

分类号	
UDC	
密 级	
学 号	1208521069

西安理工大学

专业学位论文

工程硕士

基于 Matlab 的可逆式水泵水轮机全特性曲线研究

倪勃文

工程领域： 水利工程
指导教师： 梁武科教授
魏清希高工
申请日期： 2015 年 3 月

独创性声明

本人所呈交的学位论文是在导师指导下进行的研究工作及取得的成果。尽我所知，除特别加以标注的地方外，论文中不包含其他人的研究成果。与我一同工作的同志对本人的研究工作和成果的任何贡献均已在论文中作了明确的说明并已致谢。

本论文及其相关资料若有不实之处，由本人承担一切相关责任。

论文作者签名：阮勃文 2015 年 4 月 7 日

学位论文使用授权

本人作为学位论文作者了解并愿意遵守学校有关保留、使用学位论文的规定，即：在导师指导下创作完成的学位论文的知识产权归西安理工大学所有，本人今后在使用或发表该论文涉及的研究内容时，会注明西安理工大学。西安理工大学拥有学位论文的如下使用权，包括：学校可以保存学位论文；可以采用影印、缩印或其他复制手段保存论文；可以查阅或借阅。本人授权西安理工大学对学位论文全部内容编入公开的数据库进行检索。本学位论文全部或部分内容的公布（包括刊登）授权西安理工大学研究生院办理。

经过学校保密办公室确定密级的涉密学位论文，按照相关保密规定执行；需要进行技术保密的学位论文，按照《西安理工大学学位论文技术保密申请表》内容进行保密（附《西安理工大学学位论文技术保密申请表》）。

保密的学位论文在解密后，适用本授权。

论文作者签名：阮勃文 导师签名：梁永刚 2015 年 4 月 7 日

论文题目：基于 Matlab 的可逆式水泵水轮机全特性曲线研究

学科名称： 水利工程

研究生： 倪勃文

签名： 

指导教师： 梁武科 教授

签名： 

魏清希 高级工程师

签名： 

摘 要

近年以来，随着国内的经济飞速发展的形势以及电力需求量的逐步提高，我国的抽水蓄能电站的发展越来越快。高水头和大容量的机组是现下抽水蓄能电站发展的方向。由于可逆式水轮机频繁进行转换于各种复杂工况之间，只有妥善的对可逆式水轮机组的全特性曲线进行精确处理才能确保水电站的稳定运行。本文对现有的可逆式水轮机的全特性曲线处理的主要研究成果如下。

本文基于 Matlab 及 microsoft windows sdk 7 混合编程，完成了全特征曲线的处理转换程序，成功的将传统的二维曲线模型改良成为三维的曲面的图像模式。并且分析了现有的全特征曲线处理转换的算法，在改进后的苏特转换的基础上，进一步提高了曲线转换的精度，同时改进了其可读性。采用文中方法得到的转换后的曲面消除了水泵水轮机全特性曲线在水泵和反水泵区会出现的交叉和重叠现象。

本文依托于 Matlab 软件，编写了电算插值的程序，在分析对比了多种插值方法之后，选择了合适的插值方式进行编程。大大简化了以往人工插值及复杂电算插值的问题，为后续过渡过程计算中可以方便快捷地获得任意导叶开度下的所需参数，提供了有利的条件，同时为水泵水轮机过渡过程计算提供了方便。所得插值数据精确，拟合曲面光滑。

关键词：水泵水轮机；全特性曲线；三维曲面；插值

Title : THE STUDY BASE ON MATLAB ABOUT THE COMPLETE CHARACTERISTIC CURVE OF PUMP TURBINE

Major: Resources and Hydropower Engineering

Name: Bowen NI

Signature: Bowen NI

Supervisor: Prof.Wuke Liang

Signature: Wuke Liang

Ir.Qingxi Wei

Signature: Qingxi Wei

Abstract

In recent years, the economy of China is developing in a very high speed and the demand for electricity is increasing gradually which lead to the pump turbine also developing very fast. Generator sets with high water head and high-capacity is the trend of the pump turbine's future. As the reversible turbines converts in various complex conditions frequently, only a properly handle to the reversible turbines' transition process could guarantee the stability of a hydropower plant. This article study the research status of reversible turbine's conduction of full characteristic curve.

According to the hybrid programming of Matlab and Microsoft windwos sdk 7,this article finishes the conduction and conversion process of the full characteristic curve and successfully converts the traditional 2D expression into 3D surface, also analyzes the current full characteristic curve's transition algorithm and improves the image precision, its readability and accuracy based on the improved Suter conversion. The conversion curve obtained by the method in this article eliminates the intersect and overlap of the pump-turbine' full characteristic curve in the pumps and anti-pumps area.

This article writes the computing interpolation program based on Matlab, by analyzing different computing interpolation methods the article chooses the proper one to program with which prominently simplifies the traditional artificial interpolation and the complex computing interpolation, as well as provides an advantageous requirement for the following transition calculation to acquire a required parameter under any guide vane aperture; besides, the article also provides benefits for the pump-turbine transition process calculation. The acquired interpolation data is of highly accuracy and the fitting surface is smooth. Realizes the conduction to the full characteristic curve by Matlab.

Key words: pump turbine; complete characteristics curve; 3D surface; interpolation

目录

1. 绪论	1
1.1 研究的目的和意义	1
1.2 国内外研究现状	3
1.3 论文研究内容	4
2. 水泵水轮机的综合特性	7
2.1 综述	7
2.2 叶片式水力机械的主要参数	7
2.3 各种工况的定义	8
2.4 叶片式水力机械的全特性	9
2.5 本章小结	15
3 可逆式水轮机的全特征曲线及其处理方法	17
3.1 可逆式水轮机的全特性	17
3.2 几种全特征曲线的处理方法的分析	19
3.3 Suter 转换处理方法	20
3.3.1 对 WM 和 WH 曲线转换	22
3.3.2 对苏特变换改进	24
3.4 本章小结	26
4 三维可视化全特征曲线建模及插值	27
4.1 软件开发的目的是	27
4.2 三维图型构建	28
4.2.1 非等秩向量的电算处理	28
4.2.2 linspace 插值	30
4.2.3 三维图型的建立	31
4.3 对于全特征曲线的插值的研究	33
4.3.1 散乱点的插值方法	35
4.3.2 Griddata 算法插值选择	36
4.4 本章小结	48
5 总结与展望	49
5.1 总结	49
5.2 展望	49
致谢	51

参考文献:.....	53
------------	----

1. 绪论

1.1 研究的目的和意义

首座抽水蓄能电站运行至今已经百年有余，在二十世纪的前 50 年，抽水蓄能电站的发展相对迟缓；到了二十世纪六十年代开始的 30 年间，抽水蓄能电站的发展迎来了一波高潮，尤其是在欧洲各国抽水蓄能电站发展的极为明显；然而亚洲的抽水蓄能电站，直到二十世纪八十年代以后，才缓慢起步。中国的抽水蓄能事业也是在八十年代开始慢慢发展的，像兴建了第一批的广州抽蓄、十三陵水电站、天荒坪水电站等一大批大规模抽水蓄能水电站。到了第 11 个五年计划的时候张河湾、白莲河等一些大规模的抽水蓄能电站也慢慢出现的我们的视野当中。

1882 年在瑞士的苏黎世，第一个抽水蓄能电站开始投产，该抽蓄电站的装机容量是 515kw，扬程达到 153m。该电站的建造的意义在于将常规电站的非高峰负荷时的廉价的电能转化为高峰期负荷时的高价电。就当下而言，这一思想已经进一步发展成为通过抽水蓄能电站，调整相位和频率，削峰填谷和备用及防故障等功能。抽水蓄能电站是一种兼具水泵和水轮机两种工作方法的抽蓄机组，在电力负荷不高的情况下，利用吸收自电网多余的电能通过水泵的运行将水抽到上水库，等到了电力负荷高峰期，转变成水轮机的工作方式运行，将之前抽到上游水库的水排到下游水库以进行生产电能。甚至有一些多山少水的国家，通过利用工业生产上多余的电量将水流抽取到高山里的水库储中存起来，到缺水季节在放下来发电。

现下电力需求持续增长、峰谷差现象日益严重。这是由于经济的飞速增长和人们日益提高的生活品质所造成的。大力发展抽水蓄能电站确保电网稳定运行，提高供电品质，已成为眼下的关键之所在。近 20 年以来，世界各地不断兴建具有抽水蓄能功效的水电站。在 1999 年，390 余座抽水蓄能电站在全世界范围内建造、总装机容量超过亿千瓦，其中仅日本 40 余座、装机容量超过两千万千瓦，美国也有三十余座、装机容量逾千万千瓦级，意在大利有 25 座、装机容量也超过了 700 万千瓦。

根据相关资料显示，为满足所需的电网的调节能力，一个大的电力系统中应至少有超过百分之五是抽水蓄能类的电站，如想进一步提高调节能力，则须安装装机容量占百分之十的储能类电站。

中国的水利资源非常得丰富，根据近年做出的报告全国范围内的水资源总量超过 27000 亿立方米，比常年的数据降低了百分之一。地下水和地表水资源不重复量超过 1000 亿立方米，占地下水资源总数的百分之十三，换言之，超过百分之八十七的地下水资源量与地表水资源量是重复的。北方的水资源总量 4601 亿立方米，比往年的数据缩小了 12.5%，比重就全国而言为 16.8%；2008 年南方水资源总量为 22834 亿立方米，比往年值

超出 1.7%，占全国的 83.2%。全国水资源总量占降水总量的 44.2%，平均每平方公里产水 29 万立方米。从总量来看，按照 2009 年的最新统计，中国水资源总量约为 28124 亿立方米，居于世界前列。排在中国之前的只有巴西、俄罗斯、加拿大、美国和印度尼西亚。由此可见，我国的水电事业有很大的发展潜力。根据 2006 年底的报告，全国现下的抽水蓄能电站运行规模超过 700 万千瓦，同比增长超过 22%，仅占有全国装机总容量的百分之一左右，约占世界抽水蓄能电站总装机量的百分之七左右。截止至 2006 年，我国在建抽水蓄能电站 13 座，在建规模超过 1200 万 kW。其中：国家电网新源公司筹建抽水蓄能电站 10 余座，筹建规模大约一千万 kW 左右。在 2009 年前后，我国抽水蓄能电站投产规模在一千七百万 kW 左右，可以达到全国总装机容量的 1.9%。按保守数值百分之五的比重估计全国现下和长远所需要的抽水蓄能电站容量：到 2020 年，还需再完成十五万千瓦的新项目建设和运行。由此不难想象，今后我国抽水蓄能电站建设将蓬勃发展，当然可逆式水轮机的稳定运行也成了不可避免的需要慎重考虑的问题。

在抽水蓄能电站运行的过程中，由于内外种种情况影响，比如电网负荷的变化、机组的频繁启动停止等等情况下，水电站不可能长时间的处于稳定的状态下运行，管道中的水流和水轮发电机组的参数必然会发生暂时性地变化，当从一种稳定的工况向另一种稳定的工况转变，我们称这个转换过程就为过渡过程^[1]。

通过对大量水电站日常运行的统计，对于水泵，常规水轮机及可逆水轮机，大多数事故往往就发生在过渡过程当中。过渡过程当中的一些参数，比如压力及转速等可能出现比正常运行条件下大的多的数据，从而导致不安因素的产生，像压力管道破损、调压室毁坏和机组部件受创等严重问题，这些现象不可避免的影响着水力发电站，泵站和抽水蓄能电站的生产运行工作。

例如早在 50 年前，我国的大洪河水电站由于管道内水压过高导致管道炸裂究其原因在于在甩负荷的时候导叶关闭规律不良。1964 年的下厔水电站也是由于类似的原因发生了故障。前苏联的那洛夫水电站的反水锤现象更是这类事故的典型，事故造成多人死亡，叶片破碎的结果。

与常规水电站对比抽水蓄能电站有着工况转换频繁，高水头并且在输水系统也存在双向流动的特性。就过渡过程而言，一般水电站与之相比并不具备一些特性，如：首先，在非常短的时间内完成较为复杂的工况，以应付应急事故的发生，仅基本的工况，抽水蓄能机组就有五种——静止、发电和其方向调相、抽水和其方向调相，因此各个工况之间的转换就可以达到二十余种；其次，由于较多的工况转换，机组需要在极少的时间之内经常改变工况以满足电网的需要，往往在一天之内就需要数次变换工况。再次，对可逆式水泵水轮机进行过渡过程计算的时候，需要的多次的运用的全特征曲线图计算机组的瞬变参数。但水泵水轮机特性曲线又存在着驼峰区，“S”区的现象，全特性曲线在一定范围内发生相交、重叠的现象。试想若直接将其用来插值，计算时一定将带来较大的误

差，况且多解问题的存在，极可能导致插值无法顺利完成。也因此，不可避免的，只有将全特征曲线的妥善分析计算，才可能确定无疑的保证可逆式机组的过渡过程计算结果准确、可靠。进而保证抽水蓄能电站能够稳定的运行下去，减少发生各种事故的可能性^[5]。

本文的目的在于通过对全特性曲线的转变，杜绝曲线在“S”区域的重叠、相交现象，减少了读值时出现误差的可能性，尽量避免因为这类问题而造成的可逆式水泵水轮机过渡过程中的困难。

1.2 国内外研究现状

可逆式水泵水轮机的全特性曲线自身有很多特点，例如，有一些区域会出现曲线交叉、重合等现象，且曲线本身并不均匀。在对可逆式水泵水轮机进行过渡过程计算的时候，需要反复利用全特性曲线进行参数计算。然而如果利用这些交叉、重合不均匀的数据，必然会出现不良的计算结果。由于这种种原因，很多学者都投身到全特性曲线的研究当中。做出了很多研究成果。在一定程度上减少量曲线重合，消除了一定的多值性现象。

目前提出的经典处理方法有：为全特性曲线绘制网格辅助线，引入一个相对开度的坐标变换的方法，对全特性曲线做出分区处理的方法，以及苏特曲线转换的种种方法及手段。

其中苏特转换作为一种物理意义明确，可进行电算编程的转换手段，受到了广大学者的密切关注，并在其基础上，对其做出了一系列改进，进一步提高了这种转换方法的计算精度。它的基本原理是通过设立两个无量纲的数据参数—— WM 和 WH 作为其边界条件。通过苏特转换可以简化全特性曲线的形式，使全特性曲线变得更为简明。这种简明的曲线能够极大的方便可逆式水轮机过渡过程的计算。但是经过转换后的苏特曲线由于其自身特性仍然还有一些问题有待解决。例如在不相等的开度下，曲线的分布并不是均匀的，曲线会在较大开度的情况下出现过于集中的现象，而在较小的开度下曲线则变得稀疏。这样极可能导致插值产生误差。同时，曲线在其两端出现交叉和重合现象，两端的位置对应的是水泵的工况区和反水泵的工况区域。在这些区域内，对数值较小的 $WH(X, Y)$ 和 $WM(X, Y)$ 在计算时如果进行四舍五入的方式计算，很可能导致较大的工况改变，从而导致计算结果会有所偏差。最后，在曲线的左端即是可逆式水泵水轮机的反水泵工况，存在一段几乎于垂直于 X 轴的曲线，这样非常可能导致在推算插值的时候发生多值的现象。

早在 2000 年河海大学的王林锁博士在其博士论文中提出了改良苏特转换对全特性曲线进行处理。以及分区拟合的计算理论^[11]。

同年，武汉大学的蒋劲通过 BT 神经网络来预测水泵机组的全特性曲线，可以用于任意比转速的水泵机组的全特性曲线预测^[4]。

2003 年杨琳和陈乃祥在其文章水泵水轮机全特性与蓄能电站过渡过程的相关性分析

中依据转轮的全特性曲线,利用三维建模的手段来进行设计。对导叶的相对高度做出调整,之后所得的全特性曲线形状会发生一定的改变,进而可以更方便的对其过渡过程进行改进^[12]。

邵卫云和张雄于 2004 在其文献水泵水轮机全特性曲线的拟合—移动最小二乘法提出了依据于移动最小二乘法的插值方式,作用于全特性曲线上,使得经过转换苏特转换的全特性曲线的插值精度提高,方便了过渡过程的计算^[13]。

在 2005 年北京工业大学的大庆李依托于 Matlab 软件对水电站的各个环节进行模拟,以模块的方式对各个部分进行仿真计算。极大的方便了编程的工作量^[51]。

2008 年王煜在其文献水轮机特性曲线三维数值处理中用 CAD 绘制软件三维曲面绘图工具和 FORTRAN 语言强大的数据计算功能。通过大量离散的数据点构造水轮机的综合特性曲线^[52]。

2009 年扬州大学的蔡铁力在其硕士论文当中,利用 Autocad 配合 Visual Basic 开发出了全特性曲线计算软件^[17]。

2012 年西安理工大学的同焕珍在其硕士论文当中提出了改良的 Suter 曲线转换方式对全特性曲线进行转换,改良了曲线的可视性^[28]。

全特征曲线的处理通过以上各位学者及其他科学家的研究和分析,对之后的研究内容做了良好的铺垫。这些学者提出的研究方法,在一定程度上改良了过渡过程的计算问题,降低了可逆式水泵水轮机全特性曲线计算时的难度。为水利水电的科研事业做出了极大的贡献,同时不难预见,当这些技术运用到实际工程中将会改进抽水蓄能水电站的工作状况,为保证其稳定运行提供了强大的保证。但是,仍然有一些问题并没有彻底的解决,仍需要我们对其进行继续的探索和研究。以上的方法均未能彻底的消除由于全特性曲线“S”区域插值问题所带来的问题。

1.3 论文研究内容

通过对国内外研究现状的了解,对可逆式水泵水轮机全特性曲线的研究和分析。本文的主要工作有以下的几个方面。

- (1) 完成了对抽水蓄能电站的发展历史和国内抽水蓄能事业发展状况的介绍。介绍了国内外目下的研究现状以及对抽水蓄能电站进行过渡过程研究的重要性和意义所在。
- (2) 解释了可逆式水泵水轮机过渡过程计算的理论基础,推导了质量方程、运动方程和特征线法、并且举例解释了边界条件的设定。
- (3) 分析目前的可逆式水泵水轮机全特征曲线的处理方法,总结其优点和不足。
- (4) 在苏特转换的基础上,提出新的全特征曲线处理方式和显示方式,利用 Matlab 软件实现了苏特曲线三维化的形式。
- (5) 对 Matlab 电算插值进行研究,利用 Matlab 完成对全特征曲线的插值。

- (6) 建立全特性曲线三维可视化曲面插值脚本。
- (7) 利用 C#语言对 matlab 进行调用，实现全特征曲线处理问题程序化。

2. 水泵水轮机的综合特性

2.1 综述

叶片式的水力机械是一种可逆式的水力机械。抽水蓄能电站中的水泵水轮机就是一个典型。水泵水轮机有时做水泵运行，将下游水库里的水抽到上游水库里来，此过程消耗电能，并以水能的方式将这部分电能储存起来。有时，它又作为水轮机运行，将储存在上游水库中的经过水轮机排放到下游的水库中，通过此过程进行发电。但是正常的水泵水轮机在运行过程中，经常会遇见一些问题。例如水泵运行时突然停电，停电后设备就没有了动作，水流会在极短时间内产生倒流的现象。此时，机组的转速会急剧的下降直至为零，随后水泵将会倒转直至飞逸转速，整个过程经历了正水泵、制动及水轮机工况三个运行区。水轮机在甩负荷的时候，也会出现其他的工作状况。为了深入了解水利机械的各种工作状态的性质，则必须进行实验研究。

表征水利机械工作状态性质的主要影响参数有以下几个：水头（ H ）、流量（ Q ）、轴端力矩（ M ）、转速（ n ）以及轴功率 P 等。根据这一系列参数的正反方向不同组合，构成水力机械的八种工作状态，表征着八种工作状态的特性曲线称为水力机械的全特性或四象限特性。

2.2 叶片式水力机械的主要参数

为了更好的进行研究，首先就需要人为的规定各个参数的正负值的定义。通常的定义方式有两种：①以正常的水泵工况参数为正参数，则与此相反的为负；②设定正常的水轮机工况参数为正值，与此相反则为负值。本文以第一种定义方式来进行定义。此处以一台带有蜗壳的水力机组为例来进行说明。（见图 2-1）

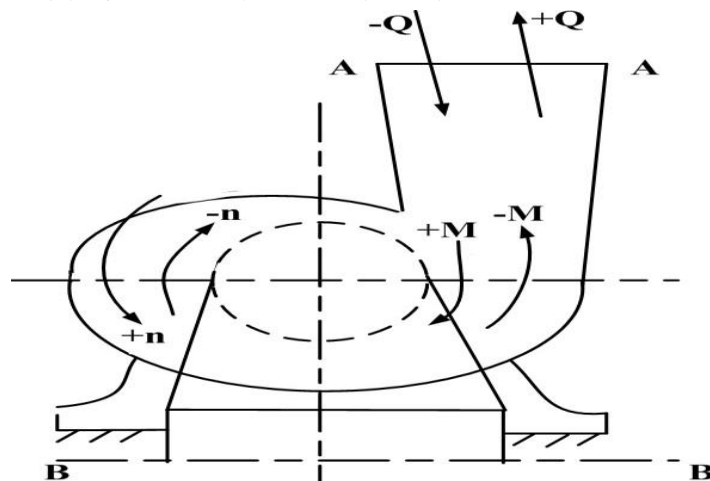


图 2-1 主要参数符号定义

Fig2-1 The main parameters of the definition of a symbol

(1)水头 H ：水头的定义是蜗壳顶部 A-A 截面处单位重量的液体所具有的能量大于尾

水管头部 B-B 截面处的能量时，水头为正直，反之则为负值。即：

$$H = E_A - E_B = \left(Z_A + \frac{P_A}{r} + \frac{V_A^2}{2g} \right) - \left(Z_B + \frac{P_B}{r} + \frac{V_B^2}{2g} \right) \quad (2.1)$$

