深圳8年级下册-计算专项突破
答案解析

目录

一、一元一次不等式（组）　参考答案与试题解析

一．选择题（共9小题）

1．某次知识竞赛共有20道题，答对一题得10分，答错或不答扣5分，小华得分要超过140分，他至少要答对的题的个数是（　　）

A．16　　B．17　　C．18　　D．19

【分析】设至少要答对的题的个数是x，则得分为$10x$，扣分5（$20-x$），根据总分大于140列不等式求解即可．

【解答】解：设至少要答对的题的个数是x，由题意得$10x-5(20-x)>140$，

解得：$x>16$，

所以至少要答对17题，

故选：B．

2．某种商品的进价为200元，商场的标价是300元，后来由于商品积压，商场准备打折销售，为了保证利润率不低于5%，则该商品最多打几折（　　）

A．9折　　B．8折　　C．7折　　D．6折

【分析】设该商品打x折，由售价×折扣－进价＝利润，再由利润率不低于5%，列出一元一次不等式，求解即可．

【解答】解：设该商品打x折，

由题意得：$300\times0.1x-200\geq200\times5\%$，

解得：$x\geq7$，

∴该商品最多可打7折．

故选：C．

3．使得关于x的不等式组$\begin{cases}-\frac{x}{2}\leq-\frac{m}{2}+1\\-2x+1\geq4m-1\end{cases}$有解，且使得关于$y$的方程$1+(m-y)=2(y-2)$有非负整数解的所有的整数$m$的个数是（　　）

A．0个　　B．1个　　C．2个　　D．3个

【分析】根据关于x的不等式组$\begin{cases}-\frac{x}{2}\leq-\frac{m}{2}+1\\-2x+1\geq4m-1\end{cases}$有解，可以求得$m$的取值范围，再根据关于$y$的方程$1+(m-y)=2(y-2)$有非负整数解可以求得$m$的值，从而可以解答本题．

【解答】解：由不等式组$\begin{cases}-\frac{x}{2}\le-\frac{m}{2}+1\\-2x+1\ge 4m-1\end{cases}$，得 $m-2\le x\le-2m+1$，

由方程 $1+(m-y)=2(y-2)$，得 $y=\frac{m+5}{3}$，

∵关于 x 的不等式组$\begin{cases}-\frac{x}{2}\le-\frac{m}{2}+1\\-2x+1\ge 4m-1\end{cases}$有解，且使得关于 y 的方程 $1+(m-y)=2(y-2)$ 有非负整数解，

∴ $-2m+1\ge m-2$，得 $m\le 1$，$\frac{m+5}{3}$是非负整数，

解得，$m=-5$，-2，1，

故选：D．

4．关于 x 的不等式组$\begin{cases}\frac{x-t}{4}<0\\\frac{x-5}{2}<\frac{3x}{4}-2\end{cases}$只有两个整数解，且 $21t=2a+12$，要使$\sqrt{5-|a|}$的值是整数，则符合条件的 a 个数是（　　）

A．3　　　B．4　　　C．5　　　D．6

【分析】先解不等式组，得出 $0<t\le 1$，再求出 a 的取值范围，再由式子$\sqrt{5-|a|}$的值是整数，可求出符合条件的 a 个数．

【解答】解：解不等式$\frac{x-t}{4}<0$ 得 $x<t$，

解不等式$\frac{x-5}{2}<\frac{3x}{4}-2$ 的 $x>-2$，

∵不等式组有且只有 2 个整数解，

∴$0<t\le 1$，∴$0<21t\le 21$，

∵$21t=2a+12$，

∴$0<2a+12\le 21$，

∴ $-6<a\le 4.5$，

∴整数 a 为 -5，-4，-3，-2，-1，0，1，2，3，4，

∴要使$\sqrt{5-|a|}$的值是整数的 a 的值为 -5，-4，-1，1，4，共 5 个，

故选：C．

5．若关于 x 的不等式组$\begin{cases}x-m\le 3\\\frac{x+1}{2}-\frac{x}{4}>1\end{cases}$有解且至多有 3 个整数解，且多项式 $x^2-(3m+1)$ 能在有理数范围内因式分解，则符合条件的整数 m 的个数为（　　）

A．0　　　B．1　　　C．2　　　D．3

【分析】先解出不等式组的解集，然后根据不等式组$\begin{cases}x-m\le 3\\ \frac{x+1}{2}-\frac{x}{4}>1\end{cases}$有解且至多有 3 个整数解，即可求得 m 的取值范围，再根据多项式 x^2 -（$3m+1$）能在有理数范围内因式分解，可知 $3m+1>0$，然后即可写出符合条件的 m 的值．

【解答】解：由不等式组$\begin{cases}x-m\le 3\\ \frac{x+1}{2}-\frac{x}{4}>1\end{cases}$得：$2<x\le 3+m$，

∵不等式组$\begin{cases}x-m\le 3\\ \frac{x+1}{2}-\frac{x}{4}>1\end{cases}$有解且至多有 3 个整数解，

∴$2<3+m<6$，

解得 $-1<m<3$，

又∵多项式 x^2 -（$3m+1$）能在有理数范围内因式分解，

∴$3m+1>0$，

∴$m>-\frac{1}{3}$,

∴$-\frac{1}{3}<m<3$，

∴符合条件的整数 m 的值为 0，1，

即符合条件的整数 m 的个数为 2，

故选：C．

6．若 $3a-22$ 和 $2a-3$ 是实数 m 的两个平方根，且 $t=\sqrt{m}$，则不等式$\frac{2x-t}{3}-\frac{3x-t}{2}\ge\frac{5}{12}$的解集为（　　）

A．$x\ge\frac{9}{10}$　　B．$x\le\frac{9}{10}$　　C．$x\ge\frac{8}{11}$　　D．$x\le\frac{8}{11}$

【分析】先根据平方根求出 a 的值，再求出 m，求出 t，再把 t 的值代入不等式，求出不等式的解集即可．

【解答】解：∵$3a-22$ 和 $2a-3$ 是实数 m 的平方根，

∴$3a-22+2a-3=0$，

解得：$a=5$，$2a-3=7$，

所以 $m=49$，$t=\sqrt{m}=7$，

∵$\frac{2x-t}{3}-\frac{3x-t}{2}\ge\frac{5}{12}$,

∴$\frac{2x-7}{3}-\frac{3x-7}{2}\ge\frac{5}{12}$

解得：$x\le\frac{9}{10}$,

故选：B．

7．已知非负实数 a，b，c 满足$\frac{a-1}{2}=\frac{b-2}{3}=\frac{3-c}{4}$，设 $S=a+b+c$，则 S 的最大值为（　　）

A．$\frac{11}{2}$　　　　B．$\frac{15}{2}$　　　　C．$\frac{27}{4}$　　　　D．$\frac{31}{4}$

【分析】设$\frac{a-1}{2}=\frac{b-2}{3}=\frac{3-c}{4}=k$，则 $a=2k+1$，$b=3k+2$，$c=3-4k$，可得 $S=k+6$；利用 a，b，c 为非负实数可得 k 的取值范围，从而求得最大值．

【解答】解：设$\frac{a-1}{2}=\frac{b-2}{3}=\frac{3-c}{4}=k$，则 $a=2k+1$，$b=3k+2$，$c=3-4k$，

∴$S=a+b+c=(2k+1)+(3k+2)+(3-4k)=k+6$．

∵a，b，c 为非负实数，

∴$\begin{cases}2k+1\geq 0\\3k+2\geq 0\\3-4k\geq 0\end{cases}$，

解得：$\frac{1}{2}-\leq k\leq\frac{3}{4}$．

∴当 $k=-\frac{1}{2}$时，S 取最小值，当 $k=\frac{3}{4}$时，S 取最大值．

∴$S_{最小值}=-\frac{1}{2}+6=5\frac{1}{2}$，$S_{最大值}=\frac{3}{4}+6=6\frac{3}{4}$．

故选：C．

8．若整数 a 使关于 x 的方程$\frac{4x+1}{2}=4-\frac{a-2x}{2}$的解为非负数，且使关于 y 的不等式组$\begin{cases}\frac{2y-1}{3}<-1+\frac{y}{3}\\\frac{2a-y}{4}\geq 0\end{cases}$的解集为 $y<-2$，则符合条件的所有整数 a 的和为（　　）

A．20　　　　B．21　　　　C．27　　　　D．28

【分析】先求出方程的解，根据方程的解为非负数得出$\frac{7-a}{2}\geq 0$，求出 $a\leq 7$，求出不等式组中每个不等式的解集，根据不等式组的解集为 $y<-2$ 得出 $-2\leq 2a$，求出 $a\geq -1$，得出 $-1\leq a\leq 7$，求出整数 a，再求出和即可．

【解答】解：解方程$\frac{4x+1}{2}=4-\frac{a-2x}{2}$得：$x=\frac{7-a}{2}$，

∵整数 a 使关于 x 的方程$\frac{4x+1}{2}=4-\frac{a-2x}{2}$的解为非负数，

∴$\frac{7-a}{2}\geq 0$，

解得：$a\leq 7$，

$\begin{cases}\frac{2y-1}{3}<-1+\frac{y}{3} & ①\\ \frac{2a-y}{4}\geq 0 & ②\end{cases}$,

解不等式①，得 $y<-2$，

解不等式②，得 $y<2a$，

∵不等式组 $\begin{cases}\frac{2y-1}{3}<-1+\frac{y}{3}\\ \frac{2a-y}{4}\geq 0\end{cases}$ 的解集为 $y<-2$，

∴ $-2\leq 2a$，

∴ $a\geq -1$，

即 $-1\leq a\leq 7$，

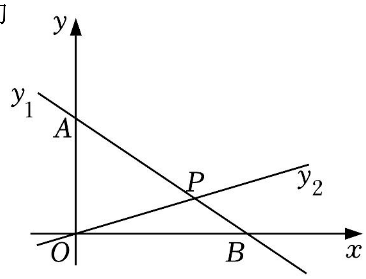
∵ a 为整数，

∴ a 为 -1，0，1，2，3，4，5，6，7，

和为 $-1+0+1+2+3+4+5+6+7=27$，

故选：C.

9．如图，一次函数 $y_1=ax+b$（a，b 是常数）的图象与 y 轴，x 轴分别交于点 A（0，3）点 B，正比例函数 $y_2=\frac{1}{3}x$ 的图象与一次函数 y_1 的图象交于点 P（m，1），则下列结论正确的有（　　）



①一次函数 y_1 的图象在 y 轴上的截距为 3；

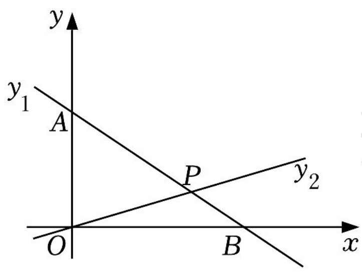
②方程 $ax+b=0$ 的解为 $x=4.5$；

③不等式 $ax+b<0$ 的解集为 $x>4.5$

A．3 个　　B．2 个　　C．1 个　　D．0 个

【分析】将点 P 的坐标代入正比例函数 $y_2=\frac{1}{3}x$ 求得 m 的值；然后将点 A、P 的坐标代入一次函数解析式，求得 a、b 的值，即可得到一次函数解析式；利用一次函数图象上点的坐标和一次函数与一元一次不等式的关系进行分析判断.

【解答】解：将点 P（m，1）代入 $y_2=\frac{1}{3}x$，得 $\frac{1}{3}m=1$.



解得 $m=3$.

所以 P（3，1）.

把 A（0，3），P（3，1）分别代入 $y_1=ax+b$（a，b 是常数），得

$\begin{cases}b=3\\3a+b=1\end{cases}$.

解得$\begin{cases}a=-\dfrac{2}{3}\\b=3\end{cases}$.

所以一次函数解析式为 $y_1=-\frac{2}{3}x+3$.

①由点 A（0，3）知，一次函数 y_1 的图象在 y 轴上的截距为 3，结论正确；

②根据题意知，$-\frac{2}{3}x+3=0$，

解得 $x=4.5$.

结论正确；

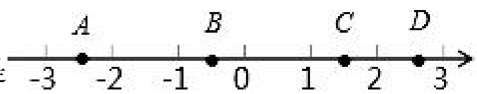
③由②知，B（4.5，0），则不等式 $ax+b<0$ 的解集为 $x>4.5$，结论正确.

综上所述，正确的结论有 3 个.

故选：A.

二．填空题（共 9 小题）

10．已知关于 x 的一元一次不等式（$m+2$）$x>4$ 的解集是 $x<\frac{4}{m+2}$，如图，数轴上的 A，B，C，D 四个点中，实数 m 对应的点可能是<u>点 A</u>.



【分析】根据已知得出关于 m 的不等式，求出不等式的解集即可.

