

# 2021-2022 学年广东省深圳市九年级（上）开学数学模拟试卷

## 一、选择题（共 36 分，每小题 3 分）

1. 分式  $\frac{1}{x-2}$  有意义，则  $x$  的取值范围是（ ）

- A.  $x > 2$                       B.  $x = 2$                       C.  $x \neq 2$                       D.  $x < 2$

2. 化简  $\frac{a^2+ab}{a-b} \div \frac{ab}{a-b}$  的结果是（ ）

- A.  $a^2$                       B.  $\frac{a^2}{a-b}$                       C.  $\frac{a-b}{b}$                       D.  $\frac{a+b}{b}$

3. 等腰三角形一腰上的高与另一腰的夹角为  $45^\circ$ ，则其顶角为（ ）

- A.  $45^\circ$                       B.  $135^\circ$                       C.  $45^\circ$  或  $67.5^\circ$                       D.  $45^\circ$  或  $135^\circ$

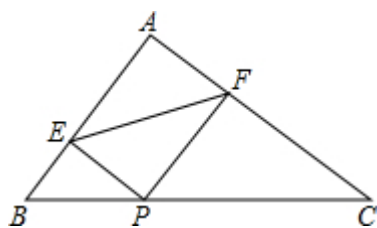
4. 关于  $x$  的不等式  $(m+1)x > 2m+2$  的解集为  $x < 2$ ，则  $m$  的取值范围是（ ）

- A.  $m \neq -1$                       B.  $m = -1$                       C.  $m > -1$                       D.  $m < -1$

5. 把多项式  $x^2 - ax + b$  分解因式，得  $(x+1)(x-3)$ ，则  $a, b$  的值分别是（ ）

- A.  $a = -2, b = -3$                       B.  $a = 2, b = -3$                       C.  $a = -2, b = 3$                       D.  $a = 2, b = 3$

6. 如图，在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $\angle A = 90^\circ$ ， $AB = 3$ ， $AC = 4$ ， $P$  为边  $BC$  上一动点， $PE \perp AB$  于  $E$ ， $PF \perp AC$  于  $F$ ，则  $EF$  的最小值为（ ）

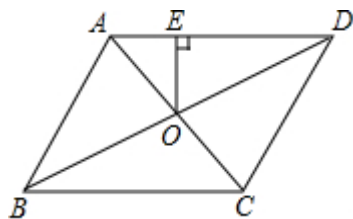


- A. 2                      B. 2.2                      C. 2.4                      D. 2.5

7. 若关于  $x$  的方程  $\frac{1}{x-3} + 3 = \frac{m-x}{3-x}$  有增根，则  $m$  的值是（ ）

- A. -2                      B. 2                      C. 1                      D. -1

8. 如图， $\square ABCD$  中， $AB = 4$ ， $BC = 5$ ， $\angle ABC = 60^\circ$ ，对角线  $AC, BD$  交于点  $O$ ，过点  $O$  作  $OE \perp AD$ ，则  $OE$  等于（ ）



- A.  $\sqrt{3}$                       B.  $2\sqrt{3}$                       C. 2                      D. 2.5

9. 一元二次方程  $x^2 - x - 1 = 0$  和  $2x^2 - 6x + 5 = 0$ , 这两个方程的所有实数根之和为 ( )

- A. 4                      B. -4                      C. -6                      D. 1

10. 关于  $x$  的不等式组  $\begin{cases} x-a \leq 0 \\ 2x+3a > 0 \end{cases}$  的解集中至少有 5 个整数解, 则整数  $a$  的最小值是 ( )

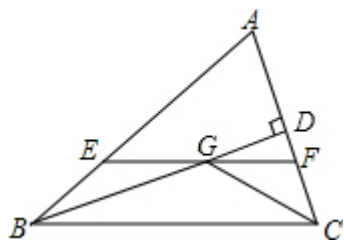
- A. 3                      B. 2                      C. 1                      D.  $\frac{2}{3}$

11. 已知  $a, b, c$  为  $\triangle ABC$  的三边, 且满足  $a^4 - b^4 = a^2c^2 - b^2c^2$ , 则  $\triangle ABC$  是 ( )

- A. 直角三角形                      B. 等腰或直角三角形  
C. 等腰三角形                      D. 等腰直角三角形

12. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle ABC$  和  $\angle ACB$  的平分线相交于点  $G$ , 过点  $G$  作  $EF \parallel BC$  交  $AB$  于  $E$ , 交  $AC$  于  $F$ , 过点  $G$  作  $GD \perp AC$  于  $D$ , 下列四个结论: 其中正确的结论有 ( ) 个.

