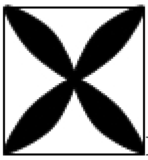
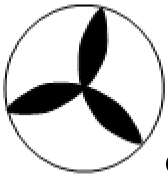
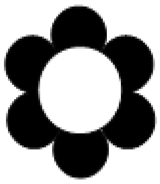
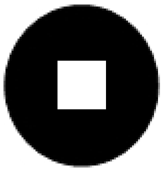
2021-2022学年广东省深圳市罗湖区翠园中学初中部九年级（上）开学考数学试卷

一、选择题（本题共10小题，每小题3分，共30分）

1．化简$\sqrt{(-3)^2}$的结果是（　　）

A．3　　　　B．－3　　　　C．±3　　　　D．9

2．下列美丽的图案，不是中心对称图形的是（　　）

A．B．C．D．

3．若$x>y$，则下列式子中正确的是（　　）

A．$x-3>y-3$　　　　B．$x+4<y+4$　　　　C．$-5x>-5y$　　　　D．$\frac{x}{2}<\frac{y}{2}$

4．下列各式中能用完全平方公式分解因式的有（　　）

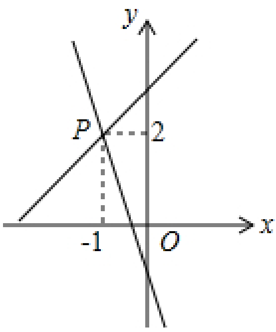
①a^2+2a+4；②a^2+2a-1；③a^2+2a+1；④$-a^2+2a+1$；⑤$-a^2-2a-1$；⑥a^2-2a-1．

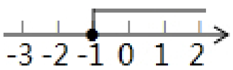
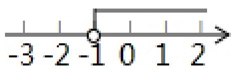
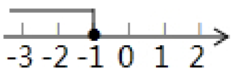
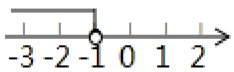
A．2个　　　　B．3个　　　　C．4个　　　　D．5个

5．若分式方程$\frac{x-3}{x-1}=\frac{m}{x-1}$有增根，则$m$等于（　　）

A．3　　　　B．－3　　　　C．2　　　　D．－2

6．如图，已知直线$y_1=x+m$与$y_2=kx-1$相交于点$P(-1，2)$，则关于x的不等式$x+m<kx-1$的解集在数轴上表示正确的是（　　）



	
A	B
	
C	D

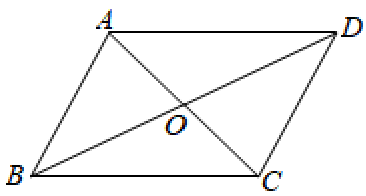
7．如图，平行四边形$ABCD$中，对角线AC、BD相交于点O，则下列结论中不正确的是（　　）

A．当$AB=BC$时，它是菱形

B．当$AC\perp BD$时，它是菱形

C．当$AC=BD$时，它是矩形

D．当AC垂直平分BD时，它是正方形



8．下列命题是假命题的是（　　）

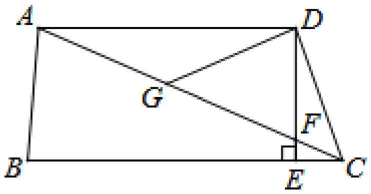
A．直角三角形中，30°角所对的直角边等于斜边的一半

B．三角形三条边的垂直平分线的交点到三角形的三个顶点的距离相等

C．平行四边形是中心对称图形

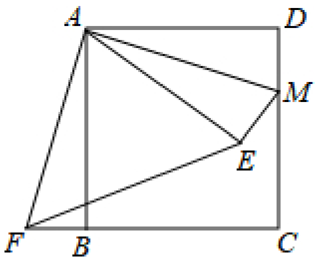
D．对角线相等的四边形是平行四边形．

9．如图，在四边形 $ABCD$ 中，$AD\parallel BC$，$DE\perp BC$，垂足为点 E，连接 AC 交 DE 于点 F，点 G 为 AF 的中点，$\angle ACD=2\angle ACB$．若 $DG=3$，$EC=1$，则 DE 的长为（　　）



