



深圳初中八年级上册期末数学 60 易错题（满分必刷）

一. 选择题（共 21 小题）

- 在 $\sqrt{9x}$ 、 $\sqrt{45}$ 、 $\sqrt{\frac{ab}{4}}$ 、 \sqrt{ab} 、 $\sqrt{\frac{2}{3}}$ 中，最简二次根式的个数为（ ）
A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个
- 以下列各组数据作为一个三角形的边长，其中只有一组数据不能构成直角三角形，这组数据是（ ）
A. 3, 4, 5 B. 5, 12, 13 C. $\sqrt{2}$, $\sqrt{2}$, 2 D. $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{6}$
- 给出下列各式：① $\sqrt{32}$ ；②6；③ $\sqrt{-12}$ ；④ $\sqrt{-m}$ ($m \leq 0$)；⑤ $\sqrt{a^2+1}$ ；⑥ $\sqrt[3]{5}$. 其中二次根式的个数是（ ）
A. 2 B. 3 C. 4 D. 5
- 若 $\triangle ABC$ 中 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的对边分别是 a 、 b 、 c ，下列条件不能说明 $\triangle ABC$ 是直角三角形的是（ ）
A. $b^2 = (a+c)(a-c)$ B. $a:b:c = 1:\sqrt{3}:2$
C. $\angle C = \angle A - \angle B$ D. $\angle A:\angle B:\angle C = 3:4:5$
- 计算 $\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{2}+1} - \frac{2}{\sqrt{3}+1}$ 的结果为（ ）
A. 0 B. 1 C. $\sqrt{3} + 2\sqrt{2}$ D. $1 - \sqrt{2}$
- 用 \otimes 定义一种新运算：对于任意实数 m 和 n ，规定 $m \otimes n = m^2n - mn - 3n$ ，如： $1 \otimes 2 = 1^2 \times 2 - 1 \times 2 - 3 \times 2 = -6$. 则 $(-2) \otimes \sqrt{3}$ 结果为（ ）
A. $3\sqrt{3}$ B. $-2\sqrt{3}$ C. $3\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{3}$
- 已知 $y = \frac{2x+5}{13} - \frac{3x-2}{17} - \frac{3}{2}x + 2$. 当 $x=1.5$ 时, $y>0$; 当 $x=1.8$ 时, $y<0$. 则方程 $\frac{2x+5}{13} - \frac{3x-2}{17} - \frac{3}{2}x + 2 = 0$ 的解可能是（ ）
A. 1.45 B. 1.64 C. 1.92 D. 2.05



8. 下表记录了甲、乙、丙、丁四名射击运动员最近几次选拔赛成绩的平均数和方差：

	甲	乙	丙	丁
平均数（环）	9.5	9.5	9.5	9.5
方差	8.5	7.3	8.8	7.7

根据表中数据，要从中选择一名成绩发挥稳定的运动员参加比赛，应选择（ ）

- A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 丁

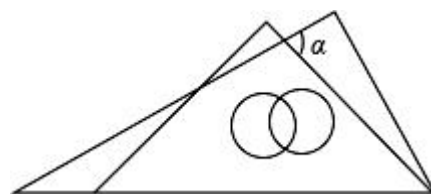
9. 小明已求出了五个数据：6，4，3，4，□的平均数，在计算它们的方差时，出现了这样一步：

$(3-5)^2 + (4-5)^2 + (4-5)^2 + (6-5)^2 + (\square-5)^2 = 16$ （□是后来被遮挡的数据），则这组数据的众数和方差分别是（ ）

- A. 4，5 B. 4，3.2 C. 6，5 D. 4，16

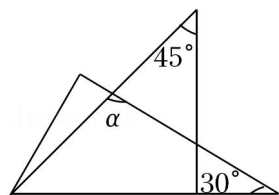
10. 将一副三角尺按如图所示的方式摆放，则 $\angle\alpha$ 的大小为（ ）

- A. 105° B. 75°
C. 65° D. 55°



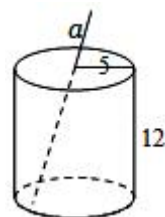
11. 如图所示，一副三角板叠放在一起，则图中 $\angle\alpha$ 等于（ ）

- A. 105° B. 115° C. 120° D. 135°



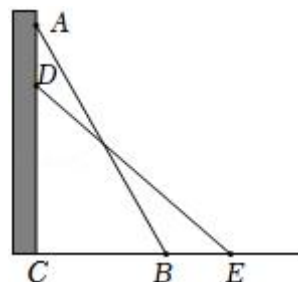
12. 如图是一个圆柱形饮料罐，底面半径是5，高是12，上底面中心有一个小圆孔，则一条长16的直吸管露在罐外部分 a 的长度（罐壁的厚度和小圆孔的大小忽略不计）范围是（ ）

- A. $4 \leq a \leq 5$ B. $3 \leq a \leq 4$ C. $2 \leq a \leq 3$ D. $1 \leq a \leq 2$



13. 如图，一架梯子 AB 长为5米，顶端 A 靠在墙 AC 上，这时梯子下端 B 与墙底端 C 的距离是3米，梯子下滑后停在 DE 的位置上，这时测得 BE 为1米，则梯子顶端 A 下滑了（ ）

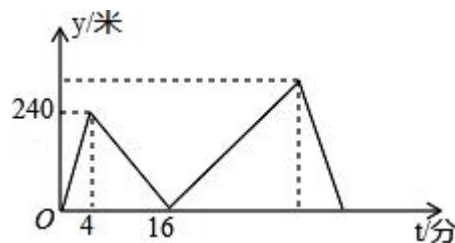
- A. 1米
B. 1.5米
C. 2米
D. 2.5米





14. 甲、乙两人在笔直的湖边公路上同起点、同终点、同方向匀速步行 2400 米，先到终点的人原地休息. 已知甲先出发 4 分钟. 在整个步行过程中，甲、乙两人的距离 y (米) 与甲出发的时间 t (分) 之间的关系如图所示，下列结论：

- ①甲步行的速度为 60 米/分；
- ②乙走完全程用了 30 分钟；
- ③乙用 16 分钟追上甲；
- ④乙到达终点时，甲离终点还有 320 米

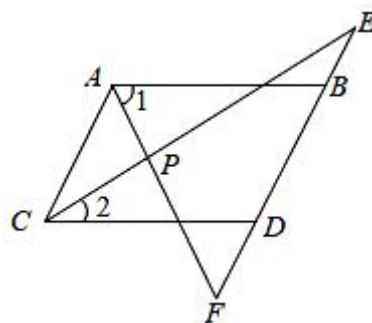


其中正确的结论有 ()

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

15. 如图，已知 AP 平分 $\angle BAC$ ， CP 平分 $\angle ACD$ ， $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$ ，下列结论正确的有 ()

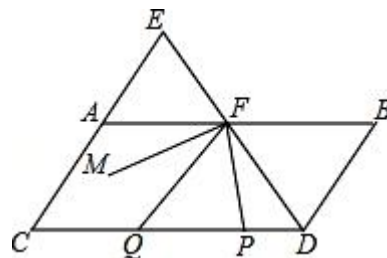
- ① $AB \parallel CD$;
- ② $\angle ABE + \angle CDF = 180^\circ$;
- ③ $AC \parallel BD$;
- ④ 若 $\angle ACD = 2\angle E$ ，则 $\angle CAB = 2\angle F$.



- A. 1 个 B. 2 个
C. 3 个 D. 4 个

16. 如图，点 E 在 CA 延长线上， DE 、 AB 交于 F ，且 $\angle BDE = \angle AEF$ ， $\angle B = \angle C$ ， $\angle EFA$ 比 $\angle FDC$ 的余角小 10° ， P 为线段 DC 上一动点， Q 为 PC 上一点，且满足 $\angle FQP = \angle QFP$ ， FM 为 $\angle EFP$ 的平分线. 则下列结论：

- ① $AB \parallel CD$;
- ② FQ 平分 $\angle AFP$;
- ③ $\angle B + \angle E = 140^\circ$;
- ④ $\angle QFM$ 的角度为定值.



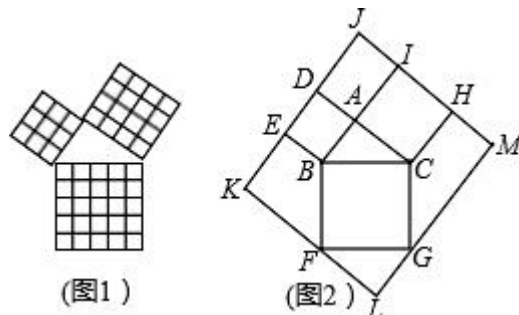
其中正确结论的个数有 ()

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

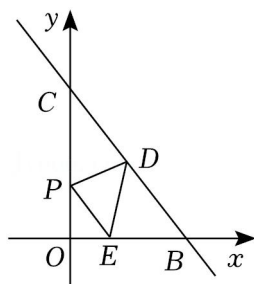


17. 勾股定理是几何中的一个重要定理. 在我国古算书《周髀算经》中就有“若勾三, 股四, 则弦五”的记载. 如图 1 是由边长相等的小正方形和直角三角形构成的, 可以用其面积关系验证勾股定理. 图 2 是由图 1 放入矩形内得到的, $\angle BAC=90^\circ$, $AB=3$, $AC=4$, 点 D, E, F, G, H, I 都在矩形 $KLMJ$ 的边上, 则矩形 $KLMJ$ 的面积为 ()

- A. 90
B. 100
C. 110
D. 121



18. 如图, 直线 $y=-\frac{4}{3}x+4$ 与 x 轴交于点 B , 与 y 轴交于点 C , 点 $E(1, 0)$, D 为线段 BC 的中点, P 为 y 轴上的一个动点, 连接 PD 、 PE , 当 $\triangle PED$ 的周长最小时, 点 P 的坐标为 ()

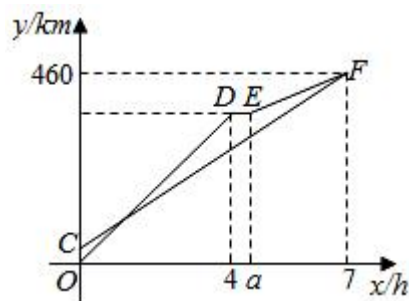


- A. $(0, \frac{4}{5})$ B. $(0, 1)$ C. $(1, 0)$ D. $(0, \frac{3}{2})$

19. 甲、乙两车从 A 地出发, 沿同一路线驶向 B 地, 甲车先出发匀速驶向 B 地, $40min$ 后, 乙车出发, 匀速行驶一段时间后, 在途中的货站装货耗时半小时. 由于满载货物, 为了行驶安全, 速度减少了 $50km/h$, 结果与甲车同时到达 B 地. 甲乙两车距 A 地的路程 $y(km)$ 与乙车行驶时间 $x(h)$ 之间的函数图象如图所示, 则下列说法:

- ① $a=4.5$;
② 甲的速度是 $60km/h$;
③ 乙刚开始的速度是 $80km/h$;
④ 乙出发第一次追上甲用时 $80min$.

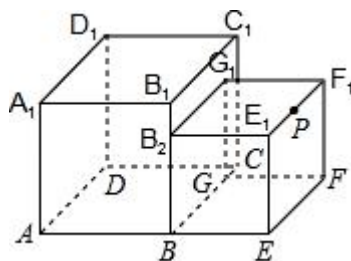
其中正确的是 ()



- A. ①②③ B. ①②④ C. ①③④ D. ①②③④



20. 棱长分别为 8cm , 6cm 的两个正方体如图放置, 点 A, B, E 在同一直线上, 顶点 G 在棱 BC 上, 点 P 是棱 E_1F_1 的中点. 一只蚂蚁要沿着正方体的表面从点 A 爬到点 P , 它爬行的最短距离是 ()



- A. $(3\sqrt{5} + 10)\text{cm}$ B. $5\sqrt{13}\text{cm}$ C. $\sqrt{277}\text{cm}$ D. $(2\sqrt{58} + 3)\text{cm}$
21. 某数学兴趣小组在学习二次根式的时候发现: 有时候两个含有二次根式的代数式相乘, 积不含有二次根式, 例如: $(\sqrt{5} - 2)(\sqrt{5} + 2) = 1$, $\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} = a$, $(2\sqrt{3} - \sqrt{2})(2\sqrt{3} + \sqrt{2}) = 10$, 通过查阅相关资料发现, 这样的两个代数式互为有理化因式. 小组成员利用有理化因式, 分别得到了一个结论:

甲: $\frac{1}{3-\sqrt{5}} = \frac{3+\sqrt{5}}{4}$;

乙: 设有理数 a, b 满足: $\frac{a}{\sqrt{2}+1} + \frac{b}{\sqrt{2}-1} = -6\sqrt{2} + 4$, 则 $a+b=6$;

丙: $\frac{1}{\sqrt{2022}-\sqrt{2021}} > \frac{1}{\sqrt{2020}-\sqrt{2019}}$;

丁: 已知 $\sqrt{43-x} - \sqrt{11-x} = 4$, 则 $\sqrt{43-x} + \sqrt{11-x} = 6$;

戊: $\frac{1}{3+\sqrt{3}} + \frac{1}{5\sqrt{3}+3\sqrt{5}} + \frac{1}{7\sqrt{5}+5\sqrt{7}} + \dots + \frac{1}{99\sqrt{97}+97\sqrt{99}} = \frac{33-\sqrt{11}}{66}$.

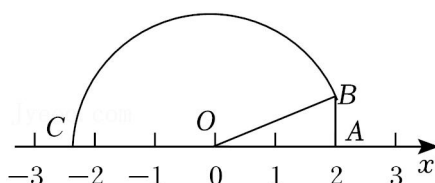
以上结论正确的有 ()

- A. 甲丙丁 B. 甲丙戊 C. 甲乙戊 D. 乙丙丁

二. 填空题 (共 12 小题)

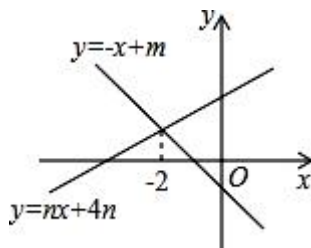
22. 已知 $M(2n-m, 4)$ 和 $N(14, m)$ 关于 y 轴对称, 则 $(m+n)^{2023}$ 的值为 _____.

23. 如图, 在数轴上, 点 O 所对应的实数是 0 , 点 A 所对应的实数是 2 , 过点 A 作数轴的垂线段 AB , 且 $AB=1$, 连接 OB . 以 O 为圆心, OB 的长为半径画弧, 交数轴的负半轴于点 C , 则点 C 对应的实数为 _____.





24. 如图, 直线 $y = -x + m$ 与 $y = nx + 4n$ ($n \neq 0$) 的交点的横坐标为 -2 , 则关于 x 的不等式 $-x + m > nx + 4n$ 的解集是_____.



25. 甲、乙两人沿同一条直路走步, 如果两人分别从这条直路上的 A, B 两处同时出发, 都以不变的速度相向而行, 图 1 是甲离开 A 处后行走的路程 y (单位: m) 与行走时间 x (单位: min) 的函数图象, 图 2 是甲、乙两人之间的距离 y (单位: m) 与甲行走时间 x (单位: min) 的函数图象, 则 $a - b =$ _____.

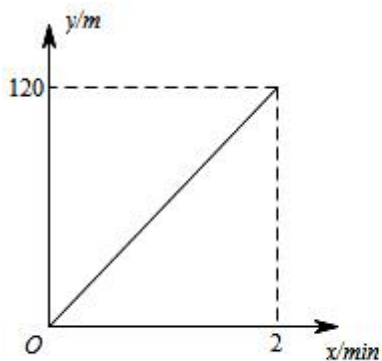


图1

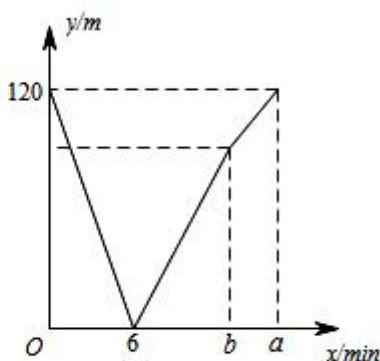
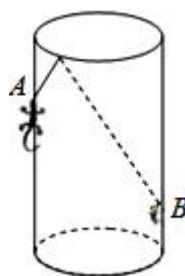


图2

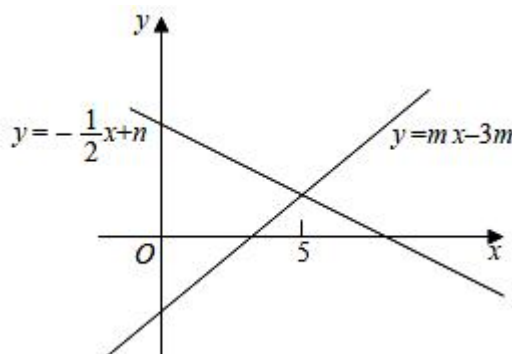
26. 如图, 圆柱形容器的高为 $0.9m$, 底面周长为 $1.2m$, 在容器内壁离容器底部 $0.3m$ 处的点 B 处有一蚊子. 此时, 一只壁虎正好在容器外壁, 离容器上沿 $0.2m$ 与蚊子相对的点 A 处, 则壁虎捕捉蚊子的最短距离为_____.



27. 如图, 直线 $y = mx - 3m$ 与 $y = -\frac{1}{2}x + n$ 的交点的横坐标为 5 ,

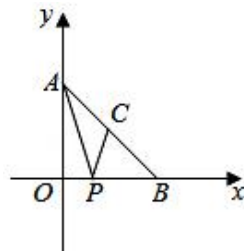
则关于 x 的不等式组 $\begin{cases} -\frac{1}{2}x + n \geq mx - 3m \\ mx - 3m > 0 \end{cases}$ 的解集

是_____.



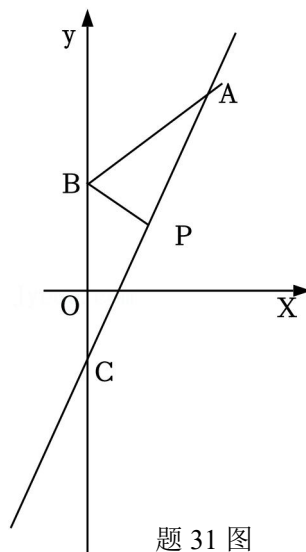


28. 如图，平面直角坐标系 xOy 中， $A(0, 2)$ ， $B(2, 0)$ ， C 为 AB 的中点， P 是 OB 上的一个动点， $\triangle ACP$ 周长最小时，点 P 的横坐标是_____.



29. 由于竞争激烈，某超市准备提前进行“双十一”促销活动，将 A 、 B 、 C 三种糖果采用两种不同方式搭配成礼盒销售，分别是“心意满满”礼盒、“幸福多多”礼盒，每盒的总成本为盒中 A 、 B 、 C 三种糖果成本之和（盒子由供货商提供，成本不计），“心意满满”礼盒每盒只装有 A 糖果、 B 糖果各 800 克；“幸福多多”礼盒每盒装有 400 克 A 糖果、800 克 B 糖果、1200 克 C 糖果；“心意满满”礼盒的售价是 60 元，利润率是 25%；“心意满满”礼盒、“幸福多多”礼盒一共卖出 81 盒，每克 B 糖果的成本价是每克 C 糖果成本价的 3 倍。当天盘点结算时，把 A 糖果与 B 糖果每克的成本价弄反了，这导致卖出的实际总成本比盘点结束的总成本少 200 元，那么实际总成本应为 _____ 元。

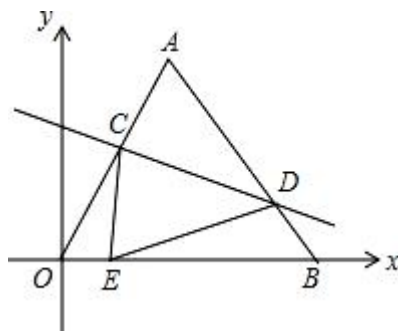
30. 对于平面直角坐标系中的点 $P(x, y)$ ，若 x, y 满足 $|x - y| = 1$ ，则点 $P(x, y)$ 就称为“好点”。例如：(5, 6)，因为 $|5 - 6| = 1$ ，所以 (5, 6) 是“好点”。已知一次函数 $y = 3x + m$ (m 为常数) 图象上有一个“好点”的坐标是 (3, 4)，则一次函数 $y = 3x + m$ (m 为常数) 图象上另一“好点”的坐标是_____.



题 31 图

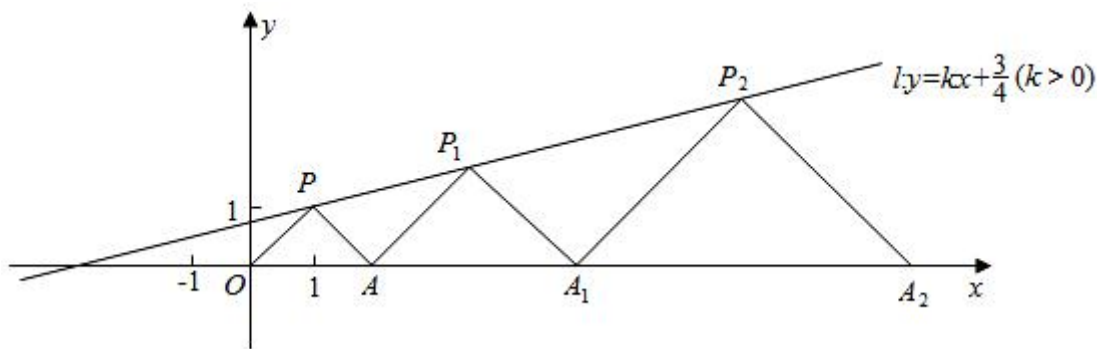
31. 如图，已知点 $A(4, 6)$ ， $B(0, 3)$ ，一次函数 $y = 3x + b$ 的图象经过点 A ，且与 y 轴相交于点 C ，若点 P 为线段 AC 上的一点，连接 BP ，将 $\triangle ABP$ 沿着直线 BP 翻折，使得点 A 的对应点恰好落在直线 AB 下方的 y 轴上，则点 P 的坐标为_____.

