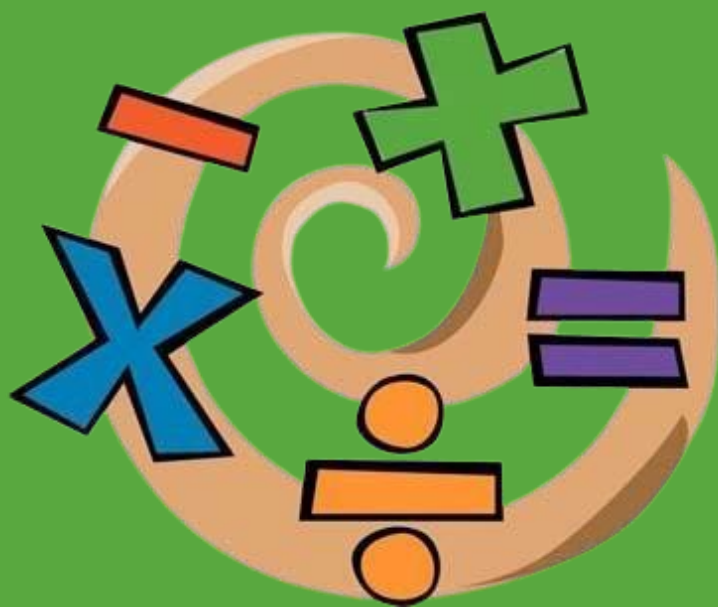


思考量决定学习成绩

# 计算能力 专项突破

深圳 8 年级数学 下册






## 提高计算能力的实操细节

- 1、先把之前计算的错题做一下分析，查看是否存在计算法则理解混乱，比如负号、括号、乘方等，这是确保计算准确的核心；
- 2、逐字审题，逐一计算，不要略读，不要扫一眼就脑补，然后就根据印象往下算，读题失真，是计算最容易出错的环节；
- 3、算完之后务必检查，注意检查不是自我欣赏，而是要换个思路顺序验证一遍，两条路线交叉验证，并且不断反思检查能力；
- 4、准确率与速度不要同时练习，先不计时间，死磕正确率，正确率高了之后，保证流程不跳步，再去提高每个环节的速度。

规则清晰+脑算熟练+过程完善=高正确率。很多孩子出错多，是因为缺步骤，并且始终觉得没问题，本质上是计算标准低。

扫码观看专题讲座   
《如何提高计算能力？》





## 目录

一、一元一次不等式（组） .....	1
一．选择题（共 9 小题） .....	1
二．填空题（共 9 小题） .....	2
三．解答题（共 7 小题） .....	3
二、因式分解 .....	6
一．选择题（共 10 小题） .....	6
二．填空题（共 16 小题） .....	7
三．解答题（共 2 小题） .....	8
三、分式及分式方程 .....	9
一．选择题（共 6 小题） .....	9
二．填空题（共 13 小题） .....	10
三．解答题（共 11 小题） .....	11



