那么如何学好数学？看我细细道来：

**第一：要具备不卑不亢的心态。**数学并非难，只是它的表述体系和思维要求，对于多数中国学生比较陌生。要把它当作全新的东西来认识，就跟学习一门新语言一样。以前自己学的东西，包括高中知识和AP数学等，记住概念即可，思维推导不要沿用。然后严格按照老师讲的思维方式，不厌其烦的推导和证明，慢慢一回生二回熟。几年前华人数学天才陶哲轩给UCLA本科生讲Honor Analysis（荣誉数学分析）的时候，上来进度非常慢，前一个月都在证明皮亚诺公理、集合论和基本的映射理论，但后来可以越学越快，而且学生越学越Hi。拳不离手，曲不离口，学语言要勤动口和动笔，学数学也要没事常动脑。就算文科生一样可以学好数学：20世纪俄罗斯数学学派掌门人、莫斯科国立大学数学系主任柯莫高（Kolmogorov,又译柯尔莫格洛夫）大一是读历史的。美国人魏爱华(Edward Witten)更奇葩，本科四年读的都是历史和语言学，博士申请UWM的经济学博士，读了半年退学，自修数学和物理,23岁考进Princeton，硕转博再同时搞数学和物理。16年后，他站在菲尔兹奖的领奖台上。我说过了基础数学其实是哲学，而哲学算文科还是理科都有道理。所以，就算国内数学学得再烂，只是按照国内标准比较烂，在美国完全有可能前途无量，要有信心。另一方面，国内就算奥赛摘金夺银，到美国也要扎扎实实的学。因为奥赛国际金牌在欧美的精英面前多数是渣：俄罗斯盖芳德(Gelfand)15岁读完代数几何教父高探蝶（Grothendieck）的名著EGA（代数几何原理），这套书让北大博士去读都够呛。我们石溪的米糯教授本科大一在《数学年鉴》上发论文，这是数学界最高学术期刊，每年中国大陆所有教授加起来在上面都很难有一篇文章发表。这里特别要说一下美国数学教学的二段教学法：不同于俄罗斯和中国上来就是带证明的数学分析和高等代数，美国的教学更为亲民：上来先是微积分和不带证明的线性代数，内容比较简单，作业和考试很多中国学生可以依靠高中基础秒杀之。但不少人练习不够，很多知识没搞透，方法技巧也不够熟练。然后到了第二段，数分和高代一开，很多人欲哭无泪。这就要求第一阶段，哪怕觉得这些题再傻，一本书一道不落地做完是很有必要的。 然后第二段就要细读书，多问老师。在美国基础数学能学好的中国人，要么是自己天才，要么就把教授办公室的椅子坐穿。

**第二，保证数学的学习时间。**要是天才并且喜欢数学，那你自然会给数学大量时间。如果是为了将来胜任其他领域而学数学，要记住大一大二对于打好数学基础是最宝贵的。所以，建议每天先完成其他学科的作业，然后把大块时间分配给数学的看书做题细琢磨。我目前主要是修各种数学课和一门应用数学的概率论，每天时间大体是这样分割的：睡觉6小时，吃饭包括饭后的休息2小时，健身和洗澡2小时，交通1小时，个人爱好1小时（抄抄四书五经，读读文艺的歌词，主要是墨明棋妙的还有林夕的），机动时间1小时，剩下11小时是听课和课下学习。周末多用两小时坐校车去买个菜，路上一直思考，也相当于最终学习10小时。谁说数学天才每天悠哉游哉？那么最年轻的菲尔兹奖得主，27岁得奖的赛赫（Jean-Pierre Serre）够天才了吧？他自述道：习惯带着数学题入梦，醒来往往有思路。故我用最爱的《红楼梦》第一回作为他的雅号：“梦幻通灵”赛赫(与“造化阴阳”高探蝶，“迷津慈航”艾抵涯（Sir Michael Atiyah，英国皇家学会会长，敕封爵士）并列20世纪世界第一的数学家)。数学多好算好？别说拿A，满分都是不够的。一本书读完，知识和方法不超纲的题目要难不住你（by“现代微分几何之父”陈省身）。一本书读完，同一领域下一阶段的书要能自通30%（by菲尔兹奖得主Curtis McMullen的导师Dennis Sullivan，石溪数学四大导师之苏立文）。校内传的什么每天学习八小时那是给别的学科的。每天八小时想学好数学？做梦！

