\frac{1}{x}}$ (4) $\lim_{x \to 0} (1-\frac{1}{x})^{\frac{1}{x}}$ (4) $\lim_{x \to 0} (1-\frac{1}{x})^{\frac{1}{x}}$ (5) $\lim_{x \to 0} (1+x)^{\frac{1}{x}}$ (6) $\lim_{x \to 0} (1+x)^{\frac{1}{x}}$ (7) $\lim_{x \to 0} (1-\frac{1}{x})^{\frac{1}{x}}$ (8) $\lim_{x \to 0} (1+x)^{\frac{1}{x}}$ (9) $\lim_{x \to 0} (1-\frac{1}{x})^{\frac{1}{x}}$ (10) $\lim_{x \to 0} (1-\frac{1}{x})^{\frac{1}{x}}$ (11) $\lim_{x \to 0} (1-\frac{1}{x})^{\frac{1}{x}}$ (12) $\lim_{x \to 0} (1-\frac{1}{x})^{\frac{1}{x}}$ (13) $\lim_{x \to 0} (1-\frac{1}{x})^{\frac{1}{x}}$ (14) $\lim_{x \to 0} (1-\frac{1}{x})^{\frac{1}{x}}$ (15) $\lim_{x \to 0} (1-\frac{1}{x})^{\frac{1}{x}}$ (17) $\lim_{x \to 0} (1-\frac{1}{x})^{\frac{1}{x}}$ (18) $\lim_{x \to 0} (1-\frac{1}{x})^{\frac{1}{x}}$ (19) \lim

2019 年数二真题(本题数一数三均需完成)

9.
$$\lim_{x \to 0} (\underline{x} + 2^{x})^{\frac{2}{x}} = \underline{\qquad}.$$

$$L = e^{\frac{1}{x}} \frac{2}{x} (x + 2^{x-1})$$

$$= e^{\frac{1}{x}} \frac{x + 2^{x-1}}{x}$$

$$= e^{\frac{1}{x}} (1 + 2^{x} | n2)$$

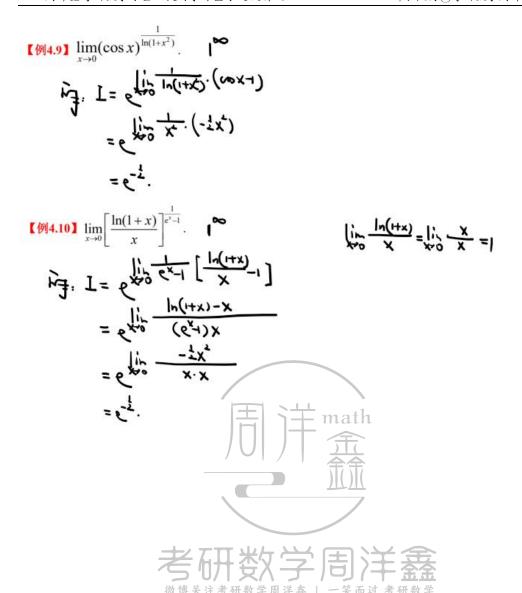
$$= e^{\frac{1}{x}} (1 + |n2|)$$

$$= e^{\frac{1}{2}(H | M^2)}$$

$$= e^{\frac{1}{2}(H | M^2)}$$

$$= e^{\frac{1}{2}(H | M^2)}$$





8