【解答】解：（$m+2$）$x>4$，

∵关于 x 的一元一次不等式（$m+2$）$x>4$ 的解集是 $x<\frac{4}{m+2}$，

∴$m+2<0$，

∴m 的取值范围是 $m<-2$，

∵数轴上的 A，B，C，D 四个点中，只有点 A 表示的数小于 -2，

∴实数 m 对应的点可能是点 A.

故答案为：点 A.

11．若关于 x 的一元一次不等式组$\begin{cases}2x-a>0\\2x-\dfrac{1+3x}{2}<1\end{cases}$无解，则 a 的取值范围<u>$a\geq6$</u>.

【分析】先求出每个不等式的解集，再根据不等式组无解得出关于 a 的不等式，再求出不等式的解集即可.

【解答】解：$\begin{cases}2x-a>0 & ①\\ 2x-\dfrac{1+3x}{2}<1 & ②\end{cases}$，

解不等式①，得 $x>\frac{a}{2}$，

解不等式②，得 $x<3$，

∵关于 x 的一元一次不等式组$\begin{cases}2x-a>0\\ 2x-\dfrac{1+3x}{2}<1\end{cases}$无解，

∴$\frac{a}{2}\geq 3$，解得：$a\geq 6$，

故答案为：$a\geq 6$．

12．若关于 x 的不等式组$\begin{cases}\dfrac{x}{2}-1<\dfrac{2-3x}{3}\\ a-3<4x-2\end{cases}$有且仅有 3 个整数解，$a$ 的取值范围是 ＿$-7\leq a<-3$＿．

【分析】先求出每个不等式的解集，再求出不等式组的解集，即可得出答案．

【解答】解：$\begin{cases}\dfrac{x}{2}-1<\dfrac{2-3x}{3} ①\\ a-3<4x-2 ②\end{cases}$，

解不等式①得：$x<\frac{10}{9}$，

解不等式②得：$x>\frac{a-1}{4}$，

∵关于 x 的不等式组$\begin{cases}\dfrac{x}{2}-1<\dfrac{2-3x}{3}\\ a-3<4x-2\end{cases}$有且仅有 3 个整数解，

∴$-2\leq\frac{a-1}{4}<-1$，

∴$-7\leq a<-3$，

故答案为：$-7\leq a<-3$．

13．有人问一位老师，他所教的班有多少学生，老师说："现在班中有一半的学生正在做数学作业，四分之一的学生做语文作业，七分之一的学生在做英语作业，还剩不足 6 位的学生在操场踢足球．"那么这个班至少有 ＿28＿学生．

【分析】设这个班共有 x 位学生，根据"班中有一半的学生正在做数学作业，四分之一的学生做语文作业，七分之一的学生在做英语作业，还剩不足 6 位的学生在操场踢足球"求出 x 的取值范围，再根据 x、$\frac{x}{2}$、$\frac{x}{4}$、$\frac{x}{7}$都是正整数，即可求出 x 的值．

【解答】解：设该班共有 x 名学生，根据题意可列不等式为：$x-\frac{x}{2}-\frac{x}{4}-\frac{x}{7}<6$.

解不等式得：$x<56$.

因为 x 是正整数且是 2、4、7 的公倍数.

所以 $x=28$.

即：这个班至少有 28 名学生.

故答案为：28.

14. 已知 a,b,c 为三个非负实数，且满足$\begin{cases}a+b+c=30\\2a+3b+4c=100\end{cases}$，若 $W=3a+2b+5c$，则 W 的最大值为 __130__.

【分析】将方程组两个方程相加，得到 $3a+5c=130-4b$，整体替换可得 $W=130-2b$，再由 b 的取值范围即可求解.

【解答】解：$\begin{cases}a+b+c=30①\\2a+3b+4c=100②\end{cases}$，

①+②，得 $3a+4b+5c=130$，

可得出 $a=10-\frac{b}{2}$，$c=20-\frac{b}{2}$，

$\because a$，b，c 为三个非负实数，

$\therefore a=10-\frac{b}{2}\geq0$，$c=20-\frac{b}{2}\geq0$，

$\therefore 0\leq b\leq20$，

$\therefore W=3a+2b+5c=2b+130-4b=130-2b$，

$\therefore$ 当 $b=0$ 时，$W=130-2b$ 的最大值为 130，

故答案为：130.

15. 临近端午，甲、乙两食品厂商分别承接制作白粽，肉粽和蛋黄粽的任务，甲厂商安排 200 名工人制作白粽和肉粽，每人只能制作其中一种粽子，乙厂商安排 100 名工人制作蛋黄粽，其中肉粽的人均制作数量比白粽的人均制作数量少 20 个，蛋黄粽的人均制作数量比肉粽的人均制作数量少 20%，若本次制作的白粽、肉粽和蛋黄粽三种粽子的人均制作数量比肉粽的人均制作数量多 20%，且制作白粽的人数不高于制作肉粽的人数的 3 倍，则本次可制作的粽子数量最多为 m 个，这里的 $m=$ __13500__.

【分析】先表示 m，再根据不等关系求出 m 的最值.

【解答】解：设白粽，肉粽和蛋黄粽的人均制作数量分别为：（$a+20$）个，a 个，a（$1-20\%$）个，甲厂安排 x 人制作白粽，（$200-x$）人制作肉粽，

由题意得：$x\leq3$（$200-x$）. $\therefore x\leq150$.

$\because \frac{80a+x(a+20)+a(200-x)}{300}=a\times$（1+20%）.

$\therefore a=\frac{1}{4}x$.

$\therefore m=80a+x(a+20)+a(200-x)$

$=20x+280a$

$=20x+70x$

$=90x$.

$\because 90>0$，

$\therefore m$ 随 x 增大而增大，

$\therefore$ 当 $x=150$ 时，m 最大 $=90\times150=13500$ 个.

故答案为：13500.

16．清明将至，前去扫墓的人逐渐增多．某花店购进白菊，白百合，马蹄莲共计 m 捆．白菊每捆 20 支，白百合每捆 12 支，马蹄莲每捆 10 支．现取出白菊的$\frac{1}{2}$，白百合的$\frac{1}{3}$，马蹄莲的$\frac{1}{4}$，全部用于扎成 A、B 两款花束销售．其中 A 款花束白菊 2 支，白百合 3 支，马蹄莲 1 支，B 款花束白菊 5 支，马蹄莲 2 支．如此取出后剩下的白百合支数不多于马蹄莲支数，则购进的白菊捆数与白百合捆数之比至少为 <u>3：5</u>．

【分析】根据题意线设出白菊和白百合的捆数，然后根据题中条件分别写出取去的白菊、白百合、马蹄莲的支数，再根据题意设出 A 款花束和 B 款花束的数量，根据花束中每个花的支数可列出方程组，解出方程组，再根据取出后剩下的白百合支数不多于马蹄莲支数列出不等式，解出不等式即可．

【解答】解：设购进白菊有 x 捆，白百何有 y 捆，则马蹄莲有（$m-x-y$）捆，

$\because$ 白菊每捆 20 支，白百合每捆 12 支，马蹄莲每捆 10 支，

$\therefore$ 白菊有 $20x$ 支，白百合有 $12y$ 支，马蹄莲有 $10(m-x-y)$ 支，

$\because$ 现取出白菊的$\frac{1}{2}$，白百合的$\frac{1}{3}$，马蹄莲的$\frac{1}{4}$，全部用于扎成 A、B 两款花束销售，

$\therefore$ 取出的白菊有 $10x$ 支，白百合有 $4y$ 支，马蹄莲有$\frac{5}{2}(m-x-y)$支，

设 A 款花束有 a 束，B 款花束有 b 束，

根据 A 款花束白菊 2 支，白百合 3 支，马蹄莲 1 支，B 款花束白菊 5 支，马蹄莲 2 支可列方程组得：

$$\begin{cases}10x=2a+5b ① \\ 4y=3a ② \\ \frac{5}{2}(m-x-y)=a+2b ③\end{cases},$$

由②得：$a=\frac{4}{3}y$④，

把④代入①得：$b=2x-\frac{8}{15}y$⑤，

把④和⑤代入③得：$m=\frac{13}{5}x+\frac{83}{75}y$，

∵取出后剩下的白百合支数不多于马蹄莲支数，

∴$12y-4y\leq 10(m-x-y)-\frac{5}{2}(m-x-y)$，即 $8y\leq\frac{15}{2}(\frac{13}{5}x+\frac{83}{75}y-x-y)$，

整理得：$5x\geq 3y$，∴$\frac{x}{y}\geq\frac{3}{5}$，

故答案为：3：5．

17．对于实数 a，b，我们定义符号 $max\{a，b\}$的意义为：当 $a\geq b$ 时，$max\{a，b\}=a$；当 $a<b$ 时，$max\{a，b\}=b$．若关于 x 的方程为 $kx+k+3=max\{x+3，-x+1\}$有 2 个实数解，求 k 的取值范围是 ___$k\neq\pm1$___．

【分析】令 $x+3=-x+1$ 可得直线 $y=x+3$ 与直线 $y=-x+1$ 交点坐标，由直线 $y=kx+k+3$ 经过定点（-1，3）结合图象求解．

【解答】解：令 $x+3=-x+1$，解得 $x=-1$，

将 $x=-1$ 代入 $y=x+3$ 得 $y=2$，

∴直线 $y=x+3$ 与直线 $y=-x+1$ 交于点（-1，2），

∴$max\{x+3，-x+1\}=\begin{cases}-x+1(x\leq-1)\\x+3(x>-1)\end{cases}$，

∵$kx+k+3=k(x+1)+3$，∴当 $x=-1$ 时，$kx+k+3=3$，

∴直线 $y=kx+k+3$ 经过定点（-1，3），

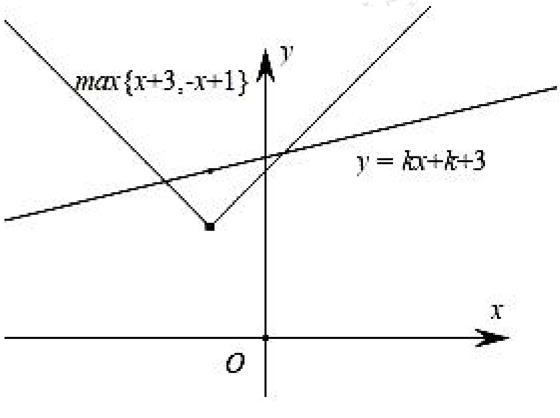
如图，直线 $y=kx+k+3$ 点（-1，3）上方，

∴直线 $y=kx+k+3$ 与 $max\{x+3，-x+1\}$图象有交点，

当 $k=1$ 时，直线 $y=kx+k+3$ 与直线 $y=x+3$ 平行，

当 $k=-1$ 时，直线 $y=kx+k+3$ 与直线 $y=-x+1$ 平行，

∴$k\neq\pm1$，



故答案为：$k\neq\pm1$．

18．在 2022 卡塔尔世界杯期间，以吉祥物拉伊卜为主题元素的纪念品手办、毛绒公仔、徽章套组深得广大球迷喜爱．某官方授权网店销售的手办、毛绒公仔、徽章套组售价之比为 5：1：2，三种纪念品售价均为整数，售价之和大于 300 元且小于 360 元，每种纪念品每人购买不超过 6 件．甲乙二人分别在该网店购买纪念品，结算时，两人购物车中均有三种纪念品若干，已知两人购买的毛绒公仔数相同，徽章套组

数不同，乙购买的手办数量大于甲购买的手办数量，甲选购的纪念品合计 1200 元，乙选购的纪念品合计 1440 元，则两人购买手办的费用之和最多是 <u>2000</u> 元．

【分析】设某官方授权网店销售的手办、毛绒公仔、徽章套组售价分别为 $5x$ 元、x 元、$2x$ 元，且 x 为正整数，则 $300<5x+x+2x<360$，可得 x 为 38 或 39 或 40 或 41 或 42 或 43 或 44，设甲、乙在该网店购买纪念品手办、毛绒公仔、徽章套组数量分别为 m 件、y 件、n 件和 a 件、y 件、b 件，则 $\begin{cases} a>m \\ 5xm+xy+2xn=1200 \\ 5xa+xy+2xb=1440 \\ n\neq b \end{cases}$，

可得 $5(a-m)+2(b-n)=6$，进行分类讨论即可得出答案．

【解答】解：设某官方授权网店销售的手办、毛绒公仔、徽章套组售价分别为 $5x$ 元、x 元、$2x$ 元，且 x 为正整数，则 $300<5x+x+2x<360$，

解得：$37.5<x<45$，

∵x 为正整数，

∴x 为 38 或 39 或 40 或 41 或 42 或 43 或 44，

设甲在该网店购买纪念品手办、毛绒公仔、徽章套组数量为 m 件、y 件、n 件，乙在该网店购买纪念品手办、毛绒公仔、徽章套组数量为 a 件、y 件、b 件，

则 $\begin{cases} a>m \\ 5xm+xy+2xn=1200 \\ 5xa+xy+2xb=1440 \\ n\neq b \end{cases}$，