## 深圳 8 年级下册-计算专项突破

### 一、一元一次不等式（组）

#### 一. 选择题（共 9 小题）

- 某次知识竞赛共有 20 道题，答对一题得 10 分，答错或不答扣 5 分，小华得分要超过 140 分，他至少要答对的题的个数是（ ）  
A. 16                      B. 17                      C. 18                      D. 19
- 某种商品的进价为 200 元，商场的标价是 300 元，后来由于商品积压，商场准备打折销售，为了保证利润率不低于 5%，则该商品最多打几折（ ）  
A. 9 折                      B. 8 折                      C. 7 折                      D. 6 折
- 使得关于  $x$  的不等式组  $\begin{cases} -\frac{x}{2} \leq -\frac{m}{2} + 1 \\ -2x + 1 \geq 4m - 1 \end{cases}$  有解，且使得关于  $y$  的方程  $1 + (m - y) = 2(y - 2)$  有非负整数解的所有的整数  $m$  的个数是（ ）  
A. 0 个                      B. 1 个                      C. 2 个                      D. 3 个
- 关于  $x$  的不等式组  $\begin{cases} \frac{x-t}{4} < 0 \\ \frac{x-5}{2} < \frac{3x}{4} - 2 \end{cases}$  只有两个整数解，且  $21t = 2a + 12$ ，要使  $\sqrt{5 - |a|}$  的值是整数，则符合条件的  $a$  个数是（ ）  
A. 3                          B. 4                          C. 5                          D. 6
- 若关于  $x$  的不等式组  $\begin{cases} x - m \leq 3 \\ \frac{x+1}{2} - \frac{x}{4} > 1 \end{cases}$  有解且至多有 3 个整数解，且多项式  $x^2 - (3m+1)$  能在有理数范围内因式分解，则符合条件的整数  $m$  的个数为（ ）  
A. 0                          B. 1                          C. 2                          D. 3
- 若  $3a - 22$  和  $2a - 3$  是实数  $m$  的两个平方根，且  $t = \sqrt{m}$ ，则不等式  $\frac{2x-t}{3} - \frac{3x-t}{2} \geq \frac{5}{12}$  的解集为（ ）  
A.  $x \geq \frac{9}{10}$                       B.  $x \leq \frac{9}{10}$                       C.  $x \geq \frac{8}{11}$                       D.  $x \leq \frac{8}{11}$



7. 已知非负实数  $a, b, c$  满足  $\frac{a-1}{2} = \frac{b-2}{3} = \frac{3-c}{4}$ , 设  $S=a+b+c$ , 则  $S$  的最大值为 ( )

- A.  $\frac{11}{2}$       B.  $\frac{15}{2}$       C.  $\frac{27}{4}$       D.  $\frac{31}{4}$

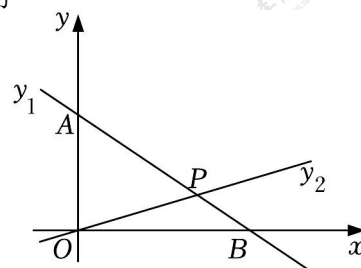
8. 若整数  $a$  使关于  $x$  的方程  $\frac{4x+1}{2} = 4 - \frac{a-2x}{2}$  的解为非负数, 且使关于  $y$  的不等式组  $\begin{cases} \frac{2y-1}{3} < -1 + \frac{y}{3} \\ \frac{2a-y}{4} \geq 0 \end{cases}$  的解集为  $y < -2$ , 则符合条件的所有整数  $a$  的和为 ( )

- A. 20      B. 21      C. 27      D. 28

9. 如图, 一次函数  $y_1=ax+b$  ( $a, b$  是常数) 的图象与  $y$  轴,  $x$  轴分别交于点  $A(0, 3)$  点  $B$ , 正比例函数  $y_2=\frac{1}{3}x$  的图象与一次函数  $y_1$  的图象交于点  $P(m, 1)$ , 则下列结论正确的有 ( )

- ①一次函数  $y_1$  的图象在  $y$  轴上的截距为 3;  
②方程  $ax+b=0$  的解为  $x=4.5$ ;  
③不等式  $ax+b < 0$  的解集为  $x > 4.5$

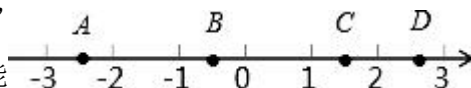
- A. 3 个      B. 2 个      C. 1 个      D. 0 个



## 二. 填空题 (共 9 小题)

10. 已知关于  $x$  的一元一次不等式  $(m+2)x > 4$  的解集是  $x < \frac{4}{m+2}$ ,

如图, 数轴上的  $A, B, C, D$  四个点中, 实数  $m$  对应的点可能是 \_\_\_\_\_.



11. 若关于  $x$  的一元一次不等式组  $\begin{cases} 2x-a > 0 \\ 2x-\frac{1+3x}{2} < 1 \end{cases}$  无解, 则  $a$  的取值范围 \_\_\_\_\_.

12. 若关于  $x$  的不等式组  $\begin{cases} \frac{x}{2} - 1 < \frac{2-3x}{3} \\ a-3 < 4x-2 \end{cases}$  有且仅有 3 个整数解,  $a$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.