当 $E_A > E_B$ 时，水头为正值；当 $E_A < E_B$ 时，水头为负值，对于正常运行的水泵和水轮机来说，水头均为正值。

(2)流量 Q：当水流由尾水管进口端 B 处流向蜗壳进口 A 点的时候，通过转轮的流量被定义为正值，反之当水流由 A 点流向 B 点的时候，流量则为负值。也就是说当处于正常的水泵工况的时候流量为正值，当处于正常水轮机工况的情况下，流量为负值。

这样定义的原因是因为对叶片式水力机械进行各种工作状态的研究和实验时，通常用水泵实验装置来完成，而且由水泵工况开始，因此定义正常的水泵工况的情况下，流量为正值。综上所述，本文采取的是以水泵工作参数为正的定義方法。

(3)转速 n：当转轮的旋转方向是从蜗壳的尾部旋转向蜗壳的头部的時候，定义转速 n 为正值，如正常的水泵工况；反之，转轮由蜗壳的头部旋转向蜗壳的尾部时，转速 n 则被定义为负值，如正常的水轮机工况。

(4)轴端力矩 M：轴端力矩 M 是指叶片式水力机械转轴上作用的扭转力矩，该力矩即是水流对转轮作用的力矩。蜗壳的首部旋向蜗壳的尾部时，轴端力矩为其正方向。反之，当力矩 M 的方向是从蜗壳的尾部旋转到首部的時候，这种情况下轴端力矩为负值。因此正常的水轮机工况和水泵工况下力矩均为正值。

(5)轴功率 P：叶片式水力机械与电机共运一轴，该轴上的功率便为轴功率，当功率由转轮传给电机时，即转轮输出功率，这时的轴功率定义为负值，如正常的水轮机工况；当电机传给转轮时，转轮输出功率，定义为正直，如正常的水泵工况。由于轴功率可用下式表示 $P = M\omega = \frac{\pi}{30} Mn$ 显然，根据上述的 M 和 n 的符号定义，可由上式定义轴功率的符号。如正常水泵工况 M 和 n 均为正，故 P 亦为正；正常水轮机工况下，M 为正，而 n 为负，故 P 为负值。

(6)轴向水推力 T_n ：在研究水力机组的过渡过程时，如轴流式机组，轴向力是一个很重要的参数，在水轮机工况下甩负荷时，若导水机构关闭过快，会产生一种抬机力，当该力大于机组转动部分的重量时，机组将会产生上抬现象，严重时会造成不堪设想的后果。

轴向水推力为叶片式水力机械止推轴承上承受的由水压力引起的荷载。当轴向水推力的方向由转轮指向尾水管时，定义为正值，反之为负值。对于立式机组，轴向水推力向下为正，向上为负，即所谓的抬机力。正常运行的水轮机工况和水泵工况轴向力均为正。

2.3 各种工况的定义

水轮机工况：叶片式水力机组以原动机运行，转轮输出功率 $P = Mw < 0$ ，经过转轮后

水流的能量变小，此时 $QH < 0$ 。

水泵工况：水力机组为工作机械，转轮输入功率， $P=Mw>0$ ；水流流经转轮后能量增加，此时 $QH > 0$ 。

制动工况：水力机组为工作机械，转轮输入功率， $P=Mw>0$ ，但水流流经转轮后能量反而减少， $QH<0$ 。

飞逸工况：水力机组为原动机，但作用在轴上的扭矩趋近于零，所以轴功率也趋近于零， $P = Mw \approx 0$ 。机组效率为零，水流流经转轮后能量有所减小。这部分减小的能量用来克服机组旋转时的摩擦损耗。

为了全面地研究叶片式水力机械的全特性，可在专门的模型试验装置上进行广泛的性能试验。如图 2-2 为这种试验装置的示意图。其中 I 为所需试验的叶片式水力机组，比譬说是一台水泵水轮机组，并配有直流测功电机。辅助泵 II 是为测试负流量特性曲线时用，此时阀门 1 和 4 关闭，开启 2 及 3 阀门，要求 I 泵的扬程大大高于被测机组的扬程，方能造成对被测机组而言的负流量。辅助泵 III 是为测试大流量及负水头部分特性曲线时用，此时关 2 及 3 阀门，开 1 及 4 阀门，要求泵 III 的流量和扬程足够的大，才能在流量很大时克服被测机组的负扬程及管路损失。

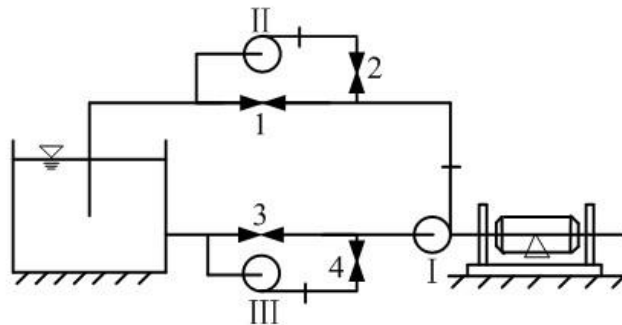


图 2-2 试验装置的示意图

Fig2-2 Schematic diagram of the experimental apparatus.

2.4 叶片式水力机械的全特性

(1) 转速为正($n>0$)的特性曲线开始可按常规的水泵试验进行，在 n 为某一转速时，调节出水阀 1(此时阀 2、4 关闭，3 全开，辅助泵 II、III 不运转)，可得到部分特性曲线，如图 2-3 所示。A 点为关阀时的水泵工况扬程，逐步打开阀门 1，可得曲线 Ai 段，i 点扬程为阀门 1 全开时的管路损失，此时 $H>0$ ，随后起动辅助泵 III，开阀 4，关阀 3，调节泵 III 转速及阀 4，可继续往大流量方向运行得曲线 iC 段以及 C 以下部分的曲线，B 点为 $H=0$ 时水泵工况点，此时力矩 $M>0$ 。C 点为 $M=0$ 时的点，此时 $H<0$ ，再往下 $M<0$ ， $H<0$ 。A 点以左的曲线需要起动辅助泵 II 以造成负流量 Q 的运行工况。

根据工况的定义来分析行为正时水力机组所经历的工况：曲线 AB 段的 H 、 Q 、 n 、 M 均为正值，则 $QH>0$ ， $P=Mw>0$ ，由工况定义知，AB 为水泵工况。BC 段的 Q 、 n 、 M

为正, H 为负, 则 $QH < 0$, 水流经过转轮后能量减少; $P = Mw > 0$, 转轮输入功率, 此为制动工况。C 点 $M = 0$, 亦即 $P = 0$, $QH < 0$, 为飞逸工况, 水流流经转轮减少的能量用于克服飞逸时的机械损耗。c 点以下的 Q 、 n 为正, H 、 M 为负, 则 $QH < 0$, 水流能量减少; $Mw < 0$, 转轮向外输出功率, 即为水轮机工况。不过此时的水流由尾水管流向蜗壳, 是倒冲式水轮机工况, 一般称为反水轮机工况。A 点以左, Q 为负值, 其他参数均为正值, 则 $QH < 0$, $Mw > 0$, 亦为制动工况。所以行为某一正值时, 水力机组自左至右经历了制动工况、水泵工况、制动工况及反水轮机工况四个工作状态。

当以改变时, $H = f(Q)$ 曲线将会移动。因叶片式水力机械的相似工况点的 n_{11} 及 Q_{11} 应相等, 由此可得 $\frac{H_1}{H_2} = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2$ 及 $\frac{Q_1}{Q_2} = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)$ 。所以在 $H \sim Q$ 坐标系里, 相似工况点必定在 $H = KQ^2$ 的抛物线上, 一些特殊工况点 A、B、C 的相似点也必定在它们各自的相似抛物线 0A、0B、0C 上。其中 0A 为 $Q = 0$ 的抛物线; 0B 为 $H = 0$ 的抛物线; 0C 为 $M = 0$ 的抛物线, 即飞逸工况曲线。这样三根抛物线将 n 为正的平面分成四个区域; 0A 以左为制动工况区, A0B 即第 1 象限为水泵工况区, B0C 为制动工况区, 0C 线以下为反水轮机工况区。

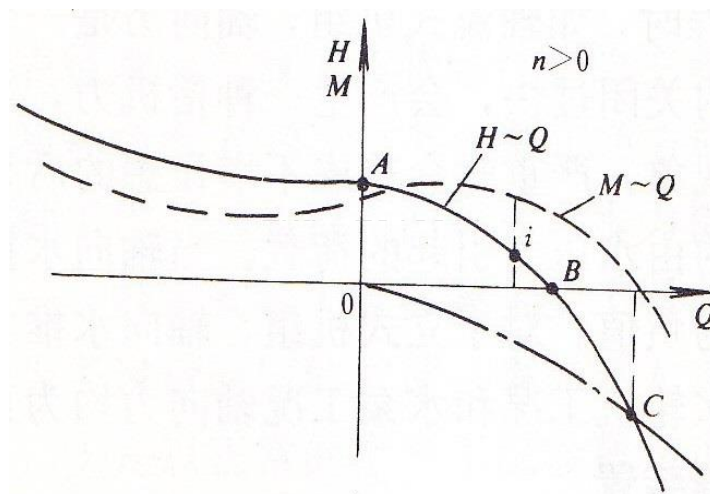


图 2-3 正转速下水力机械的全特性曲线

Fig2-3 characteristic curves of hydraulic machinery of normal speed

(2) 转速为零 ($n=0$) 的特性曲线。N=0, 水力机组在循环管道上实际上就成为局部阻力, 因此, 不管流量是正还是负, 水流流经转轮后能量总是减少的, 也不管扭矩是正还是负, 因为 $n=0$, 所以功率也必为零。故当转速为零时, 整个特性曲线上的工况均为制动工况, 转轮处的局部损失 $\Delta h = \xi \frac{v^2}{2g} = KQ^2$, 所以 $H = f(Q)$ 曲线亦为一抛物线, 又因 $QH < 0$, 则 H 为正时, Q 必为负, 反之亦然, 故 $H = f(Q)$ 曲线贯穿于 II、IV 象限, 如图 2-4 所示, 但此抛物线不是水力机组相似工况点的抛物线。水流对转轮的作用力矩等于水流进出转轮的动量 (mv) 的变化量, 由此可以得到, 力矩的大小与流量的平方成正比, 所以 $M = f(Q)$ 亦是一抛物线, 其方向当 $n=0$ 时, 水头为正, 力矩也为正, 反之, 水头为负, 力矩亦为负。如图 2-4 中虚线断示。

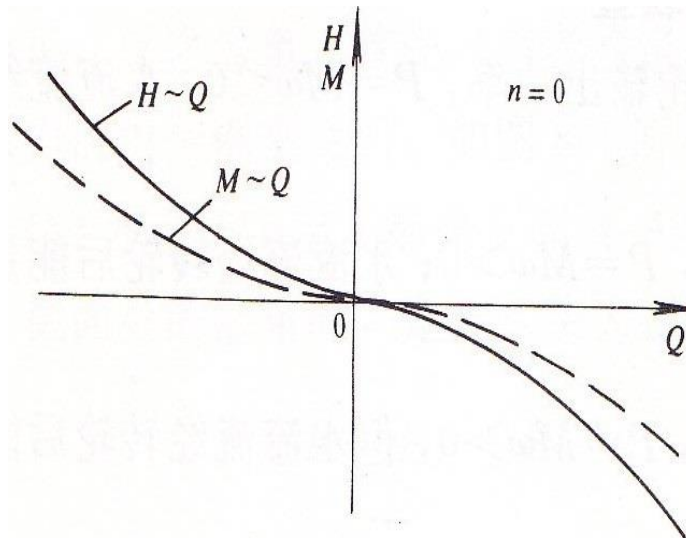


图 2-4 零转速下水力机械的全特性曲线

Fig2-4 characteristic curves of hydraulic machinery of the zero speed

(3) 转速为负值($n < 0$)时轴流式机组的特性曲线。同样可以通过利用辅助泵 II、III 得到 n 为负的某一值时水头和扭矩曲线。如图 2-5 所示。首先观察几个特殊工况点：工况点 D 的 M 为零，即为飞逸工况点；况点 E 的水头为零；F 点的流量为零。根据工况定义，D 点以上 H 为正， M 为正，而 Q 、 n 为负，则 $QH < 0$ ，水流流经转轮后能量减少；而 $Mw < 0$ ，转轮向外输出功率。所以为水轮机工况；D 点为飞逸工况；DE 段的 M 为负，其他量符号不变。则 $Mw > 0$ ，即外界输入功率，水流能量反而减少，所以 DE 段为制动工况；EF 段的各参数均为负值，则 $QH > 0$ ， $Mw > 0$ ，水流流经转轮后能量增加，转轮输入功率，所以 EF 段为水泵工况，但由于水流是由蜗壳流向尾水管，与常规水泵流向相反，故称为反水泵工况，轴流式水轮机在甩负荷时，往往会进入该工况区，由于它的水头为负，轴向力亦为负，就产生抬机力。F 点以下的工况区其 Q 为正，其他各参数为负， $QH < 0$ ， $Mw > 0$ ，即为制动工况。

同理，当转速改变时，相似工况点也分别在各自的相似抛物线上。飞逸工况点在 OD 抛物线上，OE 为零水头线，OF 为零流量线。由上述分析可知， n 为负的区域也有抛物线 OD、OE、OF 分为四个区域，OD 线以上为水轮机工况区，DOE 为制动工况区，EOF 即第 III 象限为反水泵工况区，OF 以右部分为制动工况区。

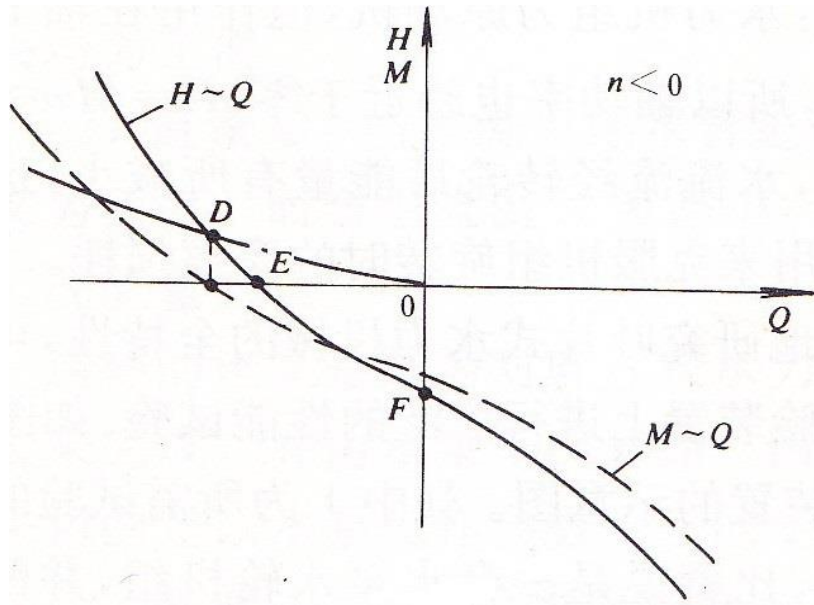


图 2-5 负转速下水力机械的全特性曲线

Fig2-5 characteristic curves of hydraulic machinery of negative speed

将图 2-3、2-4、2-5 三个图画在同一坐标内，可得图 2-6 的水力机组全特性曲线，过工况的分界点 A、B、C、D、E、F 的相似抛物线及转速为零时的水头线 JOI 将整个坐标系分为八个区域，每个区域为一种工况区，其中两个区域是水泵工况区(正、反向水泵工况)，两个区域是水轮机工况区(正、反向水轮机工况)和四个制动工况区。利用图 2-6，不论工况点落在坐标平面的那一部分，就可立即判断出水力机组此时在那个工况下运行。

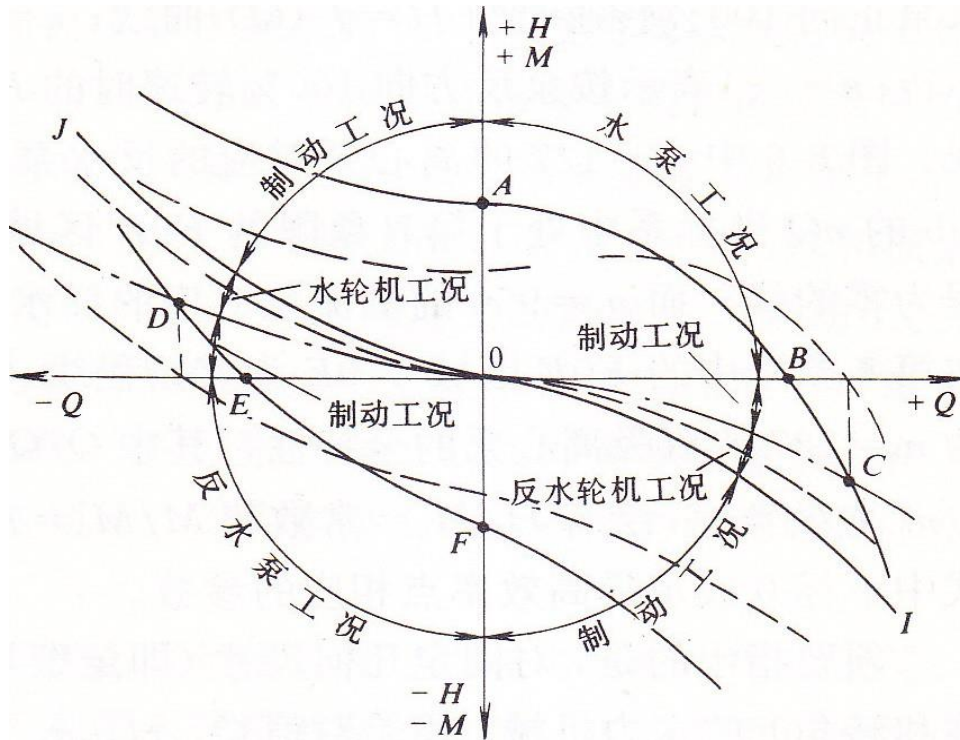


图 2-6 水力机械的全特性曲线

Fig2-6 characteristic curves of hydraulic machinery

上述讨论的特性曲线是针对高比转速的轴流式机组而言的，但对于低比转速的机组在反水泵工况区，水头(扬程)及流量不会出现负值。须要指出的是，对固定几何尺寸(即定型号、直径、开度和转角)的水力机械，用绝对值 Q 、 H 、 n 、 M 表示的四象限特性，看起来概念很清晰，但在同一张图上只能表示固定直径与开度(包括桨叶转角)下的参数与特性之间的变化规律，若直径和开度是变化的，则试验及应用起来就很不方便。因此，与水轮机的综合特性曲线一样，通常采用单位转速 n_{11} 和单位流量 Q_{11} 为坐标系统来描述可逆式水力机械的参数与特性之间的变化，用 M_{11} 和 n_{11} 坐标系来描述扭矩的变化规律。而且多数水泵水轮机的特性曲线以水轮机工作参数为正常来绘制。如图 2-7 所示为一比转速 $n_s=140 \text{ r/min}$ 的混流式水泵水轮机的综合特性曲线。在这综合特性曲线上给出了等开度线，等单位力矩 M_{11} 线，其中第 III 象限为水泵工况区，第 IV 象限为制动工况区。在第 I 象限中 $M_{11}=0$ 的线为飞逸工况，而 $M_{11}=0$ 的线和横坐标之间所夹的区域为水轮机工况区； $M_{11}=0$ 的线和纵坐标之间所夹的区域也为制动工况区。又如图 2-8 为一斜流式水泵水轮机流量和力矩特性曲线，图上显示了导叶在某一开度下的单位力矩 M_{11} 和单位流量 Q_{11} 随 n_{11} 的变化曲线，在上图中 $a=0$ 的线即为零流量线，在下图中的空载工况线即为飞逸工况线，其工况区划分：①为水泵工况区；③为制动区；③水轮机工况区；④为制动区；⑤反水泵工况区。