- ①  $EF = BE + CF$ ;  
②  $\angle BGC = 90^\circ + \angle A$ ;  
③ 点  $G$  到  $\triangle ABC$  各边的距离相等;  
④ 设  $GD = m$ ,  $AE + AF = n$ , 则  $S_{\triangle AEF} = mn$ .

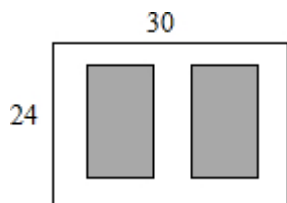


- A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. 4

## 二、填空题 (共 12 分, 每小题 3 分)

13. 已知等腰三角形两个底角为  $15^\circ$ , 腰长为 6, 则该三角形的面积为 \_\_\_\_\_.

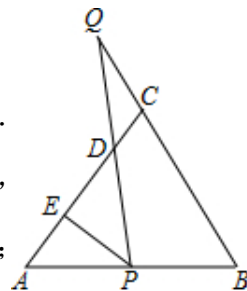
14. 如图, 某小区有一块长为  $30m$ , 宽为  $24m$  的矩形空地, 计划在其中修建两块相同的矩形绿地, 它们的面积之和为  $480m^2$ , 两块绿地之间及周边有宽度相等的人行通道, 则人行通道的宽度为 \_\_\_\_\_  $m$ .



15. 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = 15$ ,  $AC = 13$ , 高  $AD = 12$ , 则  $\triangle ABC$  的周长为 \_\_\_\_\_.

16. 如图, 等边  $\triangle ABC$  的边  $AB$  上一点  $P$ , 作  $PE \perp AC$  于  $E$ ,  $Q$  为  $BC$  延长线上的一点,

当  $PA = CQ$  时, 连接  $PQ$  交  $AC$  于点  $D$ , 则: ①  $PD = DQ$ ; ②  $\angle Q = 30^\circ$ ; ③  $DE = \frac{1}{2}AC$ ;  
④  $AE = \frac{1}{2}CQ$ . 其中正确的结论是 \_\_\_\_\_. (把所有正确结论的序号都写在横线上).



### 三、解答题

17. 分解因式:

(1)  $ab^2 - 4ab + 2a$ ;

(2)  $(a^2 + b^2)^2 - 4a^2b^2$ .

18. 用适当的方法解方程

(1)  $2x^2 - 4x - 6 = 0$ ;

(2)  $(3x+2)(x+3) = x+14$ .

19. 化简:  $(a+1 - \frac{3}{a-1}) \div \frac{a-2}{2a-2}$ , 然后给  $a$  从 1, 2, 3 中选取一个合适的数代入求值.

20. 阅读材料: 解分式不等式  $\frac{3x+6}{x-1} < 0$ .

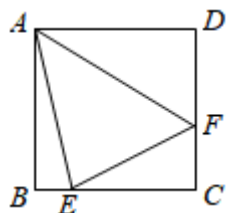
解: 根据实数的除法原则: 同号两数相除得正数, 异号两数相除得负数,

因此, 原不等式可转化为: ①  $\begin{cases} 3x+6 < 0 \\ x-1 > 0 \end{cases}$  或 ②  $\begin{cases} 3x+6 > 0 \\ x-1 < 0 \end{cases}$ ,

解①得: 无解; 解②得:  $-2 < x < 1$ ,  $\therefore$  原不等式的解集是  $-2 < x < 1$ .

请仿照上述方法解分式不等式  $\frac{x+2}{2x-6} > 0$ .

21. 如图, 已知正方形  $ABCD$  的边长为 5, 点  $E, F$  分别在  $BC$  和  $CD$  边上, 分别连接  $AE, AF, EF$ , 若  $\angle EAF = 45^\circ$ , 求  $\triangle CEF$  的周长.



22. 甲、乙两个工程队计划修建一条长 15 千米的乡村公路，已知甲工程队每天比乙工程队每天多修路 0.5 千米，乙工程队单独完成修路任务所需天数是甲工程队单独完成修路任务所需天数的 1.5 倍.

(1) 求甲、乙两个工程队每天各修路多少千米？

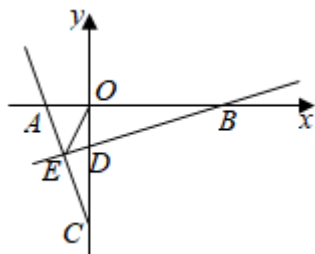
(2) 若甲工程队每天的修路费用为 0.5 万元，乙工程队每天的修路费用为 0.4 万元，要使两个工程队修路总费用不超过 5.2 万元，甲工程队至少修路多少天？

23. 在平面直角坐标系中，已知点  $A(a, 0)$ ,  $C(0, b)$  且  $a, b$  满足  $(a+1)^2 + \sqrt{b+3} = 0$ .