32. 如图平面直角坐标系中， $O(0, 0)$ ， $A(4, 4\sqrt{3})$ ， $B(8, 0)$ 。将 $\triangle OAB$ 沿直线 CD 折叠，使点 A 恰好落在线段 OB 上的点 E 处，若 $OE = \frac{32}{11}$ ，则 $CE:DE$ 的值是 _____.





33. 如图, 在平面直角坐标系中, 点 A, A_1, A_2, \dots 在 x 轴上, 点 P, P_1, P_2, \dots 在直线 $l: y=kx+\frac{3}{4} (k>0)$ 上, $\angle OPA=90^\circ$, 点 $P(1, 1), A(2, 0)$, 且 AP_1, A_1P_2, \dots 均与 OP 平行, A_1P_1, A_2P_2, \dots 均与 AP 平行, 则有下列结论: ①直线 AP_1 的函数解析式为 $y=x-2$; ②点 P_2 的纵坐标是 $\frac{25}{9}$; ③点 P_{2021} 的纵坐标为 $(\frac{5}{3})^{2021}$. 其中正确的是_____ (填序号).



三. 解答题 (共 27 小题)

34. 计算.

- (1) $\frac{\sqrt{50} \times \sqrt{32}}{\sqrt{8}} - \sqrt{8}$;
- (2) $\sqrt{12} - 3\sqrt{\frac{1}{3}} + \sqrt{27}$.

35. 计算

- (1) $(-\sqrt{6})^2 - \sqrt{25} + (-2)^2$
- (2) $3\sqrt{\frac{1}{3}} + \sqrt{2}(\sqrt{3} - \sqrt{6}) + \sqrt{24} \div \sqrt{8}$



36. 计算: $\sqrt{48} \div \sqrt{2} - \sqrt{\frac{1}{2}} \times \sqrt{12} + \sqrt{(-2)^2} - |2 - \sqrt{6}|$.

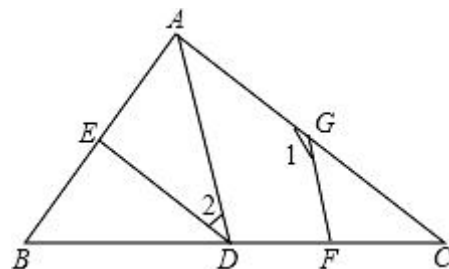
37. 计算: $\sqrt{9} - (-1)^{2022} - \sqrt[3]{27} + |1 - \sqrt{2}|$.

38. 已知 $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$ 是二元一次方程组 $\begin{cases} mx + ny = 8 \\ nx - my = 1 \end{cases}$ 的解, 求 $2m - n$ 的值.

39. 已知: 如图, 点 D 、 E 、 F 、 G 都在 $\triangle ABC$ 的边上, $DE \parallel AC$, 且 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$

(1) 求证: $AD \parallel FG$;

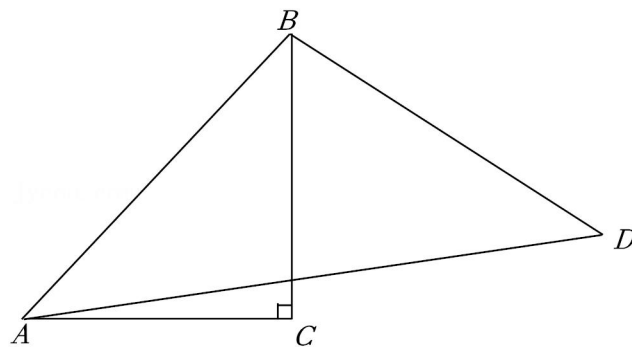
(2) 若 DE 平分 $\angle ADB$, $\angle C = 40^\circ$, 求 $\angle BFG$ 的度数.



40. 如图, 已知 $AC \perp BC$, $CA = BD = CB = 2$, $AD = 2\sqrt{3}$.

(1) 求 AB 的长;

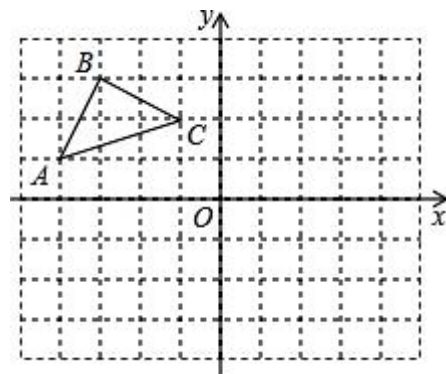
(2) 求 $\triangle ABD$ 的面积.





41. 按要求完成作图:

- (1) 作出 $\triangle ABC$ 关于 x 轴对称的图形;
- (2) 写出 A 、 B 、 C 的对应点 A' 、 B' 、 C' 的坐标;
- (3) 在 x 轴上画出点 Q , 使 $\triangle QAC$ 的周长最小.



42. 5月20日九年级复学啦!为了解学生的体温情况,班主任张老师根据全班学生某天上午的《体温监测记载表》,绘制了如下不完整的频数分布表和扇形统计图.

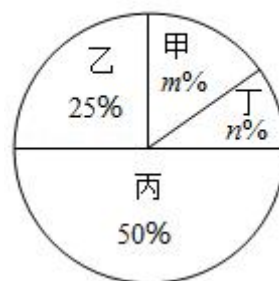
学生体温频数分布表

组别	温度($^{\circ}\text{C}$)	频数(人数)
甲	36.3	6
乙	36.4	a
丙	36.5	20
丁	36.6	4

请根据以上信息,解答下列问题:

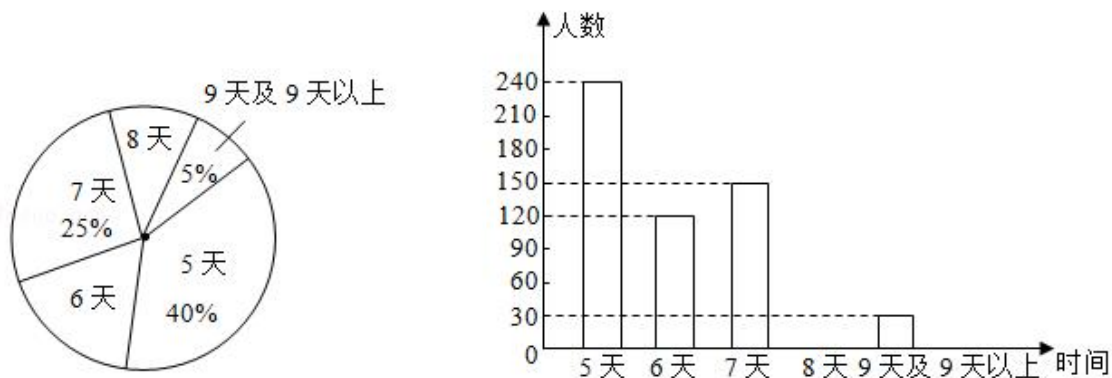
- (1) 频数分布表中 $a=$ _____, 该班学生体温的众数是_____, 中位数是_____;
- (2) 扇形统计图中 $m=$ _____, 丁组对应的扇形的圆心角是_____度;
- (3) 求该班学生的平均体温(结果保留小数点后一位).

学生体温扇形统计图





43. 某校为鼓励学生参加社会实践活动，暑假期间，要求学生每周至少参加一天的“志愿者活动”开学后，为了检验学生的完成情况，随机抽查了该校部分学生暑假期间参加志愿者活动的天数，并用得到的数据绘制了两幅统计图.



请根据图中提供的信息，回答下列问题：

- (1) 在扇形统计图中，“6天”对应的圆心角度数为 _____ 度；
- (2) 补全条形统计图：在这次抽样调查中，众数为 _____，中位数为 _____；
- (3) 如果该校共有学生 4500 人，请你估计该校“活动时间不少于 7 天”的学生人数大约有多少人？

44. 北京冬奥会期间，某商店为专注冬奥的商机决定购进 A 、 B 两款“冰墩墩、雪容融”纪念品，若购进 A 款纪念品 4 件， B 款纪念品 6 件，需要 960 元；若购进 A 款纪念品 2 件， B 款纪念品 5 件，需要 640 元.

- (1) 求购进 A 、 B 两种纪念品每件各需多少元？
- (2) 若该商店决定购进两种纪念品共 100 件，考虑到资金周转，用于购买这 100 件纪念品的资金不能超过 9920 元，那么该商店最多可购进 A 纪念品多少件.
- (3) 若销售每件 A 种纪念品每件可获利润 30 元， B 种纪念品每件可获利润 20 元，在 (2) 中的各种进货方案中，哪一种方案获利最大？最大利润是多少元？



45. 王老板经营甲、乙两个服装店铺，每个店铺各在同一段时间内都能售出 A 、 B 两种款式的服装合计 30 件且甲店售 1 件 A 款和 2 件 B 款可获利 110 元，售 2 件 A 和 1 件 B 可获利 100 元，乙店每售出一件 A 款获利 27 元，1 件 B 款获利 36 元，

(1) 问在甲店售出 1 件 A 和 1 件 B 分别获利多少元？

(2) 某日王老板进了 A 款式的服装 35 件， B 款式的服装 25 件，如果分配给甲店的 A 款式的服装 x 件，

①求王老板获取的利润 y (元) 与 x (件) 之间的函数关系式，并写出 x 的取值范围；

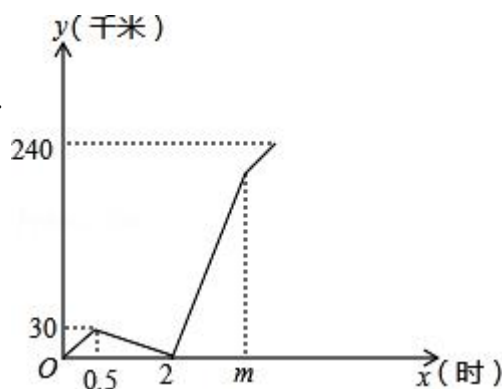
②由于甲、乙两个店铺所处的地段原因，王老板想在保证乙店利润不小于 950 元的前提下，使得自己获取的利润最大，请你帮王老板设计一种最佳分配方案，并求最大的总利润是多少？

46. 已知 A 、 B 两地之间有一条长 240 千米的公路. 甲车从 A 地出发匀速开往 B 地，甲车出发半小时后，乙车从 A 地出发沿同一路线匀速追赶甲车，两车相遇后，乙车原路原速返回 A 地. 两车之间的距离 y (千米) 与甲车行驶时间 x (小时) 之间的函数关系如图所示，请解答下列问题：

(1) 甲车的速度是 _____ 千米/时，乙车的速度是 _____ 千米/时， $m =$ _____.

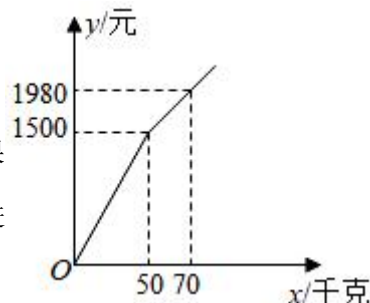
(2) 求乙车返回过程中， y 与 x 之间的函数关系式.

(3) 当甲、乙两车相距 160 千米时，直接写出甲车的行驶时间.





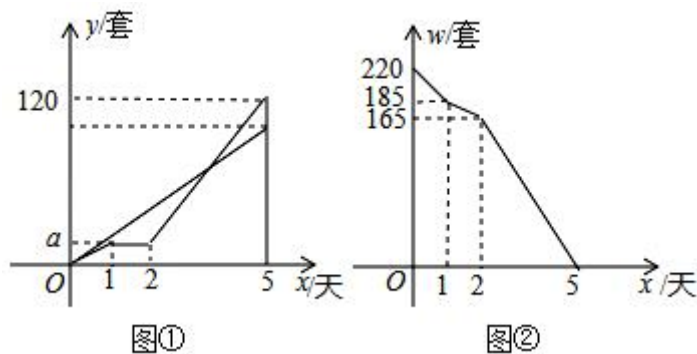
47. 受新冠肺炎疫情影响，一水果种植专业户有大量成熟水果无法出售。“一方有难，八方支援”。某水果经销商主动从该种植专业户购进甲、乙两种水果进行销售。专业户为了感谢经销商的援助，对甲种水果的出售价格根据购买量给予优惠，对乙种水果按 25 元/千克的价格出售。设经销商购进甲种水果 x 千克，付款 y 元， y 与 x 之间的函数关系如图所示。



(1) 求出当 $0 \leq x \leq 50$ 和 $x > 50$ 时， y 与 x 之间的函数关系式；

(2) 若经销商计划一次性购进甲、乙两种水果共 100 千克，且甲种水果不少于 40 千克，但又不超过 60 千克。如何分配甲、乙两种水果的购进量，才能使经销商付款总金额 w (元) 最少？

48. 中国新冠肺炎疫情防控取得显著成效，为校园复课防疫做物资储备，近日，某服装厂接到加工防护服任务，要求 5 天内加工完 220 套防护服，服装厂安排甲、乙两车间共同完成加工任务，乙车间加工中途停工一段时间维修设备，然后改变加工效率继续加工，直到与甲车间同时完成加工任务为止，设甲乙两车间各自加工防护服数量 y (套) 与甲车间加工时间 x (天) 之间的关系如图①所示；未加工防护服 w (套) 与甲加工时间 x (天) 之间的关系如图②所示，请结合图象回答下列问题：



(1) 甲车间每天加工防护服 _____ 套， $a =$ _____。

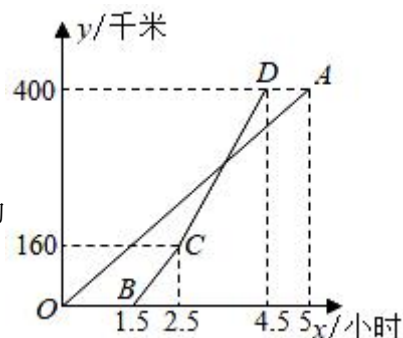
(2) 求乙车间维修设备后，乙车间加工防护服数量 y (套) 与 x (天) 之间函数关系式。

(3) 若 55 套服装恰好装满一辆货车，那么加工多长时间装满第一辆货车？再加工多长时间恰好装满第二辆货车？



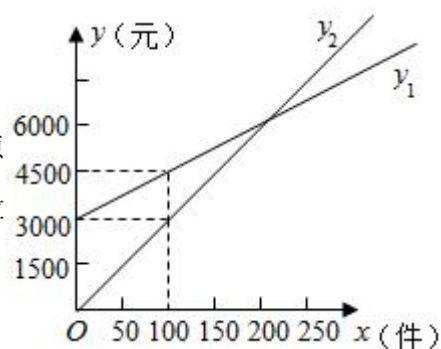
49. 甲、乙两地相距 400 千米，一辆货车和一辆轿车先后从甲地出发开往乙地，如图，线段 OA 表示货车离甲地距离 y (千米) 与货车出发时间 x (小时) 之间的函数关系；折线 BCD 表示轿车离甲地距离 y (千米) 与货车出发时间 x (小时) 之间的函数关系，请根据图象解答下列问题：

- (1) 货车的速度为 _____ 千米/时；
- (2) 求线段 CD 对应的函数关系式；
- (3) 在轿车行驶过程中，若两车的距离不超过 20 千米，直接写出 x 的取值范围.



50. 某大型商场为了提高销售人员的积极性，对原有的薪酬计算方式进行了修改，设销售人员一个月的销售量为 x (件)，销售人员的月收入为 y (元)，原有的薪酬计算方式 y_1 (元) 采用的是底薪+提成的方式，修改后的薪酬计算方式为 y_2 (元)，根据图象解答下列问题：

- (1) 求 y_1 关于 x 的函数表达式；
- (2) 王小姐是该商场的一名销售人员，某月发工资后，王小姐用原有的薪酬计算方式算了下，她所得的薪酬比原有的薪酬计算方式算出的薪酬多 750 元，求王小姐该月的销售量为多少件？





51. 民族要复兴，乡村必振兴。2月21日发布的2021年中央一号文件，主题是全面推进乡村振兴，加快农业农村现代化。乡村振兴战略的实施效果要用农民生活富裕水平来评价，某合作社为尽快打开市场，对本地新产品进行线上和线下销售相结合的模式，具体费用标准如下：

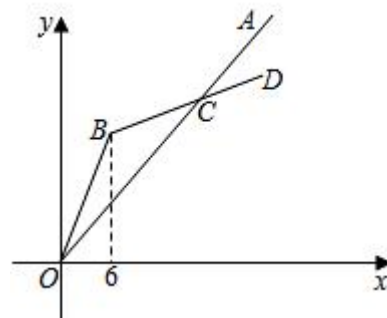
线下销售模式：标价5元/千克，八折出售；

线上销售模式：标价5元/千克，九折出售，超过6千克时，超出部分每千克再让利1.5元。

购买这种新产品 x 千克，所需费用为 y 元， y 与 x 之间的函数关系如图所示。

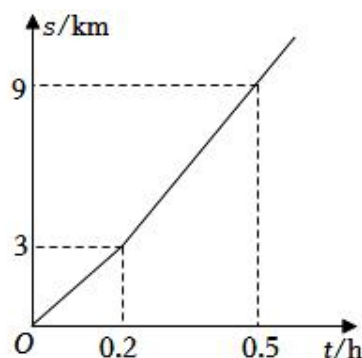
根据以上信息回答下列问题：

- (1) 请求出两种销售模式对应的函数解析式；
- (2) 说明图中点 C 坐标的实际意义；
- (3) 若想购买这种产品10千克，请问选择哪种模式购买最省钱？



52. 随着“公园城市”建设的不断推进，成都绕城绿道化身成为这座城市的一个超大型“体育场”，绿道骑行成为市民的一种低碳生活新风尚。甲、乙两人相约同时从绿道某地出发同向骑行，甲骑行的速度是 18km/h ，乙骑行的路程 s （ km ）与骑行的时间 t （ h ）之间的关系如图所示。

- (1) 直接写出当 $0 \leq t \leq 0.2$ 和 $t > 0.2$ 时， s 与 t 之间的函数表达式；
- (2) 何时乙骑行在甲的前面？





53. (1) (问题) 如图 1, 若 $AB \parallel CD$, $\angle AEP = 40^\circ$, $\angle PFD = 130^\circ$, 求 $\angle EPF$ 的度数.

(2) (问题迁移) 如图 2, $AB \parallel CD$, 点 P 在 AB 的上方, 问 $\angle PEA$, $\angle PFC$, $\angle EPF$ 之间有何数量关系?
请说明理由;

(3) (联想拓展) 如图 3 所示, 在 (2) 的条件下, 已知 $\angle EPF = 60^\circ$, $\angle PFC = 120^\circ$, $\angle PEA$ 的平分线和 $\angle PFC$ 的平分线交于点 G , 直接写出 $\angle G$ 的度数.

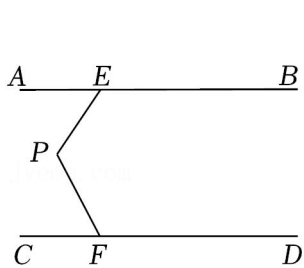


图1

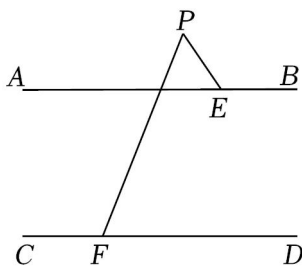


图2

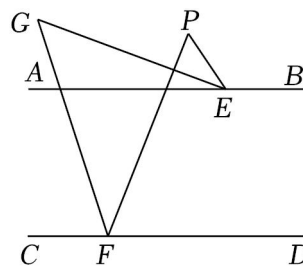


图3

54. 已知, $AB \parallel CD$, 直线 MN 与直线 AB 、 CD 分别交于点 E 、 F .

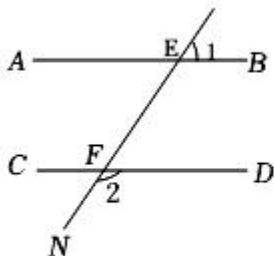


图1

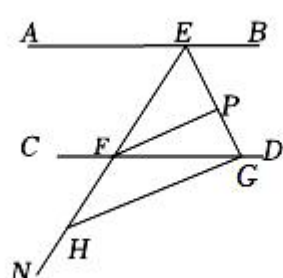


图2

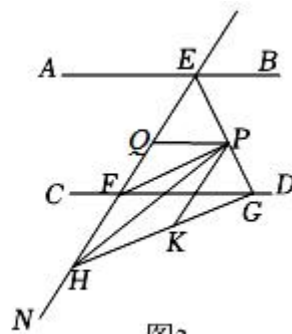


图3

(1) 如图 1, 若 $\angle 1 = 58^\circ$, 求 $\angle 2$ 的度数;

(2) 如图 2, $\angle BEF$ 与 $\angle EFD$ 的角平分线交于点 P , EP 与 CD 交于点 G , H 是 MN 上一点, 且 $GH \perp EG$. 求证: $PF \parallel GH$.