13. 有人问一位老师，他所教的班有多少学生，老师说：“现在班中有一半的学生正在做数学作业，四分之一的学生做语文作业，七分之一的学生在做英语作业，还剩不足 6 位的学生在操场踢足球。”那么这个班至少有 \_\_\_\_\_ 学生.
14. 已知  $a, b, c$  为三个非负实数，且满足  $\begin{cases} a+b+c=30 \\ 2a+3b+4c=100 \end{cases}$ ，若  $W=3a+2b+5c$ ，则  $W$  的最大值为 \_\_\_\_\_.
15. 临近端午，甲、乙两食品厂商分别承接制作白粽，肉粽和蛋黄粽的任务，甲厂商安排 200 名工人制作白粽和肉粽，每人只能制作其中一种粽子，乙厂商安排 100 名工人制作蛋黄粽，其中肉粽的人均制作数量比白粽的人均制作数量少 20 个，蛋黄粽的人均制作数量比肉粽的人均制作数量少 20%，若本次制作的白粽、肉粽和蛋黄粽三种粽子的人均制作数量比肉粽的人均制作数量多 20%，且制作白粽的人数不高于制作肉粽的人数的 3 倍，则本次可制作的粽子数量最多为  $m$  个，这里的  $m=$  \_\_\_\_\_.
16. 清明将至，前去扫墓的人逐渐增多. 某花店购进白菊，白百合，马蹄莲共计  $m$  捆. 白菊每捆 20 支，白百合每捆 12 支，马蹄莲每捆 10 支. 现取出白菊的  $\frac{1}{2}$ ，白百合的  $\frac{1}{3}$ ，马蹄莲的  $\frac{1}{4}$ ，全部用于扎成  $A, B$  两款花束销售. 其中  $A$  款花束白菊 2 支，白百合 3 支，马蹄莲 1 支， $B$  款花束白菊 5 支，马蹄莲 2 支. 如此取出后剩下的白百合支数不多于马蹄莲支数，则购进的白菊捆数与白百合捆数之比至少为 \_\_\_\_\_.
17. 对于实数  $a, b$ ，我们定义符号  $\max\{a, b\}$  的意义为：当  $a \geq b$  时， $\max\{a, b\} = a$ ；当  $a < b$  时， $\max\{a, b\} = b$ . 若关于  $x$  的方程为  $kx+k+3=\max\{x+3, -x+1\}$  有 2 个实数解，求  $k$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.
18. 在 2022 卡塔尔世界杯期间，以吉祥物拉伊卜为主题元素的纪念品手办、毛绒公仔、徽章套组深受广大球迷喜爱. 某官方授权网店销售的手办、毛绒公仔、徽章套组售价之比为 5:1:2，三种纪念品售价均为整数，售价之和大于 300 元且小于 360 元，每种纪念品每人购买不超过 6 件. 甲乙二人分别在该网店购买纪念品，结算时，两人购物车中均有三种纪念品若干，已知两人购买的毛绒公仔数相同，徽章套组数不同，乙购买的手办数量大于甲购买的手办数量，甲选购的纪念品合计 1200 元，乙选购的纪念品合计 1440 元，则两人购买手办的费用之和最多是 \_\_\_\_\_ 元.

### 三. 解答题（共 7 小题）



19. 已知不等式  $2(x-1)+5 < 3(x+1)+4$  的最小整数解是关于  $x$  的方程  $2x-mx=6$  的解, 求  $m$  的值.

20. 已知  $(|a|-2)x^2 - (a+2)x + 8 = 0$  是关于  $x$  的一元一次方程.

(1) 求  $a$  的值, 并解出上述一元一次方程;

(2) 若上述方程的解比方程  $6x-3k=2x$  的解大于 1, 求  $k$  的值.

21. 已知方程组  $\begin{cases} x+3y=2-5a \\ x-y=2a \end{cases}$  的解  $x, y$  的和是负数, 且  $a$  取符合条件的最小正整数. 求  $ax \leq \frac{2}{3}x+1$  的解集.