(1) 直接写出:  $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $b = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

(2) 点  $B$  在  $x$  轴正半轴上，过点  $B$  作  $BE \perp AC$  于点  $E$ ，交  $y$  轴于点  $D$ ，连接  $OE$ ，若  $OE$  平分  $\angle AEB$ ，求点  $B$  和点  $E$  的坐标；

(3) 在 (2) 的条件下，若点  $P$  是直线  $BE$  上的动点，点  $Q$  是该平面内某一点，且以点  $P, Q, A, B$  为顶点的四边形是菱形，直接写出点  $P$  的坐标.



# 2021-2022 学年广东省深圳市九年级（上）开学数学模拟试卷

## 参考答案与试题解析

### 一、选择题（共 36 分，每小题 3 分）

1. 【解答】解：由题意，得

$$x - 2 \neq 0, \text{ 解得 } x \neq 2,$$

故选：C.

2. 【解答】解：原式  $= \frac{a(a+b)}{a-b} \cdot \frac{a-b}{ab} = \frac{a+b}{b},$

故选：D.

3. 【解答】解：①如图，等腰三角形为锐角三角形，

$$\because BD \perp AC, \angle ABD = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle A = 45^\circ,$$

即顶角的度数为  $45^\circ$  .

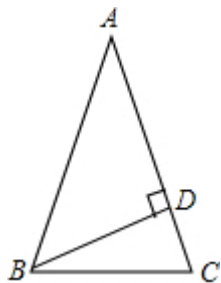
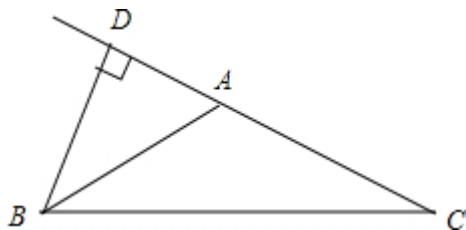
②如图，等腰三角形为钝角三角形，

$$\because BD \perp AC, \angle DBA = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle BAD = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = 135^\circ.$$

故选：D.



4. 【解答】解：不等式  $(m+1)x > 2m+2$  的解集为  $x < 2$ ,

$$\therefore m+1 < 0,$$

$$\therefore m < -1,$$

故选：D.

5. 【解答】解： $(x+1)(x-3)=x^2-2x-3$ ,

$$\because x^2-ax+b=(x+1)(x-3), \text{ 即 } x^2-ax+b=x^2-2x-3,$$

$$\therefore a=2, b=-3,$$

故选：B.

6. 【解答】解：连接  $AP$ ,

$$\because \angle A=90^\circ, PE \perp AB, PF \perp AC,$$

$$\therefore \angle A = \angle AEP = \angle AFP = 90^\circ,$$

$\therefore$  四边形  $AFPE$  是矩形,

$$\therefore EF=AP,$$

要使  $EF$  最小, 只要  $AP$  最小即可,

过  $A$  作  $AP \perp BC$  于  $P$ , 此时  $AP$  最小,

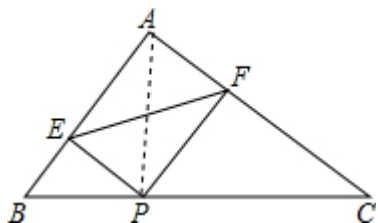
在  $\text{Rt}\triangle BAC$  中,  $\angle A=90^\circ$ ,  $AC=4$ ,  $AB=3$ , 由勾股定理得:  $BC=5$ ,

$$\text{由三角形面积公式得: } \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = \frac{1}{2} \times 5 \times AP,$$

$$\therefore AP=2.4,$$

$$\text{即 } EF=2.4,$$

故选：C.



7. 【解答】解：方程  $\frac{1}{x-3}+3=\frac{m-x}{3-x}$  可变形为  $1+3(x-3)=x-m$ ,

$$\text{解得: } x=4-\frac{m}{2}.$$

$\because$  原分式方程有增根,

$$\therefore 4-\frac{m}{2}=3,$$

$$\text{解得: } m=2.$$

故选：B.

8. 【解答】解：作  $CF \perp AD$  于  $F$ , 如图所示:

$\because$  四边形  $ABCD$  是平行四边形,

$$\therefore \angle ADC = \angle ABC = 60^\circ, \quad CD = AB = 4, \quad OA = OC,$$

$$\therefore \angle DCF = 30^\circ,$$

$$\therefore DF = \frac{1}{2}CD = 2,$$

$$\therefore CF = \sqrt{3}DF = 2\sqrt{3},$$

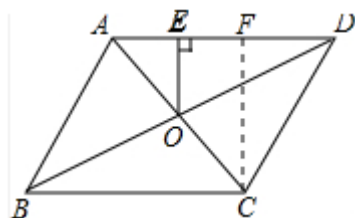
$$\because CF \perp AD, \quad OE \perp AD, \quad CF \parallel OE,$$

$$\because OA = OC,$$

$\therefore OE$  是  $\triangle ACF$  的中位线,

$$\therefore OE = \frac{1}{2}CF = \sqrt{3};$$

故选: A.