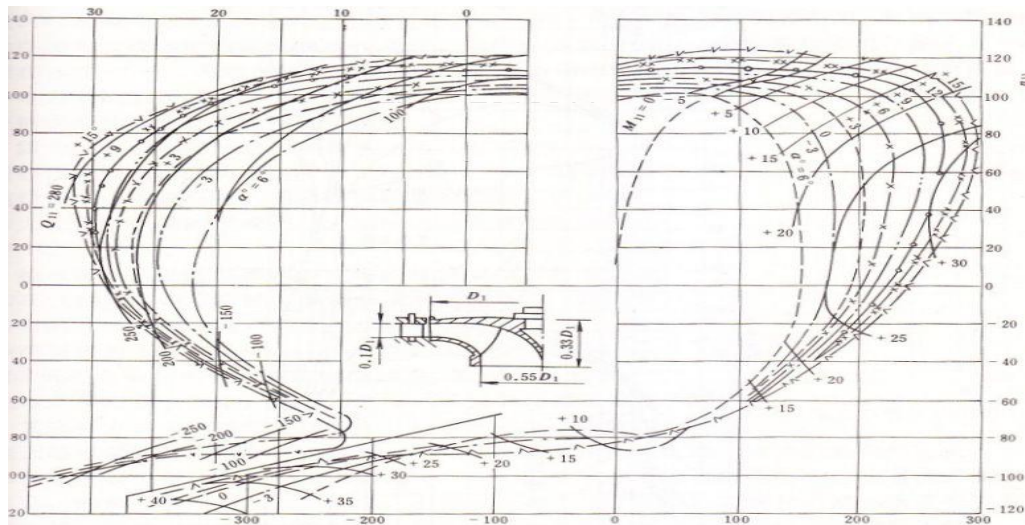


图 2-7 混流式水泵水轮机全特性曲线

Fig2-8 The complete characteristic curve of mixed-flow turbine

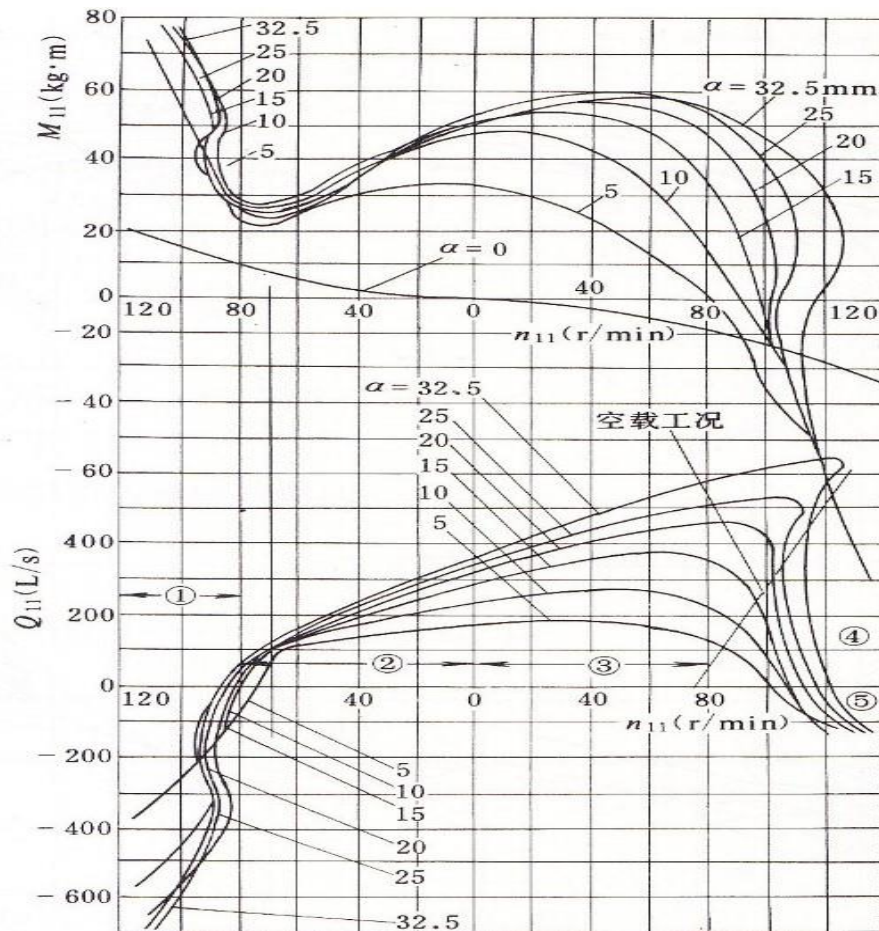


图 2-8 斜流式水泵水轮机全特性曲线

Fig2-8 The complete characteristic curve of oblique flow pump turbine

由上述两图可以清楚的看出，水泵水轮机在某些区域的曲线会出现交叉的情况。不难得出读值会出现困难的现象，因此在处理过程中必然会出现一定的困难。

抽水蓄能水电站为了满足输电网络的需要，机组在功能上一机多用，启停次数多，多时间内切换工况，压力脉冲剧烈等情况。这些因素导致输水系统中产生复杂的瞬态变化。直接影响水电站的安全运行和水轮机的使用期限。因此，需要对电站运行中各种工况的过渡过程计算，通过对系统的非安全工况和稳定性进行评估，为输水系统的结构布置、机组及调速系统参数的选择、导叶的关闭规律优化提供依据。

与常规的水力发电站不一样的是，抽水及蓄能水电站不仅仅是单一的进行发电或者进行水资源抽取。在对水道问题和可逆式转轮的设计这些问题上需要兼顾的考虑抽水和发电两方面的问题。只有这样才能确保双向流动的运行情况下的稳定性和安全性。

抽水蓄能水电站正是由于这种独有的特点才造成了它与常规性的水电站和泵站的不同，主要区别在以下的两个方面：

- (1) 在机组运行的过流特性曲线图中不难看出有一段曲线存在着类似于“S”型的情况。这种“S”型情况是由于在该区域内机组的转速变换对过流特性有着较

大的影响。哪怕是较小的转速的变动就会出现较大的流量波动。从而导致“水锤”现象的产生，影响安全运行。

- (2) 抽水及蓄能电站的过渡过程工况极为复杂，抽水蓄能电站在运行过程中既要考虑发电工况事故产生的甩负荷，又需考虑抽水工况事故断电；对于安放了上游或后水调压室的输水系统还必须考虑各种最差情况下的的水位、流量组合工况。正是由于这样的因素造成了其工况复杂的现象。

为了确保抽水蓄能电站能够安全可靠的运行，我们不得不对其过渡过程进行计算和验证。现下，对于抽水蓄能电站的过渡过程进行计算主要还是倚靠一维的水锤基本微分方程进行运算，将特征线法作为其计算的理论。与相应的边界条件相互结合，便可以对不同类型的水力过渡过程中的各种控制参数进行有效的数值计算。作为抽水蓄能电站对于特性曲线的处理的不同是与其他常规性水电站不同的关键所在。

与常规电站相比抽水蓄能电站工况繁多、复杂、启停频繁。对于水泵水轮机，它的全特性曲线依次存在水泵、水泵制动、水轮机、水轮机制动、反水泵共 5 个工况区，且在全特性曲线的两端存在 2 个“S”型区域。在右端的“S”区域，全特性曲线存在严重的交叉、聚集、卷曲和多值的现象。在“S”型区域水泵水轮机运行水力条件极端恶劣，“S”型曲线的变化对流场压力和机组转速的极值有着决定性影响。因而，正确认识和处理水泵水轮机的全特性曲线是提高抽水蓄能电站过渡过程计算精度的先决条件，也是保证抽水蓄能电站的安全稳定运行的关键。

2.5 本章小结

本章的主要内容为介绍了水泵水轮机的综合特性，简要描述了对各个参数的规定。以及叶片式水力机械各种工作状态的定义；解释说明了叶片式水力机械的全特性，以及水泵水轮机对全特性曲线进行处理的重要性。为后续的内容作了良好的铺垫。

3 可逆式水轮机的全特征曲线及其处理方法

在处理抽水蓄能的过渡过程当中，水泵水轮机的全特征曲线图需要被多次反复的运用，不过由于水泵水轮机全特征曲线独具的特殊性，在开始对过渡过程进行运算时，第一步必须对全特征曲线的扭曲重叠部分进行一定的处理，只有这样才能提高过渡过程的运算准确性^{【35】}。正是因为这样国内的外学者持续致力于研究并改进对曲线的处理方式及计算精度的研究。

3.1 可逆式水轮机的全特性

处理计算可逆式机组的主要参数是在对抽水蓄能电站水力—机械过渡过程计算中当第一步就需要进行的工作，主要方法就在于运用全特征曲线图对其进行求解。但是，对于水泵水轮机其全特征曲线图在反水泵工况、水轮机制动工况和正水泵工况这些情况下均会体现出不同情况的的重合、交织现象；这种特性可由图 3-1 可以看出，表现这些特性的区域称之为全特征曲线的“S”型曲线^{【37】【49】}。所以，如果直接的使用 n_{11} 和 Q_{11} 的数据对全特征曲线进行插值计算，不难想象，较大的误差是必然不可能避免的，并且全特征曲线的多值性问题，甚至会引起插值和迭代运算时发生误差导致计算无法进行。所以，抽蓄机组全特征曲线的计算问题就必然成为抽水蓄能电站过渡过程计算的首要任务，计算成果的精度和工作量的好坏与否直接与它息息相关。也因此，很多学者在这些年来一直进行着大量的研究与探索，不少处理水泵水轮机特性曲线的方法被相关学者提出，通过这些方式改进了过渡过程计算的精度，为水泵水轮机过渡过程计算提供了便利条件^{【29】【50】}。

依据可逆全特征曲线，提取以下参数：

$$n_{11} = \frac{nD_1}{\sqrt{H}}; Q_{11} = \frac{Q}{D_1^2 \sqrt{H}}; M_{11} = \frac{M}{D_1^3 H}; \quad (3.1)$$

可得：

$$H = \frac{n^2 D_1^3}{n_{11}}; Q = \frac{D_1^3 n Q_{11}}{n_{11}}; M_{11} = \frac{n^2 D_1^5 M_{11}}{n_{11}^2}; \quad (3.2)$$

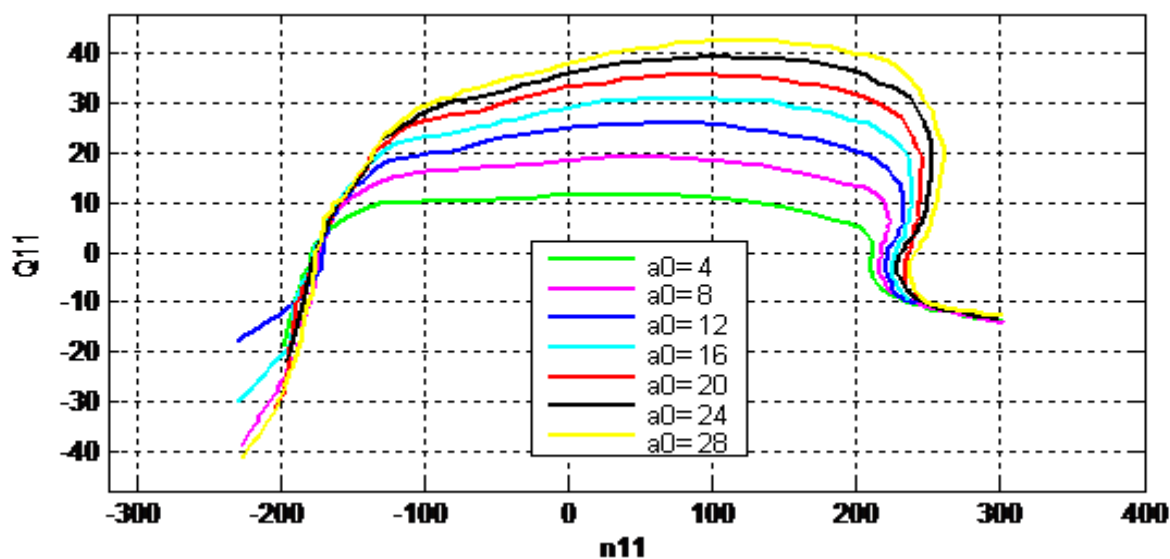
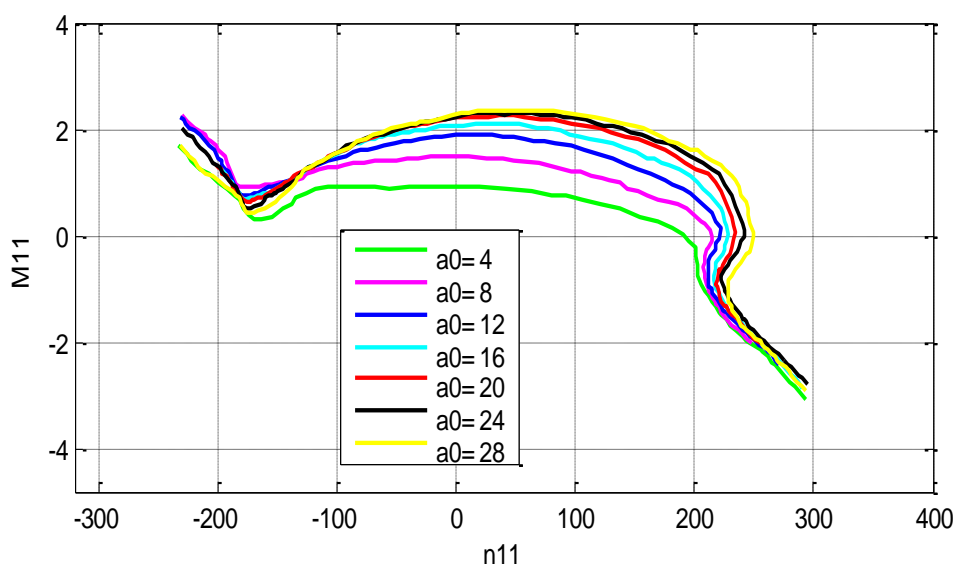
(a) $Q_{11} \sim n_{11}$ 全特征曲线(b) $M_{11} \sim n_{11}$ 全特征曲线

图 3-1 可逆式水泵水轮机全特征曲线

Fig3-1 The complete characteristic curves of reversible pump turbine

依据 n_{11} 可查取到 Q_{11} 和 M_{11} ，再根据式 (3.1) 可推算的某一开度下的流量 Q 和转矩 M ，两等任意开度线之间的流量值 Q 和转矩值 M 均可以通过插值求的。

但依据上图容易得出这样的结论，在全特征曲线的两边呈现交叉、重叠和“S”型的现象，这种现象会给机组参数在确定和插值时带来了一定的难度。

3.2 几种全特征曲线的处理方法的分析

由文献【5】可知，对 $Q_{11} \sim n_{11}$ 范围内的全特征曲线进行处理的时候，在水泵工况下的等开度线有一定程度的相互交和重叠情况，只有在小开度的情况下这些情况才会分开，为此一种新的方法诞生了——通过将以 n_{11} 和 Q_{11} 为坐标轴的水泵工况区 $n_{11} < 0$ 的全特征曲线转换为以 Q_{11} 及 Y 为轴坐标，以 n_{11} 为参考量的曲线。经过转换之后，本来还缩在一块的等开度线便改成以分开的等单位转速线，从而使插值的计算更准确且更方便（如图 3-2 所示）：

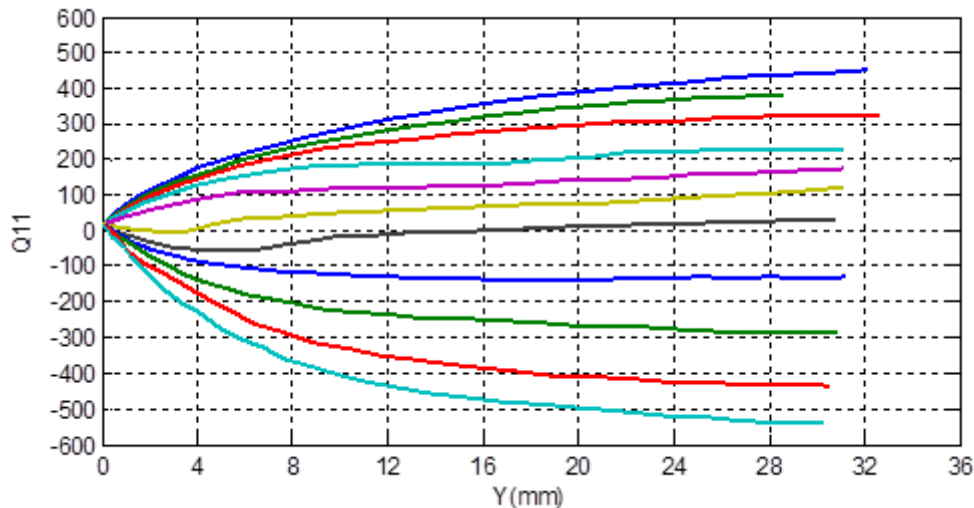
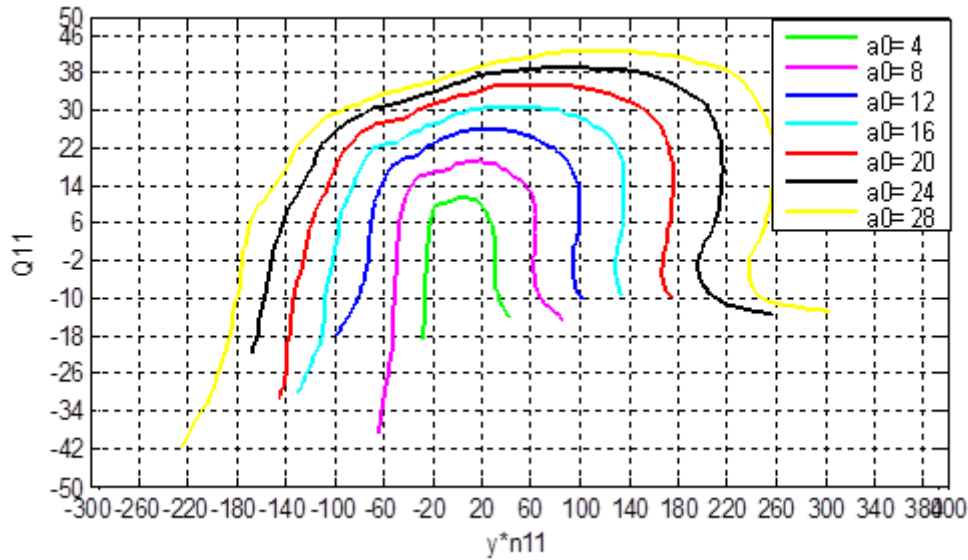


图 3-2 经转换的水泵工况下的特性曲线

Fig3-2 The characteristic curve of water pump operating mode conversion

也因此为了解决等开度线的交叉、重叠问题，有关学者提出了如下方法。引入了相对开度的坐标变化。通常将以 n_{11} 为横坐标的全特征曲线转换成以 $y \times n_{11}$ 为坐标系的曲线，其中 y 表示的是导叶开度（ $y = Y / Y_{\max}$ ）^{〔41〕}。经过这样处理后的全特征曲线（如图 3-3 所示）就可以有效的避免了等开度线的交织和重叠等原因所带来的插值计算偏差。

图 3-2 以 $n_{11} \times Y$ 为坐标轴的全特征曲线Fig3-2 $n_{11} \times Y$ as the coordinate of the characteristic curve

3.3 Suter 转换处理方法

上述的处理方法均须在处理网格前预先完成网格绘制,从而大大增大了人工工作量,并极可能带来较大的人为性误差,另外其电子计算程序的编写工作量也较大。国外学者苏特提出了一种转化方法有效的解决了这项问题。下面将来介绍这一种物理概念清晰、计算工作量又小和对全特征曲线处理结果较好的 Suter 处理方法。

$$WH(x) = \frac{h}{a^2 + q^2} \quad (3.3)$$

$$WM(x) = \frac{m}{a^2 + q^2} \quad (3.4)$$

式中所含的: $x = \arctan \frac{q}{a}$, $a = \frac{n}{n_r}$, $q = \frac{Q}{Q_r}$, $m = \frac{M}{M_r}$, $h = \frac{H}{H_r}$; n_{11}, Q_{11}, M_{11} , 分别表示可逆式水

力机组的单位转速、流量及力矩; $n_{1r}, Q_{1r}, M_{1r}, H_r$, 分别为水泵水轮机的转速, 流量, 力矩和水头。下标 r 表示基准量和参考量, 在一般情况下是为水轮机额定参数。

为了有效的处理具有活动性导叶的可逆式水力机组, 应考虑增添一个变量, 即是为导叶的相对开度 $y = Y/Y_r$, 则全特征曲线的 Suter 转换关系式可以变为 ($y \neq 0$):

$$WH(x, y) = \frac{h}{a^2 + q^2} \quad (3.5)$$

$$WM(x, y) = \frac{m}{a^2 + q^2} \quad (3.6)$$

式中： $x = \arctan \frac{q}{a}, a \geq 0$ 或 $x = \pi + \arctan \frac{q}{a}, a < 0$; 其他符号意义与之前相同。