(3) 如图 3, 在 (2) 的条件下. 连接 PH , K 是 GH 上一点使 $\angle PHK = \angle HPK$, 作 PQ 平分 $\angle EPK$. 问 $\angle HPQ$ 的大小是否发生变化? 若不变, 请求出其值; 若变化, 说明理由.



55. 定义：在平面直角坐标系 xOy 中，对于任意一点 $P(x, y)$ 如果满足 $y=2|x|$ ，我们就把点 $P(x, y)$ 称作“和谐点”。

(1) 在直线 $y=6$ 上的“和谐点”为 _____；

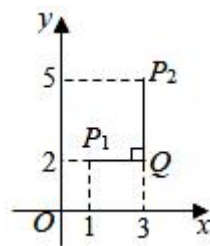
(2) 求一次函数 $y=-x+2$ 的图象上的“和谐点”坐标；

(3) 已知点 P ，点 Q 的坐标分别为 $P(2, 2)$ ， $Q(m, 5)$ ，如果线段 PQ 上始终存在“和谐点”，直接写出 m 的取值范围是 _____。

56. 在平面直角坐标系 xOy 中，对于任意两点 $P_1(x_1, y_1)$ ， $P_2(x_2, y_2)$ 的“特别距离”，给出如下定义：

若 $|x_1 - x_2| \geq |y_1 - y_2|$ ，则点 $P_1(x_1, y_1)$ ， $P_2(x_2, y_2)$ 的“特别距离”为 $|x_1 - x_2|$ ；若 $|x_1 - x_2| < |y_1 - y_2|$ ，则 $P_1(x_1, y_1)$ ， $P_2(x_2, y_2)$ 的“特别距离”为 $|y_1 - y_2|$ ；

例如：点 $P_1(1, 2)$ ，点 $P_2(3, 5)$ ，因为 $|1 - 3| < |2 - 5|$ ，所以点 P_1 与点 P_2 的“特别距离”为 $|2 - 5| = 3$ ，也就是图 1 中线段 P_1Q 与线段 P_2Q 长度的较大值（点 Q 为垂直于 y 轴的直线 P_1Q 与垂直于 x 轴的直线 P_2Q 的交点）。



(1) 已知点 $A(-\frac{1}{2}, 0)$ ， B 为 y 轴上的一个动点，

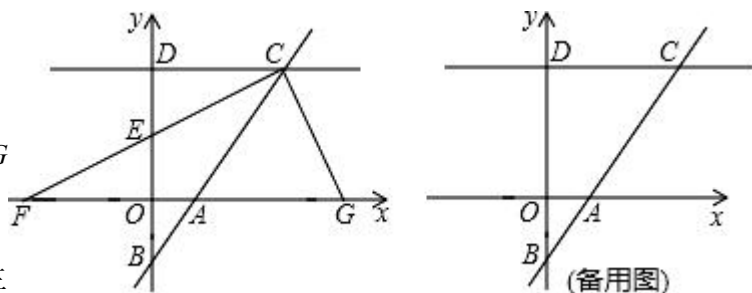
①若点 A 与点 B 的“特别距离”为 2，写出一个满足条件的点 B 的坐标 _____；

②直接写出点 A 与点 B 的“特别距离”的最小值 _____。

(2) 已知 C 是直线 $y=-\frac{4}{3}x+4$ 上的一个动点，点 D 的坐标是 $(0, 1)$ ，求点 C 与点 D 的“特别距离”的最小值及相应的点 C 的坐标。



57. 如图，直角坐标系中，直线 $y=kx+b$ 分别与 x 轴、 y 轴交于点 $A(3, 0)$ ，点 $B(0, -4)$ ，过 $D(0, 8)$ 作平行 x 轴的直线 CD ，交 AB 于点 C ，点 $E(0, m)$ 在线段 OD 上，延长 CE 交 x 轴于点 F ，点 G 在 x 轴正半轴上，且 $AG=AF$ 。



(1) 求直线 AB 的函数表达式。

(2) 当点 E 恰好是 OD 中点时，求 $\triangle ACG$ 的面积。

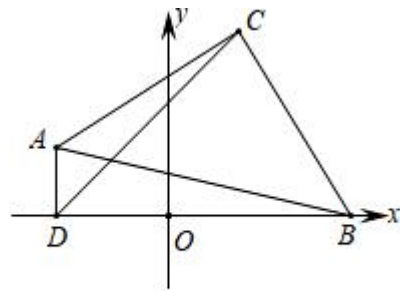
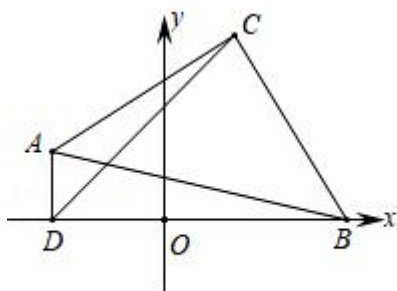
(3) 是否存在 m ，使得 $\triangle FCG$ 是直角三角形？若存在，直接写出 m 的值；若不存在，请说明理由。

58. 如图，已知点 $A(-3, 2)$ ，过点 A 作 $AD \perp x$ 轴于点 D ，点 B 是 x 轴正半轴上的一个动点，连接 AB ，以 AB 为斜边在 AB 的上方构造等腰 $\text{Rt}\triangle ABC$ ，连接 DC 。

(1) 当 B 的坐标为 $(4, 0)$ 时，点 C 的坐标是_____；

(2) 当点 B 在 x 轴正半轴上运动的时候，点 C 是否在一一直线上运动，如果是，请求出点 C 所在直线的解析式；如果不是，请说明理由；

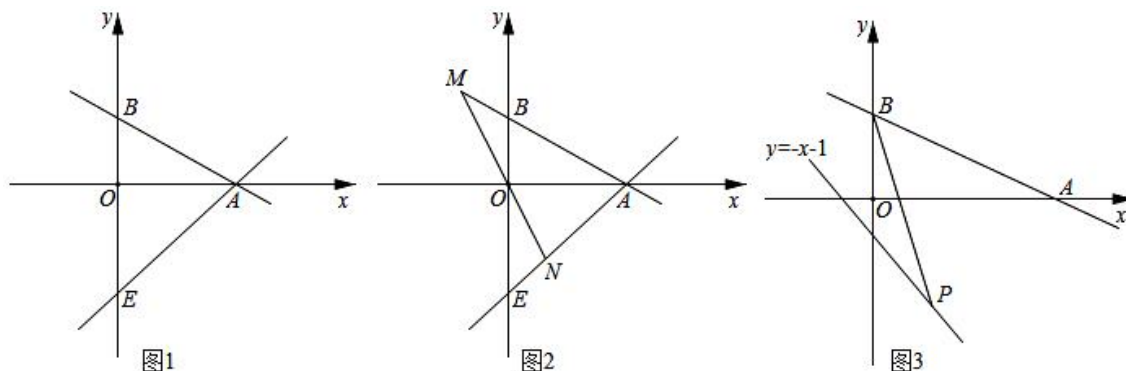
(3) 在 B 点的运动过程中，猜想 DC 与 DB 有怎样的数量关系，并证明你的结论。



备用图



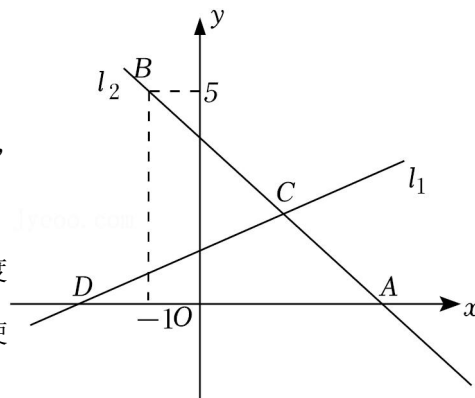
59. 如图1, 直线 $y = -\frac{1}{2}x + 2$ 与 x 轴、 y 轴分别交于 A 、 B 两点, 点 E 为 y 轴负半轴上一点, 且 $S_{\triangle ABE} = 12$.



- (1) 求直线 AE 的解析式;
- (2) 如图2, 直线 $y = mx$ 交直线 AB 于点 M , 交直线 AE 于点 N , 当 $S_{\triangle OEN} = 2S_{\triangle OBM}$ 时, 求 m 的值;
- (3) 如图3, 点 P 为直线 $y = -x - 1$ 上一点, 若 $\angle ABP = 45^\circ$, 请直接写出点 P 的坐标: _____.

60. 如图, 直线 $l_1: y = kx + 1$ 与 x 轴交于点 D , 直线 $l_2: y = -x + b$ 与 x 轴交于点 A , 且经过定点 $B(-1, 5)$, 直线 l_1 与 l_2 交于点 $C(2, m)$.

- (1) 填空: $k =$ _____; $b =$ _____; $m =$ _____;
- (2) 在 x 轴上是否存在一点 E , 使 $\triangle BCE$ 的周长最短? 若存在, 请求出点 E 的坐标; 若不存在, 请说明理由.
- (3) 若动点 P 在射线 DC 上从点 D 开始以每秒1个单位的速度运动, 连接 AP , 设点 P 的运动时间为 t 秒. 是否存在 t 的值, 使 $\triangle ACP$ 和 $\triangle ADP$ 的面积比为 $1:3$? 若存在, 直接写出 t 的值; 若不存在, 请说明理由.





深圳初中八年级上册期末数学 60 易错题（满分必刷）

参考答案与试题解析

一. 选择题（共 21 小题）

1. 在 $\sqrt{9x}$ 、 $\sqrt{45}$ 、 $\sqrt{\frac{ab}{4}}$ 、 \sqrt{ab} 、 $\sqrt{\frac{2}{3}}$ 中，最简二次根式的个数为（ ）

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

【分析】根据二次根式的性质化简，根据最简二次根式的概念判断即可.

【解答】解： $\sqrt{9x}=3\sqrt{x}$ ， $\sqrt{45}=3\sqrt{5}$ ， $\sqrt{\frac{ab}{4}}=\frac{\sqrt{ab}}{2}$ ， $\sqrt{\frac{2}{3}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$ ，都不是最简二次根式，

\sqrt{ab} 是最简二次根式，

故选：A.

2. 以下列各组数据作为一个三角形的边长，其中只有一组数据不能构成直角三角形，这组数据是（ ）

- A. 3, 4, 5 B. 5, 12, 13 C. $\sqrt{2}$, $\sqrt{2}$, 2 D. $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{6}$

【分析】根据勾股定理的逆定理，进行计算即可解答.

【解答】解：A、 $\because 3^2+4^2=25$ ， $5^2=25$ ，

$$\therefore 3^2+4^2=5^2,$$

\therefore 能构成直角三角形，

故 A 不符合题意；

$$B、\because 5^2+12^2=169, 13^2=169,$$

$$\therefore 5^2+12^2=13^2,$$

\therefore 能构成直角三角形，

故 B 不符合题意；

$$C、\because (\sqrt{2})^2+(\sqrt{2})^2=4, 2^2=4,$$

$$\therefore (\sqrt{2})^2+(\sqrt{2})^2=2^2,$$

\therefore 能构成直角三角形，

故 C 不符合题意；

$$D、\because (\sqrt{2})^2+(\sqrt{3})^2=5, (\sqrt{6})^2=6,$$

$$\therefore (\sqrt{2})^2+(\sqrt{3})^2 \neq (\sqrt{6})^2,$$

\therefore 不能构成直角三角形，

故 D 符合题意；



故选：D.

3. 给出下列各式：① $\sqrt{32}$ ；②6；③ $\sqrt{-12}$ ；④ $\sqrt{-m}$ ($m \leq 0$)；⑤ $\sqrt{a^2+1}$ ；⑥ $\sqrt[3]{5}$. 其中二次根式的个数是 ()
- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

【分析】根据二次根式的定义即可作出判断.

【解答】解：① $\because 32 > 0$, $\therefore \sqrt{32}$ 是二次根式；

②6 不是二次根式；

③ $\because -12 < 0$, $\therefore \sqrt{-12}$ 不是二次根式；

④ $\because m \leq 0$, $\therefore -m \geq 0$, $\therefore \sqrt{-m}$ 是二次根式；

⑤ $\because a^2+1 > 0$, $\therefore \sqrt{a^2+1}$ 是二次根式；

⑥ $\sqrt[3]{5}$ 是三次根式，不是二次根式.

所以二次根式有 3 个.

故选：B.

4. 若 $\triangle ABC$ 中 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的对边分别是 a 、 b 、 c ，下列条件不能说明 $\triangle ABC$ 是直角三角形的是 ()
- A. $b^2 = (a+c)(a-c)$ B. $a : b : c = 1 : \sqrt{3} : 2$
- C. $\angle C = \angle A - \angle B$ D. $\angle A : \angle B : \angle C = 3 : 4 : 5$

【分析】根据勾股定理的逆定理即可判断选项A和选项B，根据三角形内角和定理求出最大角的度数，即可判断选项C和选项D.

【解答】解：A. $b^2 = (a+c)(a-c)$,

$$b^2 = a^2 - c^2,$$

$$b^2 + c^2 = a^2,$$

所以 $\triangle ABC$ 是直角三角形，故本选项不符合题意；

$$B. \because a : b : c = 1 : \sqrt{3} : 2,$$

$$\therefore a^2 + b^2 = c^2,$$

$\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形，故本选项不符合题意；

$$C. \because \angle C = \angle A - \angle B,$$

$$\therefore \angle C + \angle B = \angle A,$$

$$\because \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ,$$

$$\therefore 2\angle A = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle A = 90^\circ,$$



∴ $\triangle ABC$ 是直角三角形，故本选项不符合题意；

D. ∵ $\angle A : \angle B : \angle C = 3 : 4 : 5$, $\angle A + \angle C = 180^\circ$,

∴最大角 $\angle C = 180^\circ \times \frac{5}{3+4+5} = 75^\circ < 90^\circ$,

∴ $\triangle ABC$ 不是直角三角形，故本选项符合题意；

故选：D.

5. 计算 $\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{2}+1} - \frac{2}{\sqrt{3}+1}$ 的结果为 ()

A. 0

B. 1

C. $\sqrt{3} + 2\sqrt{2}$

D. $1 - \sqrt{2}$

【分析】根据平方差公式可以将题目中的式子化简.

【解答】解： $\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{2}+1} - \frac{2}{\sqrt{3}+1}$

$$= \sqrt{3} - \sqrt{2} + \sqrt{2} - 1 - (\sqrt{3} - 1)$$

$$= \sqrt{3} - \sqrt{2} + \sqrt{2} - 1 - \sqrt{3} + 1$$

$$= 0,$$

故选：A.

6. 用 \otimes 定义一种新运算：对于任意实数 m 和 n ，规定 $m \otimes n = m^2n - mn - 3n$ ，如： $1 \otimes 2 = 1^2 \times 2 - 1 \times 2 - 3 \times 2 = -6$. 则 $(-2) \otimes \sqrt{3}$ 结果为 ()

A. $3\sqrt{3}$

B. $-2\sqrt{3}$

C. $3\sqrt{2}$

D. $2\sqrt{3}$

【分析】根据定义新运算法则列式，然后先算乘方和乘法，再算加减.

【解答】解：原式 $= (-2)^2 \times \sqrt{3} - (-2) \times \sqrt{3} - 3\sqrt{3}$

$$= 4\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 3\sqrt{3}$$

$$= 3\sqrt{3},$$

故选：A.

7. 已知 $y = \frac{2x+5}{13} - \frac{3x-2}{17} - \frac{3}{2}x + 2$. 当 $x=1.5$ 时, $y>0$; 当 $x=1.8$ 时, $y<0$. 则方程 $\frac{2x+5}{13} - \frac{3x-2}{17} - \frac{3}{2}x + 2 =$

0 的解可能是 ()

A. 1.45

B. 1.64

C. 1.92

D. 2.05

【分析】由题意可以断定 $y = \frac{2x+5}{13} - \frac{3x-2}{17} - \frac{3}{2}x + 2$ 是一次函数，又因为当 $x=1.5$ 时， $y>0$ ；当 $x=1.8$ 时， $y<0$. 根据一次函数图象的增减性可以知道直线与 x 轴的交点在 $(1.5, 0)$ 、 $(1.8, 0)$ 之间，从而得出方程的解的取值范围在1.5与1.8之间.



【解答】解：由题意可以断定 $y = \frac{2x+5}{13} - \frac{3x-2}{17} - \frac{3}{2}x + 2$ 是一次函数，

∵ 当 $x=1.5$ 时， $y>0$ ；当 $x=1.8$ 时， $y<0$ ；

∴ $y=0$ 时， x 的取值范围是 $1.5<x<1.8$ ；

故选：B.

8. 下表记录了甲、乙、丙、丁四名射击运动员最近几次选拔赛成绩的平均数和方差：

	甲	乙	丙	丁
平均数（环）	9.5	9.5	9.5	9.5
方差	8.5	7.3	8.8	7.7

根据表中数据，要从中选择一名成绩发挥稳定的运动员参加比赛，应选择（ ）

A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 丁

【分析】根据方差的意义求解即可.

【解答】解：∵ 四人的平均数相等，而乙的方差最小，

∴ 选择乙参加比赛，

故选：B.

9. 小明已求出了五个数据：6，4，3，4，□的平均数，在计算它们的方差时，出现了这样一步：

$(3-5)^2 + (4-5)^2 + (4-5)^2 + (6-5)^2 + (\square-5)^2 = 16$ (□是后来被遮挡的数据)，则这组数据的众数和方差分别是（ ）

A. 4，5 B. 4，3.2 C. 6，5 D. 4，16

【分析】先根据五个数据：6，4，3，4，□的平均数为5得出□=8，据此还原这组数据，再根据众数和方差的定义求解即可.

【解答】解：∵ 五个数据：6，4，3，4，□的平均数为5，

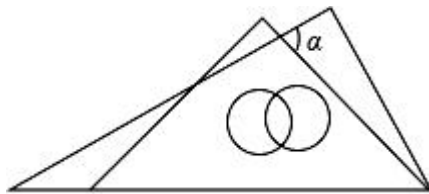
∴ $\square = 5 \times 5 - (6+4+3+4) = 8$ ，

∴ 这组数据为6，4，3，4，8，

则这组数据的众数为4，方差为 $\frac{1}{5} \times [(3-5)^2 + (4-5)^2 + (4-5)^2 + (6-5)^2 + (8-5)^2] = 3.2$ ，

故选：B.

10. 将一副三角尺按如图所示的方式摆放，则 $\angle \alpha$ 的大小为（ ）



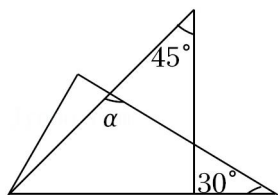
- A. 105° B. 75° C. 65° D. 55°

【分析】根据三角形的外角性质解答即可.

【解答】解：由三角形的外角性质可知： $\angle\alpha = 30^\circ + 45^\circ = 75^\circ$,

故选：B.

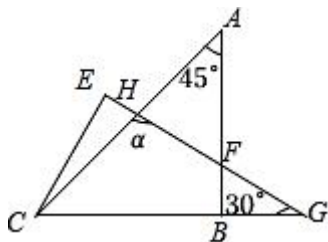
11. 如图所示，一副三角板叠放在一起，则图中 $\angle\alpha$ 等于（ ）



- A. 105° B. 115° C. 120° D. 135°

【分析】根据三角板上角的度数的特点及三角形内角与外角的关系解答.

【解答】解：如图，



由题意得： $\angle ABG = 90^\circ$,

$\because \angle G = 30^\circ$,

$\therefore \angle BFG = 180^\circ - \angle ABG - \angle G = 60^\circ$,

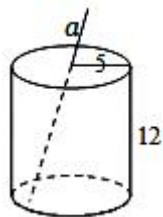
$\therefore \angle AFH = \angle BFG = 60^\circ$,

$\because \angle\alpha$ 是 $\triangle AFH$ 的外角， $\angle A = 45^\circ$,

$\therefore \angle\alpha = \angle A + \angle AFH = 105^\circ$,

故选：A.

12. 如图是一个圆柱形饮料罐，底面半径是5，高是12，上底面中心有一个小圆孔，则一条长16的直吸管露在罐外部分 a 的长度（罐壁的厚度和小圆孔的大小忽略不计）范围是（ ）



- A. $4 \leq a \leq 5$ B. $3 \leq a \leq 4$ C. $2 \leq a \leq 3$ D. $1 \leq a \leq 2$

【分析】如图，当吸管底部在 O 点时吸管在罐内部分 a 最短，此时 a 就是圆柱形的高；当吸管底部在 A 点时吸管在罐内部分 a 最长，此时 a 可以利用勾股定理在 $\text{Rt}\triangle ABO$ 中即可求出。

【解答】解：设 b 是圆柱形的高，

当吸管底部在地面圆心时吸管在罐内部分 b 最短，

此时 b 就是圆柱形的高，

即 $b=12$ ；

$$\therefore a=16-12=4,$$

当吸管底部在饮料罐的壁底时吸管在罐内部分 b 最长，

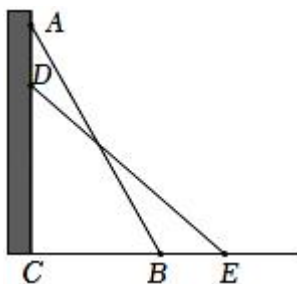
$$b=\sqrt{12^2+5^2}=13,$$

$$\therefore \text{此时 } a=3,$$

所以 $3 \leq a \leq 4$.

故选：B.