9. 【解答】解:  $\because$  在方程  $x^2 - x - 1 = 0$  中,  $\Delta = (-1)^2 - 4 \times 1 \times (-1) = 5 > 0$ ,

$\therefore$  方程  $x^2 - x - 1 = 0$  有两个不相等的实数根,

设方程  $x^2 - x - 1 = 0$  的两个根分别为  $m$ 、 $n$ ,

$$\therefore m + n = 1.$$

$$\because \text{在方程 } 2x^2 - 6x + 5 = 0 \text{ 中, } \Delta = (-6)^2 - 4 \times 2 \times 5 = -4 < 0,$$

$\therefore$  方程  $2x^2 - 6x + 5 = 0$  没有实数根.

$\therefore$  一元二次方程  $x^2 - x - 1 = 0$  和  $2x^2 - 6x + 5 = 0$  的所有实数根之和为 1.

故选: D.

10. 【解答】解: 
$$\begin{cases} x - a \leq 0 & \text{①} \\ 2x + 3a > 0 & \text{②} \end{cases},$$

解①得  $x \leq a$ ,

解②得  $x > -\frac{3}{2}a$ .

则不等式组的解集是  $-\frac{3}{2}a < x \leq a$ .

$\because$  不等式至少有 5 个整数解, 则  $a + \frac{3}{2}a \geq 5$ ,

解得  $a \geq 2$ .

$a$  的最小值是 2.

故选 B.

11. 【解答】解：∵  $a^4 - b^4 = a^2c^2 - b^2c^2$ ，  
 $\therefore (a^2 + b^2)(a^2 - b^2) = c^2(a^2 - b^2)$ ，  
 $\therefore (a^2 + b^2)(a^2 - b^2) - c^2(a^2 - b^2) = 0$ ，  
 $\therefore (a^2 - b^2)(a^2 + b^2 - c^2) = 0$ ，  
 $\therefore a^2 - b^2 = 0$  或  $a^2 + b^2 - c^2 = 0$ ，  
 $\therefore \triangle ABC$  为等腰三角形或直角三角形，  
 故选：B.

12. 【解答】解：①∵  $\angle ABC$  和  $\angle ACB$  的平分线相交于点  $G$ ，

$$\therefore \angle EBG = \angle CBG, \angle BCG = \angle FCG.$$

$$\because EF \parallel BC,$$

$$\therefore \angle CBG = \angle EGB, \angle BCG = \angle CGF,$$

$$\therefore \angle EBG = \angle EGB, \angle FCG = \angle CGF,$$

$$\therefore BE = EG, GF = CF,$$

$$\therefore EF = EG + GF = BE + CF, \text{ 故①正确;}$$

- ②∵  $\angle ABC$  和  $\angle ACB$  的平分线相交于点  $G$ ，

$$\therefore \angle GBC + \angle GCB = \frac{1}{2}(\angle ABC + \angle ACB) = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle A),$$

$$\therefore \angle BGC = 180^\circ - (\angle GBC + \angle GCB) = 180^\circ - \frac{1}{2}(180^\circ - \angle A) = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A, \text{ 故②错误;}$$

- ③∵  $\angle ABC$  和  $\angle ACB$  的平分线相交于点  $G$ ，

$$\therefore \text{点 } G \text{ 是 } \triangle ABC \text{ 的内心,}$$

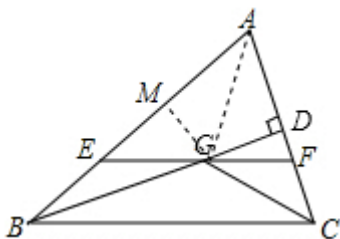
$$\therefore \text{点 } G \text{ 到 } \triangle ABC \text{ 各边的距离相等, 故③正确;}$$

- ④连接  $AG$ ，作  $GM \perp AB$  于  $M$ ，如图所示：

$$\because \text{点 } G \text{ 是 } \triangle ABC \text{ 的内心, } GD = m, AE + AF = n,$$

$$\therefore S_{\triangle AEF} = \frac{1}{2}AE \cdot GD + \frac{1}{2}AF \cdot GD = \frac{1}{2}(AE + AF) \cdot GD = \frac{1}{2}nm, \text{ 故④错误.}$$

故选：B.