22. 对  $m, n$  定义一种新运算“ $\ast$ ”, 规定:  $m \ast n = am - bn + 5$  ( $a, b$  均为非零常数), 等式右边的运算是通常的四则运算, 例如  $3 \ast 4 = 3a - 4b + 5$ . 已知  $2 \ast 3 = 1, 3 \ast (-1) = 10$ .

(1) 求  $a, b$  的值;

(2) 若关于  $x$  的不等式组  $\begin{cases} x \ast (2x-3) < 9 \\ 3x \ast (-6) < t \end{cases}$  有且只有一个整数解, 试求字母  $t$  的取值范围.

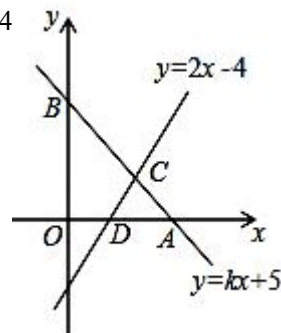




23. 已知直线  $y=kx+5$  交  $x$  轴于  $A$ , 交  $y$  轴于  $B$  且  $A$  坐标为  $(5, 0)$ , 直线  $y=2x-4$

与  $x$  轴于  $D$ , 与直线  $AB$  相交于点  $C$ .

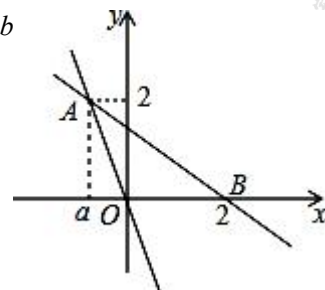
- (1) 求点  $C$  的坐标;
- (2) 根据图象, 写出关于  $x$  的不等式  $2x-4 > kx+5$  的解集;
- (3) 求  $\triangle ADC$  的面积.



24. 如图, 直线  $y=-2x$  与直线  $y=kx+b$  相交于点  $A(a, 2)$ , 并且直线  $y=kx+b$

经过  $x$  轴上点  $B(2, 0)$

- (1) 求直线  $y=kx+b$  的解析式.
- (2) 求两条直线与  $y$  轴围成的三角形面积.
- (3) 直接写出不等式  $(k+2)x+b \geq 0$  的解集.



25. 已知关于  $x, y$  的方程组  $\begin{cases} x-y=11-m \\ x+y=7-3m \end{cases}$

- (1) 当  $m=2$  时, 请解关于  $x, y$  的方程组  $\begin{cases} x-y=11-m \\ x+y=7-3m \end{cases}$ ;
- (2) 若关于  $x, y$  的方程组  $\begin{cases} x-y=11-m \\ x+y=7-3m \end{cases}$  中,  $x$  为非负数、 $y$  为负数,

①试求  $m$  的取值范围;

②当  $m$  取何整数时, 不等式  $3mx+2x > 3m+2$  的解为  $x < 1$ .





## 二、因式分解

### 一、选择题（共 10 小题）

1. 在多项式①  $-m^4 - n^4$ ，②  $a^2 + b^2$ ，③  $-16x^2 + y^2$ ，④  $9(a-b)^2 - 4$ ，⑤  $-4a^2 + b^2$  中，能用平方差公式分解因式的有（ ）

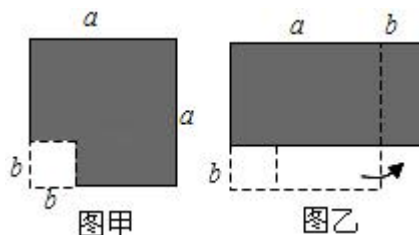
- A. 1 个      B. 2 个      C. 3 个      D. 4 个

2. 已知  $2x - y = 3$ ，则代数式  $x^2 - xy + \frac{1}{4}y^2 + \frac{7}{4}$  的值为（ ）

- A.  $\frac{43}{4}$       B.  $\frac{13}{4}$       C. 3      D. 4

3. 在边长为  $a$  的正方形中挖去一个边长为  $b$  的小正方形 ( $a > b$ ) (如图甲)，把余下的部分拼成一个矩形 (如图乙)，根据两个图形中阴影部分的面积相等，可以验证（ ）

- A.  $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$   
B.  $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$   
C.  $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$   
D.  $a^2 - ab - 2b^2 = (a-2b)(a+b)$