13. 如图，一架梯子 AB 长为 5 米，顶端 A 靠在墙 AC 上，这时梯子下端 B 与墙底端 C 的距离是 3 米，梯子下滑后停在 DE 的位置上，这时测得 BE 为 1 米，则梯子顶端 A 下滑了（ ）



- A. 1 米 B. 1.5 米 C. 2 米 D. 2.5 米

【分析】在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中，根据勾股定理求出 AC 的长，由于梯子的长度不变，在 $\text{Rt}\triangle CDE$ 中，根据勾股定理，求出 CD 的长，从而即可得出答案。

【解答】解： \because 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中，

$$AB=5 \text{ 米}, BC=3 \text{ 米},$$



$$\therefore AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4 \text{ (米)},$$

在 $\text{Rt}\triangle CDE$ 中,

$$\because DE = AB = 5 \text{ 米}, CE = BC + BE = 3 + 1 = 4 \text{ (米)},$$

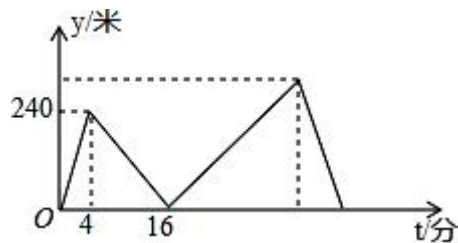
$$\therefore DC = \sqrt{DE^2 - CE^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3 \text{ (米)},$$

$$\therefore AD = AC - DC = 4 - 3 = 1 \text{ (米)}.$$

答: 梯子顶端 A 下落了 1 米,

故选: A .

14. 甲、乙两人在笔直的湖边公路上同起点、同终点、同方向匀速步行 2400 米, 先到终点的人原地休息. 已知甲先出发 4 分钟. 在整个步行过程中, 甲、乙两人的距离 y (米) 与甲出发的时间 t (分) 之间的关系如图所示, 下列结论:



- ①甲步行的速度为 60 米/分;
- ②乙走完全程用了 30 分钟;
- ③乙用 16 分钟追上甲;
- ④乙到达终点时, 甲离终点还有 320 米

其中正确的结论有 ()

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

【分析】 根据题意和函数图象中的数据可以判断各个小题中的结论是否正确, 从而可以解答本题.

【解答】 解: 由图可得, 甲步行的速度为: $240 \div 4 = 60$ 米/分, 故①正确,

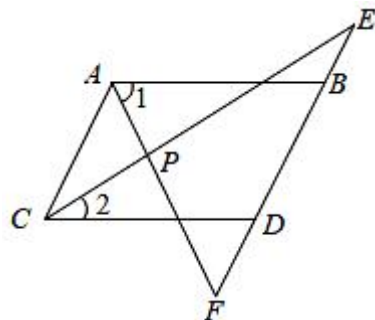
乙走完全程用的时间为: $2400 \div (16 \times 60 \div 12) = 30$ (分钟), 故②正确,

乙追上甲用的时间为: $16 - 4 = 12$ (分钟), 故③错误,

乙到达终点时, 甲离终点距离是: $2400 - (4 + 30) \times 60 = 360$ 米, 故④错误,

故选: B .

15. 如图, 已知 AP 平分 $\angle BAC$, CP 平分 $\angle ACD$, $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$, 下列结论正确的有 ()



- ① $AB \parallel CD$;
- ② $\angle ABE + \angle CDF = 180^\circ$;
- ③ $AC \parallel BD$;
- ④ 若 $\angle ACD = 2\angle E$, 则 $\angle CAB = 2\angle F$.

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个



【分析】利用角平分线的性质和三角形的内角和得到 $AB \parallel CD$ ，再根据平行线的性质和外角定理可得答案.

【解答】解：∵ AP 平分 $\angle BAC$,

$$\therefore \angle 1 = \angle PAC = \frac{1}{2} \angle BAC,$$

∵ CP 平分 $\angle ACD$,

$$\therefore \angle 2 = \angle PCA = \frac{1}{2} \angle DCA,$$

又 ∵ $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$,

$$\therefore \angle BAC + \angle DCA = 180^\circ,$$

∴ $AB \parallel CD$, 故①对;

∵ $AB \parallel CD$,

$$\therefore \angle ABD + \angle CDB = 180^\circ,$$

∴ $\angle ABE + \angle CDF = 180^\circ$, 故②对;

若 $\angle ACD = 2\angle E$,

∵ $\angle ACD = 2\angle PCA$,

∴ $\angle PCA = \angle E$,

∴ $AC \parallel BD$,

∴ $\angle F = \angle CAP$,

∵ $\angle CAB = 2\angle F$, 故④对;

故选: C.

16. 如图, 点 E 在 CA 延长线上, DE 、 AB 交于 F , 且 $\angle BDE = \angle AEF$, $\angle B = \angle C$, $\angle EFA$ 比 $\angle FDC$ 的余角小 10° , P 为线段 DC 上一动点, Q 为 PC 上一点, 且满足 $\angle FQP = \angle QFP$, FM 为 $\angle EFP$ 的平分线. 则下列结论:

① $AB \parallel CD$;

② FQ 平分 $\angle AFP$;

③ $\angle B + \angle E = 140^\circ$;

④ $\angle QFM$ 的角度为定值.

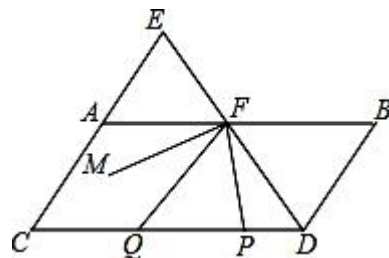
其中正确结论的个数有 ()

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个





【分析】①由 $\angle BDE = \angle AEF$ 可得出 $AE \parallel BD$ ，进而可得出 $\angle B = \angle EAF$ ，结合 $\angle B = \angle C$ 可得出 $\angle EAF = \angle C$ ，根据“同位角相等，两直线平行”可得出 $AB \parallel CD$ ，结论①正确；②由 $AB \parallel CD$ 可得出 $\angle AFQ = \angle FQP$ ，结合 $\angle FQP = \angle QFP$ 可得出 $\angle AFQ = \angle QFP$ ，即 FQ 平分 $\angle AFP$ ，结论②正确；③由 $AB \parallel CD$ 可得出 $\angle EFA = \angle FDC$ ，结合 $\angle EFA$ 比 $\angle FDC$ 的余角小 10° 可求出 $\angle EFA$ 的度数，再由 $\angle B = \angle EAF$ 结合三角形内角和定理可求出 $\angle B + \angle E = 140^\circ$ ，结论③正确；④根据角平分线的定义可得出 $\angle MFP = \frac{1}{2}\angle EFA + \frac{1}{2}\angle AFP$ 以及 $\angle QFP = \frac{1}{2}\angle AFP$ ，将其代入 $\angle QFM = \angle MFP - \angle QFP$ 可求出 $\angle QFM$ 的角度为定值 20° ，结论④正确。综上即可得出结论。

【解答】解：① $\because \angle BDE = \angle AEF$ ，

$\therefore AE \parallel BD$ ，

$\therefore \angle B = \angle EAF$ 。

$\because \angle B = \angle C$ ，

$\therefore \angle EAF = \angle C$ ，

$\therefore AB \parallel CD$ ，结论①正确；

② $\because AB \parallel CD$ ，

$\therefore \angle AFQ = \angle FQP$ 。

$\because \angle FQP = \angle QFP$ ，

$\therefore \angle AFQ = \angle QFP$ ，

$\therefore FQ$ 平分 $\angle AFP$ ，结论②正确；

③ $\because AB \parallel CD$ ，

$\therefore \angle EFA = \angle FDC$ 。

$\because \angle EFA$ 比 $\angle FDC$ 的余角小 10° ，

$\therefore \angle EFA = 40^\circ$ 。

$\because \angle B = \angle EAF$ ， $\angle EAF + \angle E + \angle EFA = 180^\circ$ ，

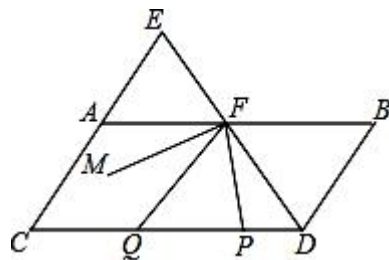
$\therefore \angle B + \angle E = 180^\circ - \angle EFA = 140^\circ$ ，结论③正确；

④ $\because FM$ 为 $\angle EFP$ 的平分线，

$\therefore \angle MFP = \frac{1}{2}\angle EFP = \frac{1}{2}\angle EFA + \frac{1}{2}\angle AFP$ 。

$\because \angle AFQ = \angle QFP$ ，

$\therefore \angle QFP = \frac{1}{2}\angle AFP$ ，



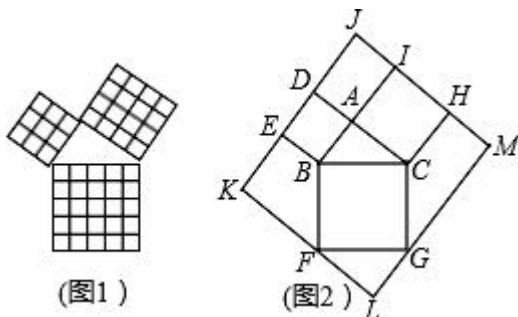


$\therefore \angle QFM = \angle MFP - \angle QFP = \frac{1}{2} \angle EFA = 20^\circ$, 结论④正确.

综上所述: 正确的结论有①②③④.

故选: D.

17. 勾股定理是几何中的一个重要定理. 在我国古算书《周髀算经》中就有“若勾三, 股四, 则弦五”的记载. 如图 1 是由边长相等的小正方形和直角三角形构成的, 可以用其面积关系验证勾股定理. 图 2 是由图 1 放入矩形内得到的, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = 3$, $AC = 4$, 点 D, E, F, G, H, I 都在矩形 $KLMJ$ 的边上, 则矩形 $KLMJ$ 的面积为 ()



- A. 90 B. 100 C. 110 D. 121

【分析】延长 AB 交 KF 于点 O , 延长 AC 交 GM 于点 P , 可得四边形 $AOLP$ 是正方形, 然后求出正方形的边长, 再求出矩形 $KLMJ$ 的长与宽, 然后根据矩形的面积公式列式计算即可得解.

【解答】解: 如图, 延长 AB 交 KF 于点 O , 延长 AC 交 GM 于点 P ,

易得 $\triangle CAB \cong \triangle BOF \cong \triangle FLG$,

$\therefore AB = OF = 3$, $AC = OB = FL = 4$,

$\therefore OA = OL = 3 + 4 = 7$,

$\because \angle CAB = \angle BOF = \angle L = 90^\circ$,

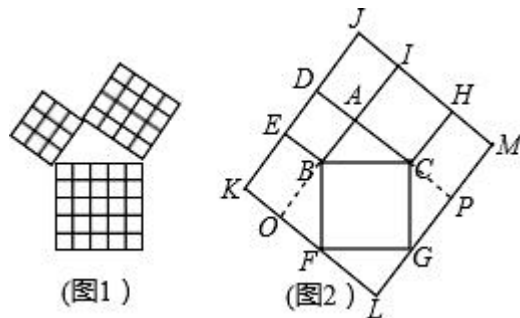
所以四边形 $AOLP$ 是正方形,

边长 $AO = AB + AC = 3 + 4 = 7$,

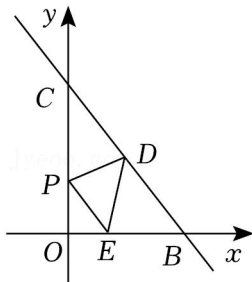
所以 $KL = 3 + 7 = 10$, $LM = 4 + 7 = 11$,

因此矩形 $KLMJ$ 的面积为 $10 \times 11 = 110$.

故选: C.



18. 如图, 直线 $y = -\frac{4}{3}x + 4$ 与 x 轴交于点 B , 与 y 轴交于点 C , 点 $E(1, 0)$, D 为线段 BC 的中点, P 为 y 轴上的一个动点, 连接 PD 、 PE , 当 $\triangle PED$ 的周长最小时, 点 P 的坐标为 ()



- A. $(0, \frac{4}{5})$ B. $(0, 1)$ C. $(1, 0)$ D. $(0, \frac{3}{2})$

【分析】利用一次函数图象上点的坐标特征可求出点 B , C 的坐标, 结合点 D 为线段 BC 的中点可求出点 D 的坐标, 作点 D 关于 y 轴的对称点 D' , 连接 $D'E$, 交 y 轴于点 P , 此时 $\triangle PED$ 的周长最小, 由点 D , D' 关于 y 轴对称可得出点 D' 的坐标, 由点 D' , E 的坐标, 利用待定系数法可求出直线 $D'E$ 的解析式, 再利用一次函数图象上点的坐标特征可求出点 P 的坐标.

【解答】解: 当 $x=0$ 时, $y=-\frac{4}{3} \times 0 + 4 = 4$,

\therefore 点 C 的坐标为 $(0, 4)$;

当 $y=0$ 时, $-\frac{4}{3}x + 4 = 0$, 解得: $x=3$,

\therefore 点 B 的坐标为 $(3, 0)$.

又 \because 点 D 为线段 BC 的中点, \therefore 点 D 的坐标为 $(\frac{3}{2}, 2)$.

作点 D 关于 y 轴的对称点 D' , 连接 $D'E$, 交 y 轴于点 P , 此时 $\triangle PED$ 的周长最小, 如图所示.

\because 点 D , D' 关于 y 轴对称,

\therefore 点 D' 的坐标为 $(-\frac{3}{2}, 2)$.

设直线 $D'E$ 的解析式为 $y=kx+b$ ($k \neq 0$),

将 $D'(-\frac{3}{2}, 2)$, $E(1, 0)$ 代入 $y=kx+b$ 得: $\begin{cases} -\frac{3}{2}k + b = 2, \\ k + b = 0 \end{cases}$

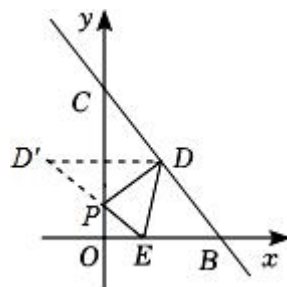
$$\text{解得: } \begin{cases} k = -\frac{4}{5}, \\ b = \frac{4}{5} \end{cases}$$

\therefore 直线 $D'E$ 的解析式为 $y = -\frac{4}{5}x + \frac{4}{5}$.

当 $x=0$ 时, $y = -\frac{4}{5} \times 0 + \frac{4}{5} = \frac{4}{5}$,

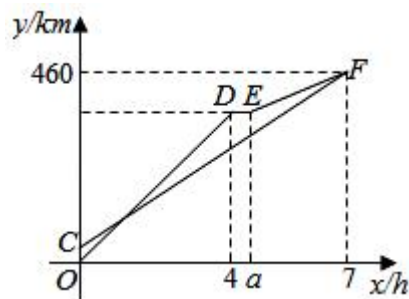
\therefore 当 $\triangle PED$ 的周长最小时, 点 P 的坐标为 $(0, \frac{4}{5})$.

故选: A.





19. 甲、乙两车从 A 地出发，沿同一路线驶向 B 地，甲车先出发匀速驶向 B 地， 40min 后，乙车出发，匀速行驶一段时间后，在途中的货站装货耗时半小时. 由于满载货物，为了行驶安全，速度减少了 50km/h ，结果与甲车同时到达 B 地. 甲乙两车距 A 地的路程 y (km) 与乙车行驶时间 x (h) 之间的函数图象如图所示，则下列说法：



- ① $a=4.5$;
- ② 甲的速度是 60km/h ;
- ③ 乙刚开始的速度是 80km/h ;
- ④ 乙出发第一次追上甲用时 80min .

其中正确的是 ()

- A. ①②③ B. ①②④ C. ①③④ D. ①②③④

【分析】根据题意和函数图象中的数据，可以计算出各个小题中的结论是否正确，从而可以解答本题.

【解答】解：由图象可得， $a=4+0.5=4.5$ ，故①正确；

甲的速度是 $460 \div (7 + \frac{40}{60}) = 60$ (km/h)，故②正确；

设乙刚开始的速度是 $v\text{km/h}$ ，则后来的速度为 $(v - 50)\text{km/h}$ ，

$$4v + (7 - 4.5) \times (v - 50) = 460,$$

解得 $v=90$ ，故③错误；

设乙出发第一次追上甲用时 $t\text{h}$ ，

$$90t = 60(t + \frac{40}{60}),$$

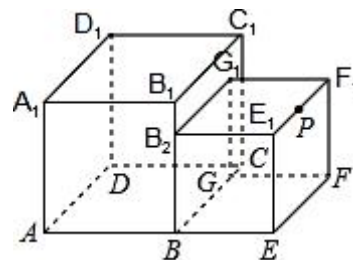
$$\text{解得 } t = \frac{4}{3},$$

$$\frac{4}{3}\text{h} = 80\text{min}, \text{ 故④正确；}$$

故选：B.

20. 棱长分别为 8cm ， 6cm 的两个正方体如图放置，点 A ， B ， E 在同一直线上，顶点 G 在棱 BC 上，点 P 是棱 E_1F_1 的中点. 一只蚂蚁要沿着正方体的表面从点 A 爬到点 P ，它爬行的最短距离是 ()

- A. $(3\sqrt{5} + 10)\text{cm}$
 B. $5\sqrt{13}\text{cm}$
 C. $\sqrt{277}\text{cm}$
 D. $(2\sqrt{58} + 3)\text{cm}$



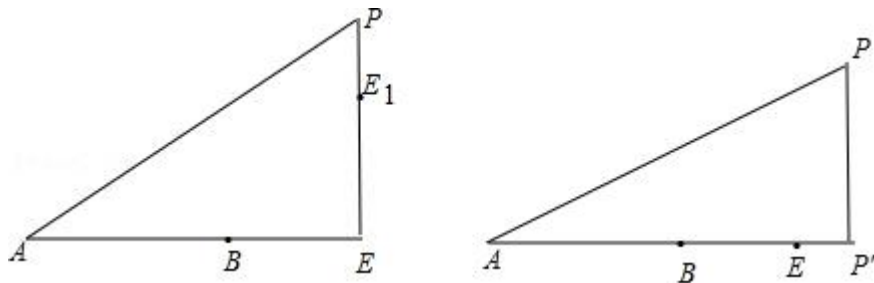


【分析】求出两种展开图 PA 的值，比较即可判断.

【解答】解：如图，有两种展开方法：

方法一： $PA = \sqrt{14^2 + 9^2} = \sqrt{277}cm$,

方法二： $PA = \sqrt{17^2 + 6^2} = \sqrt{325}cm$.



故需要爬行的最短距离是 $\sqrt{277}cm$.

故选：C.

21. 某数学兴趣小组在学习二次根式的时候发现：有时候两个含有二次根式的代数式相乘，积不含有二次根式，例如： $(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)=1$, $\sqrt{a}\cdot\sqrt{a}=a$, $(2\sqrt{3}-\sqrt{2})(2\sqrt{3}+\sqrt{2})=10$, 通过查阅相关资料发现，这样的两个代数式互为有理化因式. 小组成员利用有理化因式，分别得到了一个结论：

甲： $\frac{1}{3-\sqrt{5}} = \frac{3+\sqrt{5}}{4}$;

乙：设有理数 a, b 满足： $\frac{a}{\sqrt{2}+1} + \frac{b}{\sqrt{2}-1} = -6\sqrt{2} + 4$, 则 $a+b=6$;

丙： $\frac{1}{\sqrt{2022}-\sqrt{2021}} > \frac{1}{\sqrt{2020}-\sqrt{2019}}$;

丁：已知 $\sqrt{43-x} - \sqrt{11-x} = 4$, 则 $\sqrt{43-x} + \sqrt{11-x} = 6$;

戊： $\frac{1}{3+\sqrt{3}} + \frac{1}{5\sqrt{3}+3\sqrt{5}} + \frac{1}{7\sqrt{5}+5\sqrt{7}} + \cdots + \frac{1}{99\sqrt{97}+97\sqrt{99}} = \frac{33-\sqrt{11}}{66}$.

以上结论正确的有 ()

- A. 甲丙丁 B. 甲丙戊 C. 甲乙戊 D. 乙丙丁

【分析】利用有理化因式进行变形计算后即可判断.

【解答】解：甲： $\frac{1}{3-\sqrt{5}} = \frac{3+\sqrt{5}}{9-5} = \frac{3+\sqrt{5}}{4}$, 故正确;

乙：设有理数 a, b 满足： $\frac{a}{\sqrt{2}+1} + \frac{b}{\sqrt{2}-1} = -6\sqrt{2} + 4$,

$$\begin{aligned} \therefore \frac{a}{\sqrt{2}+1} + \frac{b}{\sqrt{2}-1} \\ = \frac{a(\sqrt{2}-1)}{2-1} + \frac{b(\sqrt{2}+1)}{2-1} \end{aligned}$$



$$= (a+b)\sqrt{2} + (-a+b),$$

$$\therefore (a+b)\sqrt{2} + (-a+b) = -6\sqrt{2} + 4,$$

$\therefore a+b = -6$, 故错误;

$$\text{丙: } \because \frac{1}{\sqrt{2022}-\sqrt{2021}} = \frac{\sqrt{2022}+\sqrt{2021}}{2022-2021} = \sqrt{2022} + \sqrt{2021},$$

$$\frac{1}{\sqrt{2020}-\sqrt{2019}} = \frac{\sqrt{2020}+\sqrt{2019}}{2020-2019} = \sqrt{2020} + \sqrt{2019}$$

$$\therefore \frac{1}{\sqrt{2022}-\sqrt{2021}} > \frac{1}{\sqrt{2020}-\sqrt{2019}}, \text{ 故正确;}$$

$$\text{丁: } \because (\sqrt{43-x}-\sqrt{11-x})(\sqrt{43-x}+\sqrt{11-x})$$

$$= (43-x) - (11-x)$$

$$= 32,$$

$$\text{而 } \sqrt{43-x}-\sqrt{11-x}=4,$$

$$\therefore \sqrt{43-x}+\sqrt{11-x}=8, \text{ 故错误;}$$

$$\text{戊: } \frac{1}{3+\sqrt{3}} + \frac{1}{5\sqrt{3}+3\sqrt{5}} + \frac{1}{7\sqrt{5}+5\sqrt{7}} + \cdots + \frac{1}{99\sqrt{97}+97\sqrt{99}}$$

$$= \frac{3-\sqrt{3}}{6} + \frac{5\sqrt{3}-3\sqrt{5}}{30} + \frac{7\sqrt{5}-5\sqrt{7}}{70} + \cdots + \frac{99\sqrt{97}-97\sqrt{99}}{2 \times 99 \times 97}$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{99}}{2 \times 99}$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{11}}{2 \times 33}$$

$$= \frac{33-\sqrt{11}}{66}, \text{ 故正确;}$$

故选: B.