**第三，学会科学的思维方法：**下面分条目详解。数学天才请华丽丽的无视。

（1）数学思维的三个方面：任何数学的定义、定理说透了也就三部分：第一是它本身的文字和（或）符号、 公式内容；第二是它在数学知识体系中的位置，与其他数学内容的逻辑关系，包括由什么可以推出来该定义或定理，它又可以（与其它定理一起）推出些什么；第三是它所涉及的范畴有什么具体实例（比如循环群就有旋转图形、整数加群和同余模加群等例子），这些例子又有何作用，能否在数学中或数学外（典型的如几何和物理）取得应用。这就分别是数学对象的本体论、方法论和目的论。柯莫高说：“的确学生对数学的适应性存在差异，这种适应性表现在：1，算法能力，也就是对复杂式子作高明的变形，以解决标准方法解决不了的问题的能力。2，几何直观的能力，对于抽象的东西能把它在头脑里像图画一样表达出来，并进行思考的能力。3，一步一步进行逻辑推理的能力。”（<http://blog.renren.com/share/234165395/12015887501>）这些对应的就是掌握数学概念的三方面需要什么能力。提高算法能力最好多做题，几何直观除了做题还要平时多留意，多联系生活实际；逻辑推理这个往往是中国学生的弱项，毕竟我们母语的方块字二维画面性远远超过西方拼音文字，而一维线形（逻辑链的内在属性）却不足。汉字个个如画，横竖左右写均可，而西方拼音文字就得一条路从左往右，上下写都够呛。故逻辑推理要特别练习。练习逻辑推理的方法关键在定理的证明，下面会详述。

（2）如何课前预习：一开始微积分可以多做一点，而数分和高代等带证明的预习下一节课内容即可。先回顾上堂课所学知识，再看新章节内容：先略读本章节，看清有几个定义（Definition），几个定理（Theorem）和引理（Lemma），有哪些例子（Example）和注释（Remark）。如果把数学比作一门语言，定义就是名词，定理和引理是句子，而例子和注释相当于古文经典中的注和疏。定义一定要自己品味，比较长的拆开句子成分慢慢看，不行就抄。日本第一个菲尔兹奖小平邦彦大学时抄过整本Van de Warden的代数，咱们抄书不丢人。 定义要么是全新的，这个不急着理解，往后看看；要么是基于以前内容的，这个不妨回顾一下相关内容再继续看。遇到定理就要注意，课本的证明不要先看，自己理解定理内容后，把定理当作习题徒手证一遍，写下来，再与课本原文比较，查找二者的不同：自己的证明是不是漏某条件或者把某需要说明的当做显然了（初学者常犯错误），是不是有多余的语句，是不是有地方用错了。凡是不同处，都要重点思考，这样进步就快了。如果实在想不起来，就看看书本怎么证的。对于自己的不足，要整理到上述公式、逻辑或几何三个大类中，并提醒自己注意（如国内分析教材从罗尔定理证明拉格朗日中值定理，很多人不会把一般的函数构造成符合罗尔定理条件的函数，这个就牵涉到公式变形能力和逻辑能力）。引理也是这么证。别小看引理，朗兰兹猜想中的基本引理之一，吴宝珠证出来就是一个菲尔兹奖。至于例子，也是不要先看，自己看了定理，自己想至少两个例子，一个是典型的，一个是退化的极限情况（by Halmos，《我要做数学家》和《希尔伯特空间习题集》的作者，芝加哥大学鼎盛时期和陈省身等共事的数学家）。例如高中解析几何的双曲线，分母的a^2, b^2当然大于零，可以找出来一个例子。如果其中一项等于零，就退化成两条直线，这就是退化的极限情况。不要小看退化，这正是跟以前知识的联系。自己想了例子，其实潜意识中，注释的内容已经过了一遍。然后不必太早做习题，再回顾一下整个思维过程有没有需要看课本提示的地方，有没有自己能看懂但是跟以往惯性思维相悖的地方，有没有突然顿悟的地方。这都要记下来，上课等老师讲到这里时要格外留心。

（3）听课：美国的数学教授基本还是写黑板，而且不会太快。上课公式一写几黑板的那是应用数学教授，噼噼啪啪打幻灯的在石溪一定不是数学或物理教授。 所以，有时间记笔记。但不必全记住，把预习的成果调动起来，老师讲的时候跟自己脑中的备份随时印证并修正。就一个建议，教授不停嘴，学生不动笔。真正听好了，上课一字不写又何妨？课下完全可以轻松补全并注上自己的心得见解。

（4）课下：先整理笔记，一定有自己的见解，全抄老师的对于学应数是有用的，对于学数学则是浪费时间。数学界的师生关系往往很融洽，但思维上绝对是批判继承和启发继承，学我者昌，似我者亡。然后是定义再品味一下，定理和引理自己再证一遍，比较老师的证明、课本的证明和自己当初的证明，这次不仅要能说出哪个好，还要能说出为什么好。然后是做题了。除了开始的微积分要刷书，带证明的课，课本做好作业题就够了，因为老师选的可能不是经典教材（经典的往往比较难，很多美国学生受不了）。但每个题要做精，做完一题回顾自己的思路历程，并对其中的公式变形、逻辑推理和几何直观进行归类。实在做不出来，画个记号，改天再看，两天都做不出来才可以看解答。对于解答中自己想不到的，要特别标注，常常回顾。然后就是选一本这一门课比较经典的书，按照上文预习和做题的路子走一遍。经典教材的知识点和思路要自己总结，每过一两章节，找一张大的纸画下来本章定理的逻辑体系图。经典教材的题目最好都做，做不出来，Office Hour坐穿椅子去。