## 二、填空题（共 12 分，每小题 3 分）

13. 【解答】解：设  $\triangle ABC$  的顶角为  $\angle BAC$ ，°



过  $C$  点作  $AB$  边的高，交  $BA$  的延长线于点  $D$ ，

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot CD,$$

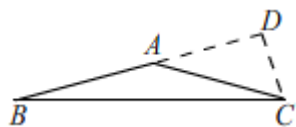
$$\because AB = AC, \angle B = 15^\circ,$$

$$\therefore \angle DAC = 30^\circ,$$

$$\text{在 Rt}\triangle ACD \text{ 中, } CD = \frac{1}{2} AC = 3,$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot CD = \frac{1}{2} \times 6 \times 3 = 9,$$

故答案为 9.



14. 【解答】解：设人行通道的宽度为  $x$  米，将两块矩形绿地合在一起长为  $(30 - 3x)$   $m$ ，宽为  $(24 - 2x)$   $m$ ，

$$\text{由已知得：} (30 - 3x) \cdot (24 - 2x) = 480,$$

$$\text{整理得：} x^2 - 22x + 40 = 0,$$

$$\text{解得：} x_1 = 2, x_2 = 20,$$

$$\text{当 } x = 20 \text{ 时, } 30 - 3x = -30, 24 - 2x = -16, \text{ 不符合题意舍去,}$$

$$\text{即 } x = 2.$$

答：人行通道的宽度为 2 米.

故答案为：2.

15. 【解答】解：此题应分两种情况说明：

(1) 当  $\triangle ABC$  为锐角三角形时，在  $\text{Rt}\triangle ABD$  中，

$$BD = \sqrt{AB^2 - AD^2} = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9,$$

在  $\text{Rt}\triangle ACD$  中，

$$CD = \sqrt{AC^2 - AD^2} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5$$

$$\therefore BC = 5 + 9 = 14$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ 的周长为：} 15 + 13 + 14 = 42;$$

(2) 当  $\triangle ABC$  为钝角三角形时，

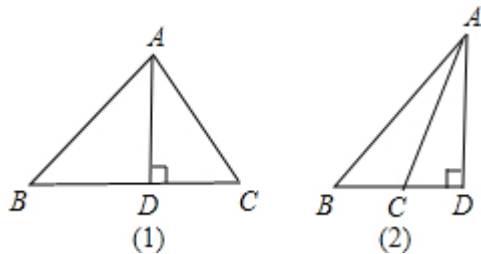
$$\text{在 Rt}\triangle ABD \text{ 中, } BD = \sqrt{AB^2 - AD^2} = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9,$$

在  $\text{Rt}\triangle ACD$  中,  $CD = \sqrt{AC^2 - AD^2} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5$ ,

$$\therefore BC = 9 - 5 = 4.$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ 的周长为: } 15 + 13 + 4 = 32$$

故答案为: 42 或 32.



16. 【解答】解: ①过  $P$  作  $PF \parallel BQ$ , 交  $AC$  于  $F$ ,

$\because \triangle ABC$  是等边三角形,

$$\therefore \angle ACB = \angle A = 60^\circ,$$

$\because PF \parallel BQ$ ,

$$\therefore \angle AFP = \angle ACB = 60^\circ, \quad \angle PFD = \angle QCD,$$

$\therefore \triangle AFP$  是等边三角形,

$$\therefore PF = PA,$$

$$\because PA = CQ,$$

$$\therefore PF = CQ,$$

在  $\triangle PFD$  和  $\triangle QCD$  中,

$$\therefore \begin{cases} \angle ADP = \angle CDQ \\ \angle PFD = \angle QCD, \\ PF = CQ \end{cases}$$

$$\therefore \triangle PFD \cong \triangle QCD \text{ (AAS)},$$

$$\therefore PD = DQ;$$

所以①结论正确;

②由①得:  $\triangle PFD \cong \triangle QCD$ ,

$$\therefore \angle DPF = \angle Q,$$

$\because \triangle APF$  等边三角形,

$$\therefore \angle APF = 60^\circ,$$

$\because QP$  与  $AB$  不一定垂直,

$$\therefore \angle Q \text{ 不一定为 } 30^\circ,$$

所以②结论不正确;

$$\therefore EF = \frac{1}{2}AF,$$
$$\therefore DF = DC,$$
$$\therefore DF = \frac{1}{2}FC,$$
$$\therefore DE = EF + DF = \frac{1}{2}AF + \frac{1}{2}FC = \frac{1}{2}AC,$$