二. 填空题 (共 12 小题)

22. 已知 $M(2n-m, 4)$ 和 $N(14, m)$ 关于 y 轴对称, 则 $(m+n)^{2023}$ 的值为 -1.

【分析】 根据关于 y 轴对称的点, 纵坐标相同, 横坐标互为相反数, 可得 m 、 n 的值, 根据负数的奇数次方是负数, 可得答案.

【解答】 解: $\because M(2n-m, 4)$ 和 $N(14, m)$ 关于 y 轴对称,

$$\therefore \begin{cases} 2n-m = -14, \\ m = 4 \end{cases}$$

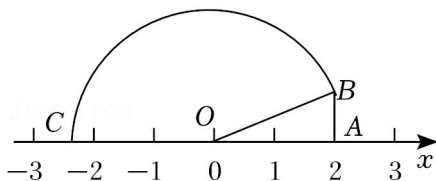
$$\text{解得 } \begin{cases} m = 4, \\ n = -5 \end{cases}$$

$$\therefore (m+n)^{2023} = (-1)^{2023} = -1.$$



故答案为：-1.

23. 如图，在数轴上，点 O 所对应的实数是 0，点 A 所对应的实数是 2，过点 A 作数轴的垂线段 AB ，且 $AB=1$ ，连接 OB 。以 O 为圆心， OB 的长为半径画弧，交数轴的负半轴于点 C ，则点 C 对应的实数为 $-\sqrt{5}$ 。



【分析】直接根据勾股定理，结合数轴即可得出答案。

【解答】解：∵在 $Rt\triangle AOB$ 中， $OA=2$ ， $AB=1$ ，

$$\therefore OB = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}.$$

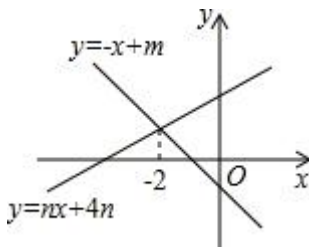
∵以 O 为圆心，以 OB 为半径画弧，交数轴的正半轴于点 C ，

$$\therefore OC = OB = \sqrt{5},$$

∴点 C 表示的实数是 $-\sqrt{5}$ 。

故答案为： $-\sqrt{5}$ 。

24. 如图，直线 $y = -x + m$ 与 $y = nx + 4n$ ($n \neq 0$) 的交点的横坐标为 -2，则关于 x 的不等式 $-x + m > nx + 4n$ 的解集是 $x < -2$ 。

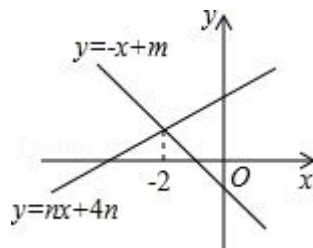


【分析】利用给出函数图象写出直线 $y = -x + m$ 在直线 $y = nx + 4n$ ($n \neq 0$) 上方所对应的自变量 x 的范围即可。

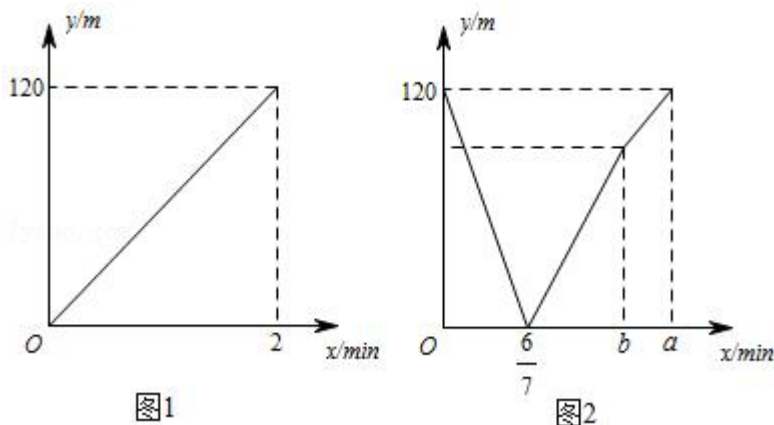
【解答】解：当 $x < -2$ 时， $-x + m > nx + 4n$ ，

∴关于 x 的不等式 $-x + m > nx + 4n$ 的解集为 $x < -2$ 。

故答案为： $x < -2$ 。



25. 甲、乙两人沿同一条直路走步，如果两人分别从这条直路上的 A ， B 两处同时出发，都以不变的速度相向而行，图 1 是甲离开 A 处后行走的路程 y (单位： m) 与行走时间 x (单位： min) 的函数图象，图 2 是甲、乙两人之间的距离 y (单位： m) 与甲行走时间 x (单位： min) 的函数图象，则 $a - b = \frac{1}{2}$ 。



【分析】从图 1, 可见甲的速度为 $\frac{120}{2} = 60$, 从图 2 可以看出, 当 $x = \frac{6}{7}$ 时, 二人相遇, 即: $(60 + V_{\text{乙}}) \times \frac{6}{7} = 120$, 解得: 乙的速度 $V_{\text{乙}} = 80$, 乙的速度快, 从图 2 看出乙用了 b 分钟走完全程, 甲用了 a 分钟走完全程, 即可求解.

【解答】解: 从图 1, 可见甲的速度为 $\frac{120}{2} = 60$,

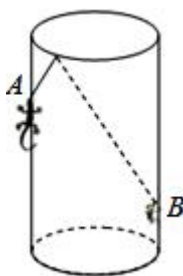
从图 2 可以看出, 当 $x = \frac{6}{7}$ 时, 二人相遇, 即: $(60 + V_{\text{乙}}) \times \frac{6}{7} = 120$, 解得: 乙的速度 $V_{\text{乙}} = 80$,

\because 乙的速度快, 从图 2 看出乙用了 b 分钟走完全程, 甲用了 a 分钟走完全程,

$$a - b = \frac{120}{60} - \frac{120}{80} = \frac{1}{2},$$

故答案为 $\frac{1}{2}$.

26. 如图, 圆柱形容器的高为 $0.9m$, 底面周长为 $1.2m$, 在容器内壁离容器底部 $0.3m$ 处的点 B 处有一蚊子. 此时, 一只壁虎正好在容器外壁, 离容器上沿 $0.2m$ 与蚊子相对的点 A 处, 则壁虎捕捉蚊子的最短距离为 $1m$.



【分析】将容器侧面展开, 建立 A 关于 EF 的对称点 A' , 根据两点之间线段最短可知 $A'B$ 的长度即为所求.

【解答】解: 如图:

\because 高为 $0.9m$, 底面周长为 $1.2m$, 在容器内壁离容器底部 $0.3m$ 的点 B 处有一蚊子,



此时一只壁虎正好在容器外壁，离容器上沿 $0.2m$ 与蚊子相对的点 A 处，

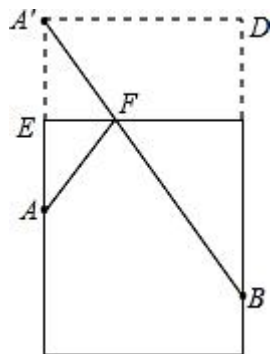
$$\therefore A'D = 0.6m, BD = 0.8m,$$

\therefore 将容器侧面展开，作 A 关于 EF 的对称点 A' ，

连接 $A'B$ ，则 $A'B$ 即为最短距离，

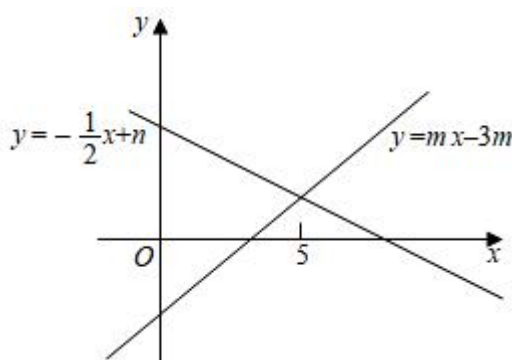
$$A'B = \sqrt{A'D^2 + BD^2} = \sqrt{\left(\frac{6}{10}\right)^2 + \left(\frac{8}{10}\right)^2} = 1 \text{ (m)}.$$

故答案为： $1m$.



27. 如图，直线 $y = mx - 3m$ 与 $y = -\frac{1}{2}x + n$ 的交点的横坐标为 5 ，则关于 x 的不等式组 $\begin{cases} -\frac{1}{2}x + n \geq mx - 3m \\ mx - 3m > 0 \end{cases}$

的解集是 $3 < x \leq 5$.



【分析】 满足关于 x 的不等式组 $0 < mx - 3m \leq -\frac{1}{2}x + n$ 就是直线 $y = mx - 3m$ 不在直线 $y = -\frac{1}{2}x + n$ 的上方且位于 x 轴上方的图象，据此求得自变量的取值范围即可.

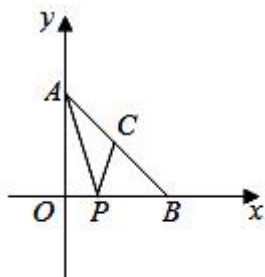
【解答】 解：把 $y = 0$ 代入 $y = mx - 3m$ 中，可得： $x = 3$ ，

\therefore 关于 x 的不等式组 $\begin{cases} -\frac{1}{2}x + n \geq mx - 3m \\ mx - 3m > 0 \end{cases}$ 的解集是 $3 < x \leq 5$ ，

故答案为： $3 < x \leq 5$.

28. 如图，平面直角坐标系 xOy 中， $A(0, 2)$ ， $B(2, 0)$ ， C 为 AB 的中点， P 是 OB 上的一个动点， $\triangle ACP$

周长最小时，点 P 的横坐标是 $\frac{2}{3}$.





【分析】作 A 点关于 x 轴的对称点 A' ，连接 $A'C$ 交 x 轴于点 P ，当 A' 、 P 、 C 三点共线时， $\triangle ACP$ 的周长最小，求出直线 $A'C$ 的解析式为 $y=3x-2$ ，即可求 P 点坐标.

【解答】解：作 A 点关于 x 轴的对称点 A' ，连接 $A'C$ 交 x 轴于点 P ，

$$\because AP=A'P,$$

$$\therefore \triangle ACP \text{ 周长} = AP + PC + AC = A'P + PC + AC \geq AC + A'C,$$

\therefore 当 A' 、 P 、 C 三点共线时， $\triangle ACP$ 的周长最小，

$$\because A(0, 2),$$

$$\therefore A'(0, -2),$$

$\because B(2, 0)$ ， C 为 AB 的中点，

$$\therefore C(1, 1),$$

设直线 $A'C$ 的解析式为 $y=kx+b$ ，

$$\therefore \begin{cases} k+b=1, \\ b=-2 \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} k=3 \\ b=-2 \end{cases},$$

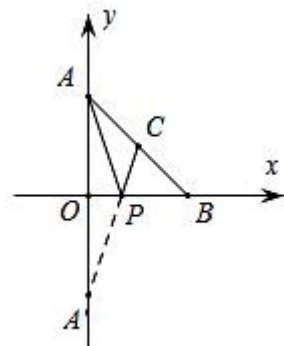
$$\therefore y=3x-2,$$

$$\text{令 } y=0, \text{ 则 } x=\frac{2}{3},$$

$$\therefore P\left(\frac{2}{3}, 0\right),$$

$$\therefore P \text{ 点的横坐标为 } \frac{2}{3},$$

$$\text{故答案为 } \frac{2}{3}.$$



29. 由于竞争激烈，某超市准备提前进行“双十一”促销活动，将 A 、 B 、 C 三种糖果采用两种不同方式搭配成礼盒销售，分别是“心意满满”礼盒、“幸福多多”礼盒，每盒的总成本为盒中 A 、 B 、 C 三种糖果成本之和（盒子由供货商提供，成本不计），“心意满满”礼盒每盒只装有 A 糖果、 B 糖果各 800 克；“幸福多多”礼盒每盒装有 400 克 A 糖果、800 克 B 糖果、1200 克 C 糖果；“心意满满”礼盒的售价是 60 元，利润率是 25%；“心意满满”礼盒、“幸福多多”礼盒一共卖出 81 盒，每克 B 糖果的成本价是每克 C 糖果成本价的 3 倍。当天盘点结算时，把 A 糖果与 B 糖果每克的成本价弄反了，这导致卖出的实际总成本比盘点结束的总成本少 200 元，那么实际总成本应为 3688 元。

【分析】“心意满满”礼盒的售价是 60 元，利润率是 25%，可得“心意满满”礼盒的成本为 48。设每 100



克 A 糖果, B 糖果, C 糖果的成本分别为: a, b, c , 则 $c = \frac{1}{3}b$, $8a+8b=48$, 设“心意满满”礼盒的盒数为 m 盒, 则“幸福多多”礼盒的盒数为 $(81-m)$ 盒, 可得盘点时的成本为: $m(8a+8b) + (81-m)(8a+4b+4b) = 84(8a+8b) = 3888$ (元), 进而根据“卖出的实际总成本比盘点结束的总成本少 200 元”可得出最终的结论.

【解答】解: 设“心意满满”礼包的成本价为 x ,

根据题意可知, $60-x=25\%x$,

解得 $x=48$.

设每 100 克 A 糖果, B 糖果, C 糖果的成本分别为: a, b, c ,

则 $c = \frac{1}{3}b$, $8a+8b=48$,

设“心意满满”礼盒的盒数为 m 盒, 则“幸福多多”礼盒的盒数为 $(81-m)$ 盒,

\therefore 盘点时的成本为: $m(8a+8b) + (81-m)(8a+4b+4b) = 84(8a+8b) = 3888$ (元),

\therefore 实际成本为: $3888-200=3688$ (元).

故答案为: 3688.

30. 对于平面直角坐标系中的点 $P(x, y)$, 若 x, y 满足 $|x-y|=1$, 则点 $P(x, y)$ 就称为“好点”. 例如: $(5, 6)$, 因为 $|5-6|=1$, 所以 $(5, 6)$ 是“好点”. 已知一次函数 $y=3x+m$ (m 为常数) 图象上有一个“好点”的坐标是 $(3, 4)$, 则一次函数 $y=3x+m$ (m 为常数) 图象上另一“好点”的坐标是 $(2, 1)$.

【分析】将点坐标 $(3, 4)$ 代入 $y=3x+m$ 得到 $m=-5$, 由 $|x-y|=1$ 得到 $y=x+1$ 或 $y=x-1$, ①当 $y=x+1$ 时, ②当 $y=x-1$ 时, 解方程组即可得到结论.

【解答】解: 将点坐标 $(3, 4)$ 代入 $y=3x+m$ 得, $9+m=4$;

$$\therefore m = -5,$$

$$\therefore y = 3x - 5,$$

$$\text{又} \because |x-y|=1,$$

$$\therefore y = x+1 \text{ 或 } y = x-1,$$

①当 $y=x+1$ 时,

$$\text{联立得: } x+1=3x-5,$$

$$\text{解得 } x=3 \text{ 代入得 } y=4,$$

所以 $(3, 4)$ 为其本身,

②当 $y=x-1$ 时,



联立得: $x - 1 = 3x - 5$,

解得 $x = 2$ 代入得 $y = 1$,

所以为另一个点坐标 $(2, 1)$,

综上所述, 一次函数 $y = 3x + m$ (m 为常数) 图象上另一“好点”的坐标是 $(2, 1)$.

故答案为: $(2, 1)$.

31. 如图, 已知点 $A(4, 6)$, $B(0, 3)$, 一次函数 $y = 3x + b$ 的图象经过点 A , 且与 y 轴相交于点 C , 若点 P 为线段 AC 上的一点. 连接 BP , 将 $\triangle ABP$ 沿着直线 BP 翻折, 使得点 A 的对应点恰好落在直线 AB 下方的 y 轴上, 则点 P 的坐标为 $(\frac{18}{7}, \frac{12}{7})$.

【分析】 将点 $A(4, 6)$ 代入一次函数 $y = 3x + b$ 求出 b 的值, 可得一次函数 $y = 3x - 6$, 设 $P(x, 3x - 6)$ 由翻折的性质得 $BA = BA'$, $AP = A'P$, 即可求解.

【解答】 解: 设翻转后点 A 落在 y 轴上的点为 A' ,

则: $BA = BA'$, $AP = A'P$,

\because 一次函数 $y = 3x + b$ 的图象经过点 A , 点 $A(4, 6)$,

$\therefore 6 = 3 \times 4 + b$, 解得: $b = -6$,

\therefore 点 $C(0, -6)$,

设点 P 的坐标为 $(x, 3x - 6)$,

\because 点 $A(4, 6)$, $B(0, 3)$,

$\therefore BA = \sqrt{4^2 + (6 - 3)^2} = 5$,

$\therefore BA' = 5$,

$\therefore A'(0, -2)$,

$\because AP = A'P$,

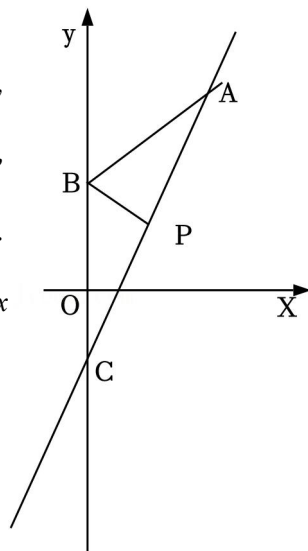
$\therefore AP^2 = A'P^2$,

$\therefore x^2 + (3x - 6 + 2)^2 = (4 - x)^2 + (3x - 6 - 6)^2$,

解得: $x = \frac{18}{7}$, $3x - 6 = \frac{12}{7}$,

故点 P 的坐标为 $(\frac{18}{7}, \frac{12}{7})$.

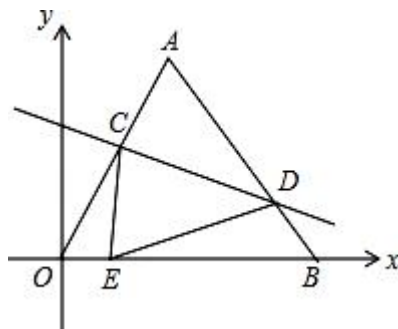
故答案为: $(\frac{18}{7}, \frac{12}{7})$.



32. 如图平面直角坐标系中, $O(0, 0)$, $A(4, 4\sqrt{3})$, $B(8, 0)$. 将 $\triangle OAB$ 沿直线 CD 折叠, 使点 A 恰好



落在线段 OB 上的点 E 处, 若 $OE = \frac{32}{11}$, 则 $CE:DE$ 的值是 $\frac{5}{6}$.



【分析】过 A 作 $AF \perp OB$ 于 F , 根据已知条件得到 $\triangle AOB$ 是等边三角形, 推出 $\triangle CEO \sim \triangle DBE$, 根据相似三角形的性质得到 $\frac{OE}{BD} = \frac{CE}{ED} = \frac{CO}{EB}$, 设 $CE = a$, 则 $CA = a$, $CO = 8 - a$, $ED = b$, 则 $AD = b$, $OB = 8 - b$, 于是得到 $32b = 88a - 11ab$, $56a = 88b - 11ab$, 两式相减得到 $56a - 32b = 88b - 88a$, 即可得到结论.