4. 在日常生活中，如取款、上网等都需要密码，有一种利用“因式分解”法生成的密码，方便记忆。如：对于多项式  $x^4 - y^4$ ，因式分解的结果是  $(x-y)(x+y)(x^2+y^2)$ ，若取  $x=9$ ， $y=9$  时，则各个因式的值是：  
 $(x-y)=0$ ， $(x+y)=18$ ， $(x^2+y^2)=162$ ，于是就可以把“018162”作为一个六位数的密码。对于多项式  $x^3 - 9xy^2$ ，取  $x=10$ ， $y=1$  时，用上述方法生成的密码可以是（ ）

- A. 101001      B. 1307      C. 1370      D. 10137

5. 设正整数  $a, b, c > 100$ ，满足  $c^2 - 1 = a^2(b^2 - 1)$ ，且  $a > 1$ ，则  $\frac{a}{b}$  的最小值是（ ）

- A.  $\frac{1}{3}$       B.  $\frac{1}{2}$       C. 2      D. 3

6. 已知实数  $m, n, c$  满足  $m^2 - m + \frac{1}{4}c = 0$ ， $n = 12m^2 - 12m + c^2 + \frac{1}{4}$ ，则  $n$  的取值范围是（ ）

- A.  $n \geq -\frac{7}{4}$       B.  $n > -\frac{7}{4}$       C.  $n \geq -2$       D.  $n > -2$



7. 若  $2022^{2022} - 2022^{2020} = 2023 \times 2022^n \times 2021$ , 则  $n$  的值是 ( )
- A. 2020      B. 2021      C. 2022      D. 2023
8. 已知  $a, b, c, d$  均为实数,  $a^2 + b^2 = c^2 + d^2 = \sqrt{2}$ , 则  $\frac{a^2 c^2 + b^2 d^2}{2} + abcd$  的最大值为 ( )
- A.  $\sqrt{2}$       B.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       C. 1      D. 2
9. 已知有理数  $a, b, c$  满足  $a - b + c - 3 = 0$ ,  $a^2 + b^2 + c^2 - 3 = 0$ , 则  $a^3 + b^3 + c^3 - 2022 =$  ( )
- A. -2019      B. -2020      C. -2021      D. -2022
10. 已知非零实数  $a, b, c$  满足  $\frac{a^2}{1+2a^2} = \frac{b}{4}$ ,  $\frac{b^2}{4+3b^2} = \frac{c}{12}$ ,  $\frac{c^2}{4+6c^2} = \frac{a}{2}$ , 则  $a+b+c =$  ( )
- A.  $\frac{11}{3}$       B.  $\frac{13}{3}$       C.  $\frac{17}{5}$       D.  $\frac{23}{7}$

## 二. 填空题 (共 16 小题)

11. 计算:  $4037^2 - 8072 \times 2019 =$  \_\_\_\_\_.
12. 若  $x^2 + mx - 15 = (x+3)(x+n)$ , 则  $m - n$  的值为 \_\_\_\_\_.
13. 若  $a+b=3$ ,  $ab=-1$ , 则代数式  $a^3b+2a^2b^2+ab^3$  的值为 \_\_\_\_\_.
14. 已知  $m, n$  满足  $mn=4$ ,  $m-n=-1$ , 则  $2m^3n-4m^2n^2+2mn^3 =$  \_\_\_\_\_.
15. 若  $m^2=2n+2021$ ,  $n^2=2m+2021$  ( $m \neq n$ ), 那么式子  $m^3-4mn+n^3$  值为 \_\_\_\_\_.
16. 若  $a^3+2a^2+2a+1=0$ , 则  $a^{2021}+a^{2022}+a^{2023} =$  \_\_\_\_\_.
17. 已知  $a = \frac{1}{2022}x + 18$ ,  $b = \frac{1}{2022}x + 17$ ,  $c = \frac{1}{2022}x + 16$ , 那么代数式  $a^2+b^2+c^2 - ab - bc - ac$  的值是 \_\_\_\_\_.
18. 已知  $a=2021x+2020$ ,  $b=2021x+2021$ ,  $c=2021x+2022$ , 那么  $a^2+b^2+c^2 - ab - bc - ac$  的值等于 \_\_\_\_\_.
19. 若  $a+b=-1$ ,  $ab=-1$ , 则  $a^5+b^5 =$  \_\_\_\_\_.