同样的为了便于的进行全特征曲线的转换计算，还可将式子 (3.5) 和式子 (3.6) 修改成为下面的这种形式：

$$WH(x, y) = \frac{1}{(n_{11}/n_{11r})^2 + (Q_{11} + Q_{11r})^2} \quad (3.7)$$

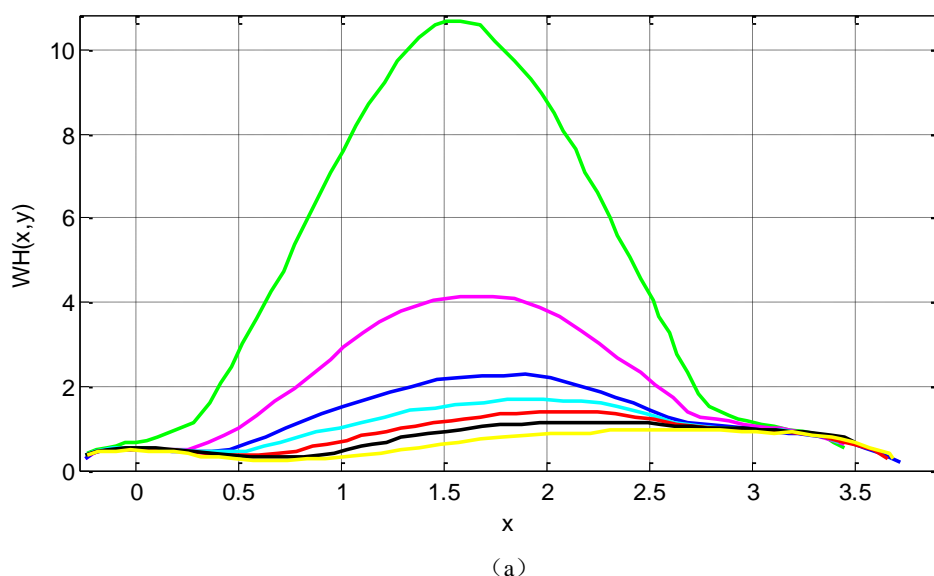
$$WM(x, y) = \frac{M_{11} + M_{11r}}{(n_{11}/n_{11r})^2 + (Q_{11} + Q_{11r})^2} \quad (3.8)$$

$$x = \arctan \left[\frac{Q_{11}/Q_{11r}}{n_{11}/n_{11r}} \right], a \geq 0 \text{ 或}$$

$$x = \pi + \arctan \left[\frac{Q_{11}/Q_{11r}}{n_{11}/n_{11r}} \right], a < 0$$

式中的 Q_{11r} 、 n_{11r} 、 M_{11r} 代表着额定工况下的单位流量、转速和力矩。

全特征曲线 (图 3-4) 经过式 (3.7) 和 (3.8) 转换后便成两组曲线 $WM(x, y)$ 和 $WH(x, y)$ 它们位于 x 轴上，如图 (3-4) 所示。与此同时，经 Suter 转换的关系式转换后的全特征曲线多值性问题得到有效的消除，给插值计算带来的一定的难度，但是它仍存在以下三方面的缺陷，从而使其计算效果仍不算太理想。



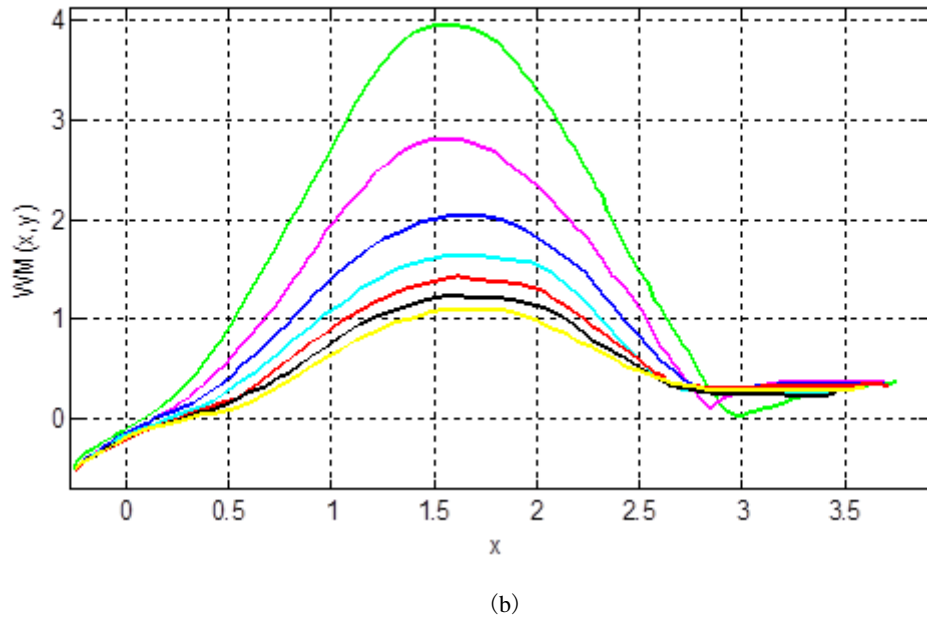


图 3-4 用 Suter 转换的 WH 和 WM 曲线

Fig4-4 WH and WM curve converted by Suter method

(1) 不同的等开度线之间的散布极为不匀称。在较大开度时，曲线存在过密；在较小开度时，曲线存在过稀，从而使插值计算产生较大的误差。

(2) 在曲线的两端——反水泵工况情况下以及水泵工况情况下，曲线会出现交叉、重合的现象。是以，在这些范围内出现很小的 $WH(x, y)$ 和 $WM(x, y)$ 计算舍入误差，都会引起较大的变化，从而影响计算成果的精度。

(3) 在反水泵工况区域（即曲线左侧头部），有一段曲线段已经几乎与 x 轴垂直，以致可能会出现插值计算多值性的问题。

为了改善以上问题，我们有必要对 Suter 曲线进行一定改良，以便克服它存在的问题。

3.3.1 对 WM 和 WH 曲线转换

通过对方程 (3.5) 及方程 (3.6) 进行一定的调整，可以进一步提高数据转换的质量。因此有关学者提出如下方式进行转换：

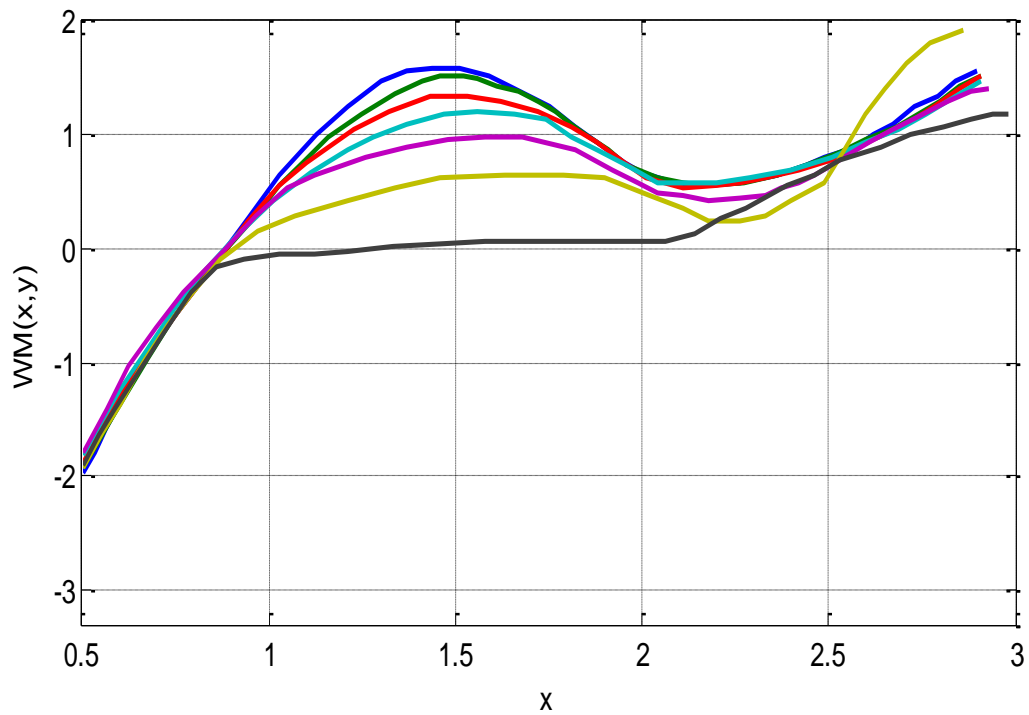
$$WH(x, y) = \frac{1}{(n_{11}/n_{11r})^2 + (Q_{11}/Q_{11r} + c)^2} = \frac{h}{a^2 + (q + c\sqrt{h})^2} \quad (3.9)$$

$$WM(x, y) = M_{11}/M_{11r} = m/h \quad (3.10)$$

$$x = \arctan[(q + c\sqrt{h})/a], a \geq 0 \text{ 或}$$

$$x = \pi + \arctan[(q + c\sqrt{h})/a], a < 0$$

式中, c 为恒值常数, 一般情况下在 1 至 1.5 这个范围内任取一值。经方程 (3.9) 及 (3.10) 处理的全特征曲线如下图 3-5。不难看出, 选定的开度线经过转换后分布更为均匀, 并且导叶在 “0” 开度时转换曲线也得到了处理, 导叶在小开度工况和 “0” 开度工况的过渡过程计算问题能够和较大开度的情况下一样都能得到了良好的处理; 此种处理也在一定程度上简化了编程的任务。



(a) $WM \sim x$ 曲线

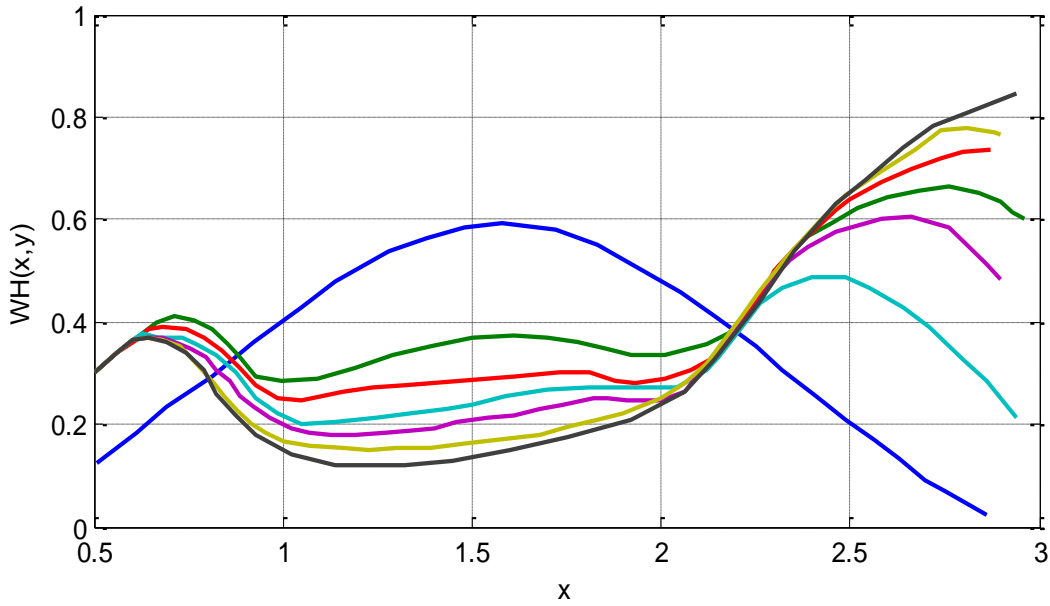

 (b) $WH \sim x$ 曲线

图 3-5 由方程 (3.9)、方程 (3.10) 处理过的 Suter 曲线

Fig3-5 Suter curve Which have been convert

所得的误差经过分析后显示，图 3-5 所示的曲线的误差值与图 3-4 所示的曲线误差值相比，下降了 20% 左右。

3.3.2 对苏特变换改进

为了更为有效弥补苏特转换所带来的一些缺陷，还有研究学者做出了以下的一些转换方程式，对于处于 ($y \neq 0$) 的情况下可以得到如下式子：

$$WH(x, y) = \frac{y^2}{(n_{11}/n_{11r})^2 + (Q_{11}/Q_{11r})^2} = \frac{h}{a^2 + q^2} y^2 \quad (3.11)$$

$$WM(x, y) = \frac{M_{11} + k_1}{M_{11r}} y = \left(\frac{m}{h} + \frac{k_1}{M_{11r}} \right) y \quad (3.12)$$

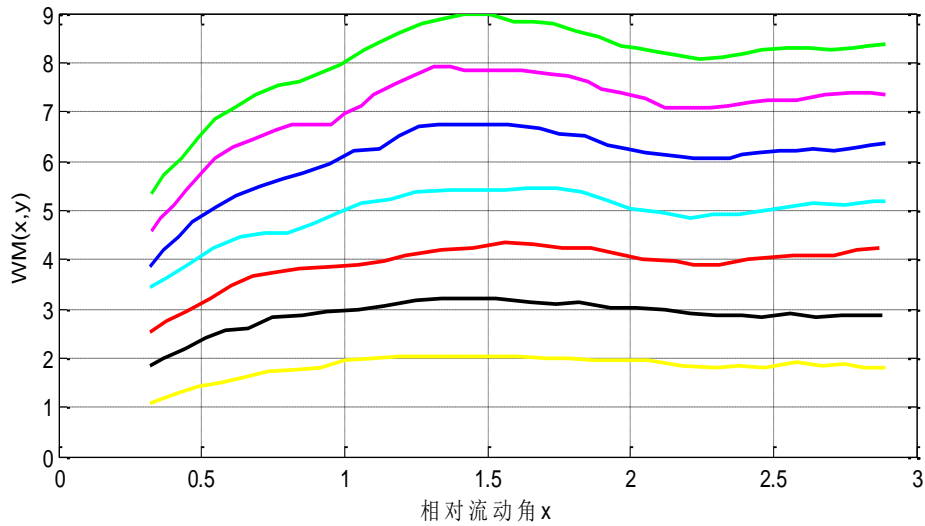
$$x = \arctan[(Q_{11}/Q_{11r} + k_2)/(n_{11}/n_{11r})]$$

$$= \arctan[(q + k_2\sqrt{h}/a), a \geq 0]$$

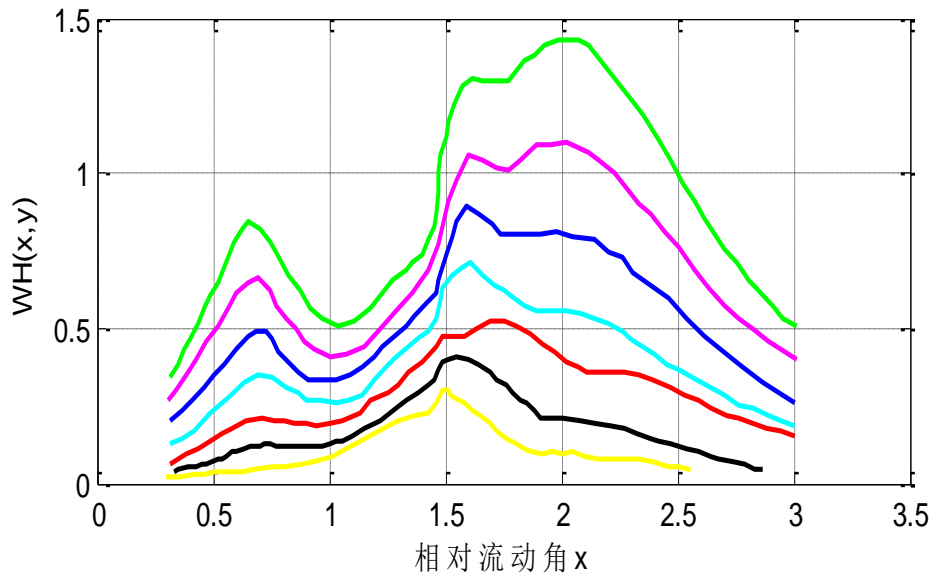
$$x = \pi + \arctan[(Q_{11}/Q_{11r} + k_2)/(n_{11}/n_{11r})]$$

$$= \pi + \arctan[(q + k_2 \sqrt{h}) / a], a < 0$$

在上述的式中， Q_{11} 是为单位流量 (m^3/s)； M_{11} 即指单位转矩 ($kN \cdot m$)； k_1 是为其系数，取值范围在 1.0 到 1.8 之间； k_2 亦为系数，通常在 0.5-1.2 之间取值。



(a) $WM \sim x$ 曲线



(b) $WH \sim x$ 曲线

图 3-6 转换后的 WH、WM 曲线

Fig3-6 WH, WM curve after conversion

图 3-5 所示之全特征曲线经过 (3.11) 式和式 (3.12) 转换后, 可以得到几乎平行的 $WH(x,y)$ 和 $WM(x,y)$ 这两种曲线。如图 3-6 可知 (图中设 $k_1=1.5$, $k_2=1.0$), 这两种曲线完全杜绝了 Suter-form 曲线的不均匀性分问题、相交问题、和重合问题以及多值问题等不足, 取得了良好的计算效果, 但是美中不足的是这样的处理方法将大大提升全特性曲线的转换计算的工作量。

需要特别指出说明的是, 可逆式机组的全特征曲线上的数据出现多值及交叉问题, 是抽水蓄能机组过流特性的本来就必然存在的问题, 对数据做出处理的意义并不在于将这些特点完全的抹除掉, 而是须要在完全的保证原始数据真实性的原则上, 将特性及其随之而来的计算困难进一步的消除。在进行可逆水轮机的过渡过程的计算问题中, 厂家所给予的全特征曲线上的数据必然不可能是完全的, 大部分的数值需要在此基础上进行大量的插值推测。在对全特征曲线按照上述的方法进行处理之后, 可以极为方便地进行数据点的预测, 是对其原来数据进行合理的填充, 并不会漏掉相关的数据点, 仍然保持了原始数据的特色。

3.4 本章小结

本章分析了现存的可逆式水轮机组的全特征曲线的 Suter 转换方法。文中展示的改进后的方法处理后, 使水泵水轮机的全特征曲线处于类平行状态。基本上消除了水泵水轮机的多值性问题, 为后续过渡过程计算工作中的应用提供了极大的便利。文中的二维转换方法解决了曲线重叠、插值多样性的问题, 虽然在转换计算上造成了一定的难度, 但也为下一章三维处理及插值的方法提供了必要的理论支持。

4 三维可视化全特征曲线建模及插值

经过学者们优化的 Suter 转换处理的可逆式水轮机全特征曲线，已经在一定程度上减小曲线在“S”区域存在的重叠问题，但该算法仍在插值上需要人工进行，同时由于曲线算法本身的转换，给提取数据带来了一定的难度，所得数值并不直观。因此本文致力于研究一种从二维到三维的转换方式，将平面上的曲线束改变成为三维空间上的曲面，同时在曲面上进行电算插值，降低了人工的工作量。

4.1 软件开发的目的是

本文编写相关代码的目的在于，完成全特性曲线从二维曲线到三维曲面的转换，实现全特性曲线的可视化系统搭建。实现利用 Matlab 对全特性曲线完成数据插值。并且输出相应的计算结果。并且在图像曲面上显示出插值的效果。

本文采用 C#和 Matlab 进行混合编程。MATLAB 软件在数据处理和三维曲面绘图方面较为突出，MATLAB 是美国 MathWorks 公司出品的商业数学软件，用于算法开发、数据可视化、数据分析以及数值计算的高级技术计算语言和交互式环境，主要包括 MATLAB 和 Simulink 两大部分。本文主要利用其 Matlab 部分对程序进行开发。C#是美国 Microsoft 公司于 2000 年 6 月提出的一种新的编程代码，主要工作由 Anders Hejlsberg 主持完成，它是第一款面向组件的编程语言，它的源码会编写成 Microsoft Intermediate Language 再运行。它借鉴了 Rapid Application Development 的一个特点，与组件对象模型是直接集成的，并且增加了许多的功能及语法，而且它在 Microsoft 公司 .NET framework 网络框架中担当着主要角色。

在本文中程序由三部分组成即全特征曲线离散点的输入，以三维视图构建及插值算法为主要功能的核心程序，以三维视图输出的图像功能。

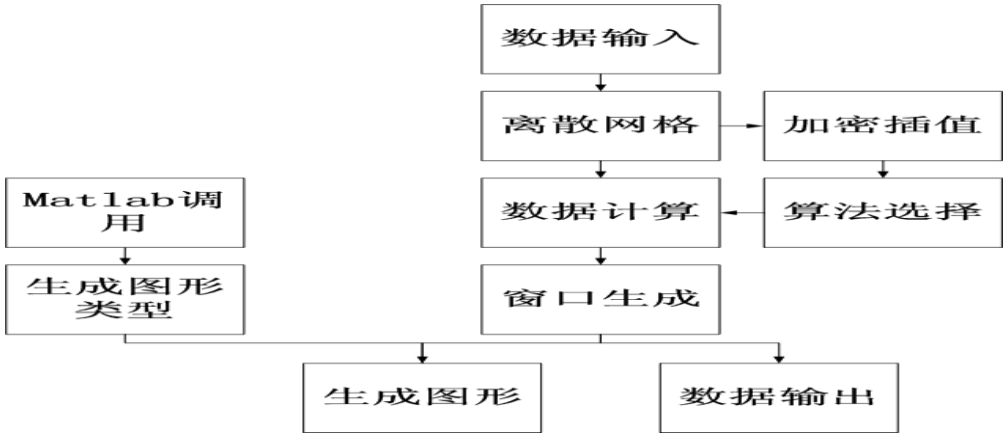


图 5-1 程序组成图

Fig 5-1 The graph of program

数据输入部分由厂家提供相应数据，之后以 excel 形式录入保存。核心算式处理为

Matlab 的数据处理功能, 依靠编写的 M 文件组成相应的数学处理函数, 完成对原始数据的处理, 并且进行插值。三维视图功能也依靠 Matlab 强大的曲面绘图能力, 依靠点阵构建相应的曲面。