【解答】解: 如图, 过 A 作 $AF \perp OB$ 于 F ,

$$\because A(4, 4\sqrt{3}), B(8, 0),$$

$$\therefore AF = 4\sqrt{3}, OF = 4, OB = 8,$$

$$\therefore BF = 8 - 4 = 4,$$

$$\therefore OF = BF,$$

$$\therefore AO = AB,$$

$$\because \tan \angle AOB = \frac{AF}{OF} = \sqrt{3},$$

$$\therefore \angle AOB = 60^\circ,$$

$$\therefore \triangle AOB \text{ 是等边三角形},$$

$$\therefore \angle AOB = \angle ABO = 60^\circ,$$

\because 将 $\triangle OAB$ 沿直线 CD 折叠, 使点 A 恰好落在线段 OB 上的点 E 处,

$$\therefore \angle CED = \angle OAB = 60^\circ,$$

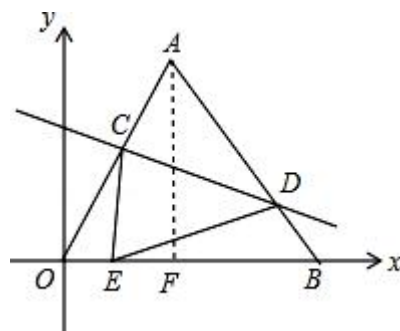
$$\therefore \angle OCE = \angle DEB,$$

$$\therefore \triangle CEO \sim \triangle DBE,$$

$$\therefore \frac{OE}{BD} = \frac{CE}{ED} = \frac{CO}{EB},$$

设 $CE = a$, 则 $CA = a$, $CO = 8 - a$, $ED = b$, 则 $AD = b$, $DB = 8 - b$,

则 $\triangle COE$ 的周长为 $CE + CO + OE = a + 8 - a + \frac{32}{11} = 8 + \frac{32}{11}$,





同理可得, $\triangle COE$ 的周长为 $16 - \frac{32}{11}$,

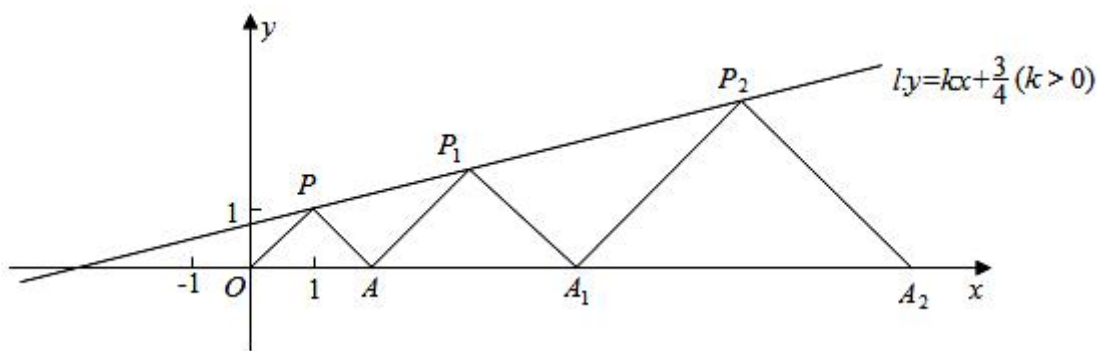
则上述两个三角形的周长比为 5:6,

根据相似比等于周长比,

则 $CE:DE = \frac{5}{6}$.

故答案为: $\frac{5}{6}$.

33. 如图, 在平面直角坐标系中, 点 A, A_1, A_2, \dots 在 x 轴上, 点 P, P_1, P_2, \dots 在直线 $l: y = kx + \frac{3}{4} (k > 0)$ 上, $\angle OPA = 90^\circ$, 点 $P(1, 1), A(2, 0)$, 且 AP_1, A_1P_2, \dots 均与 OP 平行, A_1P_1, A_2P_2, \dots 均与 AP 平行, 则有下列结论: ①直线 AP_1 的函数解析式为 $y = x - 2$; ②点 P_2 的纵坐标是 $\frac{25}{9}$; ③点 P_{2021} 的纵坐标为 $(\frac{5}{3})^{2021}$. 其中正确的是 ①②③ (填序号).



【分析】 易求得直线 OP 的解析式为 $y = x$, 直线 l 为: $y = \frac{1}{4}x + \frac{3}{4}$, 进而根据待定系数法求得 AP_1 的解析式为 $y = x - 2$ 即可判断①; 解析式联立构成方程组求得 P_1 的坐标, 同理求得 P_2 的坐标, 即可判断②; 由 P_1, P_2 的坐标得出规律即可得出点 P_{2021} 的纵坐标为 $(\frac{5}{3})^{2021}$, 即可判断③.

【解答】 解: 设 AP_1 的解析式为 $y = kx + b$,

$\because P(1, 1)$,

\therefore 直线 OP 为 $y = x$,

$\because AP_1 \parallel OP$,

$\therefore k = 1$, 即 $y = x + b$,

$\because A(2, 0)$,

$\therefore 2 + b = 0$, 解得 $b = -2$,

$\therefore AP_1$ 的解析式为 $y = x - 2$, 故①正确;



∵点 P, P_1, P_2, \dots 在直线 $l: y=kx+\frac{3}{4} (k>0)$ 上,

$$\therefore 1=k+\frac{3}{4}, \text{ 解得 } k=\frac{1}{4},$$

$$\therefore \text{直线 } l \text{ 为: } y=\frac{1}{4}x+\frac{3}{4},$$

$$\text{解} \begin{cases} y=x-2 \\ y=\frac{1}{4}x+\frac{3}{4} \end{cases} \text{ 得 } \begin{cases} x=\frac{11}{3} \\ y=\frac{5}{3} \end{cases},$$

$$\therefore \text{纵坐标为 } \frac{5}{3},$$

$$\therefore A_1 \text{ 的坐标为 } (\frac{16}{3}, 0),$$

同理求得 A_1P_2 的解析式为 $y=x-\frac{16}{3}$,

$$\text{解} \begin{cases} y=x-\frac{16}{3} \\ y=\frac{1}{4}x+\frac{3}{4} \end{cases} \text{ 得 } \begin{cases} x=\frac{73}{9} \\ y=\frac{25}{9} \end{cases},$$

$$\therefore P_2 \text{ 纵坐标为 } \frac{25}{9}, \text{ 故②正确};$$

$$\therefore P_1 \text{ 纵坐标为 } \frac{5}{3}, P_2 \text{ 纵坐标为 } \frac{25}{9} = (\frac{5}{3})^2,$$

以此类推, 点 P_{2021} 的纵坐标为 $(\frac{5}{3})^{2021}$. 故③正确,

故答案为①②③.

三. 解答题 (共 27 小题)

34. 计算.

$$(1) \frac{\sqrt{50} \times \sqrt{32}}{\sqrt{8}} - \sqrt{8};$$

$$(2) \sqrt{12} - 3\sqrt{\frac{1}{3}} + \sqrt{27}.$$

【分析】(1) 先利用二次根式的乘除法则运算, 然后化简后合并;

(2) 先把二次根式化为最简二次根式, 然后合并即可.

$$\text{【解答】解: (1) 原式} = \sqrt{\frac{50 \times 32}{8}} - 2\sqrt{2}$$

$$= 10\sqrt{2} - 2\sqrt{2}$$

$$= 8\sqrt{2};$$

$$(2) \text{原式} = 2\sqrt{3} - \sqrt{3} + 3\sqrt{3}$$

$$= 4\sqrt{3}.$$



35. 计算

$$(1) (-\sqrt{6})^2 - \sqrt{25} + (-2)^2$$

$$(2) 3\sqrt{\frac{1}{3}} + \sqrt{2}(\sqrt{3} - \sqrt{6}) + \sqrt{24} \div \sqrt{8}$$

【分析】(1) 利用二次根式的性质计算；

(2) 先利用二次根式的乘除法运算，然后化简后合并即可。

【解答】解：(1) 原式 $= 6 - 5 + 4$

$= 5$ ；

$$(2) \text{原式} = \sqrt{3} + \sqrt{6} - 2\sqrt{3} + \sqrt{24} \div \sqrt{8}$$

$$= \sqrt{3} + \sqrt{6} - 2\sqrt{3} + \sqrt{3}$$

$$= \sqrt{6}.$$

$$36. \text{计算: } \sqrt{48} \div \sqrt{2} - \sqrt{\frac{1}{2}} \times \sqrt{12} + \sqrt{(-2)^2} - |2 - \sqrt{6}|.$$

【分析】根据二次根式的性质、二次根式的加减运算以及乘除运算法则即可求出答案。

【解答】解：原式 $= \sqrt{24} - \sqrt{6} + 2 - (\sqrt{6} - 2)$

$$= 2\sqrt{6} - \sqrt{6} + 2 - \sqrt{6} + 2$$

$$= 4.$$

$$37. \text{计算: } \sqrt{9} - (-1)^{2022} - \sqrt[3]{27} + |1 - \sqrt{2}|.$$

【分析】先化简各式，然后再进行计算即可解答。

【解答】解：原式 $= \sqrt{9} - (-1)^{2022} - \sqrt[3]{27} + |1 - \sqrt{2}|$

$$= 3 - 1 - 3 + \sqrt{2} - 1$$

$$= \sqrt{2} - 2.$$

$$38. \text{已知} \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases} \text{是二元一次方程组} \begin{cases} mx+ny=8 \\ nx-my=1 \end{cases} \text{的解, 求 } 2m-n \text{ 的值.}$$

【分析】将 $x=2, y=1$ 代入方程组计算求出 m 与 n 的值，即可确定出 $2m-n$ 的值。

【解答】解： $\because \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ 是二元一次方程组 $\begin{cases} mx+ny=8 \\ nx-my=1 \end{cases}$ 的解，

$$\therefore \begin{cases} 2m+n=8 \\ 2n-m=1 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} m=3 \\ n=2 \end{cases},$$

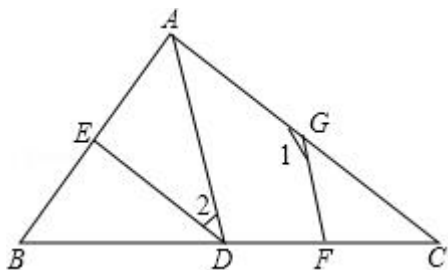
$$\therefore 2m-n=3 \times 2 - 2 = 4.$$

39. 已知：如图，点 D, E, F, G 都在 $\triangle ABC$ 的边上， $DE \parallel AC$ ，且 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$

(1) 求证： $AD \parallel FG$ ；



(2) 若 DE 平分 $\angle ADB$, $\angle C=40^\circ$, 求 $\angle BFG$ 的度数.



【分析】(1) 根据平行线的性质和判定证明即可;

(2) 利用平行线的性质和判定解答即可.

【解答】证明: (1) $\because DE \parallel AC$

$$\therefore \angle 2 = \angle DAC$$

$$\because \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$$

$$\therefore \angle 1 + \angle DAC = 180^\circ$$

$$\therefore AD \parallel GF$$

$$(2) \because ED \parallel AC$$

$$\therefore \angle EDB = \angle C = 40^\circ$$

$$\because ED \text{ 平分 } \angle ADB$$

$$\therefore \angle 2 = \angle EDB = 40^\circ$$

$$\therefore \angle ADB = 80^\circ$$

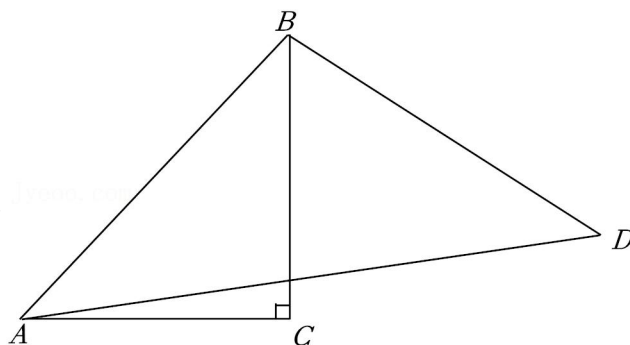
$$\because AD \parallel FG$$

$$\therefore \angle BFG = \angle ADB = 80^\circ$$

40. 如图, 已知 $AC \perp BC$, $CA=BD=CB=2$, $AD = 2\sqrt{3}$.

(1) 求 AB 的长;

(2) 求 $\triangle ABD$ 的面积.



【分析】(1) 根据垂直定义可得 $\angle C=90^\circ$, 然后在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 利用勾股定理进行计算即可解答;

(2) 根据勾股定理的逆定理先证明 $\triangle ABD$ 是直角三角形, 从而可得 $\angle ABD=90^\circ$, 然后利用三角形的面积公式进行计算即可解答.

【解答】解: (1) $\because AC \perp BC$,

$$\therefore \angle C = 90^\circ,$$

$$\because AC = BC = 2,$$



$$\therefore AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2},$$

$\therefore AB$ 的长为 $2\sqrt{2}$;

$$(2) \because AB^2 + BD^2 = (2\sqrt{2})^2 + 2^2 = 12, AD^2 = (2\sqrt{3})^2 = 12,$$

$$\therefore AB^2 + BD^2 = AD^2,$$

$\therefore \triangle ABD$ 是直角三角形,

$$\therefore \angle ABD = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle ABD \text{ 的面积} = \frac{1}{2} AB \cdot BD$$

$$= \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 2$$

$$= 2\sqrt{2},$$

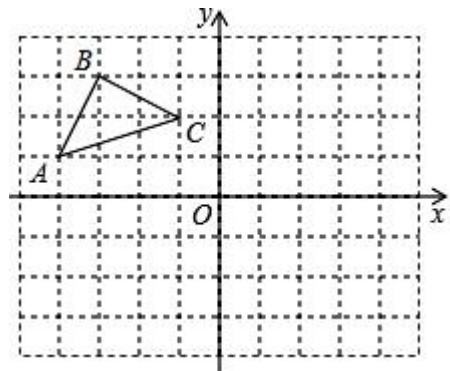
$\therefore \triangle ABD$ 的面积为 $2\sqrt{2}$.

41. 按要求完成作图:

(1) 作出 $\triangle ABC$ 关于 x 轴对称的图形;

(2) 写出 A 、 B 、 C 的对应点 A' 、 B' 、 C' 的坐标;

(3) 在 x 轴上画出点 Q , 使 $\triangle QAC$ 的周长最小.



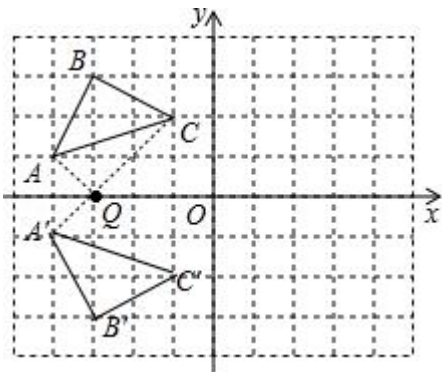
【分析】(1)(2) 利用关于 x 轴对称的点的坐标特征写出 A' 、 B' 、 C' 的坐标, 然后描点即可;

(3) 连接 CA' 交 x 轴于 Q , 利用两点之间线段最短可判断此时 $\triangle QAC$ 的周长最小.

【解答】解: (1) $\triangle A'B'C'$ 即为所求;

(2) 由图可得, $A'(-4, -1)$ 、 $B'(-3, -3)$ 、 $C'(-1, -2)$;

(3) 点 Q 即为所求.



42. 5月20日九年级复学啦! 为了了解学生的体温情况, 班主任张老师根据全班学生某天上午的《体温监测记载表》, 绘制了如下不完整的频数分布表和扇形统计图.

学生体温频数分布表

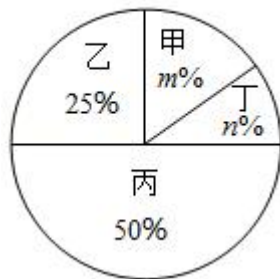


组别	温度 (°C)	频数 (人数)
甲	36.3	6
乙	36.4	a
丙	36.5	20
丁	36.6	4

请根据以上信息，解答下列问题：

- (1) 频数分布表中 $a = \underline{10}$ ，该班学生体温的众数是 $\underline{36.5^{\circ}\text{C}}$ ，中位数是 $\underline{36.5^{\circ}\text{C}}$ ；
- (2) 扇形统计图中 $m = \underline{15}$ ，丁组对应的扇形的圆心角是 $\underline{36}$ 度；
- (3) 求该班学生的平均体温（结果保留小数点后一位）.

学生体温扇形统计图



【分析】 (1) 根据丙组的人数和所占的百分比求出总人数，再用总人数乘以乙组所占的百分比，求出 a 的值；再根据众数与中位数的定义求解；

(2) 用甲组的人数除以总人数得出甲组所占百分比，求出 m 的值；用 360° 丁组所占百分比，即可求出丁组对应的扇形圆心角的度数；

(3) 利用加权平均数的公式计算即可.

【解答】 解：(1) $20 \div 50\% = 40$ (人)， $a = 40 \times 25\% = 10$ ；

36.5 出现了 20 次，次数最多，所以众数是 36.5°C ；

40 个数据按从小到大的顺序排列，其中第 20、21 个数据都是 36.5，

所以中位数是 $(36.5 + 36.5) \div 2 = 36.5 (^{\circ}\text{C})$.

故答案为：10， 36.5°C ， 36.5°C ；

(2) $m\% = \frac{6}{40} \times 100\% = 15\%$ ， $m = 15$ ；

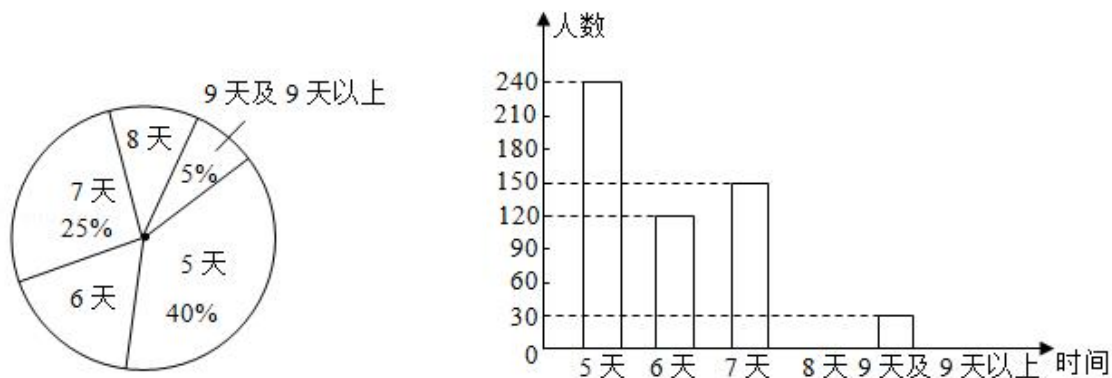
$360^{\circ} \times \frac{4}{40} = 36^{\circ}$.



故答案为：15，36；

(3) 该班学生的平均体温为： $\frac{36.3 \times 6 + 36.4 \times 10 + 36.5 \times 20 + 36.6 \times 4}{40} = 36.455 \approx 36.5$ (°C).

43. 某校为鼓励学生参加社会实践活动，暑假期间，要求学生每周至少参加一天的“志愿者活动”开学后，为了检验学生的完成情况，随机抽查了该校部分学生暑假期间参加志愿者活动的天数，并用得到的数据绘制了两幅统计图.



请根据图中提供的信息，回答下列问题：

(1) 在扇形统计图中，“6天”对应的圆心角度数为 72 度；

(2) 补全条形统计图：在这次抽样调查中，众数为 5天，中位数为 6天；

(3) 如果该校共有学生 4500 人，请你估计该校“活动时间不少于 7 天”的学生人数大约有多少人？

【分析】(1) 根据活动 5 天的人数和所占的百分比，可以计算出本次调查的人数，然后即可计算出在扇形统计图中，“6 天”对应的圆心角度数；

(2) 根据 (1) 中的结果和条形统计图中的数据，可以计算出活动 8 天的人数，然后即可写出众数和中位数；

(3) 根据统计图中的数据，可以计算出该区“活动时间不少于 7 天”的学生人数大约有多少人.

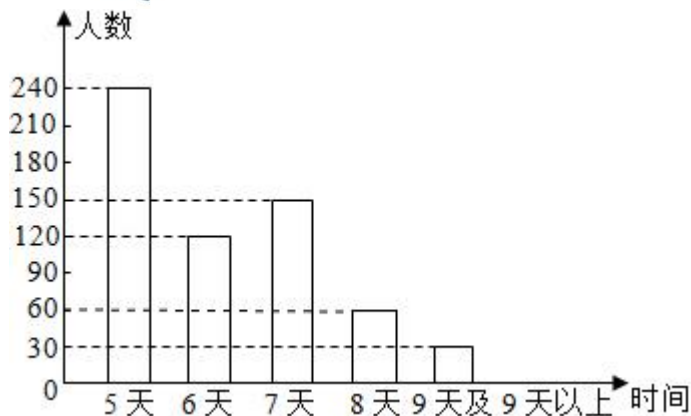
【解答】解：(1) 本次调查的人数为： $240 \div 40\% = 600$ ，

在扇形统计图中，“6 天”对应的圆心角度数为： $360^\circ \times \frac{120}{600} = 72^\circ$ ，

故答案为：72；

(2) 参加活动 8 天的人数为： $600 - 240 - 120 - 150 - 30 = 60$ (人)，

补全的条形统计图如右图所示，



众数为 5 天，中位数是 $(6+6) \div 2 = 6$ (天)，

故答案为：5 天，6 天；

$$(3) 4500 \times \frac{150+60+30}{600} = 1800 \text{ (人)},$$

答：估计该区“活动时间不少于 7 天”的学生人数大约有 1800 人。

44. 北京冬奥会期间，某商店为专注冬奥的商机决定购进 A、B 两款“冰墩墩、雪容融”纪念品，若购进 A 款纪念品 4 件，B 款纪念品 6 件，需要 960 元；若购进 A 款纪念品 2 件，B 款纪念品 5 件，需要 640 元。

(1) 求购进 A、B 两种纪念品每件各需多少元？

(2) 若该商店决定购进两种纪念品共 100 件，考虑到资金周转，用于购买这 100 件纪念品的资金不能超过 9920 元，那么该商店最多可购进 A 纪念品多少件。

(3) 若销售每件 A 种纪念品每件可获利润 30 元，B 种纪念品每件可获利润 20 元，在 (2) 中的各种进货方案中，哪一种方案获利最大？最大利润是多少元？

【分析】(1) 根据购进 A 款纪念品 4 件，B 款纪念品 6 件，需要 960 元；购进 A 款纪念品 2 件，B 款纪念品 5 件，需要 640 元，可以列出相应的二元一次方程组，然后求解即可；

(2) 根据用于购买这 100 件纪念品的资金不能超过 9920 元和 (1) 中的结果，可以列出相应的不等式，从而可以得到该商店最多可购进 A 纪念品多少件；

(3) 根据题意和 (2) 中的结果，可以写出利润和购进 A 种纪念品数量的函数关系式，再根据一次函数的性质，即可得到在 (2) 中的各种进货方案中，哪一种方案获利最大，最大利润是多少元。

【解答】解：(1) 设购进 A 种纪念品每件 a 元，购进 B 种纪念品每件 b 元，

$$\text{由题意可得：} \begin{cases} 4a + 6b = 960 \\ 2a + 5b = 640 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} a = 120 \\ b = 80 \end{cases},$$

答：购进 A 种纪念品每件 120 元，购进 B 种纪念品每件 80 元；



(2) 设购进 A 种纪念品 x 件, 则购进 B 种纪念品 $(100 - x)$ 件,

\because 用于购买这 100 件纪念品的资金不能超过 9920 元,

$$\therefore 120x + 80(100 - x) \leq 9920,$$

解得 $x \leq 48$,

$\therefore x$ 的最大取值为 48,

答: 该商店最多可购进 A 纪念品 48 件;

(3) 设购进 A 种纪念品 x 件, 利润为 w 元,

由题意可得: $w = 30x + 20(100 - x) = 10x + 2000$,

$\therefore w$ 随 x 的增大而增大,

$\because x \leq 48$,

\therefore 当 $x = 48$ 时, w 取得最大值, 此时 $w = 2480$, $100 - x = 52$,

答: 当购进 A 种纪念品 48 件, B 种纪念品 52 件时获利最大, 最大利润是 2480 元.