④在  $\text{Rt}\triangle AEP$  中,  $\angle A=60^\circ$ ,

$$\therefore AE = \frac{1}{2}AP,$$
$$\therefore AE = \frac{1}{2}CQ,$$

所以本题结论正确的有：①③④；

17. 【解答】解：(1)  $ab^2 - 4ab + 2a$   
 $= a(b^2 - 4b + 2)$ ;

18. 【解答】解：（1）原方程整理得  $x^2 - 2x - 3 = 0$ ,

则  $x+1=0$  或  $x-3=0$ ,

解得：  $x = -1$  或  $x = 3$ ；

(2) 原方程整理，得：  $3x^2 + 10x - 8 = 0$ ，

$$\therefore (x+4)(3x-2) = 0,$$

则  $x+4=0$  或  $3x-2=0$ ，

$$\text{解得 } x_1 = -4, x_2 = \frac{2}{3}.$$

19. 【解答】解：原式  $= \frac{(a+1)(a-1)-3}{a-1} \cdot \frac{2(a-1)}{a-2} = \frac{(a+2)(a-2)}{a-1} \cdot \frac{2(a-1)}{a-2} = 2(a+2) = 2a+4$ ，

当  $a=3$  时，原式  $= 6+4=10$ 。

20. 【解答】解：原分式不等式可化为①  $\begin{cases} x+2 > 0 \\ 2x-6 > 0 \end{cases}$ ，②  $\begin{cases} x+2 < 0 \\ 2x-6 < 0 \end{cases}$ ，

不等式组①  $x > 3$ ；

解不等式组②得，  $x < -2$ ，

故不等式组的解集为：  $x > 3$  或  $x < -2$ 。

21. 【解答】解：如图，将  $\triangle ABE$  绕点  $A$  逆时针旋转  $90^\circ$  得到  $\triangle ADH$ ，

由旋转的性质得，  $HD=BE$ ，  $AH=AE$ ，  $\angle DAH=\angle BAE$ ，

所以，  $\angle FAH=\angle DAH+\angle DAF=\angle BAE+\angle DAF=\angle BAD-\angle EAF=90^\circ-\angle EAF$ ，

$$\therefore \angle EAF=45^\circ,$$

$$\therefore \angle FAH=90^\circ-45^\circ=45^\circ,$$

$$\therefore \angle FAH=\angle EAF,$$

在  $\triangle AEF$  和  $\triangle AHF$  中，

$$\begin{cases} AH=AE \\ \angle FAH=\angle EAF, \\ AF=AF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AEF \cong \triangle AHF \text{ (SAS)},$$

$$\therefore EF=FH,$$

$$\therefore \triangle CEF \text{ 的周长} = EF+CF+CE$$

$$= FH+CF+CE$$

$$= FD+DH+CF+CE$$

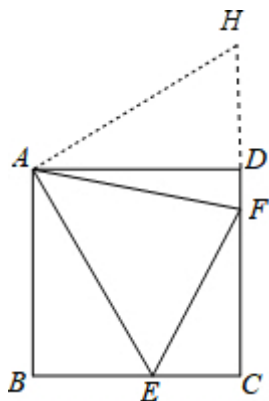
$$= DF+BE+CF+CE$$

$$= (BE+CE) + (DF+CF)$$

$$= BC+CD,$$

∵正方形  $ABCD$  的边长为 5,

∴ $\triangle CEF$  的周长为  $5+5=10$ .



22. 【解答】解:

(1) 设甲每天修路  $x$  千米, 则乙每天修路  $(x - 0.5)$  千米,

根据题意, 可列方程:  $1.5 \times \frac{15}{x} = \frac{15}{x-0.5}$ ,

解得  $x=1.5$ ,

经检验  $x=1.5$  是原方程的解, 且  $x - 0.5=1$ ,

答: 甲每天修路 1.5 千米, 则乙每天修路 1 千米;

(2) 设甲修路  $a$  天, 则乙需要修  $(15 - 1.5a)$  千米,

∴乙需要修路  $\frac{15-1.5a}{1}=15 - 1.5a$  (天),

由题意可得  $0.5a+0.4(15 - 1.5a) \leq 5.2$ ,

解得  $a \geq 8$ ,

答: 甲工程队至少修路 8 天.

23. 【解答】解: (1) ∵  $(a+1)^2 \geq 0$ ,  $\sqrt{b+3} \geq 0$ , 且  $(a+1)^2 + \sqrt{b+3} = 0$ ,

∴  $(a+1)^2 = 0$ ,  $\sqrt{b+3} = 0$ ,

解得,  $a = -1$ ,  $b = -3$ ,

故答案为:  $-1$ ,  $-3$ .