20. 已知  $xy = -1$ ,  $x+y=2$ , 则  $\frac{1}{2}x^3y + x^2y^2 + \frac{1}{2}xy^3 =$  \_\_\_\_\_.

21. 若实数  $x, y, m$  满足  $x - 3y - \sqrt{3} = 0$ , 且  $xy + \frac{\sqrt{2}}{3}m^2 + \frac{1}{4} = 0$ , 求  $x+y+m =$  \_\_\_\_\_.

22. 已知  $x^2 - 2x - 1 = 0$ , 则  $3x^2 - 6x =$  \_\_\_\_\_; 则  $2x^3 - 7x^2 + 4x - 2019 =$  \_\_\_\_\_.

23. 若  $x=2017$ ,  $y=-2018$ ,  $z=1$ , 则  $x^3+y^3+z^3 - 3xyz =$  \_\_\_\_\_.

24. 已知  $x, y$  均为实数, 且满足  $xy+x+y=17$ ,  $x^2y+xy^2=66$ , 则  $x^4+x^3y+x^2y^2+xy^3+y^4 =$  \_\_\_\_\_.

25. 设整数  $a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2$  和  $M$  满足恒等式  $(a_1x+b_1y+c_1)(a_2x+b_2y+c_2) = 2x^2+10xy+My^2+7x+18y+6$ , 则  $M =$  \_\_\_\_\_.

26. 阅读以下材料, 并解决相应问题.

材料一: 对于个位数字非零的任意三位数  $M$ , 将个位数字与百位数字对调得到  $M'$ , 则称  $M'$  为  $M$  的“倒序数”,  $F_{(M)}$  表示一个数与它的“倒序数”的差的绝对值与 99 的商,

如: 325 的“倒序数”为 523,  $F_{(325)} = \frac{|325-523|}{99} = 2$ ;

材料二: 任意三位数  $\overline{abc}$  满足:  $c > a$  且  $a+c=3b$ , 称这个数为“登高数”. 如: 138 为“登高数”, 若  $M$  为“登高数”, 且  $F_{(M)} = 3$ , 则  $M$  的最大值为 \_\_\_\_\_.

### 三. 解答题 (共 2 小题)

27. 分解因式:  $(x^2 - x)^2 - 18(x^2 - x) + 72$ .

28. (1) 若  $\frac{2x+3}{(x+1)(x+2)} = \frac{A}{x+1} - \frac{B}{x+2}$  恒成立, 求  $A, B$  的值.

(2) 已知  $a, b, c$  是  $\triangle ABC$  三边的长度, 且满足  $a^2+2b^2+c^2 - 2b(a+c) = 0$ , 求  $\triangle ABC$  的形状.



### 三、分式及分式方程

#### 一. 选择题 (共 6 小题)

1. 若分式方程  $\frac{3-x}{x-4} + \frac{m}{x-4} = 1$  有增根, 则  $m$  的值是 ( )

- A. 4                      B. 1                      C. -1                      D. -3

2. 如果关于  $x$  的不等式组  $\begin{cases} \frac{x-m}{3} \leq 1 \\ x-4 > 3(x-2) \end{cases}$  的解集为  $x < 1$ , 且关于  $x$  的分式方程  $\frac{2}{1-x} + \frac{mx}{x-1} = 3$  有非负数解,

则所有符合条件的整数  $m$  的值之和是 ( )

- A. -2                      B. 0                      C. 3                      D. 5

3. 自然数  $a, b, c, d$  满足  $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} + \frac{1}{d^2} = 1$ , 则  $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^3} + \frac{1}{c^4} + \frac{1}{d^5}$  等于 ( )

- A.  $\frac{1}{4}$                       B.  $\frac{3}{8}$                       C.  $\frac{7}{16}$                       D.  $\frac{15}{32}$