∴$\dfrac{1200}{5m+y+2n}=\dfrac{1440}{5a+y+2b}=x$，

∵m、n、a、b、y 均为正整数，且 1200 与 1440 在 38、39、40、41、42、43、44 中，只有一个公约数 40，

∴$x=40$，

∴$\dfrac{1200}{5m+y+2n}=\dfrac{1440}{5a+y+2b}=40$，

即 $5m+y+2n=30$，$5a+y+2b=36$，

∴$5(a-m)+2(b-n)=6$，

若 $a-m=1$，则 $b-n=\dfrac{1}{2}$，不符合题意，舍去，

若 $a-m=2$，则 $b-n=-2$，

若 $a-m=3$，则 $b-n=-\dfrac{9}{2}$，不符合题意，舍去，

若 $a-m=4$，则 $b-n=-7$，不符合题意，舍去，

若 $a-m=5$，则 $b-n=-\frac{19}{2}$，不符合题意，舍去，

∴$a-m=2$，$b-n=-2$，即 $a=m+2$，$b=n-2$，

若 $a=6$，$m=4$，$b=2$，$n=4$，$y=2$，

符合 $5a+y+2b=36$，$5m+y+2n=30$，

若 $a=5$，$m=3$ 及以下，$a+m$ 均越来越小，与题干 $a+m$ 最大不符，

故 $a=6$，$m=4$，$b=2$，$n=4$，$y=2$，

此时，$(a+m)\times 5x=(6+4)\times 5\times 40=2000$（元），

∴两人购买手办的费用之和最多是 2000 元，

故答案为：2000．

三．解答题（共 7 小题）

19．已知不等式 $2(x-1)+5<3(x+1)+4$ 的最小整数解是关于 x 的方程 $2x-mx=6$ 的解，求 m 的值．

【分析】解不等式求得它的解集，从而可以求得它的最小整数解，然后代入方程方程 $2x-mx=6$，从而可以得到 m 的值．

【解答】解：$2(x-1)+5<3(x+1)+4$，

去括号得：$2x-2+5<3x+3+4$，

移项合并同类项得：$-x<4$，∴$x>-4$，

∴最小整数解为 -3，

把 $x=-3$ 代入 $2x-mx=6$，得：$2\times(-3)-(-3)m=6$，

解得：$m=4$．

20．已知 $(|a|-2)x^2-(a+2)x+8=0$ 是关于 x 的一元一次方程．

（1）求 a 的值，并解出上述一元一次方程；

（2）若上述方程的解比方程 $6x-3k=2x$ 的解大于 1，求 k 的值．

【分析】（1）利用一元一次方程的定义求出 a 的值，求出一元一次方程的解即可；

（2）由上述方程的解确定出 $6x-3k=2x$ 的解，代入计算即可求出 k 的值．

【解答】解：（1）∵$(|a|-2)x^2-(a+2)x+8=0$ 是关于 x 的一元一次方程，

∴$|a|-2=0$，即 $a=\pm 2$，

又∵$a+2\neq 0$，∴$a=2$，

方程为 $-4x+8=0$，

解得 $x=2$；

（2）由题意得：$6x-3k=2x$ 的解为 $x=1$，

把 $x=1$ 代入方程得：$6-3k=2$，

解得：$k=\frac{4}{3}$.

21．已知方程组 $\begin{cases}x+3y=2-5a\\x-y=2a\end{cases}$ 的解 x，y 的和是负数，且 a 取符合条件的最小正整数．求 $ax\le\frac{2}{3}x+1$ 的解集．

【分析】先根据方程组求出 $x+y=\frac{2-3a}{2}$，根据 x、y 的和为负数得出不等式 $\frac{2-3a}{2}<0$，求出不等式的解集，求出不等式的最小正整数解，再把最小正整数解代入不等式 $ax\le\frac{2}{3}x+1$，最后根据不等式的性质求出不等式的解集即可．

【解答】解：$\begin{cases}x+3y=2-5a & ①\\x-y=2a & ②\end{cases}$，

①+②，得 $2x+2y=2-3a$，

$x+y=\frac{2-3a}{2}$

∵x、y 的和为负数，

∴$\frac{2-3a}{2}<0$，解得：$a>\frac{2}{3}$，

∴a 的最小正整数解是 1，把 $a=1$ 代入 $ax\le\frac{2}{3}x+1$ 得：$x\le\frac{2}{3}x+1$，

解得：$x\le3$，

即不等式 $ax\le\frac{2}{3}x+1$ 的解集是 $x\le3$．

22．对 m、n 定义一种新运算“※”，规定：$m※n=am-bn+5$（a．b 均为非零常数），等式右边的运算是通常的四则运算，例如 $3※4=3a-4b+5$．已知 $2※3=1$，$3※(-1)=10$．

（1）求 a、b 的值；

（2）若关于 x 的不等式组 $\begin{cases}x※(2x-3)<9\\3x※(-6)<t\end{cases}$ 有且只有一个整数解，试求字母 t 的取值范围．

【分析】（1）已知等式利用题中的新定义化简，计算即可求出 a 与 b 的值；

（2）已知不等式组利用题中的新定义化简，把 a 与 b 的值代入后，根据不等式组有且只有一个整数解，确定出 t 的范围即可．

【解答】解：（1）∵2※3＝1，3※（﹣1）＝10，

∴$\begin{cases}2a-3b=-4①\\3a+b=5②\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}a=1\\b=2\end{cases}$；

（2）∵不等式组$\begin{cases}x※(2x-3)<9\\3x※(-6)<t\end{cases}$，且 a＝1，b＝2，

∴ax﹣b（2x﹣3）+5＝﹣3x+11＜9，3ax+6b+5＝3x+17＜t，

解得：$\begin{cases}x>\frac{2}{3}\\x<\frac{t-17}{3}\end{cases}$，

∵关于 x 的不等式组有且只有一个整数解，

∴$1<\frac{t-17}{3}\leq2$，

解得：20＜t≤23，

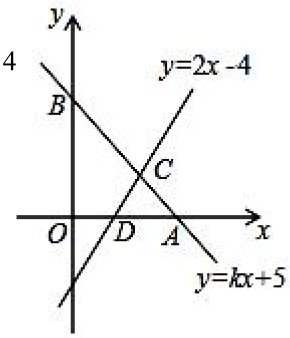
∴t 的取值范围是 20＜t≤23．

23．已知直线 y＝kx+5 交 x 轴于 A，交 y 轴于 B 且 A 坐标为（5，0），直线 y＝2x﹣4 与 x 轴于 D，与直线 AB 相交于点 C．

（1）求点 C 的坐标；

（2）根据图象，写出关于 x 的不等式 2x﹣4＞kx+5 的解集；

（3）求△ADC 的面积．



【分析】（1）根据点 A 的坐标利用待定系数法可求出直线 AB 的解析式，联立直线 AB、CD 的解析式成方程组，通过解方程组即可求出点 C 的坐标；

（2）根据直线 AB、CD 的上下位置关系结合点 C 的坐标，即可得出不等式 2x﹣4＞kx+5 的解集；

（3）利用一次函数图象上点的坐标特征可求出点 D 的坐标，再根据三角形的面积公式即可求出△ADC 的面积．

【解答】解：（1）∵直线 y＝kx+5 经过点 A（5，0），

∴5k+5＝0，解得：k＝﹣1，

∴直线 AB 的解析式为 y＝﹣x+5．

联立直线 AB、CD 的解析式成方程组，$\begin{cases}y=-x+5\\y=2x-4\end{cases}$，解得：$\begin{cases}x=3\\y=2\end{cases}$，

∴点 C 的坐标为（3，2）．

（2）观察函数图象可知：当 $x>3$ 时，直线 $y=2x-4$ 在直线 $y=-x+5$ 的上方，

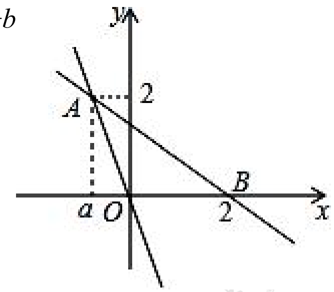
∴不等式 $2x-4>kx+5$ 的解集为 $x>3$．

（3）当 $y=2x-4=0$ 时，$x=2$，

∴点 D 的坐标为（2，0），

∴$S_{\triangle ACD}=\frac{1}{2}(x_A-x_D)\cdot y_C=\frac{1}{2}\times(5-2)\times2=3$．

24．如图，直线 $y=-2x$ 与直线 $y=kx+b$ 相交于点 A（a，2），并且直线 $y=kx+b$ 经过 x 轴上点 B（2，0）



（1）求直线 $y=kx+b$ 的解析式．

（2）求两条直线与 y 轴围成的三角形面积．

（3）直接写出不等式 $(k+2)x+b\geq0$ 的解集．

【分析】（1）首先确定点 A 的坐标，然后利用点 B 的坐标利用待定系数法确定直线的解析式即可；

（2）首先根据直线 AB 的解析式确定直线 AB 与 y 轴的交点坐标，从而利用三角形的面积公式求得三角形的面积；

（3）将不等式变形后结合函数的图象确定不等式的解集即可．

【解答】解：（1）把 A（a，2）代入 $y=-2x$ 中，得 $-2a=2$，

∴$a=-1$，

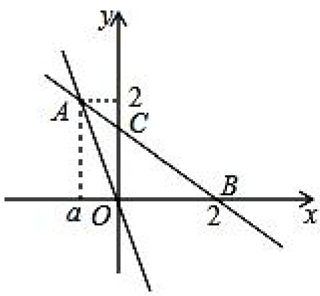
∴A（-1，2）

把 A（-1，2），B（2，0）代入 $y=kx+b$ 中得$\begin{cases}-k+b=2\\2k+b=0\end{cases}$，

∴$k=-\frac{2}{3}$，$b=\frac{4}{3}$，

∴一次函数的解析式是 $y=-\frac{2}{3}x+\frac{4}{3}$；

（2）设直线 AB 与 Y 轴交于点 C，则 C（0，$\frac{4}{3}$）



∴$S_{\triangle AOC}=\frac{1}{2}\times\frac{4}{3}\times1=\frac{2}{3}$；

（3）不等式 $(k+2)x+b\geq0$ 可以变形为 $kx+b\geq-2x$，

结合图象得到解集为：$x\geq-1$．

25．已知关于 x、y 的方程组$\begin{cases}x-y=11-m\\x+y=7-3m\end{cases}$．

（1）当 $m=2$ 时，请解关于 x、y 的方程组$\begin{cases}x-y=11-m\\x+y=7-3m\end{cases}$；

（2）若关于 x、y 的方程组$\begin{cases}x-y=11-m\\x+y=7-3m\end{cases}$中，x 为非负数、y 为负数，

①试求 m 的取值范围；

②当 m 取何整数时，不等式 $3mx+2x>3m+2$ 的解为 $x<1$．

【分析】（1）把 $m=2$ 代入原方程组，再利用加减法解方程组即可；

（2）①把 m 看作常数，解方程组，根据 x 为非负数、y 为负数，列不等式组解出即可；

②根据不等式 $3mx+2x>3m+2$ 的解为 $x<1$，求出 m 的取值范围，综合①即可解答．

【解答】解：（1）把 $m=2$ 代入方程组$\begin{cases}x-y=11-m\\x+y=7-3m\end{cases}$中得：$\begin{cases}x-y=9①\\x+y=1②\end{cases}$，

①+②得：$2x=10$，$x=5$，

①－②得：$-2y=8$，$y=-4$，

∴方程组的解为：$\begin{cases}x=5\\y=-4\end{cases}$；

（2）①$\begin{cases}x-y=11-m①\\x+y=7-3m②\end{cases}$，

①+②得：$2x=18-4m$，$x=9-2m$，

①－②得：$-2y=4+2m$，$y=-2-m$，

∵x 为非负数、y 为负数，

∴$\begin{cases}9-2m\geq 0\\-2-m<0\end{cases}$，解得：$-2<m\leq\frac{9}{2}$；

②$3mx+2x>3m+2$，

$(3m+2)x>3m+2$，

∵不等式 $3mx+2x>3m+2$ 的解为 $x<1$，

∴$3m+2<0$，

∴$m<-\frac{2}{3}$，

由①得：$-2<m\leq\frac{9}{2}$，

∴$-2<m<-\frac{2}{3}$，

∵m 整数，

∴$m=-1$；

即当 $m=-1$ 时，不等式 $3mx+2x>3m+2$ 的解为 $x<1$．

二、因式分解　参考答案与试题解析

一．选择题（共 10 小题）

1．在多项式① $-m^4-n^4$，② a^2+b^2，③ $-16x^2+y^2$，④ $9(a-b)^2-4$，⑤ $-4a^2+b^2$ 中，能用平方差公式分解因式的有（　　）