A．$2\sqrt{3}$　　B．$\sqrt{10}$　　C．$2\sqrt{2}$　　D．$\sqrt{6}$

10．如图，在正方形 $ABCD$ 中，$AB=3$，点 M 在 CD 的边上，且 $DM=1$，△AEM 与△ADM 关于 AM 所在的直线对称，将△ADM 按顺时针方向绕点 A 旋转 90°得到△ABF，连接 EF，则线段 EF 的长为（　　）



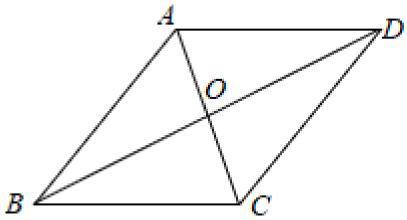
A．3　　B．$2\sqrt{3}$　　C．$\sqrt{13}$　　D．$\sqrt{15}$

二、填空题（本题共有 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

11．若$\frac{|x|-3}{x-3}$的值为零，则 x 的值是_________．

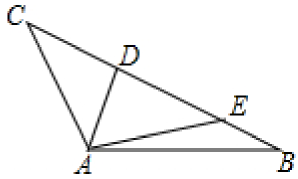
12．分解因式：$a^2y-4y=$__________________．

13．如图，在菱形 $ABCD$ 中，对角线 AC，BD 交于点 O，其中 $OA=1$，$OB=2$，则菱形 $ABCD$ 的面积为_______．



14．“618 购物节”前，天猫某品牌服装旗舰店采购了一大批服装，已知每套服装进价为 240 元，出售标价为 360 元，为了避免滞销库存，商店准备打折销售，但要保持利润不低于 20%，那么至多可打_______折．

15．如图△*ABC* 中，$AB=AC$，$\angle BAC=120^\circ$，$\angle DAE=60^\circ$，$BE=4$，$CD=6$，则 *DE* 的长为__________________.



三、解答题（本题共 7 小题，共 55 分）

16．（8 分）（1）解方程：$\dfrac{2}{3+x}+\dfrac{3}{2}=\dfrac{7}{2x+6}$；

（2）解不等式组：$\begin{cases}\dfrac{x-1}{3}<x+1\\ 2(1-x)+4\geqslant 0\end{cases}$.

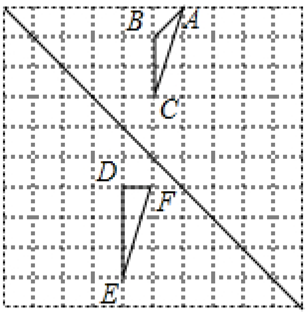
17．（6 分）先化简，再求值：$\left(\dfrac{1}{m+2}+\dfrac{1}{m-2}\right)\div\dfrac{2m}{m^2-4m+4}$，其中 $m=\sqrt{3}$.

18．（7 分）如图，在边长为 1 个单位长度的小正方形组成的网格中，给出了格点△*ABC* 和△*DEF*（顶点为网格线的交点），以及过格点的直线 *l*.

（1）将△*ABC* 向右平移 3 个单位长度，再向下平移 4 个单位长度，画出平移后的三角形；

（2）画出△*DEF* 关于直线 *l* 对称的三角形；

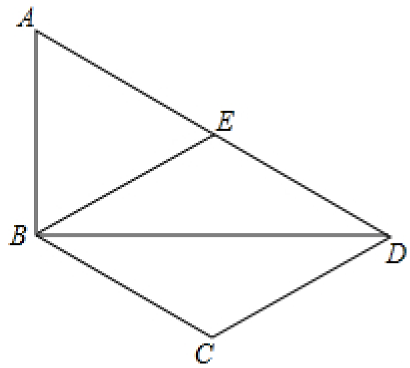
（3）填空：$\angle C+\angle F=$__________.



19．（8 分）如图，在四边形 *ABCD* 中，*BD* 为一条对角线，$AD\parallel BC$，$AD=2BC$，$\angle ABD=90^\circ$，*E* 为 *AD* 的中点，连接 *BE*.

（1）求证：四边形 *BCDE* 为菱形；

（2）连接 *AC*，若 *AC* 平分∠*BAD*，$BC=1$，求 *AC* 的长.