之后由 C#语言对整个程序进行打包, 便可以得到相应的程序了, 该程序可以独立运行。生成和保存函数图像, 得出插值结果。

4.2 三维图型构建

图型的三维构建, 需要的是从经过 suter 转换后所得到的数据进行三维化处理。即取得点 $x, y, wm (wh)$, 三组列向量, 组成由 (x,y,wm) 和 (x,y,wh) 所组成的三维矩阵。但是在传统的电算方法中, 经过 Suter-form 后的数据并不足以构建三维图型。因为 $x,y,wm; x,y,wh$ 并非是同维矩阵。这样的情况下, 在传统的 C 语言和 Java 语言便不足以对矩阵进行处理。有关学者曾经利用补“0”的方法对数据组进行处理, 但这样一来, 虽然可以在一定程度上描述曲线的特征, 但是已经丧失了曲线的原始性, 准确性。同时不利于进行以后的插值计算。因此进行三维图形的构建首先需要考虑的是矩阵中各向量的等秩性问题。

4.2.1 非等秩向量的电算处理

首先应考虑的是数据的输入问题, 经过二维处理后所得的数据, 可以首先存储于 Excel 文档当中, 本文设定, 导叶开度 Y 为横轴, X 为纵轴, WM 或 WH 的值存在于相对应的 (X,Y) 坐标下。之后可以利用 xlsread 函数读取 Excel 文档中的具体数据, 在读取的时候应该分别在 Matlab 中定义 $X、Y、WM$ 及 $X、Y、WH$ 为相应的向量。然后分别利用 Xlsread 函数读取对应的数值, 在读取数值的时候应该注意各个数值在列表中所处的位置, 注意 Sheet 量的标注。如表 4-1 所示的数据读取方法为:

```
x=xlsread('wh.xlsx','sheet1','a2:a25');
y=xlsread('wh.xlsx','sheet1','b1:i1');
z=xlsread('wh.xlsx','sheet1','b2:i25');
```

0.6	0.5	0.5	0.5	0.4	0.4	0.4	0.2
018	717	115	115	814	614	414	414
0.9	0.7	0.7	0.7	0.7	0.7	0.7	0.6
027	221	21	18	15	12	1	5
0.9	0.7	0.7	0.7	0.6	0.6	0.6	0.6
027	221	11	01	95	9	85	8
1.0	0.6	0.6	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
832	921	018	898	898	878	858	758

2.1 665	0.9 328	0.6 018	0.5 89	0.5 516	0.5 5	0.5 115	0.4 814
4.2 126	1.4 744	0.7 823	0.6 02	0.5 516	0.4 814	0.5 1	0.3 611
6.1 084	2.4 072	1.2 036	0.7 823	0.6 018	0.4 814	0.5 2	0.3 611
8.1 845	3.0 9620	1.7 452	1.1 036	0.7 823	0.5 5	0.5 897	0.5 717
9.7 193	3.7 012	2.1 957	1.3 638	1.0 832	0.7 222	0.6 62	0.5 897
10. 833	4.1 826	2.3 47	1.5 045	1.2 036	0.9 832	0.7 823	0.6 018
10. 1493	4.1 525	2.4 771	1.7 151	1.2 638	1.0 434	0.8 62	0.7 89
8.8 467	3.6 109	2.3 47	1.6 249	1.2 337	1.1 432	0.8 42	0.7 89
6.5 597	3.0 09	1.8 656	1.3 841	1.0 632	1.1 231	0.9 2	0.8 68
4.1 826	2.2 258	1.5 346	1.2 638	1.2 036	1.2	1.1 212	1.0 512
2.6 771	1.7 054	1.3 24	1.2 036	1.2 036	1.2	1.1 5	1.1 12
1.9 335	1.5 151	1.2 036	1.2 036	1.2 036	1.2	1.1 5	1.1 12
1.6 753	1.4 151	1.2 036	1.2 036	1.2 036	1.2	1.1 5	1.1 12
1.4 443	1.1	1.2 036	1.2 036	1.2 036	1.2	1.1 5	1.1 12
1.2 036	1.2 036	1.1 735	1.1 635	1.2 036	1.2	1.1 5	1.1 12
1.1 735	1.1 735	1.1 735	1.1 635	1.1 635	1.1 615	1.1 414	1.1 414
1.0	1.0	1.0	1.1	1.1	1.1	1.0	1.0

231	231	231	535	535	535	832	832
0.9	0.9	0.9	0.9	0.9	0.9	0	0
027	027	027	027	027	027		
0.7	0.7	0.7	0.6	0.6	0.6	0.6	0.6
222	222	222	832	832	832	23	23
0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2
708	708	708	8	8	8	8	8

表 4-1 经苏特转换后的 Wh 数据

TAB 4-1 The data of Wh which has been convert

经过上述函数读取后, X、Y、Wh 分别以 MxArray 的格式存储于 Matlab 的 Workspace 中, 运行时程序自动进行调用。

由于所得的三组数据并不同维, 所以如果直接利用 For 循环进行处理, 则不能够完成向量的配对问题, 无法建立 X、Y 对 WM 或 WH 的映射关系。如果用多重循环建立映射关系则会大大增加电算的复杂程度, 同时降低数据的处理效率。

在新版的 Matlab 当中, 提供了 ndgrid 函数, 在 MATLAB 中, 在进行 2-D、3-D 绘图时, 该函数功能与 meshgrid 类似。但由于后者仅限于 2-D、3-D 绘图, 不能进行更高维绘图操作。

语法格式为:

$[X1, X2, X3, \dots] = \text{ndgrid}(x1, x2, x3, \dots)$

这里, $x1$ 、 $x2$ 、 $x3$ ……分别限定了某一维的绘图区间, 结合起来就限定了绘图区域。例如, $1 \leq x \leq 3, 4 \leq y \leq 10, -1000 \leq z \leq 1000$ 就限定了三维空间中的一个区域。这样处理后 ndgrid 函数自动将之前输入的 X 向量和 Y 向量多重化, 非别构建两个 24×8 的矩阵组。之后再使对应的坐标相互结合, 组成为新的矩阵组。然后根据 (X,Y) 及 Z 的关系建立映射。在本文中最后将得到一组关于 (x,y,wh) 或 (x,y,wm) 的矩阵组。这样在 Matlab 中, 我们就将得到一组离散的点阵。

4.2.2 linspace 插值

由于在矩阵进行插值的时候, X 的数据是不规范的分布的。因此需要对其进行预估调整。在对其进行调整的时候, 应该考虑 WM、WH 曲线的插值密度及相对导叶开度 Y 的细化程度。才能确定 X 的插值数量。

Linspace 是 Matlab 中的均分计算指令, 用于产生 X_1, X_2 之间的 N 点行线性的矢量。其中 X_1 、 X_2 、N 分别代表着起始值、结束值、数据个数。若默认 N, 默认点数为 100。Linspace 函数的作用在于在此区间内插入若干个点, 且各个点的位置均匀。

例如本文中设定计算点数量为 40，需要将 X 的位数由 24 位增加到 100 位便可利用插值函数 `Linspace`。

令 `linspace(-0.2701,3.7303,40)` 则可得到细化后的 X 向量。

-0.2	0.26	0.79	1.32	1.85	2.38	2.91	3.45
701	1438	2977	4515	6054	7592	9131	0669
-0.1	0.36	0.89	1.43	1.96	2.49	3.02	3.55
6379	7746	9285	0823	2362	39	5438	6977
-0.0	0.47	1.00	1.53	2.06	2.60	3.13	3.66
5748	4054	5592	7131	8669	0208	1746	3285
0.04	0.58	1.11	1.64	2.17	2.70	3.23	3.76
8823	0362	19	3438	4977	6515	8054	9592
0.15	0.68	1.21	1.74	2.28	2.81	3.34	3.87
5131	6669	8208	9746	1285	2823	4362	59

表 4-2 `linspace` 插值后的 X 数据

TAB 4-2 The data of X which has been convert

4.2.3 三维图型的建立

构建三维图型，需要将数据点连接成线，之后以线绘制曲面。本文在之前一小节中将所得全特征曲线离散点数据，以 Excel 文档格式存储后，通过 Matlab 软件构建了 `Mxarray` 矩阵。在构建矩阵的同时，其实也是将数据网格化。实际得到的是离散的网格点。Matlab 程序在以网格点生成图像的过程中，可以通过 `Surf` 及 `Surfc` 函数处理。

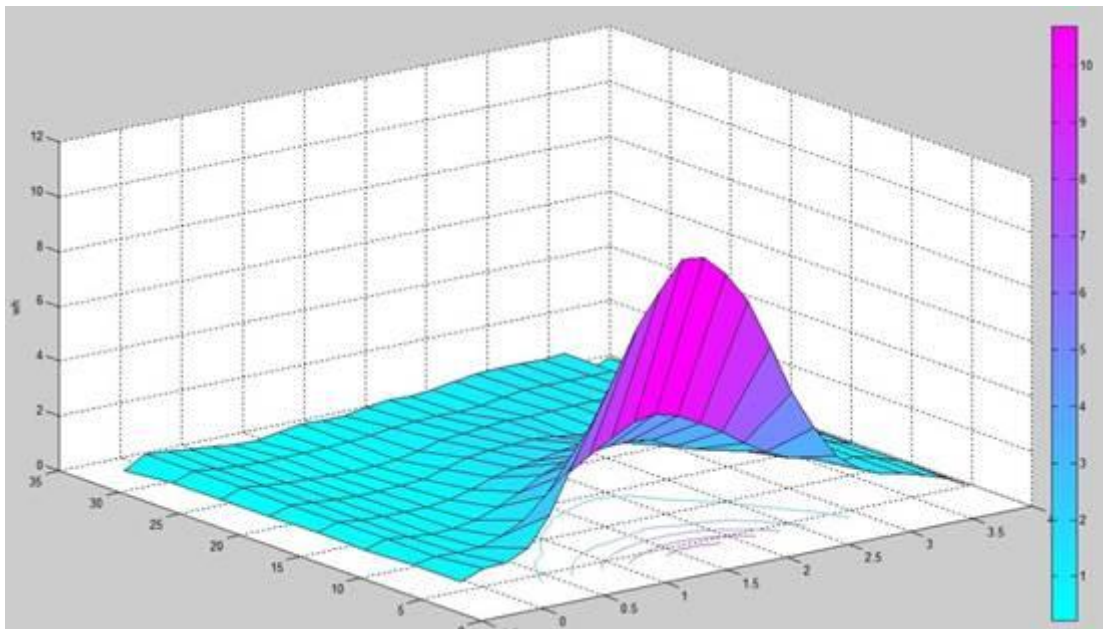
`surf` 和 `surfc` 是通过矩形区域来观测数学函数的函数。`surf` 和 `surfc` 能够产生由 X、Y、Z 指定的有色参数化曲面，即三维有色图。当 $x = 1:n$ 、 $y = 1:m$ ，并且 $[m,n]=\text{size}(Z)$ 时，`surf(Z)` 会产生一个矩阵 Z 的 z 部分的三维遮罩层，这里 Z 是一个定义在几何矩形网格内的单值函数。`surf(X,Y,Z)` 同样产生矩阵 Z 的有色遮罩层，XY 可以是有 xy 定义的向量或矩阵 `surf(X,Y,Z,C)` 是产生一个由 C 定义颜色的矩阵 Z 的有色遮罩层。

需要注意的是：第一，`surf` 只支持笛卡尔坐标系（直角坐标系）。第二，如果想做成二维图模拟三维图效果，方法是手动旋转将三维图旋转成二维图，再加入 `colorbar`。

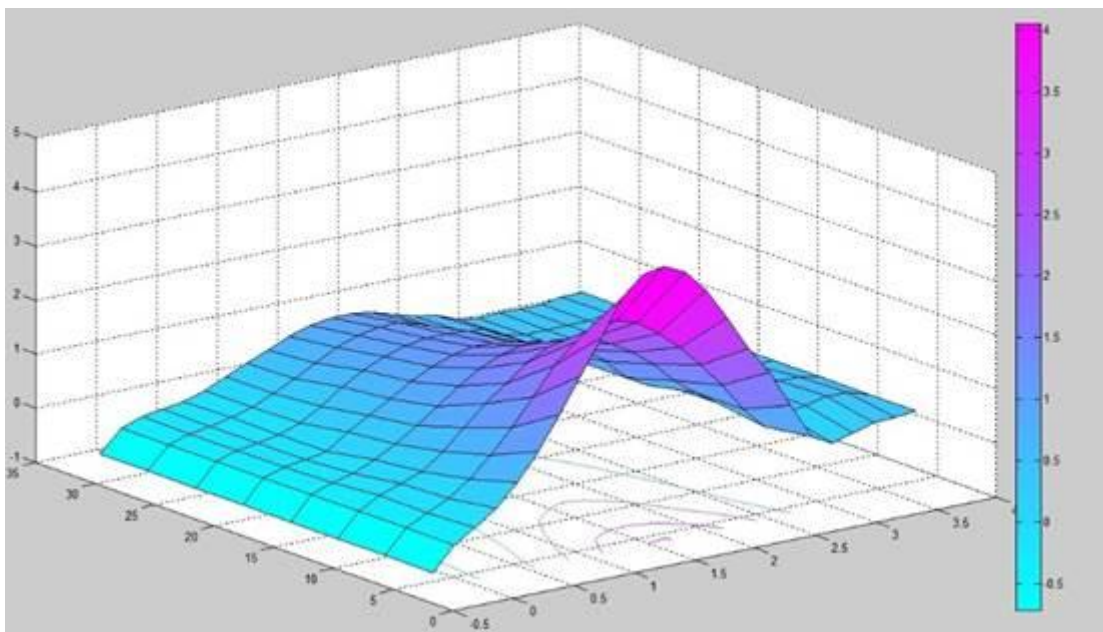
函数应用代码为：

```
figure(1);
surfc(xx,yy,zz);
colorbar;
colormapcool;
```

```
xlabel('x')  
ylabel('y')  
zlabel('wh');
```



(a) WH 的三维曲线



(b) WM 的三维曲线

图 4-1 由 Surfc 构建的 WH、WM 三维曲面

Fig4-1 By WH, WM Surfc construct three-dimensional curved surface

如图 4-1 所示, 三维构建的全特征曲线表达的数据更直观易读, 可以更好的取得具体网格点的数据值。但在曲线的”S”区域明显还不够光滑。这是由于网格点的数量级不够造成的, 因此为了进一步提高曲线的光滑度和精准性, 可以考虑用电算插值的方式来提高网格点, 这样既增加了曲线的可读性, 同时也完成以往人工进行的插值问题。因此下一步将进行插值问题的研究。

4.3 对于全特征曲线的插值的研究

为了在过渡过程的计算中可以获得任何导叶开度下的 WM, WH 的大小, 传统方法中需对上述的 WH、WM 曲线利用最小二乘法^{【42】【52】}进行曲面的拟合。

以 WH 作为实例, 设已知矩型内有 (n,m) 个格点 (x_i, y_i) ($i=1,2,\dots,n; j=1,2,\dots,m$) 上的函数 $WH(x_i, y_i)$, 求最小二乘拟合多项式:

$$WH(x, y) = \sum_{i=0}^p \sum_{j=0}^q a_{ij} x^i y^j \quad (4.1)$$

先确定 y 的大小, 然后对 x 构造 m 的最小二乘拟合多项式:

$$A_j(x) = \sum_{k=1}^p \lambda_{kj} \Phi_k(x) \quad (j=1,2,\dots,m) \quad (4.2)$$

$\Phi_k(x)$ ($k=1,2,\dots,p+1$) 为正交多项式^{【43】}。可由下述的递推公式^{【43】}设计

$$\Phi_1(y) = 1$$

$$\Phi_2(y) = x - a_1$$

$$\Phi_{k+1}(y) = (x - a_k) \Phi_k(y) - \beta_k \Phi_{k-1}(y), k=2,3,\dots,p-1 \quad (4.3)$$

令

$$d_k = \sum_{i=1}^n \Phi_k^2(x_i), k=1,2,\dots,p-1 \quad (4.4)$$

$$a_k = \sum_{i=1}^n x_i \Phi_k(x_i) / d_k \quad (k=1,2,\dots,p-1) \quad (4.5)$$

$$\beta_k = d_k / d_{k-1}, k=1,2,\dots,p-1 \quad (4.6)$$

之后根据最小二乘曲线拟合, 有 λ_{kj} ($k=1,2,\dots,p$) 使剩余平方和极小。

即需要使 $[\sum_{i=1}^n WH(x_i, y_i) - \sum_{k=1}^p \lambda_{kj} \Phi_k(x_j)]^2$ 的值为最小, 可令该点的倒数值大小为 0 即可。

则可以得出式 4-7:

$$\lambda_{kj} = \sum_{i=1}^n z_{ij} \Phi_k(x_i) / d_k, j=1,2,\dots,m; k=1,2,\dots,p \quad (4.7)$$

接着再对 y 进行构造, 其最小二乘的拟合的多项式可以为:

$$B_k(y) = \sum_{l=1}^p \mu_{kl} \Psi_l(y) \quad (l=1,2,\dots,m) \quad (4.8)$$

$\Psi_l(x)$ ($l=1,2,\dots,p+1$) 为正交的多项式。可由下述递推公式进行构造:

$$\Psi_1(y) = 1$$

$$\Psi_2(y) = x - a_1$$

$$\Psi_2(y) = (x - a_1') \Psi_l(y) - \beta_l' \psi_{l-1}(y), l = 2, 3 \cdots q-1 \quad (4.9)$$

令

$$\omega_l = \sum_{j=1}^m \Psi_l^2(x_j), l = 1, 2, \cdots q \quad (4.10)$$

则得：

$$a_l' = \sum_{j=1}^m y_j \Psi_l^2(y_j) / \omega_l, l = 1, 2 \cdots q-1 \quad (4.11)$$

$$\beta_l' = \omega_l / \omega_{l-1}, l = 1, 2 \cdots q-1 \quad (4.12)$$

根据最小二乘法进行曲线拟合，需要使 $\mu_{kl} (k=1, 2 \cdots p)$ 剩余平方和最小。

即 $[\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m WH(x_i, y_j) - \sum_{k=1}^p \sum_{l=1}^q \mu_{kl} \Phi_k(x) \Psi_l(y)]^2$ 为最小。则有

$$\mu_{kl} = \sum_{i=1}^n z_{kj} \psi_l(x_j) / \omega_l, l = 1, 2 \cdots q; k = 1, 2 \cdots p \quad (4.13)$$

最终获得的二元函数的最终拟合多项式：

$$WH(x, y) = \sum_{k=1}^p \sum_{l=1}^q \mu_{kl} \Phi_k(x) \Psi_l(y) \quad (4.14)$$

将式 (4.14) 转换为标准的多项式就得到式 (4.13)。

再根据最小二乘拟合的原理，实测值 $WH(x, y)$ 的拟合误差^[44]为

总的离差平方和：

$$R_1 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m [WH(x, y) - WH(x_i, y_j)]^2 \quad (4.15)$$

离差绝对值：

$$R_2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m |WH(x, y) - WH(x_i, y_j)| \quad (4.16)$$

最大离差绝对值

$$R_3 = \max_{1 \leq i \leq n} \max_{1 \leq j \leq m} |WH(x, y) - WH(x_i, y_j)| \quad (4.17)$$

通常的插值拟合方式就是依靠这种分区最小二乘法进行，但此方法的电算编程量大，同时在编程时无法解决向量不同维的问题。同时再使用编程软件的时候存在未知量大于1的情况，需要先假定相关量，因此影响拟合精度。

4.3.1 散乱点的插值方法

在对数据进行插值的时候, Matlab 具有多种函数方式包括: `interp1`、`interp2`、`interp3`、`interpft`、`griddata`、`spline`、`interp` 等等方法。各种的插值方法适用要求不同, 但也不乏相互之间有近似的选择。因此需要进行分析对比, 选择出较好的方式来进行插值。

对于原始的苏特转换, 可以考虑应用 `interp2`、`interpft` 等方式因为图型维度在较低的情况下可以考虑使用较为简单的插值方式。当图型维度增加时, `interp2`、`interpft` 等方式已经不再适用。

三维状态下的全特性曲面在进行插值的时候需要重点分析的是 `Interp3`、`griddata`、`spline` 等方式, 各插值方式均有其优点及不足。之后我们将对其进行分析及选用。

命令 `interp3` 是三维数据插值 (查表) 格式:

(1) $VI = \text{interp3}(X,Y,Z,V,XI,YI,ZI)$ 找出由参量 X,Y,Z 决定的三元函数 $V=V(X,Y,Z)$ 在点 (XI,YI,ZI) 的值。参量 XI,YI,ZI 是同型阵列或向量。若向量参量 XI,YI,ZI 是不同长度, 不同方向 (行或列) 的向量, 这时输出参量 VI 与 $Y1,Y2,Y3$ 为同型矩阵。其中 $Y1,Y2,Y3$ 为用命令 `meshgrid(XI,YI,ZI)` 生成的同型阵列。若插值点 (XI,YI,ZI) 中有位于点 (X,Y,Z) 之外的点, 则相应地返回特殊变量值 `NaN`。

(2) $VI = \text{interp3}(V,XI,YI,ZI)$ 当 $X=1:N$, $Y=1:M$, $Z=1:P$, 其中, $[M,N,P]=\text{size}(V)$, 再按上面的情形计算。