A．1 个　　B．2 个　　C．3 个　　D．4 个

【分析】变形整式，看是不是符合平方差公式的结构特点得结论．

【解答】解：③ $-16x^2+y^2=y^2-(4x)^2$，④ $9(a-b)^2-4=[3(a-b)]^2-2^2$，

⑤ $-4a^2+b^2=b^2-(2a)^2$，它们符合平方差公式的结构特点，能用平方差差公式因式分解；

① $-m^4-n^4=-(m^4+n^4)$，② a^2+b^2 都是平方和的形式，不能用平方差公式因式分解．

故选：C．

2．已知 $2x-y=3$，则代数式 $x^2-xy+\frac{1}{4}y^2+\frac{7}{4}$的值为（　　）

A．$\frac{43}{4}$　　B．$\frac{13}{4}$　　C．3　　D．4

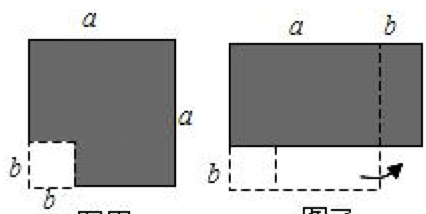
【分析】先把前三项分解因式，再整体代入求解．

【解答】解：∵$2x-y=3$，

∴$x^2-xy+\frac{1}{4}y^2+\frac{7}{4}=\frac{1}{4}(4x^2-4xy+y^2)+\frac{7}{4}=\frac{1}{4}(2x-y)^2+\frac{7}{4}=\frac{1}{4}\times3^2+\frac{7}{4}=4$，

故选：D．

3．在边长为 a 的正方形中挖去一个边长为 b 的小正方形（$a>b$）（如图甲），把余下的部分拼成一个矩形（如图乙），根据两个图形中阴影部分的面积相等，可以验证（　　）



图甲　　图乙

A．$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$

B．$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$

C．$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

D．$a^2-ab-2b^2=(a-2b)(a+b)$

【分析】第一个图形中阴影部分的面积是边长是 a 的正方形的面积减去边长是 b 的小正方形的面积，等于 a^2-b^2；第二个图形阴影部分是一个长是 $(a+b)$，宽是 $(a-b)$ 的长方形，面积是 $(a+b)(a-b)$；这两个图形的阴影部分的面积相等．

【解答】解：∵图甲中阴影部分的面积＝a^2-b^2，图乙中阴影部分的面积＝$(a+b)(a-b)$，

而两个图形中阴影部分的面积相等，

∴阴影部分的面积＝a^2-b^2＝（$a+b$）（$a-b$）.

故选：C.

4．在日常生活中，如取款、上网等都需要密码，有一种利用"因式分解"法生成的密码，方便记忆．如：对于多项式x^4-y^4，因式分解的结果是（$x-y$）（$x+y$）（x^2+y^2），若取x＝9，y＝9时，则各个因式的值是：（$x-y$）＝0，（$x+y$）＝18，（x^2+y^2）＝162，于是就可以把"018162"作为一个六位数的密码．对于多项式x^3-9xy^2，取x＝10，y＝1时，用上述方法生成的密码可以是（　　）

A．101001　　B．1307　　C．1370　　D．10137

【分析】首先对多项式提公因式，再利用平方差公式分解因式，然后把数值代入计算，即可确定出密码．

【解答】解：x^3-9xy^2＝x（x^2-9y^2）＝x（$x+3y$）（$x-3y$），

当x＝10，y＝1时，x＝10，$x+3y$＝10+3＝13，$x-3y$＝10－3＝7，

∴上述方法生成的密码可以是10137．

故选：D．

5．设正整数a，b，c＞100，满足c^2-1＝a^2（b^2-1），且a＞1，则$\frac{a}{b}$的最小值是（　　）

A．$\frac{1}{3}$　　B．$\frac{1}{2}$　　C．2　　D．3

【分析】根据题意，将c^2-1＝a^2（b^2-1）变形，即可得到$\frac{a}{b}$的最小值，本题得以解决．

【解答】解：∵c^2-1＝a^2（b^2-1），正整数a，b，c＞100，

∴c^2＝a^2（b^2-1）+1＝$a^2b^2-a^2+1$＜a^2b^2，

∴c＜ab，

∴$c \le ab-1$，

∴$a^2b^2-a^2+1$＝$c^2 \le$（$ab-1$）^{2}，

化简，得$a^2 \ge 2ab$，

∴$\frac{a}{b} \ge 2$，

故选：C．

6．已知实数m，n，c满足$m^2-m+\frac{1}{4}c$＝0，n＝$12m^2-12m+c^2+\frac{1}{4}$，则$n$的取值范围是（　　）

A．$n \ge -\frac{7}{4}$　　B．$n > -\frac{7}{4}$　　C．$n \ge -2$　　D．$n > -2$

【分析】先把 $m^2-m+\frac{1}{4}c=0$ 变形，再代入 n 变形求解．

【解答】解：∵$m^2-m+\frac{1}{4}c=0$，

∴$m^2-m=-\frac{1}{4}c$，

∴$n=12(m^2-m)+c^2+\frac{1}{4}$

$=-3c+c^2+\frac{1}{4}$

$=c^2-3c+(\frac{3}{2})^2+\frac{1}{4}-\frac{9}{4}$

$=(c-\frac{3}{2})^2-2\geq-2$．

故选：C．

7．若 $2022^{2022}-2022^{2020}=2023\times2022^{n}\times2021$，则 n 的值是（　　）

A．2020　　B．2021　　C．2022　　D．2023

【分析】先提取公因式，再套用平方差公式分解 $2022^{2022}-2022^{2020}$，再根据等式的性质确定 n 的值．

【解答】解：∵$2022^{2022}-2022^{2020}$

$=2022^{2020}\times(2022^2-1)$

$=2022^{2020}\times(2022+1)\times(2022-1)$

$=2023\times2022^{2020}\times2021$，

又∵$2022^{2022}-2022^{2020}=2023\times2022^{n}\times2021$，

∴$2023\times2022^{2020}\times2021=2023\times2022^{n}\times2021$．

∴$n=2020$．

故选：A．

8．已知 a，b，c，d 均为实数，$a^2+b^2=c^2+d^2=\sqrt{2}$，则$\frac{a^2c^2+b^2d^2}{2}+abcd$ 的最大值为（　　）

A．$\sqrt{2}$　　B．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C．1　　D．2

【分析】先计算 a^2+b^2 与 c^2+d^2 的乘积，然后利用配方法进行计算即可解答．

【解答】解：$a^2+b^2=c^2+d^2=\sqrt{2}$，

$(a^2+b^2)(c^2+d^2)=\sqrt{2}\times\sqrt{2}$，

$a^2c^2+a^2d^2+b^2c^2+b^2d^2=2$，

$a^2c^2+a^2d^2+b^2c^2+b^2d^2+2abcd-2abcd=2$，

$a^2c^2+2abcd+b^2d^2+a^2d^2-2abcd+b^2c^2=2$，

$(ac+bd)^2+(ad-bc)^2=2$，

$\frac{a^2c^2+b^2d^2}{2}+abcd$

$=\frac{1}{2}(a^2c^2+b^2d^2+2abcd)$

$=\frac{1}{2}(ac+bd)^2$，

∵$(ad-bc)^2\geq 0$，

∴当 $ad=bc$ 时，$(ad-bc)^2$ 取最小值为 0，

∴$(ac+bd)^2\leq 2$，

即$\frac{1}{2}(ac+bd)^2\leq 1$，

∴$\frac{a^2c^2+b^2d^2}{2}+abcd$ 的最大值为 1，

故选：C．

9．已知有理数 a，b，c 满足 $a-b+c-3=0$，$a^2+b^2+c^2-3=0$，则 $a^3+b^3+c^3-2022=$（　　）

A．-2019　　B．-2020　　C．-2021　　D．-2022

【分析】解法一：根据题意，可令 $a=1$，$b=-1$，$c=1$，再将其代入所求式子中即可求解．

解法二：由题意可知，$a-b+c=3$，$a^2+b^2+c^2=3$，由 $(a-b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ac-ab-bc)=9$ 可得 $ac-ab-bc=3$，则 $a^2+b^2+c^2-3=a^2+b^2+c^2-ac+ab+bc=0$，$2(a^2+b^2+c^2-ac+ab+bc)=(a+b)^2+(b+c)^2+(a-c)^2=0$，以此可得 $a=c=-b$，将其代入 $a-b+c-3=0$ 可得 $a=c=1$，$b=-1$，最后代入所求式子中即可求解．

【解答】解法一：解：根据题意，可令 $a=1$，$b=-1$，$c=1$，明显符合条件要求，

则 $a^3+b^3+c^3-2022=1-1+1-2022=-2021$．

故选：C．

解法二：解：∵$a-b+c-3=0$，

∴$a-b+c=3$，

∴$(a-b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ac-ab-bc)=9$，

∵$a^2+b^2+c^2-3=0$，即 $a^2+b^2+c^2=3$，

∴$ac-ab-bc=3$，

∴$a^2+b^2+c^2-3=a^2+b^2+c^2-ac+ab+bc=0$，

∴2（$a^2+b^2+c^2-ac+ab+bc$）$=a^2+2ab+b^2+b^2+2bc+c^2+a^2-2ac+c^2=(a+b)^2+(b+c)^2+(a-c)^2=0$，

∵$(a+b)^2\geq0$，$(b+c)^2\geq0$，$(a-c)^2\geq0$，

∴$a+b=0$，$b+c=0$，$a-c=0$，

∴$a=c=-b$，

∴$a-b+c=a-(-a)+a=3a=3$，

∴$a=c=1$，$b=-1$，

∴原式$=1-1+1-2022=-2021$.

故答案为：C.

10．已知非零实数 a，b，c 满足$\frac{a^2}{1+2a^2}=\frac{b}{4}$，$\frac{b^2}{4+3b^2}=\frac{c}{12}$，$\frac{c^2}{4+6c^2}=\frac{a}{2}$，则 $a+b+c=$（　　）

A．$\frac{11}{3}$　　B．$\frac{13}{3}$　　C．$\frac{17}{5}$　　D．$\frac{23}{7}$

【分析】根据条件的$\frac{4}{b}=\frac{1}{a^2}+2$，$\frac{12}{c}=\frac{4}{b^2}+3$，$\frac{2}{a}=\frac{4}{c^2}+6$，将上述三式相加得$\frac{4}{b}+\frac{12}{c}+\frac{2}{a}=\frac{1}{a^2}+\frac{4}{b^2}+\frac{4}{c^2}+11$，再通过配方法得$(\frac{1}{a}-1)^2+(\frac{2}{b}-1)^2+(\frac{2}{c}-3)^2=0$，即可到 a，b，c 的值，相加即可求解.

【解答】解：∵$\frac{a^2}{1+2a^2}=\frac{b}{4}$，$\frac{b^2}{4+3b^2}=\frac{c}{12}$，$\frac{c^2}{4+6c^2}=\frac{a}{2}$，

∴$\frac{4}{b}=\frac{1}{a^2}+2$，$\frac{12}{c}=\frac{4}{b^2}+3$，$\frac{2}{a}=\frac{4}{c^2}+6$，

∴$\frac{4}{b}+\frac{12}{c}+\frac{2}{a}=\frac{1}{a^2}+\frac{4}{b^2}+\frac{4}{c^2}+11$，

∴$(\frac{1}{a^2}-\frac{2}{a}+1)+(\frac{4}{b^2}-\frac{4}{b}+1)+(\frac{4}{c^2}-\frac{12}{c}+9)=0$，

即$(\frac{1}{a}-1)^2+(\frac{2}{b}-1)^2+(\frac{2}{c}-3)^2=0$，

∴$\frac{1}{a}=1$，即 $a=1$，

$\frac{2}{b}=1$，即 $b=2$，

$\frac{2}{c}=3$，即 $c=\frac{2}{3}$，

∴$a+b+c=\frac{11}{3}$.

故选：A.

二．填空题（共 16 小题）

11．计算：$4037^2-8072\times2019=$__1__.