20．（8 分）某校为了改善办公条件，计划从厂家购买 A、B 两种型号电脑．已知每台 A 种型号电脑价格比每台 B 种型号电脑价格多 0.1 万元，且用 10 万元购买 A 种型号电脑的数量与用 8 万购买 B 种型号电脑的数量相同．

（1）求 A、B 两种型号电脑每台价格各为多少万元？

（2）学校预计用不多于 9.2 万元的资金购进这两种电脑共 20 台，其中 A 种型号电脑至少要购进 10 台，请问有哪几种购买方案？

21．（9 分）如图 1，Rt△ABC 中，∠ACB＝90°，点 D 为边 AC 上一点，DE⊥AB 于点 E．点 M 为 BD 中点，CM 的延长线交 AB 于点 F．

（1）求证：CM＝EM；

（2）若∠BAC＝50°，求∠EMF 的大小；

（3）如图 2，若△DAE≌△CEM，点 N 为 CM 的中点，求证：AN∥EM．

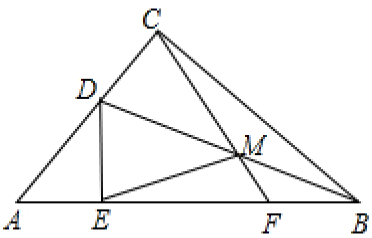


图1

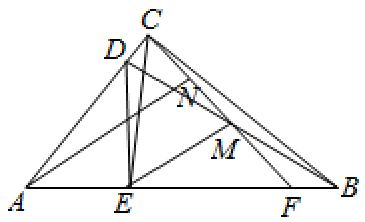


图2

22．（9 分）已知，如图 1，BD 是边长为 1 的正方形 $ABCD$ 的对角线，BE 平分∠DBC 交 DC 于点 E，延长 BC 到点 F，使 $CF=CE$，连接 DF，交 BE 的延长线于点 G．

（1）求证：△BCE≌△DCF；

（2）求 CF 的长；

（3）如图 2，在 AB 上取一点 H，且 $BH=CF$，若以 BC 为 x 轴，AB 为 y 轴建立直角坐标系，问在直线 BD 上是否存在点 P，使得以 B、H、P 为顶点的三角形为等腰三角形？若存在，直接写出所有符合条件的 P 点坐标；若不存在，说明理由．

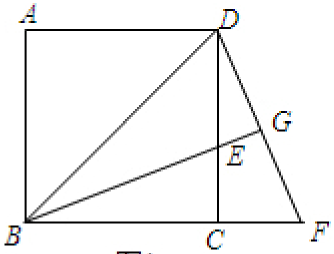


图1

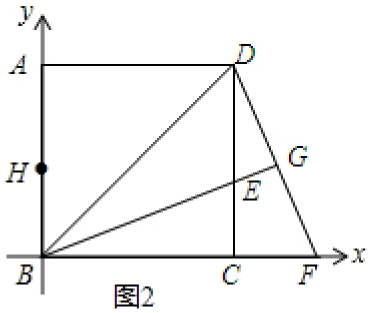


图2

2021-2022学年广东省深圳市罗湖区翠园中学初中部九年级（上）开学考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本题共10小题，每小题3分，共30分）

1.【解答】解：$\sqrt{(-3)^2}=\sqrt{9}=3$.

故选：A.

2.【解答】解：A、是中心对称图形．故本选项错误；

B、不是中心对称图形．故本选项正确；

C、是中心对称图形．故本选项错误；

D、是中心对称图形．故本选项错误．

故选：B.

3.【解答】解：A、在不等式$x>y$的两边同时减去3，不等号的方向不变，即$x-3>y-3$，原变形正确，故此选项符合题意．

B、在不等式$x>y$的两边同时加上4，不等号的方向不变，即$x+4>y+4$，原变形错误，故此选项不符合题意．

C、在不等式$x>y$的两边同时乘以-5，不等号的方向改变，即$-5x<-5y$，原变形错误，故此选项不符合题意．

D、在不等式$x>y$的两边同时除以2，不等号的方向不变，即$\frac{x}{2}>\frac{y}{2}$，原变形错误，故此选项不符合题意．

故选：A.