(2) 如图 1, 作  $OF \perp AE$  于点  $F$ ,  $EG \perp OA$  于点  $G$ , 则  $\angle EFO = \angle AFO = 90^\circ$ ,

由 (1) 得,  $A(-1, 0)$ ,  $B(0, -3)$ ,

∵  $\angle AOC = 90^\circ$ ,  $OA = 1$ ,  $OC = 3$ ,

∴  $AC = \sqrt{OA^2 + OC^2} = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$ ,

由  $\frac{1}{2}AC \cdot OF = \frac{1}{2}OA \cdot OC$ , 得  $\frac{1}{2} \times \sqrt{10}OF = \frac{1}{2} \times 1 \times 3$ ,

$$\text{解得 } OF = \frac{3\sqrt{10}}{10},$$

$$\because BE \perp AC,$$

$$\therefore \angle AEB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AEO = \frac{1}{2} \angle AEB = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle FOE = \angle FEO = 45^\circ,$$

$$\therefore EF = OF = \frac{3\sqrt{10}}{10},$$

$$\therefore AF = \sqrt{OA^2 - OF^2} = \sqrt{1^2 - \left(\frac{3\sqrt{10}}{10}\right)^2} = \frac{\sqrt{10}}{10},$$

$$\therefore AE = \frac{3\sqrt{10}}{10} + \frac{\sqrt{10}}{10} = \frac{2\sqrt{10}}{5},$$

$$\text{由 } \frac{1}{2} OA \cdot EG = \frac{1}{2} AE \cdot OF, \text{ 得, } \frac{1}{2} \times 1 \times EG = \frac{1}{2} \times \frac{2\sqrt{10}}{5} \times \frac{3\sqrt{10}}{10},$$

$$\text{解得, } EG = \frac{6}{5},$$

$$\therefore \text{点 } E \text{ 的纵坐标为 } -\frac{6}{5};$$

$$\text{设直线 } AC \text{ 的解析式为 } y = kx - 3, \text{ 由 } -k - 3 = 0,$$

$$\text{解得, } k = -3,$$

$$\therefore y = -3x - 3,$$

$$\text{当 } y = -\frac{6}{5} \text{ 时, 由 } -3x - 3 = -\frac{6}{5} \text{ 得, } x = -\frac{3}{5},$$

$$\therefore E \left( -\frac{3}{5}, -\frac{6}{5} \right);$$

$$\text{设直线 } DE \text{ 的解析式为 } y = mx - 1, \text{ 则 } -\frac{3}{5}m - 1 = -\frac{6}{5},$$

$$\text{解得, } m = \frac{1}{3},$$

$$\therefore y = \frac{1}{3}x - 1,$$

$$\text{当 } y = 0 \text{ 时, 由 } \frac{1}{3}x - 1 = 0 \text{ 得, } x = 3,$$

$$\therefore B(3, 0).$$

(3) 如图 2, 四边形  $APBQ$  是菱形, 且以  $AB$  为对角线, 连结  $PQ$ , 交  $AB$  于点  $R$ ,

$\because AB$  与  $PQ$  互相垂直平分,

$\therefore PQ \perp x$  轴, 且  $R$  为  $AB$  的中点,

$$\therefore R(1, 0),$$

$$\text{对于直线 } y = \frac{1}{3}x - 1, \text{ 当 } x = 1 \text{ 时, } y = -\frac{2}{3},$$

$$\therefore P(1, -\frac{2}{3});$$

如图 3, 四边形  $ABPQ$  是菱形, 且以  $AB$ 、 $PB$  为邻边, 点  $P$  在  $x$  轴下方, 作  $PG \perp x$  轴于点  $G$ ,

$$\because \angle BGP = \angle BEA = 90^\circ, \angle PBG = \angle ABE, PB = AB,$$

$$\therefore \triangle PBG \cong \triangle ABE \text{ (AAS)},$$

$$\therefore PG = AE = \frac{2\sqrt{10}}{5},$$

$$\therefore \text{点 } P \text{ 的纵坐标为 } -\frac{2\sqrt{10}}{5},$$

$$\text{当 } y = -\frac{2\sqrt{10}}{5} \text{ 时, 由 } \frac{1}{3}x - 1 = -\frac{2\sqrt{10}}{5} \text{ 得, } x = 3 - \frac{6\sqrt{10}}{5},$$

$$\therefore P(3 - \frac{6}{5}\sqrt{10}, -\frac{2}{5}\sqrt{10});$$

如图 4, 四边形  $ABPQ$  是菱形, 且以  $AB$ 、 $PB$  为邻边, 点  $P$  在  $x$  轴上方, 作  $PG \perp x$  轴于点  $G$ ,