【分析】把 8072×2019 变为 4038×4036，再套用平方差公式计算得结果．

【解答】解：原式$=4037^2-2\times4036\times2019$

$=4037^2-4036\times4038$

$=4037^2-(4037-1)(4037+1)$

$=4037^2-(4037^2-1)$

$=1$

故答案为：1

12．若 $x^2+mx-15=(x+3)(x+n)$，则 $m-n$ 的值为__3__．

【分析】已知等式右边利用多项式乘多项式法则计算，再利用多项式相等的条件求出 m 与 n 的值，即可求出 $m-n$ 的值．

【解答】解：∵$(x+3)(x+n)=x^2+nx+3x+3n=x^2+(n+3)x+3n$，

$\therefore\begin{cases}m=n+3\\-15=3n\end{cases}$，

解得：$m=-2$，$n=-5$，

则 $m-n=-2+5=3$，

故答案为：3．

13．若 $a+b=3$，$ab=-1$，则代数式 $a^3b+2a^2b^2+ab^3$ 的值为__-9__．

【分析】先对整式进行因式分解，再根据条件求其值即可．

【解答】解：$a^3b+2a^2b^2+ab^3$

$=ab(a^2+2ab+b^2)$

$=ab(a+b)^2$，

∵$a+b=3$，$ab=-1$，

$\therefore ab(a+b)^2=-1\times3^2=-9$．

故答案为：-9．

14．已知 m、n 满足 $mn=4$，$m-n=-1$，则 $2m^3n-4m^2n^2+2mn^3=$__8__．

【分析】先对整式 $2m^3n-4m^2n^2+2mn^3$ 进行因式分解，再根据 $mn=4$，$m-n=-1$，即可求出其值．

【解答】解：$2m^3n-4m^2n^2+2mn^3$

$=2mn(m^2-2mn+n^2)$

$=2mn(m-n)^2$

∵$mn=4$，$m-n=-1$，

∴$2mn(m-n)^2=2\times4\times(-1)^2=8$，

∴$2m^3n-4m^2n^2+2mn^3=8$．

故答案为：8．

15．若 $m^2=2n+2021$，$n^2=2m+2021$（$m\neq n$），那么式子 $m^3-4mn+n^3$ 值为 $\underline{\quad -4042\quad}$．

【分析】由已知条件求得 $m+n=-1$，$m^2-2n=2022$，$n^2-2m=2022$，再将原式化成 $m(m^2-2n)+n(n^2-2m)$，连接两次代值计算便可得出答案．

【解答】解：∵$m^2=2n+2021$，$n^2=2m+2021$，

∴$m^2-n^2=2(n-m)$，

∴$(m+n)(m-n)=2(n-m)$，

∵$m\neq n$，

∴$m+n=-2$，

∵$m^2=2n+2021$，$n^2=2m+2021$，

∴$m^2-2n=2021$，$n^2-2m=2021$，

∴原式$=m^3-2mn-2mn+n^3$

$=m(m^2-2n)+n(n^2-2m)$

$=2021m+2021n$

$=2021(m+n)$

$=2021\times(-2)$

$=-4042$．

故答案为：-4042．

16．若 $a^3+2a^2+2a+1=0$，则 $a^{2021}+a^{2022}+a^{2023}=\underline{\quad -1\quad}$．

【分析】根据已知等式得到 $(a+1)(a^2+a+1)=0$，再整体代入所求式子，求值即可．

【解答】解：∵$a^3+2a^2+2a+1=0$，

∴$(a+1)(a^2+a+1)=0$，∴$a+1=0$ 或 $a^2+a+1=0$，

当 $a+1=0$ 时，$a^{2021}+a^{2022}+a^{2023}=-1+1+(-1)=-1$；

∵$a^2+a+1=(a+\frac{1}{2})^2+\frac{3}{4}\neq0$，

故答案为：-1．

17．已知 $a=\frac{1}{2022}x+18$，$b=\frac{1}{2022}x+17$，$c=\frac{1}{2022}x+16$，那么代数式 $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ac$ 的值是 3．

【分析】已知条件中的几个式子有中间变量 x，三个式子消去 x 即可得到：$a-b=1$，$a-c=2$，$b-c=1$，用这三个式子表示出已知的式子，即可求值．

【解答】解：方法一：

∵$a^2+b^2+c^2-ab-bc-ac=a(a-b)+b(b-c)+c(c-a)$，

又由 $a=\frac{1}{2022}x+18$，$b=\frac{1}{2022}x+17$，$c=\frac{1}{2022}x+16$，

得：$a-b=(\frac{1}{2022}x+18)-(\frac{1}{2022}x+17)=1$，

同理得：$b-c=1$，$c-a=-2$，

∴原式$=a+b-2c=\frac{1}{2022}x+18+\frac{1}{2022}x+17-2(\frac{1}{2022}x+16)=3$．

故答案为：3．

方法二：

$a^2+b^2+c^2-ab-bc-ac$

$=\frac{1}{2}(2a^2+2b^2+2c^2-2ab-2bc-2ac)$，

$=\frac{1}{2}[(a^2-2ab+b^2)+(a^2-2ac+c^2)+(b^2-2bc+c^2)]$

$=\frac{1}{2}[(a-b)^2+(a-c)^2+(b-c)^2]$

$=\frac{1}{2}\times(1+4+1)=3$．

故答案为：3．

18．已知 $a=2021x+2020$，$b=2021x+2021$，$c=2021x+2022$，那么 $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ac$ 的值等于 3．

【分析】对 $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ac$ 提公因式$\frac{1}{2}$，进而进行因式分解，再将 a、b、c 的值代入即可．

【解答】解：∵$a=2021x+2020$，$b=2021x+2021$，$c=2021x+2022$，

∴$a^2+b^2+c^2-ab-bc-ac$

$=\frac{1}{2}(2a^2+2b^2+2c^2-2ab-2bc-2ac)$

$=\frac{1}{2}[(a-b)^2+(b-c)^2+(a-c)^2]$

$=\frac{1}{2}[(-1)^2+(-1)^2+(-2)^2]$

$=\frac{1}{2}\times 6$

$=3$.

故答案为：3.

19．若 $a+b=-1$，$ab=-1$，则 $a^5+b^5=$___-11___．

【分析】利用完全平方公式和乘法公式进行化简，然后代入 $a+b$，ab 的值，即可得出答案．

【解答】解：∵$a+b=-1$，$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=3$；

∵$(a^2+b^2)(a+b)=a^3+ab^2+a^2b+b^3=a^3+b^3+ab(a+b)$，

∴$3\times(-1)=a^3+b^3+1$，

∴$a^3+b^3=-4$，

∴$a^4+b^4=(a^2+b^2)^2-2(ab)^2=9-2=7$，

∵$(a+b)(a^4+b^4)=a^5+b^5+ab(a^3+b^3)$，

∴$a^5+b^5=(a+b)(a^4+b^4)-ab(a^3+b^3)=-1\times 7-(-1)\times(-4)=-7-4=-11$.

故答案为：-11．

20．已知 $xy=-1$，$x+y=2$，则$\frac{1}{2}x^3y+x^2y^2+\frac{1}{2}xy^3=$___$-2$___．

【分析】先运用提公因数法把多项式$\frac{1}{2}x^3y+x^2y^2+\frac{1}{2}xy^3$ 因式分解，再根据完全平方公式因式分解即可求解．

【解答】解：∵$xy=-1$，$x+y=2$，

∴$\frac{1}{2}x^3y+x^2y^2+\frac{1}{2}xy^3$

$=\frac{1}{2}xy(x^2+2xy+y^2)$

$=\frac{1}{2}xy(x+y)^2$

$=\frac{1}{2}\times(-1)\times 2^2$

$=-2$.

故答案为：-2．

21．若实数 x，y，m 满足 $x-3y-\sqrt{3}=0$，且 $xy+\frac{\sqrt{2}}{3}m^2+\frac{1}{4}=0$，求 $x+y+m=$___$\frac{\sqrt{3}}{3}$___．

【分析】由 $x-3y-\sqrt{3}=0$ 可得 $x=3y+\sqrt{3}$，代入 $xy+\frac{\sqrt{2}}{3}m^2+\frac{1}{4}=0$ 得到 $y(3y+\sqrt{3})+\frac{\sqrt{2}}{3}m^2+\frac{1}{4}=0$，再配方后根据非负数的性质求出 y，m，进一步得到 x，再代入计算即可求解．

【解答】解：∵$x-3y-\sqrt{3}=0$，∴$x=3y+\sqrt{3}$，

∴由 $xy+\frac{\sqrt{2}}{3}m^2+\frac{1}{4}=0$ 得到 y（$3y+\sqrt{3}$）$+\frac{\sqrt{2}}{3}m^2+\frac{1}{4}=0$，

∴$3y^2+\sqrt{3}y+\frac{1}{4}+\frac{\sqrt{2}}{3}m^2=0$，

$(\sqrt{3}y+\frac{1}{2})^2+\frac{\sqrt{2}}{3}m^2=0$，

∴$\sqrt{3}y+\frac{1}{2}=0$，$m=0$，

∴$y=-\frac{\sqrt{3}}{6}$，

∴$x=-\frac{\sqrt{3}}{2}+\sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

∴$x+y+m=\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\sqrt{3}}{6}+0=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

故答案为：$\frac{\sqrt{3}}{3}$.

22．已知 $x^2-2x-1=0$，则 $3x^2-6x=$__3__；则 $2x^3-7x^2+4x-2019=$__-2022__.

【分析】根据因式分解的提公因式法分解因式，利用整体代入的方法即可求得第一个空的解；分解第二个因式后把 $-7x$ 写成 $-4x-3x$ 再重新组合，进行提公因式，最后整体代入即可求得第二个空的解.

【解答】解：∵$x^2-2x-1=0$，

∴$x^2-2x=1$，$2x^2-4x=2$，

∴$3x^2-6x=3(x^2-2x)=3$.

$2x^3-7x^2+4x-2019=x(2x^2-7x)+4x-2019$

$=x(2x^2-4x-3x)+4x-2019$

$=x(2-3x)+4x-2019$

$=2x-3x^2+4x-2019$

$=-3x^2+6x-2019$

$=-3(x^2-2x)-2019$

$=-3\times1-2019$

$=-2022$.

故答案为：3，-2022.

23．若 $x=2017$，$y=-2018$，$z=1$，则 $x^3+y^3+z^3-3xyz=$__0__.

【分析】根据 $x=2017$，$y=-2018$ 求出 $y=-(x+1)$，把 $y=-(x+1)$ 代入 $x^3+y^3+z^3-3xyz$ 中计算即可.

【解答】解：∵$x=2017$，$y=-2018$，∴$y=-(x+1)$，

∴$x^3+y^3+z^3-3xyz$

$=x^3-(x+1)^3+1^3+3x(x+1)$

$=[x-(x+1)][x^2+x(x+1)+(x+1)^2]+3x^2+3x+1$

$=-(3x^2+3x+1)+3x^2+3x+1$

$=0$，

故答案为：0．

24．已知 x、y 均为实数，且满足 $xy+x+y=17$，$x^2y+xy^2=66$，则 $x^4+x^3y+x^2y^2+xy^3+y^4=$__12499__．

【分析】本题须先根据题意求出 x^2+y^2 和 x^2y^2 的值，再求出 x^4+y^4 的值，最后代入原式即可求出结果．

【解答】解：$x^2y+xy^2=xy(x+y)=66$，

设 $xy=m$，$x+y=n$，由 $xy+x+y=17$，得到 $m+n=17$，由 $xy(x+y)=66$，得到 $mn=66$，

∴$m=6$，$n=11$ 或 $m=11$，$n=6$（舍去），

∴$xy=m=6$，$x+y=n=11$，

$x^2+y^2=11^2-2\times6=109$，$x^2y^2=36$

$x^4+y^4=109^2-36\times2=11809$

$x^4+x^3y+x^2y^2+xy^3+y^4$

$=11809+6\times109+36$

$=12499$．

故答案为：12499

25．设整数 a_1，a_2，b_1，b_2，c_1，c_2 和 M 满足恒等式 $(a_1x+b_1y+c_1)(a_2x+b_2y+c_2)=2x^2+10xy+My^2+7x+18y+6$，则 $M=$__12__．

【分析】分析对比恒等式两端，对等式右边进行因式分解，找出对应的对等关系，列出等式，即可解决问题．

【解答】解：∵$2x^2+7x+6=(2x+3)(x+2)$，

∴$(2x+b_1y+3)(x+b_2y+2)=2x^2+10xy+My^2+7x+18y+6$，

展开得：$2x^2+(b_1+2b_2)xy+b_1b_2y^2+7x+(2b_1+3b_2)y+6=2x^2+10xy+My^2+7x+18y+6$，

∴$b_1+2b_2=10$，$2b_1+3b_2=18$，

∴$M=b_1b_2=12$．

故答案为：12．

26．阅读以下材料，并解决相应问题．

材料一：对于个位数字非零的任意三位数 M，将个位数字与百位数字对调得到 M'，则称 M'为 M 的"倒序数"，$F_{(M)}$ 表示一个数与它的"倒序数"的差的绝对值与 99 的商，

如：325 的"倒序数"为 523，$F_{(325)}=\frac{|325-523|}{99}=2$；

材料二：任意三位数$\overline{abc}$满足：$c>a$ 且 $a+c=3b$，称这个数为"登高数"．如：138 为"登高数"，若 M 为"登高数"，且 $F_{(M)}=3$，则 M 的最大值为 __659__．