(3) $VI = \text{interp3}(V,n)$ 可以作为 n 次的递归计算, 在 V 的每两个元素之间插入它们的三维插值。这样, V 的阶数将不断增加。`interp3(V)` 等价于 `interp3(V,1)`。

命令 `griddata` 则是为数据格点法, 该方法有以下几种形式可以进行输入:

(1) $ZI = \text{griddata}(x,y,z,X1,Y1)$ 用二元函数 $z=f(x,y)$ 的曲面拟合有不规则的数据向量 x,y,z 。`griddata` 将返回曲面 z 在点 $(X1,Y1)$ 处的插值。曲面总是经过这些数据点 (x,y,z) 的。输入参量 $(X1,Y1)$ 通常是规则的格点。 $X1$ 可以是一行向量, 这时 $X1$ 指定一有常数列向量的矩阵。类似地, $Y1$ 可以是一维列向量, 它可以指定一有常数的行向量的矩阵。

(2) $[XI,YI,ZI] = \text{griddata}(x,y,z,xi,yi)$ 返回的矩阵 ZI 含义同上, 同时, 返回的矩阵 XI,YI 是由行向量 xi 与列向量 yi 用命令 `meshgrid` 生成的。

(3) $[XI,YI,ZI] = \text{griddata}(\dots, \text{method})$ 用指定的算法 `method` 计算。其中 ‘linear’: 基于三角形的线性插值; ‘三次三角形’: 基于三角形的三次插值; ‘nearest’: 最邻近插值法; ‘v4’: MATLAB 4 中的 `griddata` 算法。还有自然临近点法 ‘natural’。

命令 `spline` 是三次样条数据插值:

(1) $yy = \text{spline}(x, y, xx)$ 已经具有确定的测量数据 (x, y) ，为了寻找接近每一组数据点 (x, y) 之间的曲线的三项多项式 $y = p(x)$ 。在两点 (x_i, y_i) 、 (x_{i+1}, y_{i+1}) 之间有且只有一条直线，但是却可以有无数三项多项式曲线经过一个数据点。因此要得到独一无二的一条三项多项式曲线，则必须添加两条约束因为三次多项式中含四个系数：

a. $p(x)$ 在点 (x_i, y_i) 处的一阶导数是无间断的(确保三次多项式具有良好的解析性，添加的约束)；

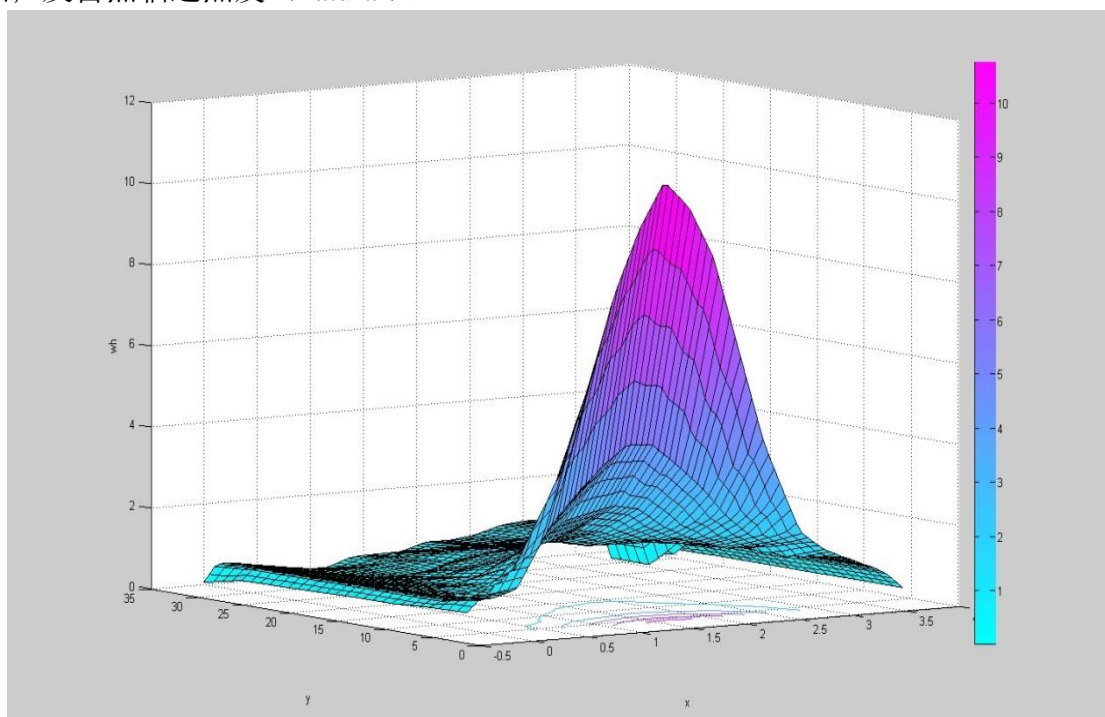
b. $p(x)$ 在点 (x_i, y_i) 处的曲率是无间断的；

(2) $pp = \text{spline}(x, y)$ 得出由向量 x 与 y 确定的分段样条多项式的系数矩阵 pp ，它可用于指令 $ppval$ 、 unmkpp 的计算。

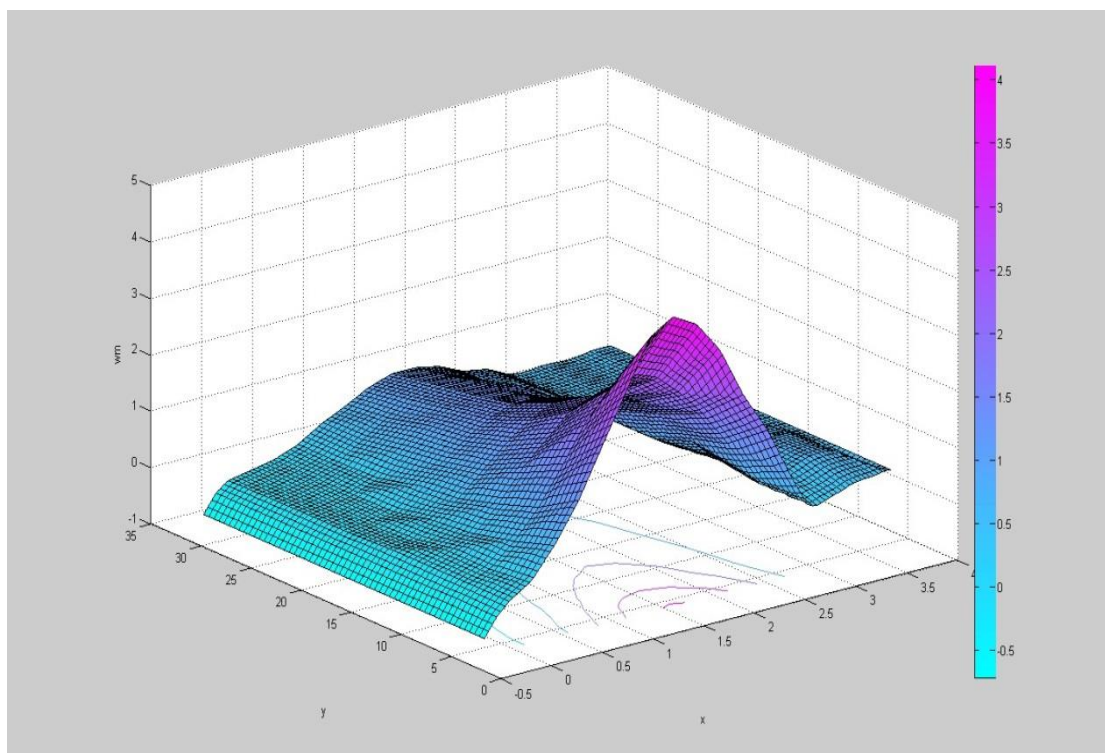
综上所述本文经过考虑后依据给定的可逆式水泵水轮机全特征曲线的特性选择了 griddata 的插值方式，根据已知点的 x, y, wh 或 x, y, wm 的数值对需要插值的 $x1, y1$ 点的数值拟合即可得知相对应于该点 $wh1$ 或 $wm1$ 的值。

4.3. 2Griddata 算法插值选择

Griddata 插值方式包含四种算法。其中 ‘linear’：基于三角形的线性插值；‘三次三角形’：基于三角形的三次插值；‘nearest’：最邻近插值法；‘v4’：MATLAB 4 中的 griddata 算法；及自然临近点发 (natural)。



(a) WH linear 的插值



(b) WM linear 的插值

图 4-2 基于 linear 插值的 wh、wm 曲面

Fig 4-2 Wh, Wm curved surface based on the method of linear interpolation

‘linear’算法结果抽水蓄能运算时间较长，但顶点处斜率会发生变化。‘linear’插值法即线性插值的方法。该方法是根据相邻的数据点的线性函数估计落在该区域内的插值数据点的函数值。它的算法是在每个小的区间 $[x_i, x_{i+1}]$ 上运用简介的线性插值法。在区域 $[x_i, x_{i+1}]$ 上的子插值多项式为：

$$F_i = \frac{x - x_{i+1}}{x_i - x_{i+1}} f(x_i) + \frac{x - x_i}{x_{i+1} - x_i} f(x_{i+1}) \quad (4.18)$$

在此整个区间 $[x_i, x_n]$ 上的插值函数为：

$$F(x) = \sum_{i=1}^n F_i l_i(x) \quad (4.19)$$

其中 $l_i(x)$ 的定义如下：

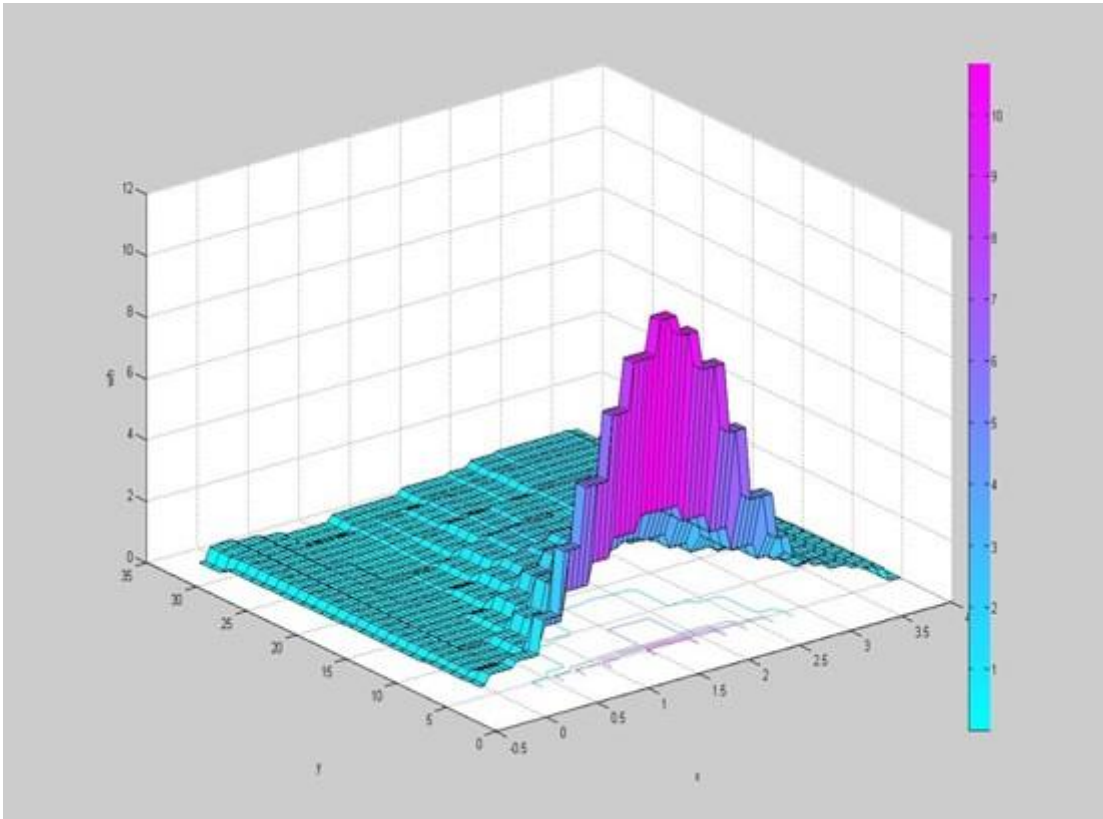
$$l_i(x) = \begin{cases} \frac{x - x_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} & x \in [x_{i-1}, x_i] \quad (i = 0) \\ \frac{x - x_{i+1}}{x_i - x_{i+1}} & x \in [x_i, x_{i+1}] \quad (i = 0) \\ 0 & x \notin [x_{i-1}, x_{i+1}] \end{cases} \quad (4.20)$$

由图 4-2 可见，linear 算法虽然能在大部分区域实现较好的插值，但是在全特征曲线的“s”区域并不能很好的插值，存在一定程度的失真现象。因此此种算法并不适合全特征

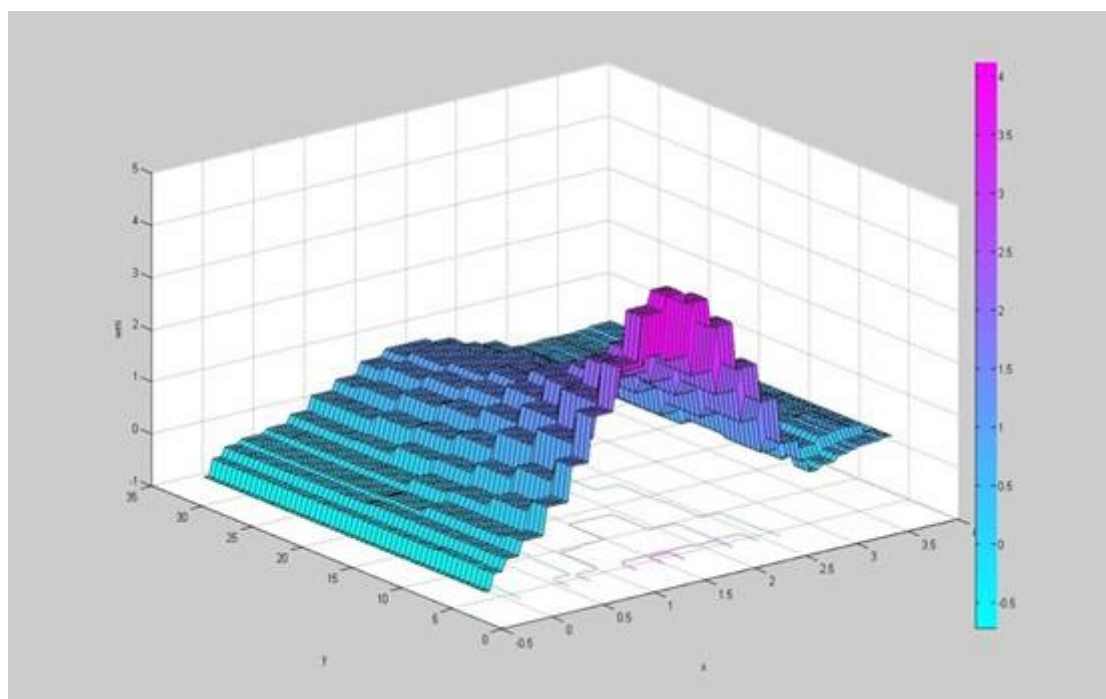
曲线的插值处理。

‘nearest’是最邻近插值法。插值点的函数值的估计为与该插值点最接近的数据点的函数值。

‘nearest’插值法的速度是最快的，是最快的插值方法，但平滑性也是最不乐观的插值方式。



(a) WH 的临近点插值法视图



(b) WM 的临近点插值法视图

图 4-3 基于 nearest 插值的 wh、wm 曲面

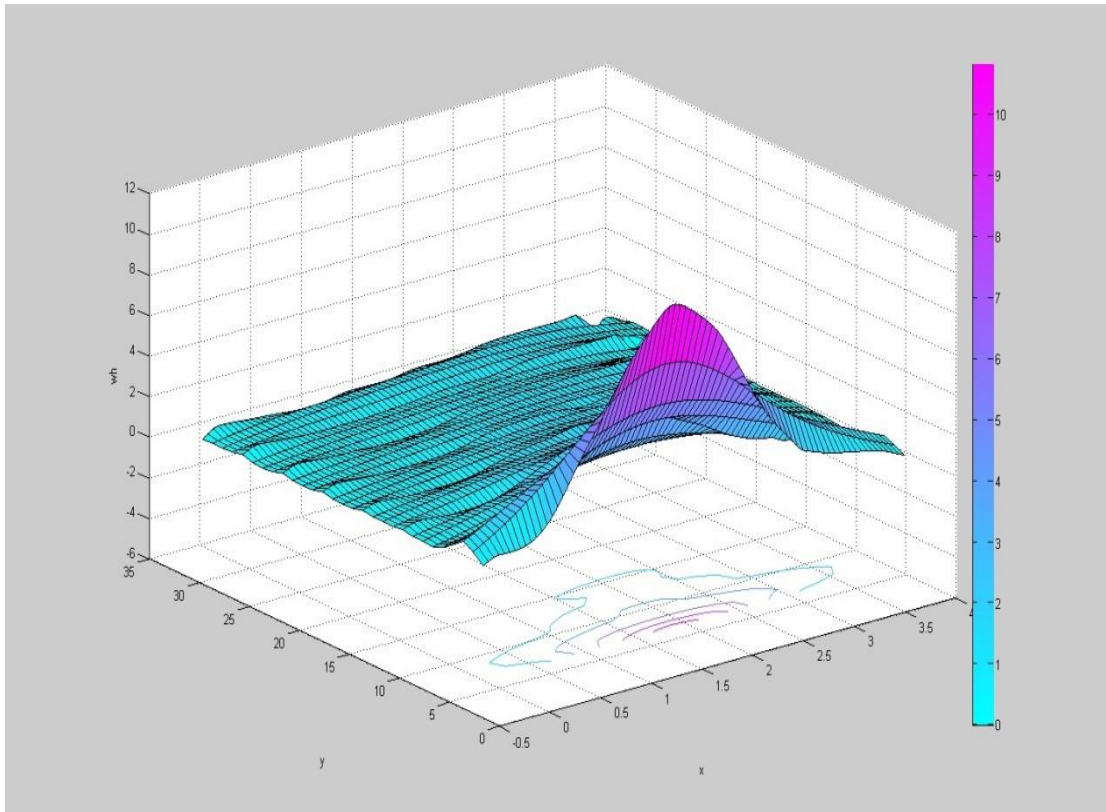
Fig 4-3 Wh, Wm curved surface based on the method of nearest interpolation

‘nearest’插值法如图 4-3 所示并不适用于水泵水轮机的全特征曲线插值处理，其在大面积上的不光滑和失真性已经暴露了其缺点。但不可否认的是‘nearest’插值法在运算过程中是最快的，占用内存最小，在低端的计算机中，可以在一定程度上预测全特征曲线的数值大小。

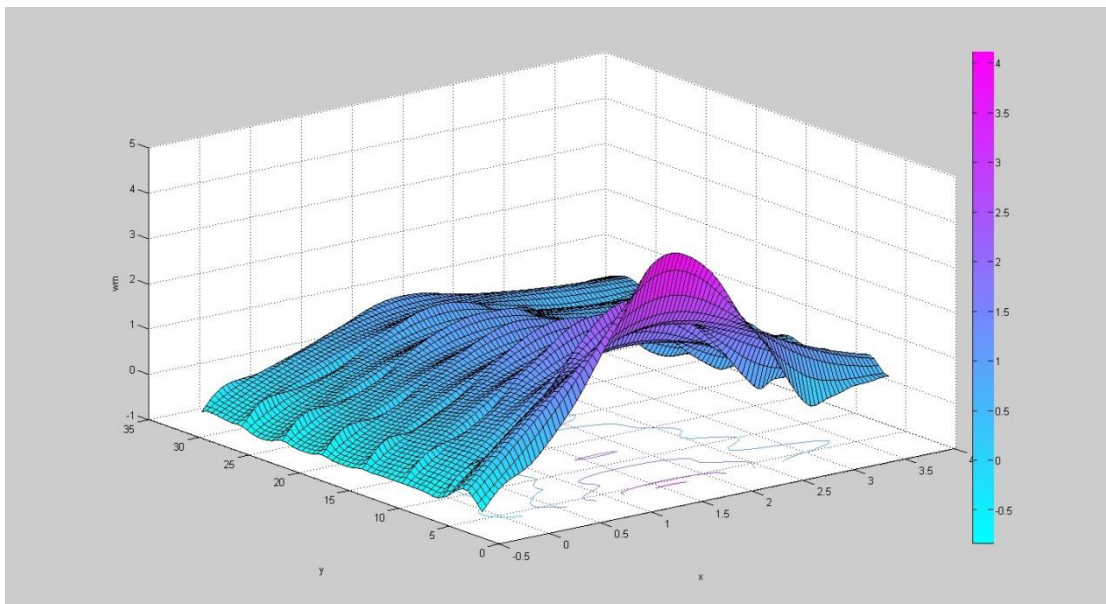
最邻近点插值法(NearestNeighbor)即为泰森多边形方法,泰森多边形(Thiesen,又叫 voronoi 多边形)解析法是荷兰人，气象学者 A.H.Thiessen 提出的一种分析手段。