4.【解答】解：①a^2+2a+4不是积的2倍，故不能用完全平方公式进行分解；

②a^2+2a-1不是平方和，故不能用完全平方公式进行分解；

③a^2+2a+1能用完全平方公式进行分解；

④$-a^2+2a+1$不是平方和，故不能用完全平方公式进行分解；

⑤$-a^2-2a-1$首先提取负号，可得a^2+2a+1，能用完全平方公式进行分解；

⑥a^2-2a-1不是平方和，故不能用完全平方公式进行分解．

故选：A.

5.【解答】解：分式方程去分母得：$x-3=m$，

由分式方程有增根，得到$x-1=0$，即$x=1$，

把 $x=1$ 代入整式方程得：$m=-2$，

故选：D.

6.【解答】解：根据图象得，当 $x<-1$ 时，$x+m<kx-1$.

故选：D.

7.【解答】解：∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴$OA=OC$，$OB=OD$，

当 $AB=BC$ 时，四边形 $ABCD$ 是菱形，故 A 正确，

当 $AC\perp BD$ 时，四边形 $ABCD$ 是菱形，故 B 正确，

当 $AC=BD$ 时，四边形 $ABCD$ 是矩形，故 C 正确，

当 AC 垂直平分 BD 时，它是正方形，故 D 不正确.

故选：D.

8.【解答】解：A、直角三角形中，30°角所对的直角边等于斜边的一半，正确，是真命题；

B、三角形三条边的垂直平分线的交点到三角形的三个顶点的距离相等，正确，是真命题；

C、平行四边形是中心对称图形，正确，是真命题；

D、对角线互相平分的四边形是平行四边形，故原命题错误，是假命题，

故选：D.

9.【解答】解：∵$AD\parallel BC$，$DE\perp BC$，

∴$DE\perp AD$，$\angle CAD=\angle ACB$，$\angle ADE=\angle BED=90°$，

又∵点 G 为 AF 的中点，

∴$DG=AG$，

∴$\angle GAD=\angle GDA$，

∴$\angle CGD=2\angle CAD$，

∵$\angle ACD=2\angle ACB=2\angle CAD$，

∴$\angle ACD=\angle CGD$，

∴$CD=DG=3$，

在 Rt△CED 中，$DE=\sqrt{CD^2-CE^2}=2\sqrt{2}$.

故选：C.

10.【解答】解：如图，连接 BM.

∵△AEM 与△ADM 关于 AM 所在的直线对称，

∴$AE=AD$，$\angle MAD=\angle MAE$.

∵△ADM 按照顺时针方向绕点 A 旋转 90°得到△ABF，

∴$AF=AM$，$\angle FAB=\angle MAD$.

∴$\angle FAB=\angle MAE$

∴$\angle FAB+\angle BAE=\angle BAE+\angle MAE$.

∴$\angle FAE=\angle MAB$.

∴$\triangle FAE\cong\triangle MAB$（$SAS$）.

∴$EF=BM$.

∵四边形 $ABCD$ 是正方形，

∴$BC=CD=AB=3$.

∵$DM=1$，

∴$CM=2$.

∴在 Rt△BCM 中，$BM=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$，

∴$EF=\sqrt{13}$，

故选：C.

解法二：如图，过 E 作 $HG\parallel AD$，交 AB 于 H，交 CD 于 G，作 $EN\perp BC$ 于 N，则$\angle AHG=\angle MGE=90°$，

由折叠可得，$\angle AEM=\angle D=90°$，$AE=AD=3$，$DM=EM=1$，

∴$\angle AEH+\angle MEG=\angle EMG+\angle MEG=90°$，

∴$\angle AEH=\angle EMG$，

∴$\triangle AEH\backsim\triangle EMG$，

∴$\frac{EH}{MG}=\frac{AE}{EM}=\frac{1}{3}$,

设 $MG=x$，则 $EH=3x$，$DG=1+x=AH$，

∴Rt△AEH 中，$(1+x)^2+(3x)^2=3^2$，

解得 $x_1=\frac{4}{5}$，$x_2=-1$（舍去），

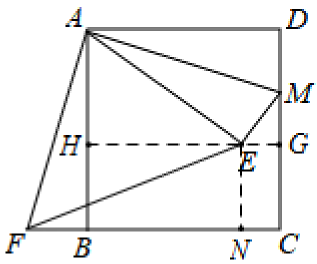
∴$EH=\frac{12}{5}=BN$，$CG=CM-MG=\frac{6}{5}=EN$，