【分析】通过设 M 这个三位数为 $100a+10b+c$，则根据材料一，可得 $M'=100c+10b+a$，再根据 $F_{(M)}=3$，形成关于 a，c 的关系式，再根据 $c>a$，$a+c=3b$，及 a，b，c 都是 0～9 之内的数，进行分类讨论，最后确定 M 的最值．

【解答】解：设 M 这个三位数为 $100a+10b+c$，则 $M'=100c+10b+c$．且 $c>a$．

$\therefore F_{(M)}=\frac{|M-M'|}{99}=\frac{|100a+10b+c-100c-10b-a|}{99}$，

$\because F_{(M)}=3$，$\therefore\frac{|100a+10b+c-100c-10b-a|}{99}=3$，

整理得，$|a-c|=3$，

$\because c>a$，$\therefore c-a=3$，即 $c=a+3$．

$\because 1\le c\le 9$，$\therefore 1\le a+3\le 9$，解得 $-2\le a\le 6$．

$\because 1\le a\le 9$，

$\therefore 1\le a\le 6$

$\because a+c=3b$，

$\therefore a=\frac{3}{2}(b-1)$，$\therefore 1\le\frac{3}{2}(b-1)\le 6$，解得$\frac{5}{3}\le b\le 5$．

$\therefore b$ 取整数，故可取 2，3，4，5

又$\because b-1$ 取偶数，

$\therefore b$ 取奇数，故 b 只能取 3，5．

$\therefore$当 $b=3$ 时，$a=\frac{3}{2}(3-1)=3$，$c=6$，此时 $M=336$；

当 $b=5$ 时，$a=\frac{3}{2}(5-1)=6$，$c=9$，此时 $M=659$

$\because$求 M 的最大值，

$\therefore M$ 最大值是 659．

故答案为：659．

三．解答题（共 2 小题）

27．分解因式：$(x^2-x)^2-18(x^2-x)+72$．

【分析】把 (x^2-x) 看成一个整体，利用十字相乘法分解即可．

【解答】解：$(x^2-x)^2-18(x^2-x)+72$

$=[(x^2-x)-6][(x^2-x)-12]$

$=(x^2-x-6)(x^2-x-12)$

$=(x-3)(x+2)(x-4)(x+3)$．

28．（1）若 $\frac{2x+3}{(x+1)(x+2)}=\frac{A}{x+1}-\frac{B}{x+2}$ 恒成立，求 A、B 的值．

（2）已知 a，b，c 是△ABC 三边的长度，且满足 $a^2+2b^2+c^2-2b(a+c)=0$，求△ABC 的形状．

【分析】（1）先把等式右边通分，再根据多项式相等，对应项的系数相等，列方程求解；

（2）先把等号左边配方，再根据平方的非负性求解．

【解答】解：（1）∵$\frac{2x+3}{(x+1)(x+2)}=\frac{A}{x+1}-\frac{B}{x+2}=\frac{A(x+2)-B(x+1)}{(x+10)(x+2)}$，

∴$2x+3=Ax+2A-Bx-B=(A-B)x+(2A-B)$，

∴$A-B=2$ 且 $2A-B=3$，

解得：$A=1$，$B=-1$；

（2）∵$a^2+2b^2+c^2-2b(a+c)$

$=a^2+2b^2+c^2-2ba-2bc$

$=(a-b)^2+(b-c)^2=0$，

∴$a=b=c$，

∴△ABC 的形状为等边三角形．

三、分式及分式方程　参考答案与试题解析

一．选择题（共 6 小题）

1．若分式方程$\frac{3-x}{x-4}+\frac{m}{x-4}=1$有增根，则 m 的值是（　　）

A．4　　B．1　　C．－1　　D．－3

【分析】先判断出增根为 $x=4$，再把分式方程化为整式方程，然后把 $x=4$ 代，入求值．

【解答】解：∵分式方程有增根，

∴可判断增根为使得分母为 0 的 x 的值，即 $x=4$；

分式方程两边同时乘以（$x-4$），得 $3-x+m=(x-4)$，

整理得 $m=2x-7$，

当 $x=4$ 时，$m=2\times4-7=1$．

故选 B．

2．如果关于 x 的不等式组$\begin{cases}\frac{x-m}{3}\le 1\\ x-4>3(x-2)\end{cases}$的解集为 $x<1$，且关于 x 的分式方程$\frac{2}{1-x}+\frac{mx}{x-1}=3$有非负数解，则所有符合条件的整数 m 的值之和是（　　）

A．－2　　B．0　　C．3　　D．5

【分析】不等式组变形后，根据解集确定出 m 的范围，再表示出分式方程的解，由分式方程有非负数解，确定出满足条件 m 的值，进而求出之和．

【解答】解：解不等式$\frac{x-m}{3}\le1$，得：$x\le m+3$，

解不等式 $x-4>3(x-2)$，得：$x<1$，

∵不等式组的解集为 $x<1$，∴$m+3\ge1$，解得：$m\ge-2$，

解分式方程：$\frac{2}{1-x}+\frac{mx}{x-1}=3$ 得 $x=\frac{1}{3-m}$，

∵分式方程有非负数解，

∴$\frac{1}{3-m}\ge0$ 且$\frac{1}{3-m}\ne1$，

解得 $m<3$ 且 $m\ne2$，则 $-2\le m<3$ 且 $m\ne2$，

则所有符合条件的整数 m 的值之和是 $-2-1+0+1=-2$．

故选：A．

3．自然数 a，b，c，d 满足$\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}+\frac{1}{d^2}=1$，则$\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^3}+\frac{1}{c^4}+\frac{1}{d^5}$等于（　　）

A．$\frac{1}{4}$　　B．$\frac{3}{8}$　　C．$\frac{7}{16}$　　D．$\frac{15}{32}$

【分析】只有 a、b、c、d 自然数都相等的时候，等式才成立，可得：$a=b=c=d=2$，即可求解．

【解答】解：$\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}+\frac{1}{d^2}=1$，只有 a、b、c、d 自然数都相等的时候，等式才成立，

即：$a=b=c=d=2$；

将 a、b、c、d 结果代入$\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^3}+\frac{1}{c^4}+\frac{1}{d^5}=\frac{15}{32}$．

故选：D．

4．若整数 a 使关于 x 的不等式组$\begin{cases}\frac{x}{2}-1\leq\frac{1}{3}(x-2)\\3x-a\geq 2(1-x)\end{cases}$有且只有两个整数解，且关于 y 的分式方程$\frac{1-3y}{y-1}-\frac{2a}{1-y}=-2$的解为正数，则满足上述条件的 a 的和为（　　）

A．3　　B．4　　C．5　　D．6

【分析】解出一元一次不等式组的解集，根据有且只有两个整数解列出不等式求出 a 的范围；解分式方程，根据解为正数，且 $y-1\neq0$，得到 a 的范围；然后得到 a 的范围，再根据 a 为整数得到 a 的值，最后求和即可．

【解答】解：$\begin{cases}\frac{x}{2}-1\leq\frac{1}{3}(x-2)① \\3x-a\geq 2(1-x)②\end{cases}$，

解不等式①得：$x\leq2$，

解不等式②得：$x\geq\frac{a+2}{5}$，

∴不等式组的解集为$\frac{a+2}{5}\leq x\leq2$，

∵不等式组有且只有两个整数解，

∴$0<\frac{a+2}{5}\leq1$，∴ $-2<a\leq3$；

分式方程两边都乘以（$y-1$）得：$1-3y+2a=-2$（$y-1$），解得：$y=2a-1$，

∵分式方程的解为正数，

∴$2a-1>0$，∴$a>\frac{1}{2}$；

∵$y-1\neq0$，∴$y\neq1$，

∴$2a-1\neq1$，∴$a\neq1$，

$\therefore\frac{1}{2}<a\leq3$，且 $a\neq1$，

$\because a$ 是整数，$\therefore a=2$ 或 3，

$\therefore 2+3=5$，

故选：C．

5．已知 $abc=1$，$a+b+c=2$，$a^2+b^2+c^2=3$，则$\frac{1}{ab+c-1}+\frac{1}{bc+a-1}+\frac{1}{ca+b-1}$的值为（　　）

A．－1　　B．$-\frac{1}{2}$　　C．2　　D．$-\frac{2}{3}$

【分析】由 $a+b+c=2$，$a^2+b^2+c^2=3$，利用两个等式之间的平方关系得出 $ab+bc+ac=\frac{1}{2}$；再根据已知条件将各分母因式分解，通分，代入已知条件即可．

【解答】解：由 $a+b+c=2$，两边平方，得 $a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ac=4$，

将已知代入，得 $ab+bc+ac=\frac{1}{2}$；

由 $a+b+c=2$ 得：$c-1=1-a-b$，

$\therefore ab+c-1=ab+1-a-b=(a-1)(b-1)$，

同理，得 $bc+a-1=(b-1)(c-1)$，

$ca+b-1=(c-1)(a-1)$，

$\therefore$原式$=\frac{1}{(a-1)(b-1)}+\frac{1}{(b-1)(c-1)}+\frac{1}{(c-1)(a-1)}$

$=\frac{c-1+a-1+b-1}{(a-1)(b-1)(c-1)}$

$=\frac{-1}{(ab-a-b+1)(c-1)}$

$=\frac{-1}{abc-ac-bc+c-ab+a+b-1}$

$=\frac{-1}{1-\frac{1}{2}+2-1}=-\frac{2}{3}$.

故选：D．

6．现有一列数：a_1，a_2，a_3，a_4，…，a_{n-1}，a_n（n 为正整数），规定 $a_1=2$，$a_2-a_1=4$，$a_3-a_2=6$，…，$a_n-a_{n-1}=2n$（$n\geq2$），若$\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_3}+\frac{1}{a_4}\cdots\frac{1}{a_n}=\frac{97}{198}$，则 n 的值为（　　）

A．97　　B．98　　C．99　　D．100

【分析】先观察数列的规律，根据已知的关系，通过错项相加的方法，求出 a_n 的通项公式：$a_n=n(n+1)$，再根据此公式，对分式方程的左边进行裂项，化简分式方程，最后可求出 n 的值．

【解答】∵由已知可得：

$a_1=2$，

$a_2-a_1=4$，

$a_3-a_2=6$，

…，

$a_n-a_{n-1}=2n$，

以上各式左右两边分别相加，$a_1+a_2-a_1+a_3-a_2+…+a_n-a_{n-1}=2+4+6+…+2n$，

化简后可得：$a_n=2+4+6+…+2n$，

$\therefore a_n=\frac{(2+2n)n}{2}=n(n+1)$.

$\therefore \frac{1}{a_2}=\frac{1}{2\times3}=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$,

$\frac{1}{a_3}=\frac{1}{3\times4}=\frac{1}{3}-\frac{1}{4}$,

$\frac{1}{a_4}=\frac{1}{4\times5}=\frac{1}{4}-\frac{1}{5}$,

…，

$\frac{1}{a_n}=\frac{1}{n\times(n+1)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$.

$\therefore \frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_3}+\frac{1}{a_4}+\ldots\ldots+\frac{1}{a_n}=\frac{97}{198}$,

可化简为：$\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\ldots\ldots+\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}=\frac{97}{198}$

即$\frac{1}{2}-\frac{1}{n+1}=\frac{97}{198}$,

$\frac{1}{n+1}=\frac{1}{99}$,

解得：$n=98$，

经检验，$n=98$ 是原方程的解，

$\therefore n=98$.

故选：B.

二．填空题（共 13 小题）

7．计算：$\frac{x}{x-1}+\frac{2x-1}{1-x}=$___$-1$___.

【分析】将分式适当变形后，利用同分母分式的减法法则运算即可．

【解答】解：原式$=\frac{x}{x-1}-\frac{2x-1}{x-1}=\frac{x-2x+1}{x-1}$ ＝－1．

故答案为：－1．

8．分式方程$\frac{x-a}{x+1}$=a 有增根，则 a 的值是___－1___．

【分析】增根是化为整式方程后产生的不适合分式方程的根．所以应先确定增根的可能值，让最简公分母 x+1＝0，得到 x＝－1，然后代入整式方程算出 a 的值即可．

【解答】解：方程两边同时乘以 x+1 得，x－a＝a（x+1），

∵方程有增根，∴x+1＝0，解得 x＝－1．

∴－1－a＝0，解得 a＝－1．

故答案为：－1．

9．先化简，再求值：（$1-\frac{1}{x+3}$）÷$\frac{x+2}{x^2-9}$，其中 x＝2 时，结果＝___－1___．

【分析】先根据分式的减法法则进行计算，再根据分式的除法法则把除法变成乘法，算乘法，最后代入求出答案即可．

【解答】解：（$1-\frac{1}{x+3}$）÷$\frac{x+2}{x^2-9}$

$=\frac{x+3-1}{x+3}\cdot\frac{(x+3)(x-3)}{x+2}$

$=\frac{x+2}{x+3}\cdot\frac{(x+3)(x-3)}{x+2}$

＝x－3，

当 x＝2 时，原式＝2－3＝－1，

故答案为：－1．

10．若$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$=2，则$\frac{2x-xy+2y}{3x+5xy+3y}$=__$\frac{3}{11}$__

【分析】由$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$=2，得 x+y＝2xy，整体代入所求的式子化简即可．

【解答】解：由$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$=2，得 x+y＝2xy

则$\frac{2x-xy+2y}{3x+5xy+3y}=\frac{2(x+y)-xy}{3(x+y)+5xy}=\frac{2\cdot2xy-xy}{3\cdot2xy+5xy}=\frac{3xy}{11xy}=\frac{3}{11}$.