（5）心理状态：很多人开始觉得数学难，然后生怕基础打得不牢，一个定理看半天，看似很认真很投入，其实就算理解了思维也很僵化，而且容易跟不上进度。这就像打羽毛球和练书法，你心里紧张，手抓得太紧，反而发不出力来，写的字也不好看。掌心要虚着，身体要保持随时可以发力的弹簧状，击球时蹬地转体推肩压臂一套动作一气呵成，手掌瞬间抓紧最后一次加速，这才能打出林丹那样硬砸开李宗伟铁板防御的扣杀。书法所谓挥洒，也是如此。要保持轻微的紧张和激动，有点小期待，随时能调动已有知识，并可以多角度观察新知识，思维能发散也能迅速收回并集中攻关。这种感觉一旦找到，妙不可言。不过重难点也要适当文火慢炖：如果教材中有令自己感到太难的思考，头一天理解了要标记，第二天要试着不看书回忆。曾任Princeton和University of Wisconsin Madison教授，现坐镇石溪的微分几何大家陈秀雄先生在《初遇尤金·卡拉比》中写道，当年导师卡拉比告诉过他：如果你不能在脑海中重复整个论证过程，那么它就没有成为你的一部分。

下面是几个本科课程的经典教材：

基础微积分：Stewart，Thomas，吉米多维奇选一个就可以。吉米可以晚一些，学数学分析时做。

基础线性代数：Gilbert Strang的Introduction to Linear Algebra, MIT OCW上有教学视频，作者亲自讲，非常非常适合入门 。

高等代数（带证明的线代）：Friedberg的Linear Algebra。不要用那个Linear Algebra Done Right，太粗糙。

抽象代数：小丫挺（Michael Artin）的Algebra，国内张禾瑞的《近世代数基础》很好，毕竟是小丫挺的父亲丫挺先生（Emil Artin）的博士生，土豆网上有授课视频。学有余力的看Dummit & Foote的Algebra，再牛的挑战郎射日（Serge Lang）的Algebra。

数学分析：基础一般的，陶哲轩的Analysis I,II很好。基础很好的用苏联卓里奇（Vladimir Zorich）的Mathematical Analysis I,II，这是清华基础科学班大一数分教材。课外想自虐的用Rudin的Principles of Mathematical Analysis，即Baby Rudin。

复分析：经典的多数用Rudin的Real and Complex Analysis，不过有点小难。

实分析：这个不必看本科生专门的实分析，研究生的可以直接上，毕竟本科分析扎实的话，测度论可以直接看。上一条中Rudin的就好，另外有个Real Analysis: Modern Techniques and Their Applications by Folland写的不错。至于释天的三卷分析，相当难，慎用。

微分方程：常微分方程很多人推荐Arnold的，不过偏难。偏微分一定要问老师，毕竟涉及的范畴太广了。

拓扑学：Munkres的不解释。如果多元微积分很好，可以用Milnor的那本小册子（Topology from the Differentiable Viewpoint）看看微分拓扑。

**永远不要用新中国成立后国内写的数学教材，特别是同济大学的高等数学，有知识性错误。**

**第四，打造良好的身体素质**：数学是劳心的工作，如果身体素质不够，气血不足，将直接影响思维质量。数学牛人几乎没有不爱运动的：柯莫高70岁仍冬泳，注意，是莫斯科的冬天！陶哲轩骑山地车，高探蝶养牛（囧），陈秀雄卖萌（我坚持认为他是自然萌）。说说离我们比较近的，目前清华数学系第一名刘琳媛，我高中师妹，天天长跑，全程马拉松4小时内拿下。要想学好数学，摸爬滚打至少要喜欢一项。这里给男生推荐联系腹肌：首先这个可以天天练，作为读书的调剂（上肢和下肢如果负重，要隔天练才不会受伤）；其次腹肌训练能提高躯干供血，这样在各种环境（沙发，椅子，树上，火车或飞机上）看书都不易出现头晕或胸闷；最后当然是能吸引妹子。每天推荐训练量：腹肌撕裂者(Abs Ripper)或八分钟腹肌（8 Min Abs）教程一套（网上有），配合腿部负重（沙袋就好）；负重仰卧起坐50次每组x5组（开始可以20次每组x10组），负重悬垂举腿10-30每组x5组，负重俯卧挺身10-20次每组x5组。这对综合防身也有用：常言到手是两扇门，全靠腿打人。同样是低位置的快速踢腿，小腿发力叫下段踢，腰胯发力叫碎骨，只有用上腹部和背部的力量，才是令人闻风丧胆的“武神强踢”。

最后祝大家都能以高效率学好数学，享受学习数学的过程。各路高人欢迎拍砖。