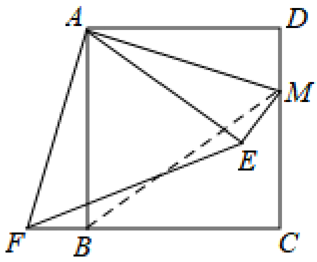
又∵$BF=DM=1$，

∴$FN=\frac{17}{5}$,

∴Rt△EFN 中，$EF=\sqrt{EN^2+FN^2}=\sqrt{13}$，

故选：C.





二、填空题（本题共有 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

11．【解答】解：依题意得：$|x|-3=0$ 且 $x-3\neq 0$．

解得 $x=-3$．

故答案为：-3．

12．【解答】解：a^2y-4y，

$=y(a^2-4)$，

$=y(a+2)(a-2)$．

故答案为：$y(a+2)(a-2)$．

13．【解答】解：∵$OA=1$，$OB=2$，

∴$AC=2$，$BD=4$，

∴菱形 $ABCD$ 的面积为$\frac{1}{2}\times 2\times 4=4$．

故答案为：4．

14．【解答】解：设打了 x 折，

由题意得 $360\times 0.1x-240\geqslant 240\times 20\%$，

解得：$x\geqslant 8$．

则要保持利润不低于 20%，至多打 8 折．

故答案为：八．

15．【解答】解：∵$AB=AC$，

∴可把△ADC 绕点 A 顺时针旋转 120° 得到△$AD'B$，

∴$BD'=DC=4$，$AD'=AD$，$\angle D'AB=\angle DAC$，

∵$\angle BAC=120°$，$\angle DAE=60°$，

$\therefore \angle BAE+\angle DAC=60^\circ$

$\therefore \angle D'AE=\angle D'AB+\angle BAE=60^\circ$，

在$\triangle E'AD$和$\triangle EAD$中

$$\begin{cases}AE=AE\\ \angle D'AE=\angle DAE,\\ AD'=AD\end{cases}$$

$\therefore \triangle D'AE\cong\triangle DAE$（$SAS$），

$\therefore D'E=ED$，

过D'作$D'F\perp BD$于点F，

$\because AB=AC$，$\angle BAC=120^\circ$，

$\therefore \angle ABC=\angle C=\angle E'BA=30^\circ$，

$\therefore \angle D'BF=60^\circ$，

$\therefore \angle BD'F=30^\circ$，

$\therefore BF=\frac{1}{2}BD'=3$，$D'F=3\sqrt{3}$，

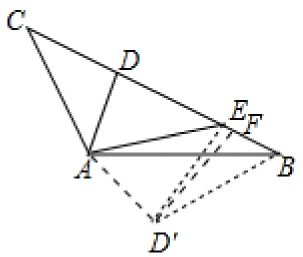
$\because BE=4$，

$\therefore FE=BE-BF=1$，

在$Rt\triangle D'FE$中，由勾股定理可得$D'E=\sqrt{(3\sqrt{3})^2+1^2}=2\sqrt{7}$，

$\therefore DE=2\sqrt{7}$.

故答案为$2\sqrt{7}$.



三、解答题（本题共7小题，共55分）

16.**【解答】**解：（1）去分母得：$4+9+3x=7$，

解得：$x=-2$，

检验：把$x=-2$代入得：$2x+6\neq0$，

$\therefore$分式方程的解为$x=-2$；

（2）$\begin{cases}\frac{x-1}{3}<x+1①\\ 2(1-x)+4\geqslant0②\end{cases}$，

由①得：$x>-2$，

由②得：$x\leqslant 3$，

∴不等式组的解集为 $-2<x\leqslant 3$.