故答案为$\frac{3}{11}$.

11．已知 a+b＝5，ab＝3，$\frac{b}{a}+\frac{a}{b}$=__$\frac{19}{3}$__.

【分析】将 $a+b=5$、$ab=3$ 代入原式$=\frac{b^2+a^2}{ab}=\frac{(a+b)^2-2ab}{ab}$，计算可得．

【解答】解：当 $a+b=5$、$ab=3$ 时，

原式$=\frac{b^2+a^2}{ab}$

$=\frac{(a+b)^2-2ab}{ab}$

$=\frac{5^2-2\times3}{3}$

$=\frac{19}{3}$，

故答案为：$\frac{19}{3}$．

12．已知$a-\frac{1}{a}=6$，则$a^2+\frac{1}{a^2}=$__38__，$(a+\frac{1}{a})^2=$__40__．

【分析】先把已知两边平方，再利用等式的性质得结论．

【解答】解：∵$a-\frac{1}{a}=6$，

∴$(a-\frac{1}{a})^2=36$．

∴$a^2+\frac{1}{a^2}-2=36$．

∴$a^2+\frac{1}{a^2}=38$．

∴$a^2+2+\frac{1}{a^2}=40$．

∴$(a+\frac{1}{a})^2=40$．

故答案为：38；40．

13．已知$\frac{1}{b}-\frac{2}{a}=2$，则$\frac{2a+3ab-4b}{4ab-3a+6b}$的值为 __$-\frac{7}{2}$__．

【分析】将已知条件适当变形，利用整体代入的方法解答即可．

【解答】解：∵$\frac{1}{b}-\frac{2}{a}=2$，

∴$a-2b=2ab$．

∴原式$=\frac{2a-4b+3ab}{-3a+6b+4ab}$

$=\frac{2(a-2b)+3ab}{-3(a-2b)+4ab}$

$=\frac{2\times2ab+3ab}{-3\times2ab+4ab}$

$=\frac{7ab}{-2ab}$

$=-\frac{7}{2}$.

故答案为：$-\frac{7}{2}$.

14．若 $x+\frac{1}{y}=1$，$y+\frac{1}{z}=1$，则 $xyz=$ __-1__.

【分析】根据等式的性质解决此题．

【解答】解：$\because x+\frac{1}{y}=1$，

$\therefore xy+1=y$．

$\because y+\frac{1}{z}=1$，

$\therefore xy+1+\frac{1}{z}=1$．

$\therefore xy+\frac{1}{z}=0$．

$\therefore xyz+1=0$．

$\therefore xyz=-1$．

故答案为：-1．

15．如果 a，b，c 是正数，且满足 $a+b+c=6$，$\frac{1}{a+b}+\frac{1}{b+c}+\frac{1}{c+a}=\frac{2}{3}$，则$\frac{a}{b+c}+\frac{b}{c+a}+\frac{c}{a+b}$的值为 __1__.

【分析】把已知等式变形后代入所求分式中，再利用整体思想将分式化简求值即可．

【解答】解：$\because a+b+c=6$，

$\therefore a=6-(b+c)$，$b=6-(a+c)$，$c=6-(a+b)$，

$\therefore \frac{a}{b+c}+\frac{b}{c+a}+\frac{c}{a+b}$

$=\frac{6-(b+c)}{b+c}+\frac{6-(a+c)}{c+a}+\frac{6-(a+b)}{a+b}$

$=\frac{6}{b+c}-1+\frac{6}{c+a}-1+\frac{6}{a+b}-1$

$=6\left(\frac{1}{b+c}+\frac{1}{c+a}+\frac{1}{a+b}\right)-3$，

$\because \frac{1}{a+b}+\frac{1}{b+c}+\frac{1}{c+a}=\frac{2}{3}$，

$\therefore$ 原式 $=6\times\frac{2}{3}-3=1$．

故答案为：1．

16．若关于 x 的方程$\frac{x+m}{x-4}+\frac{2m}{4-x}=3$ 的解是非负数，则 m 的取值范围是 __$m\le 12$ 且 $m\ne 4$__．

【分析】先解分式方程，再根据分式方程的解的定义解决此题．

【解答】解：$\frac{x+m}{x-4}+\frac{2m}{4-x}=3$，

去分母，得 $x+m-2m=3(x-4)$．

去括号，得 $x+m-2m=3x-12$．

移项，得 $x-3x=-12+2m-m$．

合并同类项，得 $-2x=-12+m$．

x 的系数化为 1，得 $x=6-\frac{m}{2}$．

∵关于 x 的方程$\frac{x+m}{x-4}+\frac{2m}{4-x}=3$ 的解是非负数，

∴$6-\frac{m}{2}\ge 0$ 且 $6-\frac{m}{2}\ne 4$．

∴$m\le 12$ 且 $m\ne 4$．

故答案为：$m\le 12$ 且 $m\ne 4$．

17．若 $a+b=\sqrt{5}$，则$\frac{a^4+a^2b^2+b^4}{a^2+ab+b^2}+3ab=$__5__．

【分析】利用完全平方公式，整理出含已知条件的形式，再把相应的值代入运算即可．

【解答】解：当 $a+b=\sqrt{5}$，

$\frac{a^4+a^2b^2+b^4}{a^2+ab+b^2}+3ab$

$=\frac{(a^2+b^2)^2-a^2b^2}{(a+b)^2-ab}+3ab$

$=\frac{[(a+b)^2-2ab]^2-a^2b^2}{(a+b)^2-ab}+3ab$

$=\frac{[(\sqrt{5})^2-2ab]^2-a^2b^2}{(\sqrt{5})^2-ab}+3ab$

$=\frac{(5-2ab)^2-a^2b^2}{5-ab}+3ab$

$=\frac{25-20ab+4a^2b^2+15ab-3a^2b^2}{5-ab}$

$=\frac{25-5ab}{5-ab}$

$=\frac{5(5-ab)}{5-ab}$

$=5$．

故答案为：5．

18．有一组数据：$a_1=\frac{3}{1\times2\times3}$，$a_2=\frac{5}{2\times3\times4}$，$a_3=\frac{7}{3\times4\times5}$，…，$a_n=\frac{2n+1}{n(n+1)(n+2)}$．记 $S_n=a_1+a_2+a_3+\ldots+a_n$，则 $S_{12}=$__$\frac{201}{182}$__．

【分析】通过探索数字变化的规律进行分析计算．

【解答】解：$a_1=\frac{3}{1\times2\times3}=\frac{1+2}{1\times2\times3}=\frac{1}{1\times2\times3}+\frac{2}{1\times2\times3}=\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{1\times3}=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{2}$（$1-\frac{1}{3}$），

$a_2=\frac{5}{2\times3\times4}=\frac{2+3}{2\times3\times4}=\frac{2}{2\times3\times4}+\frac{3}{2\times3\times4}=\frac{1}{3\times4}+\frac{1}{2\times4}=\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{2}$（$\frac{1}{2}-\frac{1}{4}$），

…

$a_{12}=\frac{12+13}{12\times13\times14}=\frac{12}{12\times13\times14}+\frac{13}{12\times13\times14}=\frac{1}{13\times14}+\frac{1}{12\times14}=\frac{1}{13}-\frac{1}{14}+\frac{1}{2}$（$\frac{1}{12}-\frac{1}{14}$），

…，

$\therefore S_{12}=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\ldots+\frac{1}{2}$（$1-\frac{1}{3}+\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+\ldots-\frac{1}{13}-\frac{1}{14}$）

$=\frac{1}{2}-\frac{1}{14}+\frac{1}{2}$（$1+\frac{1}{2}-\frac{1}{13}-\frac{1}{14}$）

$=\frac{201}{182}$，

故答案为：$\frac{201}{182}$．

19．欧拉是 18 世纪瑞士著名的数学家，他的贡献不仅遍及高等数学的各个领域，在初等数学中也留下了他的足迹．下面是关于分式的欧拉公式：

$$\frac{a^r}{(a-b)(a-c)}+\frac{b^r}{(b-c)(b-a)}+\frac{c^r}{(c-a)(c-b)}=\begin{cases}p, & r=0\text{ 时}\\0, & r=1\text{ 时}\\1, & r=2\text{ 时}\\a+b+c, & r=3\text{ 时}\end{cases}$$

（其中 a，b，c 均不为零，且两两互不相等）．

（1）当 $r=0$ 时，常数 p 的值为 __0__．

（2）利用欧拉公式计算：$\frac{2022^3}{2}-2021^3+\frac{2020^3}{2}=$__6063__．

【分析】（1）将 $r=0$ 代入，可得$\frac{1}{(a-b)(a-c)}+\frac{1}{(b-c)(b-a)}+\frac{1}{(c-a)(c-b)}$，再通分化简即可求解；

（2）根据所求式子的特点，可知 $a=2022$，$b=2021$，$c=2020$，$r=3$，再结合公式求解即可．

【解答】解：（1）当 $r=0$ 时，$\frac{a^r}{(a-b)(a-c)}+\frac{b^r}{(b-c)(b-a)}+\frac{c^r}{(c-a)(c-b)}$

$=\frac{1}{(a-b)(a-c)}+\frac{1}{(b-c)(b-a)}+\frac{1}{(c-a)(c-b)}$

$=\frac{b-c}{(a-b)(a-c)(b-c)}-\frac{a-c}{(b-c)(a-b)(a-c)}+\frac{a-b}{(a-c)(b-c)(a-b)}$

$=0$，

$\therefore p=0$，

故答案为：0；

（2）当 $a=2022$，$b=2021$，$c=2020$，$r=3$ 时，

$\frac{2022^3}{2}-2021^3+\frac{2020^3}{2}=2022+2021+2020=6063$，

故答案为：6063．

三．解答题（共 11 小题）

20．先化简，再求值：$(1-\frac{2x-1}{x^2})\div\frac{x-1}{x^3}$，其中$x^2-x-\sqrt{7}=0$．

【分析】先根据分式的混合运算顺序和运算法则化简原式，再将 a^2-a 的值代入计算即可．

【解答】解：原式$=\frac{x^2-2x+1}{x^2}\cdot\frac{x^3}{x-1}$

$=\frac{(x-1)^2}{x^2}\cdot\frac{x^3}{x-1}$

$=x^2-x$，

$\because x^2-x-\sqrt{7}=0$，

$\therefore x^2-x=\sqrt{7}$，

$\therefore$原式$=\sqrt{7}$．

21．先化简，再求值：$\frac{2x+6}{x^2-4x+4}\cdot\frac{x-2}{x^2+3x}-\frac{1}{x-2}$，其中 $x=2\sqrt{2}$．

【分析】先算乘法，再算加减，最后把 x 的值代入进行计算即可．

【解答】解：原式$=\frac{2(x+3)}{(x-2)^2}\cdot\frac{x-2}{x(x+3)}-\frac{1}{x-2}$

$=\frac{2}{x(x-2)}-\frac{1}{x-2}$

$=\frac{2-x}{x(x-2)}$

$=-\frac{1}{x}$，

当 $x=2\sqrt{2}$时，原式$=-\frac{1}{2\sqrt{2}}=-\frac{\sqrt{2}}{4}$．

22．先化简，再求值：$\frac{a^2-4}{a}\div(a-\frac{4a-4}{a})-\frac{2}{a-2}$，其中$a=(\pi-2022)^0+(\frac{1}{2})^{-1}$．

【分析】先化简分式，再求出 a 的值代入化简后的式子求值．

【解答】解：$\frac{a^2-4}{a}\div(a-\frac{4a-4}{a})-\frac{2}{a-2}$

$=\frac{(a+2)(a-2)}{a}\times\frac{a}{(a-2)^2}-\frac{2}{a-2}$

$=\frac{a+2}{a-2}-\frac{2}{a-2}$

$=\frac{a}{a-2}$，

$\because a=(\pi-2022)^0+(\frac{1}{2})^{-1}$

$=1+2$

$=3$，

代入得：原式$=\frac{3}{3-2}=3$．

23．先化简，再求值：$(\frac{a^2-b^2}{a^2-2ab+b^2}+\frac{a}{b-a})\div\frac{b^2}{a^2-ab}$，其中 a．b 满足$|a-\sqrt{3}|+\sqrt{b+1}=0$．

【分析】先计算括号内的式子，再算括号外面的除法，然后根据$|a-\sqrt{3}|+\sqrt{b+1}=0$ 可以得到 a、b 的值，再代入化简后的式子计算即可．

【解答】解：$(\frac{a^2-b^2}{a^2-2ab+b^2}+\frac{a}{b-a})\div\frac{b^2}{a^2-ab}$

$=[\frac{(a+b)(a-b)}{(a-b)^2}-\frac{a}{a-b}]\cdot\frac{a(a-b)}{b^2}$

$=(\frac{a+b}{a-b}-\frac{a}{a-b})\cdot\frac{a(a-b)}{b^2}$

$=\frac{b}{a-b}\cdot\frac{a(a-b)}{b^2}$

$=\frac{a}{b}$，

$\because|a-\sqrt{3}|+\sqrt{b+1}=0$．

$\therefore a-\sqrt{3}=0$，$b+1=0$，

解得 $a=\sqrt{3}$，$b=-1$，

当 $a=\sqrt{3}$，$b=-1$ 时，原式$=\frac{\sqrt{3}}{-1}=-\sqrt{3}$．

24．(1) 观察下列各式：$\frac{1}{6}=\frac{1}{2\times3}=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$，$\frac{1}{12}=\frac{1}{3\times4}=\frac{1}{3}-\frac{1}{4}$，$\frac{1}{20}=\frac{1}{4\times5}=\frac{1}{4}-\frac{1}{5}$，$\frac{1}{30}=\frac{1}{5\times6}=\frac{1}{5}-\frac{1}{6}$，…，

由此可推断$\frac{1}{72}=$___$\frac{1}{8\times 9}$___$=$___$\frac{1}{8}-\frac{1}{9}$___.