在直线  $BD$  上取一点  $H$ , 使  $HB = PB$ , 且点  $H$  在  $x$  轴下方, 作  $HK \perp x$  轴于点  $K$ ,

$$\because PB = AB,$$

$$\therefore HB = AB,$$

$$\therefore \text{点 } P \text{ 与点 } H \text{ 关于点 } B(3, 0) \text{ 对称},$$

$$\text{由图 3 可知, } H(3 - \frac{6}{5}\sqrt{10}, -\frac{2}{5}\sqrt{10}),$$

$$\therefore P(3 + \frac{6}{5}\sqrt{10}, \frac{2}{5}\sqrt{10});$$

如图 5, 四边形  $ABQP$  是菱形, 且以  $PB$  为对角线,

$$\because AQ \perp PB, AE \perp PB,$$

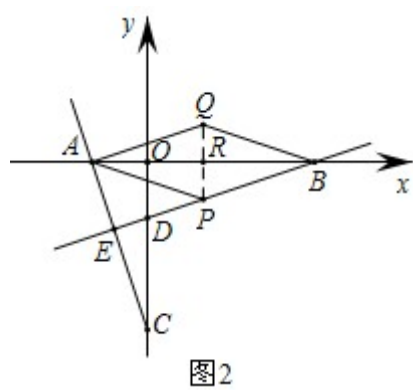
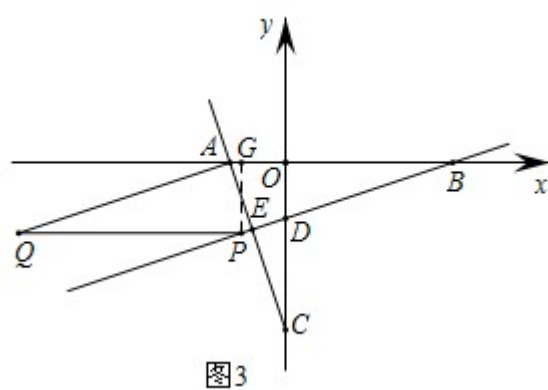
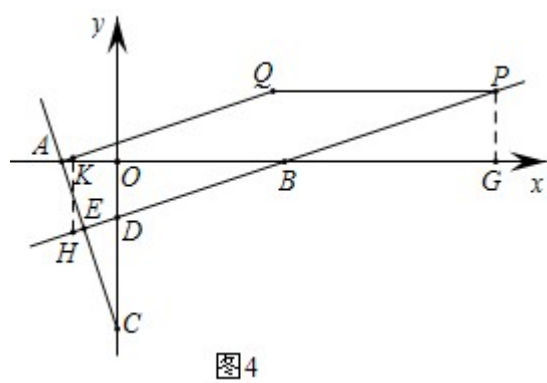
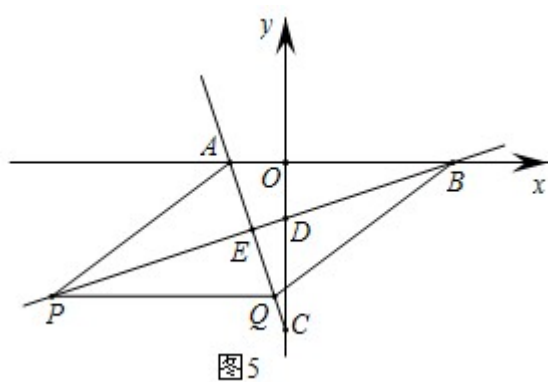
$$\therefore AQ \text{ 经过点 } E,$$

$$\therefore PE = BE,$$

$$\therefore \text{点 } P \text{ 与点 } B(3, 0) \text{ 关于点 } E(-\frac{3}{5}, -\frac{6}{5}) \text{ 对称},$$

$$\therefore P(-\frac{21}{5}, -\frac{12}{5}).$$

综上所述, 点  $P$  的坐标为  $(1, -\frac{2}{3})$  或  $(3 - \frac{6}{5}\sqrt{10}, -\frac{2}{5}\sqrt{10})$  或  $(3 + \frac{6}{5}\sqrt{10}, \frac{2}{5}\sqrt{10})$  或  $(-\frac{21}{5}, -\frac{12}{5})$ .





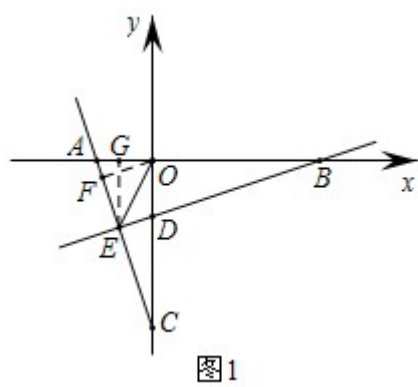


图 1