17.【解答】解：原式$=[\frac{m-2}{(m+2)(m-2)}+\frac{m+2}{(m-2)(m+2)}]\times\frac{(m-2)^2}{2m}$

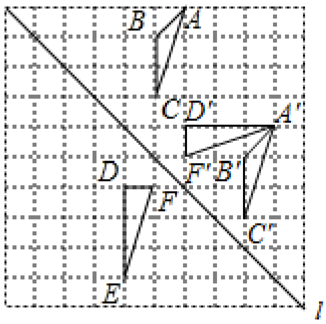
$=\frac{2m}{(m+2)(m-2)}\times\frac{(m-2)^2}{2m}$

$=\frac{m-2}{m+2}$，

当 $m=\sqrt{3}$时，

原式$=\frac{\sqrt{3}-2}{\sqrt{3}+2}=-(\sqrt{3}-2)^2=-7+4\sqrt{3}$.

18.【解答】解：（1）如图所示，△$A'B'C'$即为所求；



（2）如图所示，△$A'D'F'$即为所求；

（3）由图可得，$\angle C+\angle F=90^\circ$，

故答案为：90°.

19.【解答】（1）证明：∵$AD=2BC$，E 为 AD 的中点，

∴$DE=BC$，

∵$AD\parallel BC$，

∴四边形 $BCDE$ 是平行四边形，

∵$\angle ABD=90^\circ$，$AE=DE$，

∴$BE=DE$，

∴四边形 $BCDE$ 是菱形.

（2）解：连接 AC.

∵$AD\parallel BC$，AC 平分$\angle BAD$，

∴$\angle BAC=\angle DAC=\angle BCA$，

∴$AB=BC=1$，

∵$AD=2BC=2$，

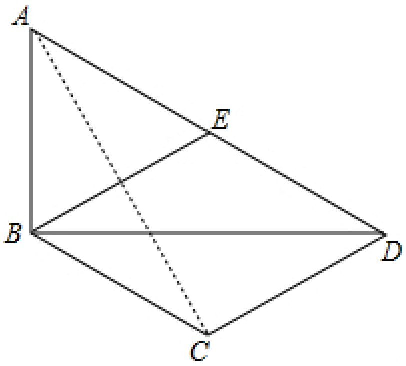
$\therefore \sin\angle ADB=\frac{1}{2}$,

$\therefore \angle ADB=30°$，

$\therefore \angle DAC=30°$，$\angle ADC=60°$，

在 Rt△ACD 中，$\because AD=2$，

$\therefore CD=1$，$AC=\sqrt{3}$.



20.【解答】解：（1）设求 A 种型号电脑每台价格为 x 万元，则 B 种型号电脑每台价格（$x-0.1$）万元.

根据题意得：$\frac{10}{x}=\frac{8}{x-0.1}$，

解得：$X=0.5$.

经检验：$x=0.5$ 是原方程的解，$x-0.1=0.4$

答：A、B 两种型号电脑每台价格分别是 0.5 万元和 0.4 万元.

（2）设购买 A 种型号电脑 y 台，则购买 B 种型号电脑（$20-y$）台.

根据题意得：$0.5y+0.4(20-y)\leqslant 9.2$.

解得：$y\leqslant 12$，

又$\because A$ 种型号电脑至少要购进 10 台，$\therefore 10\leqslant y\leqslant 12$　y 的整数解为 10、11、12.

$\therefore$有 3 种方案.

即：购买 A 种型号电脑 10 台、购买 B 种型号电脑 10 台；

购买 A 种型号电脑 11 台、购买 B 种型号电脑 9 台；

购买 A 种型号电脑 12 台、购买 B 种型号电脑 8 台.

21.【解答】（1）证明：如图 1 中，

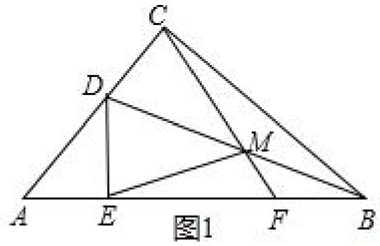


图1

∵$DE\perp AB$，

∴$\angle DEB=\angle DCB=90^\circ$，

∵$DM=MB$，

∴$CM=\frac{1}{2}DB$，$EM=\frac{1}{2}DB$，

∴$CM=EM$.

（2）解：∵$\angle AED=90^\circ$，$\angle A=50^\circ$，

∴$\angle ADE=40^\circ$，$\angle CDE=140^\circ$，

∵$CM=DM=ME$，

∴$\angle MCD=\angle MDC$，$\angle MDE=\angle MED$，

∴$\angle CME=360^\circ-2\times140^\circ=80^\circ$，

∴$\angle EMF=180^\circ-\angle CME=100^\circ$.