（2）请猜想能表示（1）的特点的一般规律，用含 m 的等式表示出来为___$\frac{1}{m(m+1)}$___$=$___$\frac{1}{m}-\frac{1}{m+1}$___.（$m$ 表示正整数）

（3）请参考（2）中的规律计算：$\frac{1}{x^2-5x+6}-\frac{2}{x^2-4x+3}+\frac{1}{x^2-3x+2}$.

【分析】（1）根据裂项法，可得$\frac{1}{m(m+1)}=\frac{1}{m}-\frac{1}{m+1}$，

（2）根据规律，可得答案；

（3）根据裂项法，可得相反数的项，根据分式的加减，可得答案.

【解答】解：（1）$\frac{1}{8\times 9}=\frac{1}{8}-\frac{1}{9}$，

（2）$\frac{1}{m(m+1)}=\frac{1}{m}-\frac{1}{m+1}$，

故答案为：$\frac{1}{8\times 9}$，$\frac{1}{8}-\frac{1}{9}$；$\frac{1}{m(m+1)}$，$\frac{1}{m}-\frac{1}{m+1}$；

（3）解：原式$=\frac{1}{x-3}-\frac{1}{x-2}-\frac{1}{x-3}+\frac{1}{x-1}+\frac{1}{x-2}-\frac{1}{x-1}\cdots$

$=0$.

25．已知$\frac{2x+3}{x(x-1)(x+2)}=\frac{A}{x}+\frac{B}{x-1}+\frac{C}{x+2}$（$A$、$B$、$C$ 是常数），求 A、B、C 的值.

【分析】首先通分，然后利用同分母的分式相加减的运算法则求解求得$\frac{A}{x}+\frac{B}{x-1}+\frac{C}{x+2}$的值，继而可得方程组：$\begin{cases}A+B+C=0\\A+2B-C=2\\-2A=3\end{cases}$，解此方程组即可求得答案.

【解答】解：$\because\frac{A}{x}+\frac{B}{x-1}+\frac{C}{x+2}=\frac{A(x-1)(x+2)+Bx(x+2)+Cx(x-1)}{x(x-1)(x+2)}$

$=\frac{(A+B+C)x^2+(A+2B-C)x-2A}{x(x-1)(x+2)}=\frac{2x+3}{x(x-1)(x+2)}$，

$\therefore\begin{cases}A+B+C=0\\A+2B-C=2\\-2A=3\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}A=-\frac{3}{2}\\B=\frac{5}{3}\\C=-\frac{1}{6}\end{cases}$，

$\therefore A$、B、C 的值分别为：$-\frac{3}{2}$，$\frac{5}{3}$，$-\frac{1}{6}$.

26.（1）先化简，再求值：（$\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x+1}$）÷$\frac{1}{x^2+x}$，其中 x 为 - 1，0，1，2 中的一个合适的数值．

（2）解方程$\frac{x+1}{x-1}-\frac{14}{x^2-1}$=1．

【分析】（1）先算括号内的减法，然后计算除法即可化简题目中的式子，然后从 - 1，0，1，2 中的选一个使得原分式有意义的值代入化简后的式子计算即可；

（2）根据解分式方程的方法求解即可，注意分式方程要检验．

【解答】解：（1）（$\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x+1}$）÷$\frac{1}{x^2+x}$

$=\frac{x+1-x+1}{(x+1)(x-1)}\cdot\frac{x(x+1)}{1}$

$=\frac{2}{x-1}\cdot x$

$=\frac{2x}{x-1}$，

∵当 x= - 1，0，1 时原分式无意义，

∴x=2，

当 x=2 时，原式=$\frac{2\times2}{2-1}$=4；

（2）$\frac{x+1}{x-1}-\frac{14}{x^2-1}$=1，

方程两边同乘（x+1）（x - 1），得

（x+1）^{2} - 14=（x+1）（x - 1），

解得 x=6，

检验：当 x=6 时，（x+1）（x - 1）≠0，

∴原分式方程的解是 x=6．

27．先化简，再求值：（$\frac{-6x}{x-3}$ −x+3）÷$\frac{x^2+9}{x}$÷$\frac{3x}{x^2-9}$，其中 x 为不等式组$\begin{cases}x+4>0\\5x+1<2(x-1)\end{cases}$的整数解．

【分析】先根据分式的加减法法则进行计算，再根据分式的除法法则把除法变成乘法，算乘法，求出不等式组的整数解，根据分式有意义的条件求出 x 不能为 3、0、 - 3，取 x= - 2，最后代入求出答案即可．

【解答】解：（$\frac{-6x}{x-3}$ −x+3）÷$\frac{x^2+9}{x}$÷$\frac{3x}{x^2-9}$

$=\frac{-6x-(x-3)^2}{x-3}\cdot\frac{x}{x^2+9}\cdot\frac{(x+3)(x-3)}{3x}$

$=\frac{-x^2-9}{x-3}\cdot\frac{x}{x^2+9}\cdot\frac{(x+3)(x-3)}{3x}$

$=-\frac{(x^2+9)}{x-3}\cdot\frac{x}{x^2+9}\cdot\frac{(x+3)(x-3)}{3x}$

$=-\frac{x+3}{3}$，

解不等式组$\begin{cases}x+4>0\\5x+1<2(x-1)\end{cases}$得：$-4<x<-1$，

所以不等式组的整数解是－3，－2，

要使分式：（$\frac{-6x}{x-3}-x+3$）÷$\frac{x^2+9}{x}$÷$\frac{3x}{x^2-9}$有意义，$x-3\neq0$ 且 $3x\neq0$ 且 $x+3\neq0$，

所以 x 不能为 3、0、－3，

取 $x=-2$，

当 $x=-2$ 时，原式$=-\frac{-2+3}{3}=-\frac{1}{3}$.

28．已知：$a>0$，$b>0$，$\frac{a}{b}+\frac{b}{a}+2=ab$.

（1）求证：$a+b=ab$；

（2）求$\frac{a^2}{2a-2b}-\frac{a^2}{2a+2b}-\frac{ab^2+a^2b}{2a^2-2b^2}$的值．

【分析】（1）利用等式的性质证明；

（2）先把分式通分化简，再把（1）的结论代入求值．

【解答】解：（1）∵$\frac{a}{b}+\frac{b}{a}+2=ab$.

∴$a^2+b^2+2ab=(ab)^2$.

∴$(a+b)^2=(ab)^2$.

∵$a>0$，$b>0$，

∴$a+b=ab$.

（2）$\frac{a^2}{2a-2b}-\frac{a^2}{2a+2b}-\frac{ab^2+a^2b}{2a^2-2b^2}$

$=\frac{a^2}{2(a-b)}-\frac{a^2}{2(a+b)}-\frac{ab^2+a^2b}{2(a+b)(a-b)}$

$=\frac{a^2(a+b-a+b)}{2(a-b)(a+b)}-\frac{ab^2+a^2b}{2(a+b)(a-b)}$

$=\frac{2a^2b}{2(a-b)(a+b)}-\frac{ab^2+a^2b}{2(a+b)(a-b)}$

$=\frac{a^2b-ab^2}{2(a-b)(a+b)}$

$=\frac{ab(a-b)}{2(a-b)(a+b)}$

$=\frac{ab}{2(a+b)}$.

由（1）知 $a+b=ab$，

所以原式$=\frac{ab}{2ab}=\frac{1}{2}$.

29.（1）解方程：$\frac{x}{x-1}=\frac{3}{2x-2}-2$；

（2）已知实数 x、y 满足$|x-3|+y^2-4y+4=0$，求代数式$\frac{x^2-y^2}{xy}\cdot\frac{1}{x^2-2xy+y^2}\div\frac{x}{x^2y-xy^2}$的值.

【分析】（1）利用去分母，去括号，移项，合并同类项，把 x 的系数化为 1，验根的步骤解答即可；

（2）先将分式利用分式的乘除法法则化简，再利用因式分解和非负数的意义求得 x，y 值，最后将 x，y 值代入运算即可得出结论.

【解答】解：（1）去分母得：$2x=3-2(2x-2)$，

去括号得：$2x=3-4x+4$，

移项，合并同类项得：$6x=7$，

$\therefore x=\frac{7}{6}$.

检验：将 $x=\frac{7}{6}$代入原方程，左边＝右边，

$\therefore x=\frac{7}{6}$是原方程的解.

$\therefore$原方程的解为：$x=\frac{7}{6}$;

（2）原式$=\frac{(x+y)(x-y)}{xy}\cdot\frac{1}{(x-y)^2}\cdot\frac{xy(x-y)}{x}=\frac{x+y}{x}$,

$\because |x-3|+y^2-4y+4=0$，

$\therefore |x-3|+(y-2)^2=0$，

$\because |x-3|\geq 0$，$(y-2)^2\geq 0$，

$\therefore x-3=0$，$y-2=0$，

$\therefore x=3$，$y=2$.

$\therefore$原式$=\frac{3+2}{3}$

$=\frac{5}{3}$.

30．已知：$P=x+2$，$Q=\dfrac{8x}{x+2}$.

（1）当 $x=1$ 时，计算 $P-Q$ 的值；

（2）当 $x>0$ 时，判断 P 与 Q 的大小关系，并说明理由；

（3）设 $y=\dfrac{4}{P}-\dfrac{Q}{12}$，若 x、y 均为非零整数，求 xy 的值.

【分析】（1）将 $x=1$ 代入计算 $P-Q$ 的值即可；

（2）先求差，再比较差与 0 的大小关系.

（3）先表示 y，再求 x，y 的整数值，进而可以解决问题.

【解答】解：（1）当 $x=1$ 时，

$P-Q=x+2-\dfrac{8x}{x+2}=1+2-\dfrac{8}{3}=\dfrac{1}{3}$；

（2）当 $x>0$ 时，$P\geq Q$，理由如下：

$\because P-Q=x+2-\dfrac{8x}{x+2}=\dfrac{(x+2)^2-8x}{x+2}=\dfrac{(x-2)^2}{x+2}$，

$\because x>0$，

$\therefore\dfrac{(x-2)^2}{x+2}>0$ 或 $\dfrac{(x-2)^2}{x+2}=0$，

$\therefore$当 $x>0$ 且 $x\neq2$ 时，$P>Q$；当 $x=2$ 时，$P=Q$；

（3）$\because y=\dfrac{4}{P}-\dfrac{Q}{12}$，$P=x+2$，$Q=\dfrac{8x}{x+2}$，

$\therefore y=\dfrac{4}{P}-\dfrac{Q}{12}$

$=\dfrac{4}{x+2}-\dfrac{8x}{12(x+2)}$

$=\dfrac{12-2x}{3(x+2)}$

$=\dfrac{-2(x+2)+16}{3(x+2)}$

$=-\dfrac{2}{3}+\dfrac{16}{3(x+2)}$，

$\because x$、y 均为非零整数，

$\therefore x=-3$ 时，$y=-6$，$xy=18$；

$x=-6$ 时，$y=-2$，$xy=12$；

综上所述：xy 的值为 18 或 12.