4. 若整数  $a$  使关于  $x$  的不等式组  $\begin{cases} \frac{x}{2} - 1 \leq \frac{1}{3}(x-2) \\ 3x - a \geq 2(1-x) \end{cases}$  有且只有两个整数解, 且关于  $y$  的分式方程

$\frac{1-3y}{y-1} - \frac{2a}{1-y} = -2$  的解为正数, 则满足上述条件的  $a$  的和为 ( )

- A. 3                      B. 4                      C. 5                      D. 6

5. 已知  $abc=1$ ,  $a+b+c=2$ ,  $a^2+b^2+c^2=3$ , 则  $\frac{1}{ab+c-1} + \frac{1}{bc+a-1} + \frac{1}{ca+b-1}$  的值为 ( )

- A. -1                      B.  $-\frac{1}{2}$                       C. 2                      D.  $-\frac{2}{3}$

6. 现有一列数:  $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_{n-1}, a_n$  ( $n$  为正整数), 规定  $a_1=2$ ,  $a_2 - a_1=4$ ,  $a_3 - a_2=6, \dots$ ,

$a_n - a_{n-1}=2n$  ( $n \geq 2$ ), 若  $\frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \frac{1}{a_4} \dots \frac{1}{a_n} = \frac{97}{198}$ , 则  $n$  的值为 ( )

- A. 97                      B. 98                      C. 99                      D. 100



## 二. 填空题 (共 13 小题)

7. 计算:  $\frac{x}{x-1} + \frac{2x-1}{1-x} =$ \_\_\_\_\_.

8. 分式方程  $\frac{x-a}{x+1} = a$  有增根, 则  $a$  的值是\_\_\_\_\_.

9. 先化简, 再求值:  $(1 - \frac{1}{x+3}) \div \frac{x+2}{x^2-9}$ , 其中  $x=2$  时, 结果=\_\_\_\_\_.

10. 若  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 2$ , 则  $\frac{2x-xy+2y}{3x+5xy+3y} =$ \_\_\_\_\_.

11. 已知  $a+b=5$ ,  $ab=3$ ,  $\frac{b}{a} + \frac{a}{b} =$ \_\_\_\_\_.

12. 已知  $a - \frac{1}{a} = 6$ , 则  $a^2 + \frac{1}{a^2} =$ \_\_\_\_\_,  $(a + \frac{1}{a})^2 =$ \_\_\_\_\_.

13. 已知  $\frac{1}{b} - \frac{2}{a} = 2$ , 则  $\frac{2a+3ab-4b}{4ab-3a+6b}$  的值为 \_\_\_\_\_.

14. 若  $x + \frac{1}{y} = 1$ ,  $y + \frac{1}{z} = 1$ , 则  $xyz =$ \_\_\_\_\_.

15. 如果  $a, b, c$  是正数, 且满足  $a+b+c=6$ ,  $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} = \frac{2}{3}$ , 则  $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b}$  的值为 \_\_\_\_\_.

16. 若关于  $x$  的方程  $\frac{x+m}{x-4} + \frac{2m}{4-x} = 3$  的解是非负数, 则  $m$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

17. 若  $a+b=\sqrt{5}$ , 则  $\frac{a^4+a^2b^2+b^4}{a^2+ab+b^2} + 3ab =$ \_\_\_\_\_.

18. 有一组数据:  $a_1 = \frac{3}{1 \times 2 \times 3}$ ,  $a_2 = \frac{5}{2 \times 3 \times 4}$ ,  $a_3 = \frac{7}{3 \times 4 \times 5}$ , ...,  $a_n = \frac{2n+1}{n(n+1)(n+2)}$ . 记  $S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$ ,

则  $S_{12} =$ \_\_\_\_\_.