45. 王老板经营甲、乙两个服装店铺, 每个店铺各在同一段时间内都能售出 A 、 B 两种款式的服装合计 30 件且甲店售 1 件 A 款和 2 件 B 款可获利 110 元, 售 2 件 A 和 1 件 B 可获利 100 元, 乙店每售出一件 A 款获利 27 元, 1 件 B 款获利 36 元,

(1) 问在甲店售出 1 件 A 和 1 件 B 分别获利多少元?

(2) 某日王老板进了 A 款式的服装 35 件, B 款式的服装 25 件, 如果分配给甲店的 A 款式的服装 x 件,

①求王老板获取的利润 y (元) 与 x (件) 之间的函数关系式, 并写出 x 的取值范围;

②由于甲、乙两个店铺所处的地段原因, 王老板想在保证乙店利润不小于 950 元的前提下, 使得自己获取的利润最大, 请你帮王老板设计一种最佳分配方案, 并求最大的总利润是多少?

【分析】(1) 根据题意, 可以列出相应的二元一次方程组, 从而可以求得在甲店售出 1 件 A 和 1 件 B 分别获利多少元;

(2) ①根据题意, 可以写出老板获取的利润 y (元) 与 x (件) 之间的函数关系式, 再根据每个店铺各在同一段时间内都能售出 A 、 B 两种款式的服装合计 30 件, 可以得到 x 的取值范围;

②根据王老板想在保证乙店利润不小于 950 元的前提下, 可以求得 x 的取值范围, 再结合①中求出的函数解析式, 利用一次函数的性质即可解答本题.

【解答】解: (1) 设在甲店售出 1 件 A 和 1 件 B 分别获利 a 元、 b 元,

$$\begin{cases} a + 2b = 110 \\ 2a + b = 100 \end{cases}, \text{ 得 } \begin{cases} a = 30 \\ b = 40 \end{cases}$$



答：在甲店售出 1 件 A 和 1 件 B 分别获利 30 元、40 元；

(2) ①由题意可得，

$$y = 30x + 40(30 - x) + 27(35 - x) + 36[25 - (30 - x)] = -x + 1965,$$

$$\because x \leq 30, 35 - x \leq 30,$$

$$\therefore 5 \leq x \leq 30,$$

即王老板获取的利润 y (元) 与 x (件) 之间的函数关系式是 $y = -x + 1965$ ($5 \leq x \leq 30$);

② \because 王老板想在保证乙店利润不小于 950 元，

$$\therefore 27(35 - x) + 36[25 - (30 - x)] \geq 950,$$

$$\text{解得, } x \geq 20\frac{5}{9},$$

$$\because y = -x + 1965,$$

$$\therefore \text{当 } x = 21 \text{ 时, } y \text{ 取得最大值, 此时 } y = 1944, 30 - x = 9, 35 - x = 14, 30 - 14 = 16,$$

答：最佳分配方案是在甲店出售 A 种款式的服装 21 件，B 种款式的服装 9 件，在乙服装店出售 A 种款式的服装 14 件，出售 B 种款式的服装 16 件，最大的总利润是 1944 元.

46. 已知 A, B 两地之间有一条长 240 千米的公路. 甲车从 A 地出发匀速开往 B 地, 甲车出发半小时后, 乙车从 A 地出发沿同一路线匀速追赶甲车, 两车相遇后, 乙车原路原速返回 A 地. 两车之间的距离 y (千米) 与甲车行驶时间 x (小时) 之间的函数关系如图所示, 请解答下列问题:

(1) 甲车的速度是 60 千米/时, 乙车的速度是 80 千米/时, $m = \underline{3.5}$.

(2) 求乙车返回过程中, y 与 x 之间的函数关系式.

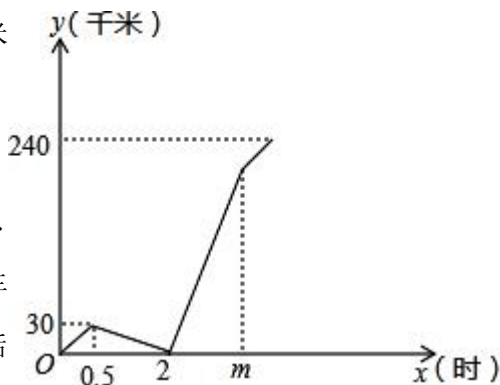
(3) 当甲、乙两车相距 160 千米时, 直接写出甲车的行驶时间.

【分析】(1) 根据题意和函数图象中的数据, 可以先计算出甲车的速度, 再根据 2 小时两车相遇可以计算出乙车的速度, 然后根据乙车原路原速返回 A 地, 可以写出 m 的值;

(2) 根据 (1) 中的结果, 可以写出当 $x = m$ 时对应的 y 的值, 从而可以求出乙车返回过程中, y 与 x 之间的函数关系式;

(3) 将 $y = 160$ 代入 (2) 中的函数解析式, 求出相应的 x 的值, 也就是当甲、乙两车相距 160 千米时, 甲车的行驶时间.

【解答】解: (1) 由图象可得,





甲车的速度为： $30 \div 0.5 = 60$ （千米/时），

乙车的速度为： $60 \times 2 \div (2 - 0.5) = 80$ （千米/时），

$$m = 2 + (2 - 0.5) = 2 + 1.5 = 3.5,$$

故答案为：60，80，3.5；

$$(2) \text{ 当 } x = 3.5 \text{ 时, } y = 1.5 \times (60 + 80) = 210,$$

设乙车返回过程中， y 与 x 之间的函数关系式是 $y = kx + b$ ，

\because 点 $(2, 0)$ ， $(3.5, 210)$ 在该函数图象上，

$$\therefore \begin{cases} 2k + b = 0 \\ 3.5k + b = 210 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = 140 \\ b = -280 \end{cases},$$

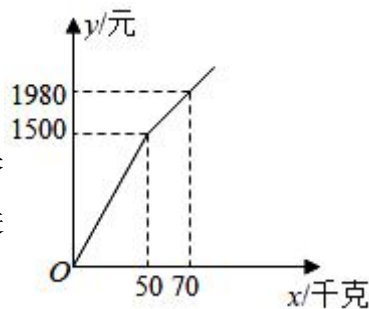
即乙车返回过程中， y 与 x 之间的函数关系式是 $y = 140x - 280$ ($2 \leq x \leq 3.5$)；

$$(3) \text{ 当 } y = 160 \text{ 时, } 160 = 140x - 280,$$

$$\text{解得 } x = \frac{22}{7},$$

答：当甲、乙两车相距 160 千米时，甲车的行驶时间是 $\frac{22}{7}$ 小时。

47. 受新冠肺炎疫情影响，一水果种植专业户有大量成熟水果无法出售。“一方有难，八方支援”。某水果经销商主动从该种植专业户购进甲、乙两种水果进行销售。专业户为了感谢经销商的援助，对甲种水果的出售价格根据购买量给予优惠，对乙种水果按 25 元/千克的价格出售。设经销商购进甲种水果 x 千克，付款 y 元， y 与 x 之间的函数关系如图所示。



(1) 求出当 $0 \leq x \leq 50$ 和 $x > 50$ 时， y 与 x 之间的函数关系式；

(2) 若经销商计划一次性购进甲、乙两种水果共 100 千克，且甲种水果不少于 40 千克，但又不超过 60 千克。如何分配甲、乙两种水果的购进量，才能使经销商付款总金额 w （元）最少？

【分析】(1) 由图可知 y 与 x 的函数关系式是分段函数，待定系数法求解析式即可。

(2) 购进甲种水果为 x 千克，则购进乙种水果 $(100 - x)$ 千克，根据实际意义可以确定 a 的范围，结合付款总金额（元）与种水果的购进量之间的函数关系可以分类讨论最少费用为多少。

【解答】解：(1) 当 $0 \leq x \leq 50$ 时，设 $y = k_1x$ ($k_1 \neq 0$)，根据题意得 $50k_1 = 1500$ ，

解得 $k_1 = 30$ ；

$$\therefore y = 30x;$$



当 $x > 50$ 时, 设 $y = k_2x + b$ ($k_2 \neq 0$),

根据题意得, $\begin{cases} 50k_2 + b = 1500 \\ 70k_2 + b = 1980 \end{cases}$,

解得 $\begin{cases} k_2 = 24 \\ b = 300 \end{cases}$,

$\therefore y = 24x + 300$.

$\therefore y = \begin{cases} 30x (0 \leq x \leq 50) \\ 24x + 300 (x > 50) \end{cases}$;

(2) 购进甲种水果为 x 千克, 则购进乙种水果 $(100 - x)$ 千克,

$\therefore 40 \leq x \leq 60$,

当 $40 \leq x \leq 50$ 时, $w_1 = 30x + 25(100 - x) = 5x + 2500$.

当 $x = 40$ 时, $w_{\min} = 2700$ 元,

当 $50 < x \leq 60$ 时, $w_2 = 24x + 300 + 25(100 - x) = -x + 2800$.

当 $x = 60$ 时, $w_{\min} = 2740$ 元,

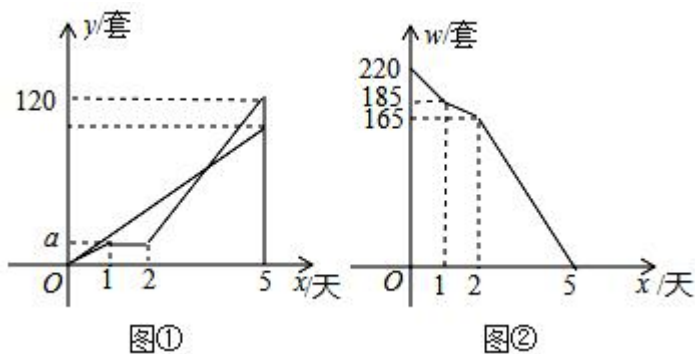
$\therefore 2740 > 2700$,

\therefore 当 $x = 40$ 时, 总费用最少, 最少总费用为 2700 元.

此时乙种水果 $100 - 40 = 60$ (千克).

答: 购进甲种水果为 40 千克, 购进乙种水果 60 千克, 才能使经销商付款总金额 w (元) 最少.

48. 中国新冠肺炎疫情防控取得显著成效, 为校园复课防疫做物资储备, 近日, 某服装厂接到加工防护服任务, 要求 5 天内加工完 220 套防护服, 服装厂安排甲、乙两车间共同完成加工任务, 乙车间加工中途停工一段时间维修设备, 然后改变加工效率继续加工, 直到与甲车间同时完成加工任务为止, 设甲乙两车间各自加工防护服数量 y (套) 与甲车间加工时间 x (天) 之间的关系如图①所示: 未加工防护服 w (套) 与甲加工时间 x (天) 之间的关系如图②所示, 请结合图象回答下列问题:



(1) 甲车间每天加工防护服 20 套, $a = \underline{15}$.

(2) 求乙车间维修设备后, 乙车间加工防护服数量 y (套) 与 x (天) 之间函数关系式.



(3) 若 55 套服装恰好装满一辆货车，那么加工多长时间装满第一辆货车？再加工多长时间恰好装满第二辆货车？

【分析】(1) 根据题意，由图 2 得出两个车间同时加工和甲单独加工的速度；

(2) 用待定系数法解决问题；

(3) 求出两个车间每天加工速度分别计算两个 55 套完成的时间.

【解答】解：(1) 由图象可知，第一天甲乙共加工 $220 - 185 = 35$ (套)，第二天，乙停止工作，甲单独加工 $185 - 165 = 20$ (套)，

则乙一天加工 $35 - 20 = 15$ (套).

即 $a = 15$,

故答案为：20；15；

(2) 设 $y = kx + b$,

把 $(2, 15)$, $(5, 120)$ 代入得：

$$\begin{cases} 15 = 2k + b \\ 120 = 5k + b \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} k = 35 \\ b = -55 \end{cases},$$

$$\therefore y = 35x - 55 \quad (2 \leq x \leq 5);$$

(3) 由图 2 可知

当 $w = 220 - 55 = 165$ 时，恰好是第二天加工结束.

当 $2 \leq x \leq 5$ 时，两个车间每天加工速度为： $165 \div (5 - 2) = 55$ (套)，

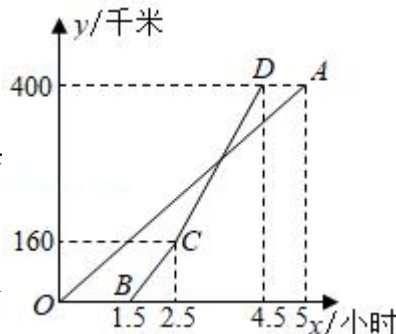
\therefore 再过 1 天装满第二辆货车.

49. 甲、乙两地相距 400 千米，一辆货车和一辆轿车先后从甲地出发开往乙地，如图，线段 OA 表示货车离甲地距离 y (千米) 与货车出发时间 x (小时) 之间的函数关系；折线 BCD 表示轿车离甲地距离 y (千米) 与货车出发时间 x (小时) 之间的函数关系，请根据图象解答下列问题：

(1) 货车的速度为 80 千米/时；

(2) 求线段 CD 对应的函数关系式；

(3) 在轿车行驶过程中，若两车的距离不超过 20 千米，直接写出 x 的取值范围.



【分析】(1) 线段 OA 可以知道货车从甲地开往乙地的过程中是匀速运动，路程为 400km ，时间为 5 小时，利用：速度 = 路程 \div 时间，可以

求出；



(2) 线段 CD 的解析式为一次函数的解析式，可以用待定系数法求出；

(3) 两车距离不超过 20km ，也就是两条线段对应的解析式中的 y 的差的绝对值不大于 20 ，即 $|y_{OA} - y_{CD}| \leq 20$ ，然后通过解不等式得出答案。

【解答】解：(1) 由题意得：货车的路程为 400km ，时间为 5 小时，

\therefore 货车的速度为： $400 \div 5 = 80$ （千米/时）。

故答案为： 80 。

(2) 设线段 CD 的解析式为： $y = kx + b$ ($k \neq 0$)，

将 $(2.5, 160)$ ， $(4.5, 400)$ 代入 $y = kx + b$ ($k \neq 0$)，

$$\text{得：} \begin{cases} 2.5k + b = 160 \\ 4.5k + b = 400 \end{cases}$$

$$\text{解得：} \begin{cases} k = 120 \\ b = -140 \end{cases}$$

线段 CD 的解析式为： $y = 120x - 140$ ($2.5 \leq x \leq 4.5$)；

(3) 设线段 OA 得解析式为： $y_{OA} = ax$ ($a \neq 0$)，

将 $(5, 400)$ 代入 $y_{OA} = ax$ ($a \neq 0$)，

得： $5a = 400$ ，

解得： $a = 80$ 。

$\therefore y_{OA} = 80x$ 。

\therefore 两车间得距离不超过 20 千米，

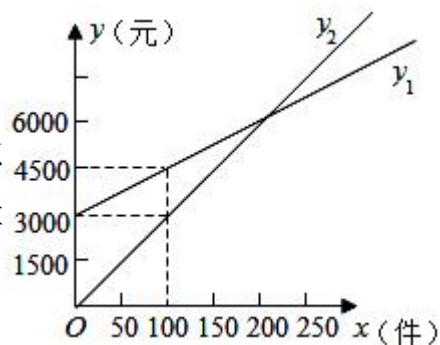
$\therefore |y_{OA} - y| \leq 20$ ，即： $|80x - (120x - 140)| \leq 20$ ，

解得： $3 \leq x \leq 4$ 。

50. 某大型商场为了提高销售人员的积极性，对原有的薪酬计算方式进行了修改，设销售人员一个月的销售量为 x （件），销售人员的月收入为 y （元），原有的薪酬计算方式 y_1 （元）采用的是底薪+提成的方式，修改后的薪酬计算方式为 y_2 （元），根据图象解答下列问题：

(1) 求 y_1 关于 x 的函数表达式；

(2) 王小姐是该商场的一名销售人员，某月发工资后，王小姐用原有的薪酬计算方式算了下，她所得的薪酬比原有的薪酬计算方式算出的薪酬多 750 元，求王小姐该月的销售量为多少件？



【分析】(1) 设 $y_1 = kx + 3000$ ，用

待定系数法即可得 y_1 关于 x 的函数表达式为 $y_1 = 15x + 3000$ ；



(2) 先求出 $y_2=30x$ ，再根据所得的薪酬比原有的薪酬计算方式算出的薪酬多 750 元，列出方程 $30x - (15x+3000) = 750$ ，即可解得王小姐该月的销售量为 250 件。

【解答】解：(1) 设 $y_1=kx+3000$ ，

将 (100, 4500) 代入得：

$$4500=100k+3000,$$

解得 $k=15$ ，

$\therefore y_1$ 关于 x 的函数表达式为 $y_1=15x+3000$ ；

(2) 设 $y_2=mx$ ，将 (100, 3000) 代入得：

$$3000=100m,$$

解得 $m=30$ ，

$$\therefore y_2=30x,$$

\therefore 所得的薪酬比原有的薪酬计算方式算出的薪酬多 750 元，

$$\therefore y_2 - y_1 = 750, \text{ 即 } 30x - (15x+3000) = 750,$$

解得 $x=250$ ，

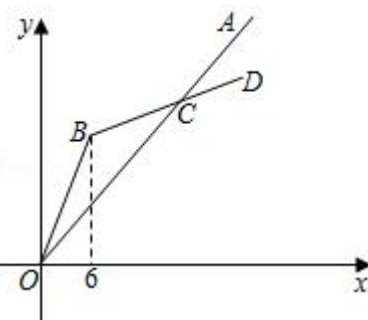
答：王小姐该月的销售量为 250 件。

51. 民族要复兴，乡村必振兴。2 月 21 日发布的 2021 年中央一号文件，主题是全面推进乡村振兴，加快农业农村现代化。乡村振兴战略的实施效果要用农民生活富裕水平来评价，某合作社为尽快打开市场，对本地新产品进行线上和线下销售相结合的模式，具体费用标准如下：

线下销售模式：标价 5 元/千克，八折出售；

线上销售模式：标价 5 元/千克，九折出售，超过 6 千克时，超出部分每千克再让利 1.5 元。

购买这种新产品 x 千克，所需费用为 y 元， y 与 x 之间的函数关系如图所示。



根据以上信息回答下列问题：

(1) 请求出两种销售模式对应的函数解析式；

(2) 说明图中点 C 坐标的实际意义；

(3) 若想购买这种产品 10 千克，请问选择哪种模式购买最省钱？

【分析】(1) 由题意，用待定系数法求函数解析式即可；

(2) 由图象知，点 C 是射线 OA 和折线 OBD 的交点，说明 x 取同一个值时，函数值 y 相等，从而说明



点 C 坐标的实际意义；

(3) 把 $x=10$ 分别代入 $y=4x$ 和 $y=3x+9$ 求值即可.

【解答】解：(1) 由题意知，图中射线 OA 为线下销售，折线 OBD 为线上销售，

线下销售： $y=5 \times 0.8x=4x$ ；

线上销售：当 $0 \leq x \leq 6$ 时， $y=5 \times 0.9x=4.5x$ ，

当 $x > 6$ 时， $y=5 \times 0.9 \times 6 + (x - 6) \times (5 \times 0.9 - 1.5) = 27 + 3(x - 6) = 3x + 9$ ，

$$\therefore y = \begin{cases} 4.5x (0 \leq x \leq 6) \\ 3x + 9 (x > 6) \end{cases}$$

\therefore 线下销售 y 与 x 之间的函数关系为 $y=4x$ ，线上销售 y 与 x 之间的函数关系为 $y = \begin{cases} 4.5x (0 \leq x \leq 6) \\ 3x + 9 (x > 6) \end{cases}$ ；

(2) 图象得： $4x=3x+9$ ，

解得： $x=9$ ，

$y=4 \times 9=36$ ，

$\therefore C(9, 36)$ ，

\therefore 图中点 C 坐标的实际意义为当购买 9 千克产品时，线上线下都花费 36 元；

(3) 购买 10 千克产品线下需花费： $4 \times 10=40$ （元），

线上需花费： $3 \times 10 + 9=39$ （元），

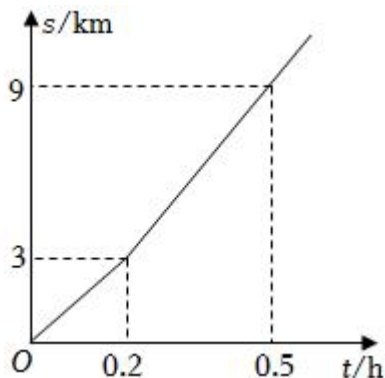
\therefore 购买这种产品 10 千克，线上购买最省钱.