起初用于从散乱分布气象站的降雨量数据中分析平均降雨量,现在泰森多边形进行快速的赋值这种手段主要运用于 GIS 和地理分析当中。

总的来说,最近邻点插值的核心假设要求是基于对任一网格点 $F(x, y)$ 的属性值都使用距它最近的位置点的数据值,任何一个待求节点的数值大小可以用它最邻近的网格节点的数值作为数据。



(a)WH 的 matlab V4 插值



(b)WM 的 matlab V4 插值

图 4-4 基于 V4 插值的 wh、wm 曲面

Fig 4-4 Wh, Wm curved surface based on the method of V4 interpolation

V4 插值法：V4 是 MATLAB 4 中的 `griddata` 的插值算法。如上图所示，V4 插值法在对 WM，WH 进行曲面拟合的时候均在原始数据点周围一个区域内存在较大的波动现象；其余部分曲线平滑。

'v4'是 MATLAB 软件中自带的格点样条法选项，此算法基于 β -样条函数改进，属于较为先进的插值方式。在数学的子学科数值分析里， β -样条是样条曲线一种特殊的表示形式。它是 β -样条基曲线的线性组合。 β -样条是贝兹曲线的一种普遍形式，可以进一步推广为非平均有理 B 样条(NURBS)，使得我们能给更多的无特殊性几何体制作精确的模型。但对于水泵水轮机的全特征曲线插值并不合适。 β -样条与全特征曲线的插值的结果应该是可以更好的实现的，在 Matlab 最新版本中的将提供 V5 算法极有可能有所改进。

在离散采样点的基础上进行空间插值可以完成对抽水蓄能表面建模，同样的，对未采样点处的属性值进行评估，是分析地理数据空间分布规律和变化趋势的有效手段。空间插值的根本在于是空间的自关联(spatial autocorrelation)，对于距离越近的物体越相似。

自然相邻插值(natural neighbor interpolation)被普遍运用于一些研究领域当中，这种插值方法也是基于空间内的自相关性提出的。这种方法的本质是先对所有插值点创建泰森多边形(Thiessen Polygon)，当对未知点插值的情况下，就会修改这些泰森多边形并对未知点生成一个新的泰森多边形。所有与待插值点的泰森多边形有重合的几何中的插值点都将参与该点的插值，它们对待插值点的影响比重和它们所处泰森多边形与待插值点新生成的泰森多边形重合的面积成比例，如图 4-5 所示。

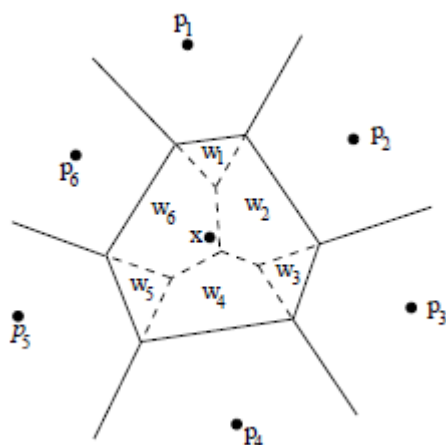


图 4-5 自然相邻插值示意图

Fig 4-5 The method of natural neighbor interpolation

比重公式：

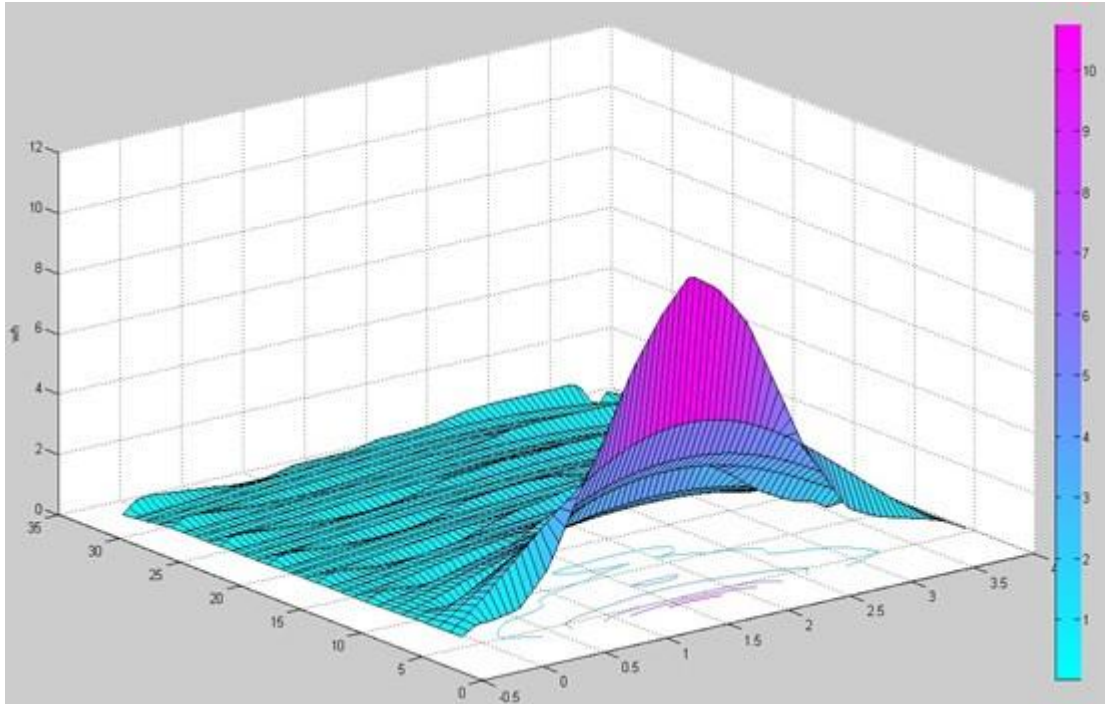
$$f(x) = \sum_{i=1}^n w_i(x) f_i \quad (4.21)$$

其中, $f(x)$ 为即将插值的点 x 处的插值结果, 而 $w_i(x)$ 为参与插值的离散信息 $i(i=1, \dots, n)$ 关于插值点 x 的比重, f_i 则是此点 i 处的值的大小。

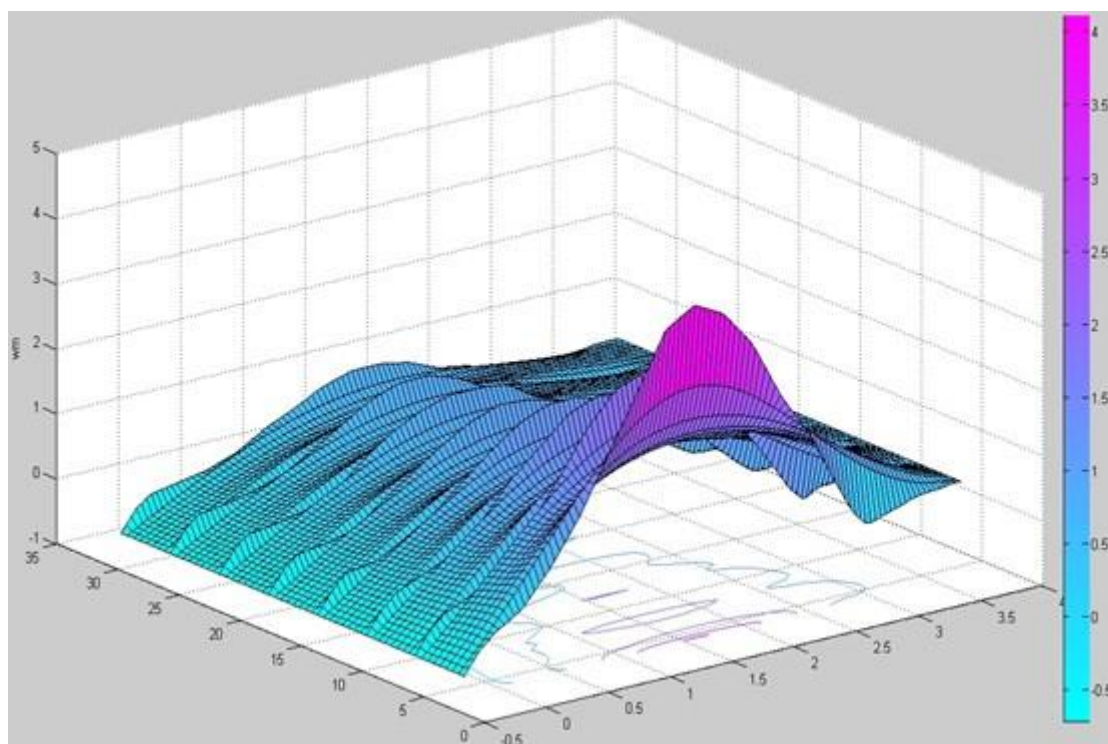
其中比重 $w_i(x)$ 由下式决定:

$$w_i(x) = \frac{a_i \cap a(x)}{a(x)}, \quad 0 \leq w_i(x) \leq 1 \quad (4.22)$$

其中, a_i 为参与插值的信息点所处多边型的面积, $a(x)$ 为待插值点 x 所处多边型的面积, $a_i \cap a(x)$ 为两者重叠的部分。



(a)WH 的自然临近点插值法



(b)WM 的自然临近点插值发

图 4-6 自然相邻插值

Fig 4-6 The method of natural neighbor interpolation

上图 4-6 即为自然相邻插值的具体内容，从处理结果我们不难看出自然临近点插值法同 Matlab V4 插值法有些类似的问题，精度相对 V4 插值法有所提高，但仍不适合于水泵水轮机的全特征曲线处理。图像曲面并不光滑，各点插值存在较大误差和浮动，因此不适合用于实际问题的解决。

由下图 4-7 的 (a) (b) 可以看出，采用三次三角形插值法后产生的图型，曲面光滑，点位密集，具有很高的准确性和曲线贴合性。在顶端部位平滑，无明显削峰现象，是相较于 ‘linear’ 算法更为有效。曲面的大面积上并无过度起伏现象，效果明显优于最近点插值、自然点插值和 4 格点插值等方法。此方法适合于 WM、WH 曲线的插值，可以用于作为全特征曲线插值研究处理的手段。

三次三角形插值法的灵魂来自于 Hermite 插值法。这种方法的原理是对于任何一个函数，可以事先得知一些点的数值和其求导。此时对插值函数的要求即需要提高的插值点和临近点的导数数值大小相同。从几何信息来看，这种插值法探索的是多项式曲线不仅要通过平面上的已知离散点，而且在插值的时候插值点的位置与被插值曲线在该点的位置斜率相同。因此 Hermite 插值多项式比起一般多项式插值有较高的光滑逼近要求，也因此其插值出的曲线光滑。这就是 Hermite 插值问题，也称含导数的插值。

其根本原理在于为了保证插值多项式 $P_n(x)$ 能更好地逼近 $f(x)$ ，对 $P_n(x)$ 增加一些约

束条件, 例如要求 $P_n(x)$ 在某些结点处与 $f(x)$ 相切, 即具有相同的导数值。

求一个次数不大于 $n+r+1$ 的代数多项式 $H(x)$, 满足条件:

$$\begin{aligned} H(x_i) &= f(x_i), \quad i=0, 1, 2, \dots, n; \\ H'(x_i) &= f'(x_i), \quad i=0, 1, 2, \dots, n; \quad (r \leq n) \end{aligned} \quad (4.23)$$

称以上的插值问题为 **Hermite** 插值问题。需要注意的是式(4.23)包含 $n+r+2$ 个条件, 所以能够确定次数不大于 $n+r+1$ 的代数多项式 $H(x)$ 。

$$H(x) = \sum_{k=0}^n h_k(x) f(x_k) + \sum_{k=0}^r \bar{h}_k(x) f'(x_k) \quad (4.24)$$

其中 $h_k(x)$ ($k = 0, 1, \dots, n$) 和 $\bar{h}_k(x)$ ($k = 0, 1, \dots, r$) 都是 $n+r+1$ 次待定多项式, 并且它们满足以下条件:

$$\begin{aligned} h_k(x_i) &= \begin{cases} 1 & i = k \\ 0 & i \neq k \end{cases} \quad i, k = 0, 1, \dots, n \\ h'_k(x_i) &= 0, \quad k = 0, 1, \dots, n; \quad i = 0, 1, \dots, r \end{aligned} \quad (4.25)$$

$$\begin{aligned} \bar{h}'_k(x_i) &= \begin{cases} 1 & i = k \\ 0 & i \neq k \end{cases} \quad i, k = 0, 1, \dots, r \\ \bar{h}_k(x_i) &= 0, \quad k = 0, 1, \dots, r; \quad i = 0, 1, \dots, n \end{aligned} \quad (4.26)$$

显然满足公式(4.25),(4.26)的多项式(4.24)的次数不大于 $n+r+1$ 次, 且满足插值条件(4.23)。

求解 $h_k(x)$ ($k = 0, 1, \dots, n$) 一般采用待定系数。当 $0 \leq k \leq r$ 时, $h_k(x)$ 具有如下形式:

$$\begin{aligned} h_k(x) &= (Ax + B)(x - x_0)^2 \cdots (x - x_{k-1})^2 (x - x_{k+1})^2 \\ &\cdots (x - x_r)^2 (x - x_{r+1}) \cdots (x - x_n) \\ &= (Ax + B) \prod_{\substack{i=0 \\ i \neq k}}^r (x - x_i)^2 \prod_{i=r+1}^n (x - x_i) \end{aligned} \quad (4.27)$$

其中, A, B 是待定系数。由公式(4.25)知 $h_k(x_k) = 1, h'_k(x_k) = 0$ 。

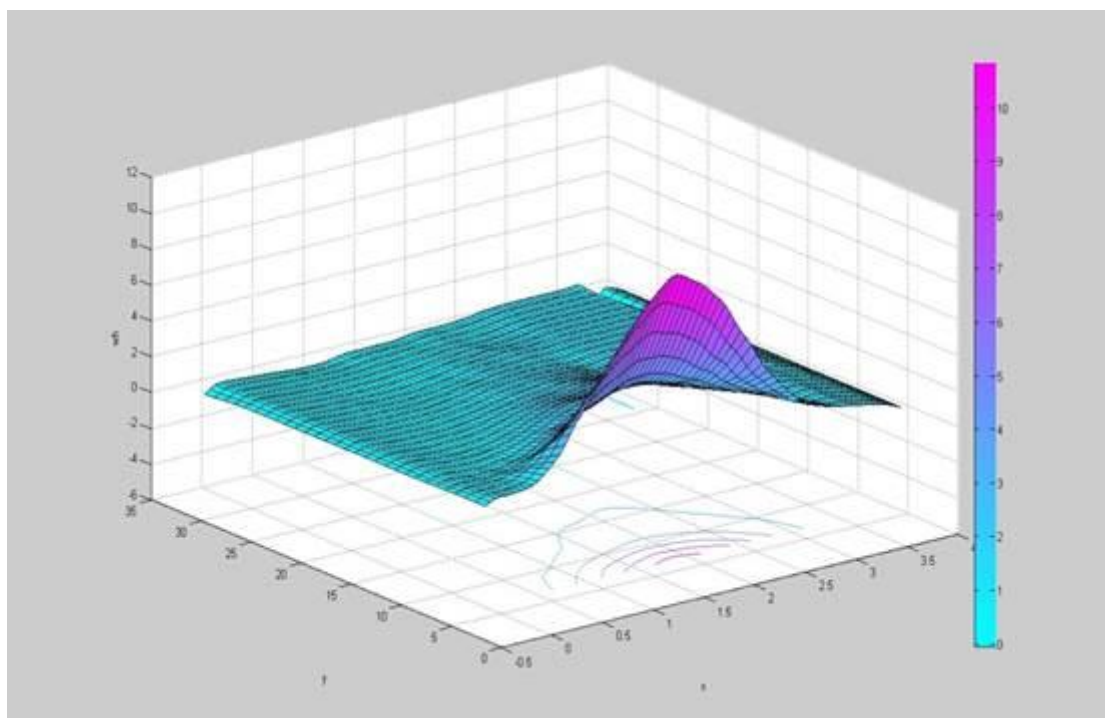
若 $r = n$, 则相应的 *Hermite* 插值多项式为:

$$H(x) = \sum_{k=0}^n h_k(x) f(x_k) + \sum_{k=0}^n \bar{h}_k(x) f'(x_k) \quad (4.28)$$

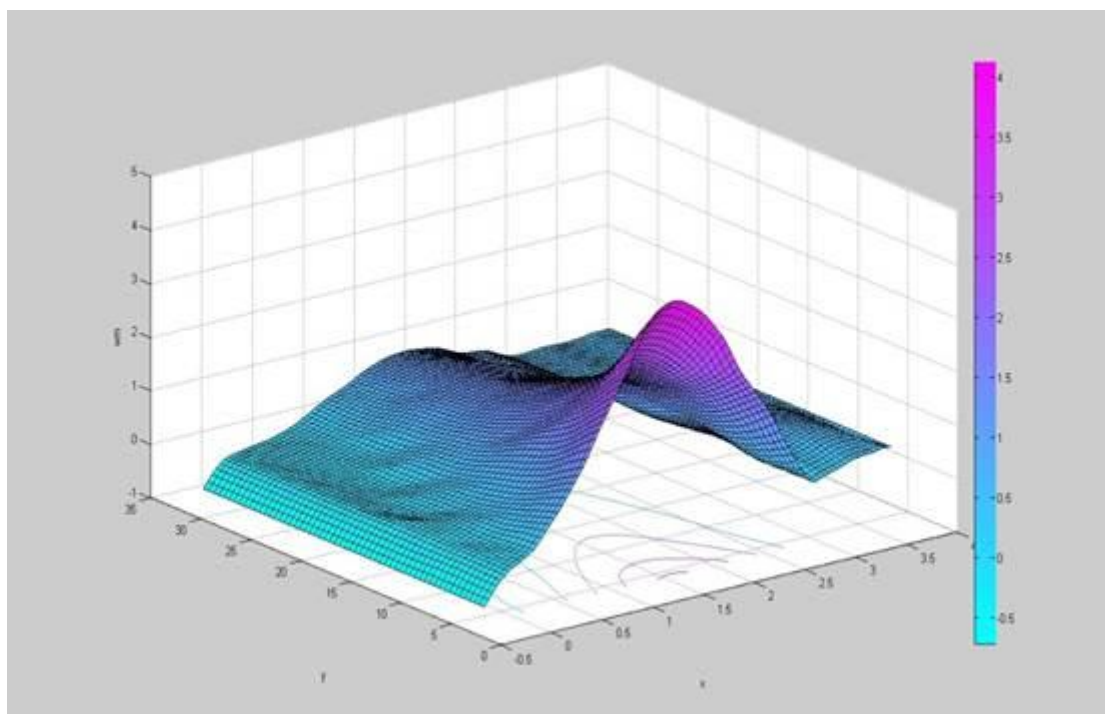
故此三次插值多项式即为:

$$H(x) = h_0(x) f(x_0) + h_1(x) f(x_1) + \bar{h}_0(x) f'(x_0) + \bar{h}_1(x) f'(x_1) \quad (4.29)$$