19. 欧拉是 18 世纪瑞士著名的数学家，他的贡献不仅遍及高等数学的各个领域，在初等数学中也留下了他的足迹。下面是关于分式的欧拉公式：

$$\frac{a^r}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^r}{(b-c)(b-a)} + \frac{c^r}{(c-a)(c-b)} = \begin{cases} p, & r=0 \text{ 时} \\ 0, & r=1 \text{ 时} \\ 1, & r=2 \text{ 时} \\ a+b+c, & r=3 \text{ 时} \end{cases}$$

（其中  $a, b, c$  均不为零，且两两互不相等）。

（1）当  $r=0$  时，常数  $p$  的值为 \_\_\_\_\_。

（2）利用欧拉公式计算： $\frac{2022^3}{2} - 2021^3 + \frac{2020^3}{2} =$ \_\_\_\_\_。

### 三. 解答题（共 11 小题）

20. 先化简，再求值： $(1 - \frac{2x-1}{x^2}) \div \frac{x-1}{x^3}$ ，其中  $x^2 - x - \sqrt{7} = 0$ 。

21. 先化简，再求值： $\frac{2x+6}{x^2-4x+4} \cdot \frac{x-2}{x^2+3x} - \frac{1}{x-2}$ ，其中  $x=2\sqrt{2}$ 。

22. 先化简，再求值： $\frac{a^2-4}{a} \div (a - \frac{4a-4}{a}) - \frac{2}{a-2}$ ，其中  $a = (\pi - 2022)^0 + (\frac{1}{2})^{-1}$ 。

23. 先化简，再求值： $(\frac{a^2-b^2}{a^2-2ab+b^2} + \frac{a}{b-a}) \div \frac{b^2}{a^2-ab}$ ，其中  $a, b$  满足  $|a - \sqrt{3}| + \sqrt{b+1} = 0$ 。



24. (1) 观察下列各式:  $\frac{1}{6} = \frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{12} = \frac{1}{3 \times 4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{20} = \frac{1}{4 \times 5} = \frac{1}{4} - \frac{1}{5}$ ,  $\frac{1}{30} = \frac{1}{5 \times 6} = \frac{1}{5} - \frac{1}{6}$ , ... ,

由此可推断  $\frac{1}{72} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

(2) 请猜想能表示 (1) 的特点的一般规律, 用含  $m$  的等式表示出来为  $\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$ . ( $m$  表示正整数)

(3) 请参考 (2) 中的规律计算:  $\frac{1}{x^2-5x+6} - \frac{2}{x^2-4x+3} + \frac{1}{x^2-3x+2}$ .

25. 已知  $\frac{2x+3}{x(x-1)(x+2)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-1} + \frac{C}{x+2}$  ( $A$ 、 $B$ 、 $C$  是常数), 求  $A$ 、 $B$ 、 $C$  的值.

26. (1) 先化简, 再求值:  $(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1}) \div \frac{1}{x^2+x}$ , 其中  $x$  为  $-1, 0, 1, 2$  中的一个合适的数值.

(2) 解方程  $\frac{x+1}{x-1} - \frac{14}{x^2-1} = 1$ .

27. 先化简, 再求值:  $(\frac{-6x}{x-3} - x+3) \div \frac{x^2+9}{x} \div \frac{3x}{x^2-9}$ , 其中  $x$  为不等式组  $\begin{cases} x+4 > 0 \\ 5x+1 < 2(x-1) \end{cases}$  的整数解.





28. 已知:  $a > 0, b > 0, \frac{a}{b} + \frac{b}{a} + 2 = ab$ .

(1) 求证:  $a+b=ab$ ;

(2) 求  $\frac{a^2}{2a-2b} - \frac{a^2}{2a+2b} - \frac{ab^2+a^2b}{2a^2-2b^2}$  的值.

29. (1) 解方程:  $\frac{x}{x-1} = \frac{3}{2x-2} - 2$ ;

(2) 已知实数  $x, y$  满足  $|x-3|+y^2-4y+4=0$ , 求代数式  $\frac{x^2-y^2}{xy} \cdot \frac{1}{x^2-2xy+y^2} \div \frac{x}{x^2y-xy^2}$  的值.

30. 已知:  $P=x+2, Q=\frac{8x}{x+2}$ .

(1) 当  $x=1$  时, 计算  $P-Q$  的值;

(2) 当  $x>0$  时, 判断  $P$  与  $Q$  的大小关系, 并说明理由;

(3) 设  $y=\frac{4}{P}-\frac{Q}{12}$ , 若  $x, y$  均为非零整数, 求  $xy$  的值.