（3）证明：如图2中，设$FM=a$.

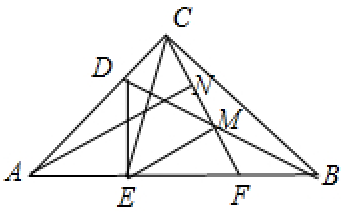


图2

∵$\triangle DAE\cong\triangle CEM$，$CM=EM$，

∴$AE=ED=EM=CM=DM$，$\angle AED=\angle CME=90^\circ$

∴$\triangle ADE$是等腰直角三角形，$\triangle DEM$是等边三角形，

∴$\angle DEM=60^\circ$，$\angle MEF=30^\circ$，

∴$AE=CM=EM=\sqrt{3}a$，$EF=2a$，

∵$CN=NM$，

∴$MN=\frac{\sqrt{3}}{2}a$，

$\therefore \dfrac{FM}{MN}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$，$\dfrac{EF}{AE}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$，

$\therefore \dfrac{FM}{MN}=\dfrac{EF}{AE}$，

∴$EM\parallel AN$．

（也可以连接 AM 利用等腰三角形的三线合一的性质证明）

22．【解答】（1）证明：如图 1，

在△BCE 和△DCF 中，

$$\begin{cases} BC=DC \\ \angle BCE=\angle DCF=90^\circ \\ CE=CF \end{cases}，$$

∴△BCE≌△DCF（SAS）；

（2）证明：如图 1，

∵BE 平分∠DBC，OD 是正方形 $ABCD$ 的对角线，

∴∠EBC＝$\dfrac{1}{2}$∠DBC＝22.5°，

由（1）知△BCE≌△DCF，

∴∠EBC＝∠FDC＝22.5°（全等三角形的对应角相等）；

∴∠BGD＝90°（三角形内角和定理），

∴∠BGF＝90°；

在△DBG 和△FBG 中，

$$\begin{cases} \angle DBG=\angle FBG \\ BG=BG \\ \angle BGD=\angle BGF \end{cases}，$$

∴△DBG≌△FBG（ASA），

∴BD＝BF，DG＝FG（全等三角形的对应边相等），

∵$BD=\sqrt{AB^2+AD^2}=\sqrt{2}$，

∴$BF=\sqrt{2}$，

∴$CF=BF-BC=\sqrt{2}-1$；

（3）解：如图 2，∵$CF=\sqrt{2}-1$，BH＝CF

∴$BH=\sqrt{2}-1$，

①当 BH＝BP 时，则 $BP=\sqrt{2}-1$，

∵∠PBC＝45°，

设 P（x，x），

∴$2x^2=(\sqrt{2}-1)^2$，

解得 $x=1-\frac{\sqrt{2}}{2}$或$-1+\frac{\sqrt{2}}{2}$，

∴P（$1-\frac{\sqrt{2}}{2}$，$1-\frac{\sqrt{2}}{2}$）或（$-1+\frac{\sqrt{2}}{2}$，$-1+\frac{\sqrt{2}}{2}$）；

②当 $BH=HP$ 时，则 $HP=PB=\sqrt{2}-1$，

∵$\angle ABD=45°$，

∴△PBH 是等腰直角三角形，

∴P（$\sqrt{2}-1$，$\sqrt{2}-1$）；

③当 $PH=PB$ 时，∵$\angle ABD=45°$，

∴△PBH 是等腰直角三角形，

∴P（$\frac{\sqrt{2}-1}{2}$，$\frac{\sqrt{2}-1}{2}$），

综上，在直线 BD 上是否存在点 P，使得以 B、H、P 为顶点的三角形为等腰三角形，所有符合条件的 P 点坐标为（$1-\frac{\sqrt{2}}{2}$，$1-\frac{\sqrt{2}}{2}$）或（$-1+\frac{\sqrt{2}}{2}$，$-1+\frac{\sqrt{2}}{2}$）或（$\sqrt{2}-1$，$\sqrt{2}-1$）或（$\frac{\sqrt{2}-1}{2}$，$\frac{\sqrt{2}-1}{2}$）.