以下是插值效果。



(a) WH 三次三角形插值法视图

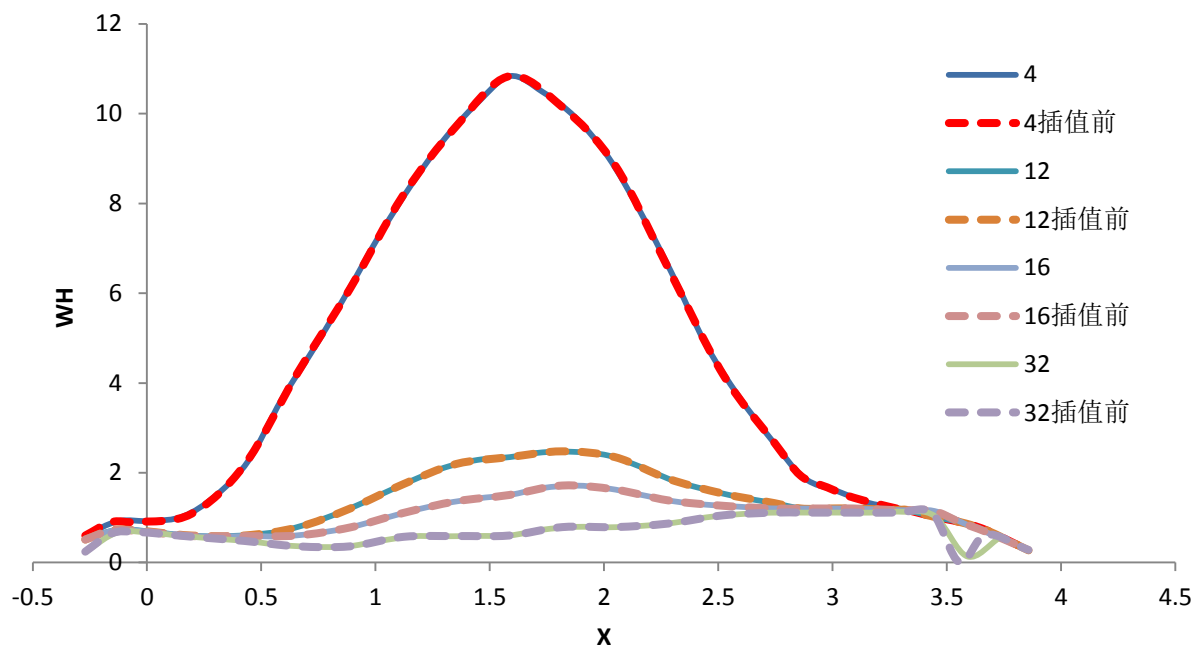


(b) WM 三次三角形插值法视图

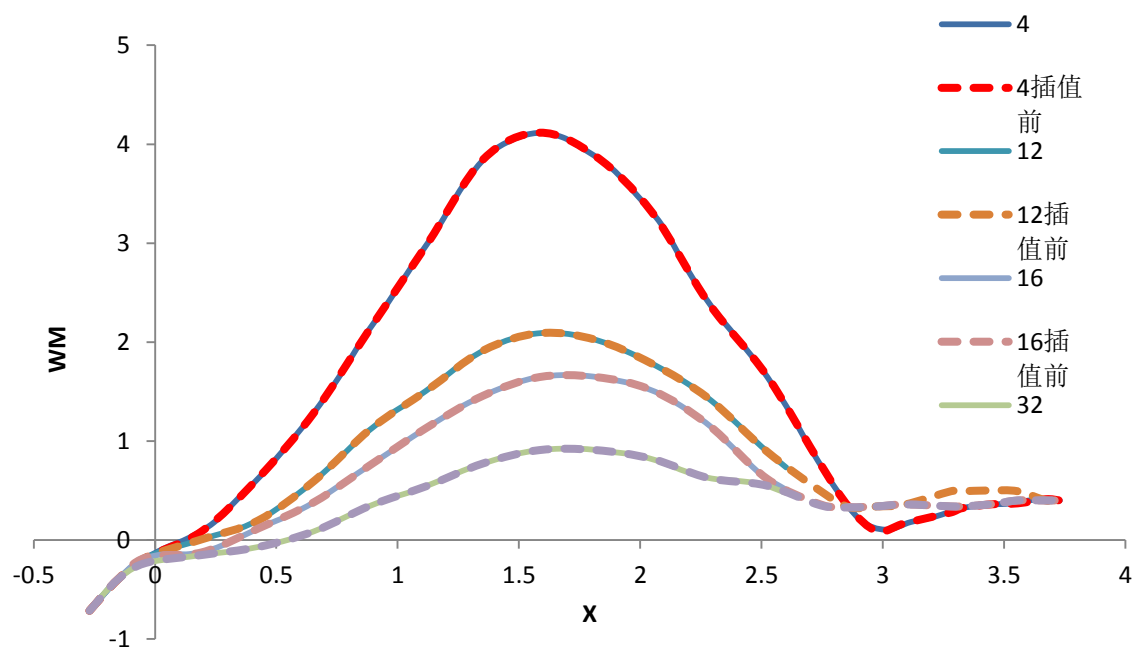
图 4-7 三次三角形插值后的 WM、WH 曲线图

Fig 4-7 The method of Cubicinterpolation

为了验证曲线的可行性，将插值后的曲线的数据导出，另存为 Excel 文本文件，与原始的 Excel 文件对比。可以明显的看出插值后曲线在原曲线相同开度处，曲线更为光滑，在未提供的开度下，拟合出趋势相似的曲线。充分证明三次三角形插值法可以作用于水泵水轮机的全特征曲线。且效果良好



(a)插值前后部分的 WH 曲线对比图

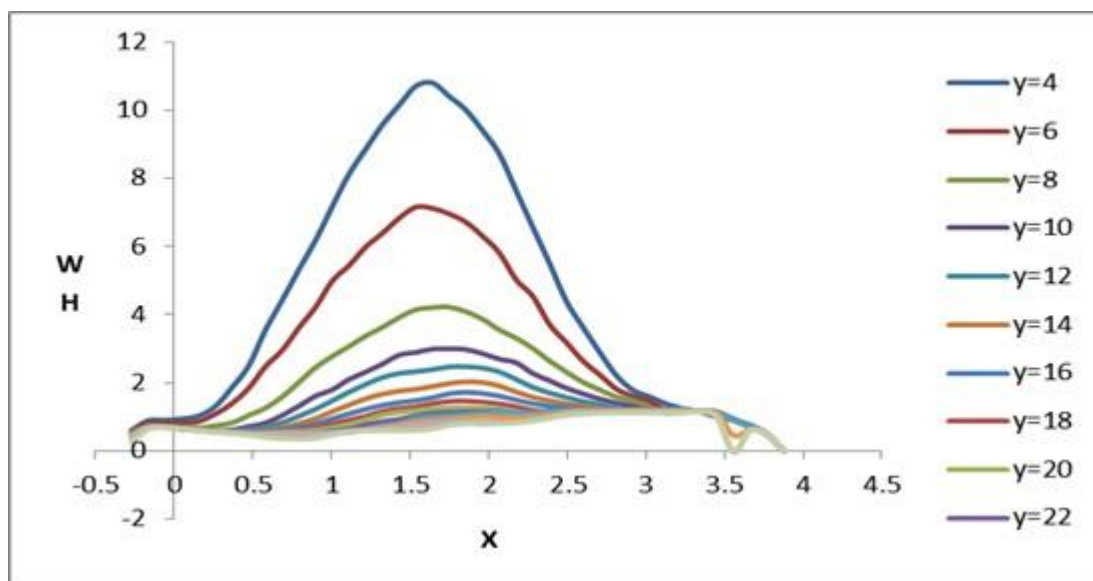


(b)插值前后部分的 WM 曲线对比图

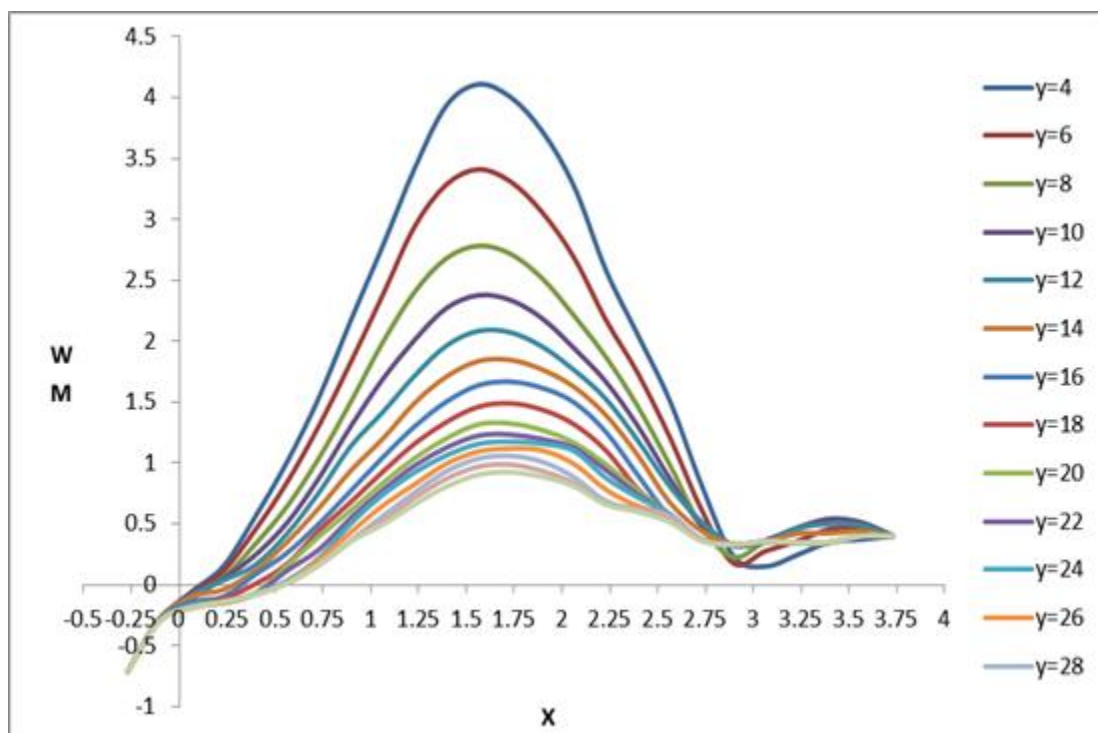
图 4-8 插值前后曲线对比图

Fig 4-8 The graph of contrast figure

如上图 4-8 所示, 经过 Matlab 插值后的曲线与插值前的曲线相对比, 曲线在大部分情况下都是几乎重合的情况, 仅在末尾附近有轻微的出入。由此可见通过 Matlab 进行插值的方式是可以进行的。



(a) 插值后的 WH 曲线图



(b) 插值后的 WM 曲线图

图 4-9 插值后的 WH、WM 曲线图

Fig 4-9 The graph of WM and WH which have been convert

同理,如图 4-9 所示插值后的 WM 及 WH 曲线填补了原有的全特性曲线的空白区域。从上图可见所填补的曲线平滑广顺与原始曲线相互类似,充分证明了插值效果的良好特性。

4.4 本章小结

本章利用 Matlab 软件水泵水轮机全特征曲线的 suter 曲线变换方法进行了改变,采用了三维视图方式改变了曲线外部特征,使水泵水轮机的全特征曲线彻底性的杜绝了交叉,避免全特征曲线的多值性问题,给可逆式水泵水轮机的过渡过程计算提供了极大的方便;对处理后的曲线进行了电算插值分析,大大消减了以往人工插值的工作量,同时减小了电算编程的难度,使之系统化。

5 总结与展望

5.1 总结

随着我国电力行业的不断发展，抽水蓄能性质的水电站在实际工程中的需求也越来越打，在电力系统中所占的数量也随之增加，抽水蓄能电站机组正朝着大容量，高水头的方向发展。抽水蓄能性的电站过渡过程的工况种类繁多，在非正常工况下的水轮机甩负荷过程对整个抽水蓄能电站的输水系统的稳定性以及抽水蓄能性电站的安全、稳定的运行有着很大的影响。而对全特征曲线的良好处理，是改善过渡过程的关键所在。也因此，本文在前人的基础上主要做了如下工作：

一、对国内外的抽水蓄能性电站的发展状况和抽水蓄能性电站的过渡过程研究现状进行了详尽的分析。

二、分析了水轮机过度过程的计算理论依据，阐释了质量方程和运动方程的推导过程，分析了水力机械进行全特征曲线分析的意义。

三、本文对现有的可逆式水泵水轮机全特征曲线的处理方法进行了深入的总结和分析；在此基础上，对现有的水泵水轮机全特征曲线的 Suter 转换以全新的方式进行显示。利用三维模式对曲线进行了处理，经过处理后的可逆式水泵水轮机全特征曲线不再有重叠现象。

四、对处理后的曲线进行了 Matlab 电算插值，分析对比了不同插值方法对全特征曲线的适用性，最终选定了三次三角形插值方式获得了更为平滑广顺的全特征曲线及更多的数据点。通过对比经过 Matlab 插值后的曲线与原曲线的误差大小，证明该插值方式可行。实现了 Matlab 对可逆式水轮机全特性曲线的插值。大大减少了人工插值的工作量。

五、将本文对全特征曲线处理的方法编写成 exe 程序，可以自动处理给定的全特征曲线数据并生成相应的三维全特征曲线，及插值后各个工况点的具体 WH, WM 数值。并以文本格式或 Excel 格式保存生成拟合后的全特征曲线数据。使全特性曲线的处理能够程序化实现。

5.2 展望

就常规性质的水电站来讲，水力机组的过渡过程的研究业已成熟。然而由于抽水及蓄能性电站独具有水轮机和水泵两种特性，致使其在工况转换的过程中，产生出各种复杂的问题，表现在其全特征曲线上，则会出现“s”区域内曲线的重叠性，多值性。由于时间有限，本人主要简单研究了全特征曲线的三维表达方式和电算插值的精度对比及选用，其它的抽水蓄能电站过渡过程问题有待进一步研究和讨论。

(1) 本文主要对可逆水泵水轮机的全特征曲线进行了数值计算后进行了数值模拟，

将数据图像从传统的二维界面转换成为三维界面。此方法还有进一步改进的空间，可以考虑从原始的全特征曲线入手，将 Suter 转换的算法也加入到程序编写当中，进一步减少人工工作量。

(2) 本文在曲面拟合的时候采用的是 Matlab 的电算插值手段，分析比较了传统的数学插值方法与全特性曲线拟合的匹配性，最终得到了良好的效果。在以后的工作中，随着数学插值方式的不断改进，可以考虑编写新的插值手段，进一步提高拟合插值的精度。以便更好的还原可逆式水泵水轮机全特性曲线。

(3) 本文在程序编写的过程中，由于时间有限，只是将程序的核心数据处理部分予以编写，之后可以考虑为程序搭建更好的前台程序，拓展程序支持的数据类型格式，增加更多的功能，例如添加自适应算法处理功能，由用户自行以数学公式输入算法，最终依靠其算法得到处理后的拟合数据。

致谢

两年半的研究生生活即将结束，在这两年多的时间里，我首先要感谢所有关心，帮助和支持我的老师、同学和亲人们。本文是在导师梁武科教授的细心指导和热情关怀下方才得以顺利完成的。在过去的三年的学习和生活中，梁老师给了我极大的指导，关心和帮助。梁老师在学习上督促我不断进步，在平常的生活中也对我颇为照顾，每当我在生活上遇到困难和挫折时，都能得到他帮助与支持。正是由于梁老师严格的要求和热心的关怀使我获得了克服一个又一个的困难的动力和勇气。在论文完成之际，谨向恩师致以衷心的感谢。在以后的生活中我将时刻不忘您对我的教诲

与此同时我还要感谢动力工程系的全体老师，是你们的谆谆教诲让我学到了更多的知识，以及在科学研究中如何面对挑战、面对困难的态度和方法。还要感谢在工作中和生活中给与我帮助的同学，吴子娟、孙伟鹏、王华有、巩颖攀等。

最后，由衷的祝福三年来和我一起共事的老师和同学在以后的日子里身体健康，万事如意，阖家幸福。

参考文献:

- 【1】吴荣樵, 陈鉴治. 水电站的水力过渡过程. 北京: 中国水利水电出版社, 1997
- 【2】雷恒. 水电站水力过渡过程数字仿真及分析[D]. 成都: 西华大学, 2006.
- 【3】杨建东, 赵琨, 李玲等. 浅谈俄罗斯萨扬-舒申斯克水电站 7 号和 9 号机组事故原因[J]. 水力发电学报, 2011, 30 (4): 226-234.
- 【4】蒋劲, 符向前. BT 神经网络预测水泵全特征曲线的研究. 武汉水利电力大学学报 2000, 2(33): 37-39.
- 【5】郑源, 张健主编. 水力机组过渡过程. 北京大学出版社, 2008.
- 【6】叶跃平, 吴荣樵. 水锤计算中水泵水轮机的全特性[J]. 武汉水利电力学院学报. 1987(2): 202-210.
- 【7】王湛. 抽水蓄能电站机组性能考核试验的研究与应用实践[D]. 沈阳: 东北大学, 2007.
- 【8】赵恺. 国外抽水蓄能电站建设情况[N]. 中国三峡报 2010.
- 【9】SUTER P. Representation of pump characteristics for calculation of water hammer Sulzer technical review[J]. Research Number, 1966, (11): 9-100.
- 【10】常近时. 水轮机数学模型[M]. 北京: 高等教育出版社, 2005, 09.
- 【11】王林锁. 抽水蓄能电站水力过渡过程调节控制研究[D]. 南京: 河海大学, 2005.
- 【12】杨琳, 陈乃祥. 水泵水轮机全特性与蓄能电站过渡过程的相关性分析. 清华大学学报, 2003, 10(43): 1424. 1427.
- 【13】邵卫云, 张雄. 水泵水轮机全特征曲线的拟合—移动最小二乘近似. 水力发电学报, 2004, 5: 102. 106.
- 【14】林明华. 世界抽水蓄能电站建设特点与发展趋势[J]. 水力发电学报, 1996, 3.
- 【15】朱艳萍. 基于特性曲线的水轮机内特性参数研究[D]. 北京: 中国农业大学, 2006.
- 【16】侯有才. 可逆式机组甩负荷水力过渡过程的优化. 南昌水专学报 2004(2): 75. 78.
- 【17】蔡铁力. 可逆式水泵水轮机全特征曲线处理及可视化研究[D]. 扬州大学, 2009.
- 【18】黄贤荣. 水电站过渡过程计算中的若干问题研究. 河海大学. 2006
- 【19】C. Jaeger. The Double Surgery Tank System. Water Power, September, 1957
- 【20】C. Jaeger. Fluid Transients in Hydroelectric Engineering Practice. BGL, 1977.
- 【21】Jonathan Brownie, David Bailey & Roland Girgensohn, Experimentation in Mathematics - Computational Paths to Discovery, A K Peters 2003, ISBN 1-56881-136-5, pages 28-30
- 【22】王树人. 水击理论与计算方法. 北京: 清华大学出版社, 1981. 【23】D J Korteweg. On the Velocity of Propagation of Sound in Elastic Pipes. Annalen der Physik und Chemie, New series, 1978, 5: 525-542.

- 【24】乔德里 M. H. 著. 实水力过渡过程. 四川水力发电工程学会, 1985. 9
- 【25】Wylie, E. B, Streeter, V. L, Fluid transients, McGrawhill International Book Company, 1978.
- 【26】Streeter V. L. ,and EB Wylie. Hydraulic Transients[M]. McCraw-Hill BookCo. New York, 1967.
- 【27】P. suter Representation of Pump Characteristics for Calculation of Water Hammer ulzer Technical Review[J]. Research Number, 1976
- 【28】同焕珍. 水泵水轮机全特性曲线处理方法及过渡过程的研究[D]. 西安理工大学, 2012
- 【29】Boldy, A. P., Waterhammer Analysis in Hydroelectric Pumped Storage Installation, 2nd Intern Canfo on Pressare Sauges, B1 1976.
- 【30】Ann L W, Samuel D E, David RK. Object-Oriented Software. Addison-Wesley, 1990.
- 【31】Boldy, A P, Represcntation of the Characteristics of Reverible Pump Turbines for Use Water hammer Simulations[C]. 4th Intern. Conf. On Pressam Sarges, Papor G1, 1983.
- 【32】丁浩, 水电站有压引水系统非恒定流[M], 北京: 水利电力出版社, 1984. 12
- 【33】Propson. T. P. , Valve stroking to Control Transient Flows in liquid Piping Systems[D]. ph. D, thesis (Civil Eng.), The Unit of Michigan, Ann Arbor, 1970.
- 【34】陈璧宏, 周发毅著, 水电站和泵站水力过渡流[M], 大连: 大连理工大学出版社, 2001. 10, 3-5
- 【35】王蔚然. 特征线法计算水电站甩负荷过渡过程的研究[J]. 东北电力技术, 1996, 11: 4-7.
- 【36】H. M. Paynter. A Palimpsest on the Electronic Analogue Art. A. Philbrick Researches, Inc, Boston. Mass, 1955.
- 【37】容伟洪. 高水头可逆式水泵水轮机过渡过程的研究[D]. 北京: 清华大学, 1986.
- 【38】刘竹溪, 刘光临著. 泵站水锤及其防护. 北京: 水利电力出版社, 1988.
- 【39】齐学义, 吴江, 蔡艾江. C 语言和 MATLAB 的联合编程在水轮机特性曲线绘制与转换中的应用. 兰州理工大学学报, 2005. 12. 第 31 卷第 6 期.
- 【40】王林锁. 抽水蓄能电站过渡过程特性及调节控制研究. 河海大学博士论文. 2005. 12. 49-56.
- 【41】张秀丽. 抽水蓄能电站过渡过程计算. 华北水电技术, 1993, 3.
- 【42】王利卿. 水电站长引水管道过渡过程研究[D]. 郑州大学, 2006. 05.
- 【43】王林锁, 索丽生, 刘德有. 可逆式水泵水轮机全特征曲线处理新方法[J]. 水力发电学报, 2000, (3): 68-74.
- 【44】容伟洪. 高水头可逆式水泵水轮机过渡过程的研究[D]. 北京: 清华大学, 1986.
- 【45】吴持恭, 水力学(上册)[M], 北京: 高等教育出版社, 1987. 1, 76-78
- 【46】常近时. 水力机械装置过渡过程. 北京: 高等教育出版社, 2005.

- 【47】刘启钊,刘德有.抽水蓄能电站过渡过程计算中的几个问题[A].抽水蓄能工程国际学术讨论会论文集[C].北京:水利电力出版社,1990:30-50.
- 【48】陈乃祥,梅祖彦.装有可逆式水泵水轮机的高水头抽水蓄能电站过渡过程计算与研究[J]大电机学报, 1998(6).
- 【49】赵士和.抽水蓄能电站动能设计中几个问题的探讨[J].水力发电学报,1999(4), 29. 32.
- 【50】刘洁颖.不同比转速可逆式机组特性曲线变化规律及其对过渡过程影响的研究.武汉大学硕士学位论文. 2005. NO. 20-30.
- 【51】李大庆.基于 MATLAB 的水电站过渡过程分析研究[D].北京工业大学, 2005.
- 【52】王煜.水轮机特性曲线三维数值处理[J].大电机技术,2008,6:46-49.
- 【53】姜琦昇.水泵水轮机全特性曲线处理及过渡过程计算[D].西安理工大学, 2014.
- 【54】张东升.抽水蓄能电站过渡过程计算与导叶关闭规律研究[D].华中科技大学, 2013.