或：根据图象，当 $x > 9$ 时，线上购买比线下购买省钱.

52. 随着“公园城市”建设的不断推进，成都绕城绿道化身成为这座城市的一个超大型“体育场”，绿道骑行成为市民的一种低碳生活新风尚. 甲、乙两人相约同时从绿道某地出发同向骑行，甲骑行的速度是 18km/h ，乙骑行的路程 $s(\text{km})$ 与骑行的时间 $t(\text{h})$ 之间的关系如图所示.

(1) 直接写出当 $0 \leq t \leq 0.2$ 和 $t > 0.2$ 时， s 与 t 之间的函数表达式；

(2) 何时乙骑行在甲的前面？



逐字研读题干 遇到困难回头看条件



【分析】(1) 根据图象分段设出函数解析式，在用待定系数法求出函数解析式即可；

(2) 根据乙的路程大于甲的路程即可求解。

【解答】解：(1) 当 $0 \leq t \leq 0.2$ 时，设 $s = at$ ，

把 $(0.2, 3)$ 代入解析式得， $0.2a = 3$ ，

解得： $a = 15$ ，

$\therefore s = 15t$ ；

当 $t > 0.2$ 时，设 $s = kt + b$ ，

把 $(0.2, 3)$ 和 $(0.5, 9)$ 代入解析式，得 $\begin{cases} 0.5k + b = 9 \\ 0.2k + b = 3 \end{cases}$ ，

解得 $\begin{cases} k = 20 \\ b = -1 \end{cases}$ ，

$\therefore s = 20t - 1$ ，

$\therefore s$ 与 t 之间的函数表达式为 $s = \begin{cases} 15t (0 \leq t \leq 0.2) \\ 20t - 1 (t > 0.2) \end{cases}$ ；

(2) 由 (1) 可知 $0 \leq t \leq 0.2$ 时，乙骑行的速度为 15km/h ，而甲的速度为 18km/h ，则甲在乙前面；

当 $t > 0.2$ 时，乙骑行的速度为 20km/h ，甲的速度为 18km/h ，

设 t 小时后，乙骑行在甲的前面，

则 $18t < 20t - 1$ ，

解得： $t > 0.5$ ，

答：0.5 小时后乙骑行在甲的前面

53. (1) (问题) 如图 1，若 $AB \parallel CD$ ， $\angle AEP = 40^\circ$ ， $\angle PFD = 130^\circ$ ，求 $\angle EPF$ 的度数。

(2) (问题迁移) 如图 2， $AB \parallel CD$ ，点 P 在 AB 的上方，问 $\angle PEA$ ， $\angle PFC$ ， $\angle EPF$ 之间有何数量关系？

请说明理由；

(3) (联想拓展) 如图 3 所示，在 (2) 的条件下，已知 $\angle EPF = 60^\circ$ ， $\angle PFC = 120^\circ$ ， $\angle PEA$ 的平分线和 $\angle PFC$ 的平分线交于点 G ，直接写出 $\angle G$ 的度数。

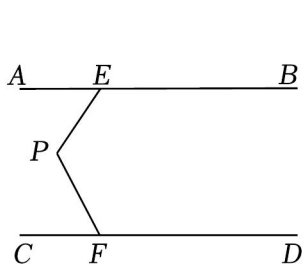


图1

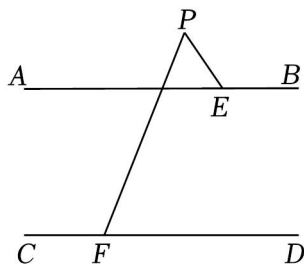


图2

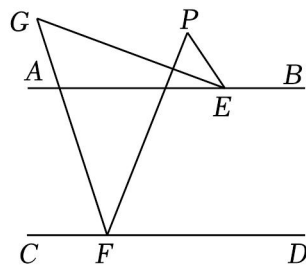


图3



【分析】(1) 根据平行线的性质与判定可求解；

(2) 过 P 点作 $PN \parallel AB$ ，则 $PN \parallel CD$ ，可得 $\angle FPN = \angle PEA + \angle FPE$ ，进而可得 $\angle PFC = \angle PEA + \angle FPE$ ，即可求解；

(3) 过点 G 作 AB 的平行线，利用平行线的性质解答即可。

【解答】解：(1) 如图 1，过点 P 作 $PM \parallel AB$ ，

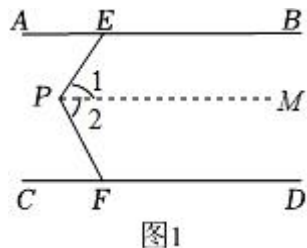


图1

$$\therefore \angle 1 = \angle AEP,$$

$$\because \angle AEP = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 = 40^\circ,$$

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore PM \parallel CD,$$

$$\therefore \angle 2 + \angle PFD = 180^\circ,$$

$$\because \angle PFD = 130^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ.$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 40^\circ + 50^\circ = 90^\circ,$$

即 $\angle EPF = 90^\circ$ ；

(2) $\angle PFC = \angle PEA + \angle EPF$ ，理由如下：

如图 2，过 P 点作 $PN \parallel AB$ ，则 $PN \parallel CD$ ，

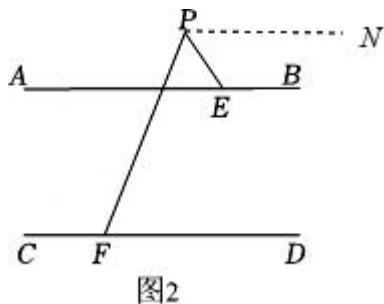


图2

$$\therefore \angle PEA = \angle NPE,$$

$$\because \angle FPN = \angle NPE + \angle EPF,$$



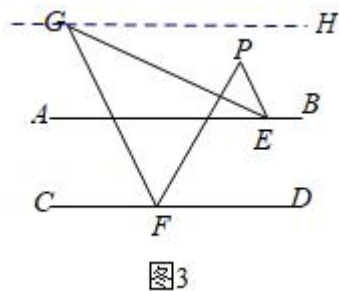
$$\therefore \angle FPN = \angle PEA + \angle EPF,$$

$$\because PN \parallel CD,$$

$$\therefore \angle FPN = \angle PFC,$$

$$\therefore \angle PFC = \angle PEA + \angle EPF;$$

(3) 如图, 过点 G 作 AB 的平行线 GH .



$$\because GH \parallel AB, AB \parallel CD,$$

$$\therefore GH \parallel AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle HGE = \angle AEG, \angle HGF = \angle CFG,$$

又 $\because \angle PEA$ 的平分线和 $\angle PFC$ 的平分线交于点 G ,

$$\therefore \angle HGE = \angle AEG = \frac{1}{2} \angle AEP, \angle HGF = \angle CFG = \frac{1}{2} \angle PFC,$$

由 (2) 可知, $\angle PFC = \angle EPF + \angle AEP$,

$$\therefore \angle HGF = \frac{1}{2} (\angle EPF + \angle AEP),$$

$$\therefore \angle EGF = \angle HGF - \angle HGE = \frac{1}{2} (\angle EPF + \angle AEP) - \frac{1}{2} \angle AEP = \frac{1}{2} \angle EPF,$$

$$\because \angle EPF = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle EGF = 30^\circ.$$

54. 已知, $AB \parallel CD$, 直线 MN 与直线 AB 、 CD 分别交于点 E 、 F .

(1) 如图 1, 若 $\angle 1 = 58^\circ$, 求 $\angle 2$ 的度数;

(2) 如图 2, $\angle BEF$ 与 $\angle EFD$ 的角平分线交于点 P , EP 与 CD 交于点 G , H 是 MN 上一点, 且 $GH \perp EG$. 求证: $PF \parallel GH$.

(3) 如图 3, 在 (2) 的条件下. 连接 PH , K 是 GH 上一点使 $\angle PHK = \angle HPK$, 作 PQ 平分 $\angle EPK$. 问 $\angle HPQ$ 的大小是否发生变化? 若不变, 请求出其值; 若变化, 说明理由.

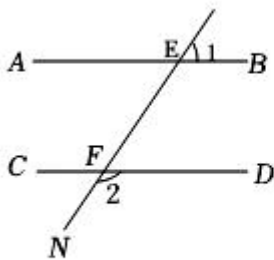


图1

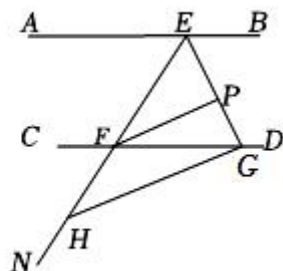


图2

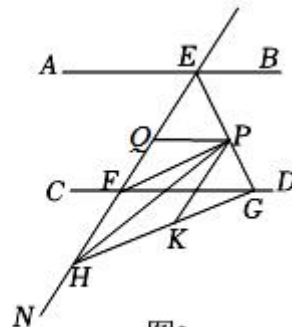


图3

【分析】(1) 根据平行线的性质可得 $\angle 1 = \angle EFD$ ，再利用邻补角的定义可求解 $\angle 2$ 的度数；

(2) 先根据两条直线平行，同旁内角互补，再根据 $\angle BEF$ 与 $\angle EFD$ 的角平分线交于点 P ，可得 $\angle EPF = 90^\circ$ ，进而证明 $PF \parallel GH$ ；

(3) 根据角平分线定义，及角的和差计算即可求得 $\angle HPQ$ 的度数.

【解答】(1) 解： $\because AB \parallel CD$,

$$\therefore \angle 1 = \angle EFD,$$

$$\because \angle EFD + \angle 2 = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 180^\circ,$$

$$\because \angle 1 = 58^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = 122^\circ;$$

(2) 证明：由 (1) 知， $AB \parallel CD$,

$$\therefore \angle BEF + \angle EFD = 180^\circ.$$

又 $\because \angle BEF$ 与 $\angle EFD$ 的角平分线交于点 P ,

$$\therefore \angle FEP + \angle EFP = \frac{1}{2} (\angle BEF + \angle EFD) = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EPF = 90^\circ, \text{ 即 } EG \perp PF.$$

$$\because GH \perp EG,$$

$$\therefore PF \parallel GH;$$

(3) 解： $\because \angle PHK = \angle HPK$,

$$\therefore \angle PKG = 2\angle HPK.$$

又 $\because GH \perp EG$,

$$\therefore \angle KPG = 90^\circ - \angle PKG = 90^\circ - 2\angle HPK.$$

$$\therefore \angle EPK = 180^\circ - \angle KPG = 90^\circ + 2\angle HPK.$$



$\because PQ$ 平分 $\angle EPK$,

$$\therefore \angle QPK = \frac{1}{2} \angle EPK = 45^\circ + \angle HPK.$$

$$\therefore \angle HPQ = \angle QPK - \angle HPK = 45^\circ.$$

答: $\angle HPQ$ 的度数为 45° .

55. 定义: 在平面直角坐标系 xOy 中, 对于任意一点 $P(x, y)$ 如果满足 $y=2|x|$, 我们就把点 $P(x, y)$ 称作“和谐点”.

(1) 在直线 $y=6$ 上的“和谐点”为 $(3, 6)$ 或 $(-3, 6)$;

(2) 求一次函数 $y=-x+2$ 的图象上的“和谐点”坐标;

(3) 已知点 P , 点 Q 的坐标分别为 $P(2, 2)$, $Q(m, 5)$, 如果线段 PQ 上始终存在“和谐点”, 直接写出 m 的取值范围是 $m \leq \frac{5}{2}$.

【分析】(1) 由“和谐点”定义可求解;

(2) 由题意可得“和谐点”在直线 $y=2x$ 或直线 $y=-2x$ 上, 联立方程组, 可求一次函数 $y=-x+2$ 的图象上的“和谐点”;

(3) 画出“和谐点”函数图象, 利用特殊点可求解.

【解答】解: (1) $\because y=2|x|$, 且 $y=6$,

$$\therefore x=\pm 3,$$

\therefore 在直线 $y=6$ 上的“和谐点”为 $(3, 6)$ 或 $(-3, 6)$,

故答案为: $(3, 6)$ 或 $(-3, 6)$;

$$(2) \because y=2|x|,$$

$$\therefore y=2x \text{ 或 } y=-2x,$$

\therefore “和谐点”在直线 $y=2x$ 或直线 $y=-2x$ 上,

$$\text{由题意可得: } \begin{cases} y=-x+2 \\ y=2x \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} y=-x+2 \\ y=-2x \end{cases},$$

$$\text{解得 } \begin{cases} x=\frac{2}{3} \\ y=\frac{4}{3} \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=-2 \\ y=4 \end{cases},$$

\therefore 一次函数 $y=-x+2$ 的图象上的“和谐点”为 $(\frac{2}{3}, \frac{4}{3})$ 或 $(-2, 4)$;

(3) 如图, 做直线 $y=2$, $y=5$, 线段 PQ 一定在 $y=2$, $y=5$ 之间,



如果线段 PQ 上始终存在“和谐点”，线段 PQ 与 $y=2|x|$ 一定有交点，

当 $Q(m, 5)$ ，在直线 $y=2x$ 上时，

$$\therefore m = \frac{5}{2},$$

\therefore 当 $m \leq \frac{5}{2}$ 时，线段 PQ 上始终存在“和谐点”；

当 $Q(m, 5)$ ，在直线 $y=-2x$ 上时，

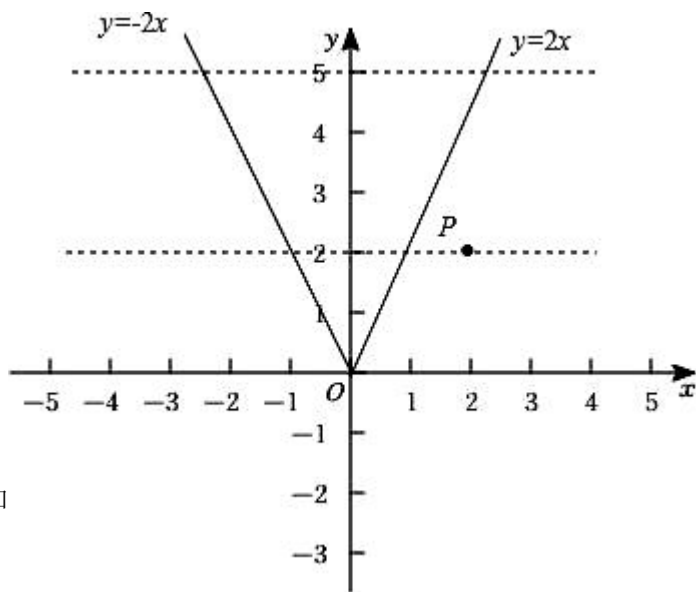
$$\therefore m = -\frac{5}{2},$$

\therefore 当 $m \leq -\frac{5}{2}$ 时，线段 PQ 上始终存在“和谐点”；

综上所述：当 $m \leq \frac{5}{2}$ 时，线段 PQ 上始终存在“和

谐点”。

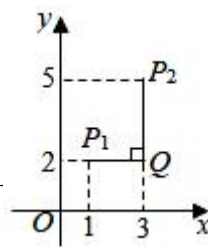
故答案为： $m \leq \frac{5}{2}$ 。



56. 在平面直角坐标系 xOy 中，对于任意两点 $P_1(x_1, y_1)$, $P_2(x_2, y_2)$ 的“特别距离”，给出如下定义：

若 $|x_1 - x_2| \geq |y_1 - y_2|$ ，则点 $P_1(x_1, y_1)$, $P_2(x_2, y_2)$ 的“特别距离”为 $|x_1 - x_2|$ ；若 $|x_1 - x_2| < |y_1 - y_2|$ ，则 $P_1(x_1, y_1)$, $P_2(x_2, y_2)$ 的“特别距离”为 $|y_1 - y_2|$ ；

例如：点 $P_1(1, 2)$ ，点 $P_2(3, 5)$ ，因为 $|1 - 3| < |2 - 5|$ ，所以点 P_1 与点 P_2 的“特别距离”为 $|2 - 5| = 3$ ，也就是图 1 中线段 P_1Q 与线段 P_2Q 长度的较大值（点 Q 为垂直于 y 轴的直线 P_1Q 与垂直于 x 轴的直线 P_2Q 的交点）。



(1) 已知点 $A(-\frac{1}{2}, 0)$ ， B 为 y 轴上的一个动点，

①若点 A 与点 B 的“特别距离”为 2，写出一个满足条件的点 B 的坐标 $(0, 2)$ 或 $(0, -2)$ ；

②直接写出点 A 与点 B 的“特别距离”的最小值 $\frac{1}{2}$ 。

(2) 已知 C 是直线 $y = -\frac{4}{3}x + 4$ 上的一个动点，点 D 的坐标是 $(0, 1)$ ，求点 C 与点 D 的“特别距离”的最小值及相应的点 C 的坐标。

【分析】(1) ①根据点 B 位于 y 轴上，可以设点 B 的坐标为 $(0, y)$ ，由“特别距离”的定义可以确定 $|0 - (-\frac{1}{2})| \geq |y - 0|$ ，据此可以求得 y 的值；

②设点 B 的坐标为 $(0, y)$ 。根据 $|x_1 - x_2| \geq |y_1 - y_2|$ ，“特别距离”为 $|x_1 - x_2|$ 即可求得最小值；



(2) 设点 C 的坐标为 $(m, -\frac{4}{3}m+4)$. 根据材料可知 C 、 D 两点的“特别距离”取最小值时, $|x_1 - x_2| = |y_1 - y_2|$, 据此可以求得最小值和点 C 的坐标.

【解答】解: (1) ① $\because B$ 为 y 轴上的一个动点,

\therefore 设点 B 的坐标为 $(0, y)$.

$$\because |-\frac{1}{2} - 0| = \frac{1}{2} \neq 2,$$

$$\therefore |0 - y| = 2,$$

解得 $y=2$ 或 $y=-2$;

\therefore 点 B 的坐标是 $(0, 2)$ 或 $(0, -2)$,

故答案为: $(0, 2)$ 或 $(0, -2)$;

② 设点 B 的坐标为 $(0, y)$,

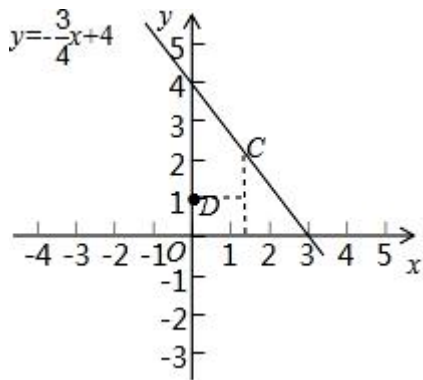
当点 A 与点 B 的“特别距离”取最小值时, 根据运算定义可知 $|x_1 - x_2| = |y_1 - y_2|$,

$$\therefore |-\frac{1}{2} - 0| = |0 - y|,$$

\therefore 当 $|y| \leq \frac{1}{2}$ 时, 点 A 与点 B 的“特别距离”最小, 最小值为 $\frac{1}{2}$;

故答案为: $\frac{1}{2}$;

(2) 当点 C 与点 D 的“特别距离”取最小值时, 根据运算定义可知 $|x_1 - x_2| = |y_1 - y_2|$,



$\because C$ 是直线 $y = -\frac{4}{3}x + 4$ 上的一个动点, 点 D 的坐标是 $(0, 1)$,

\therefore 设点 C 的坐标为 $(m, -\frac{4}{3}m+4)$,

$$\therefore |x_1 - x_2| = m, |y_1 - y_2| = -\frac{4}{3}m + 4 - 1 = -\frac{4}{3}m + 3,$$

$$\therefore m = -\frac{4}{3}m + 3,$$



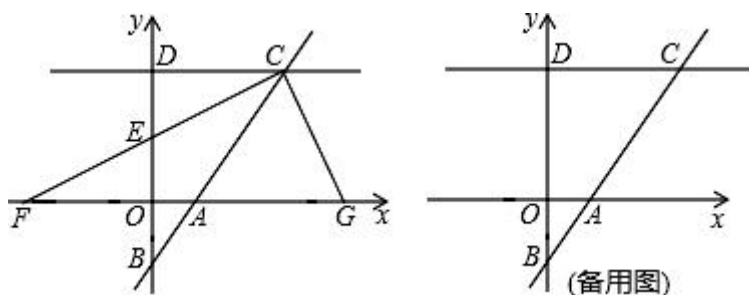
此时, $m = \frac{9}{7}$,

$$\therefore -\frac{4}{3}m + 4 = \frac{16}{7},$$

\therefore 点 C 与点 D 的“特别距离”的最小值为: $m = \frac{9}{7}$,

此时 $C(\frac{9}{7}, \frac{16}{7})$.

57. 如图, 直角坐标系中, 直线 $y = kx + b$ 分别与 x 轴、 y 轴交于点 $A(3, 0)$, 点 $B(0, -4)$, 过 $D(0, 8)$ 作平行 x 轴的直线 CD , 交 AB 于点 C , 点 $E(0, m)$ 在线段 OD 上, 延长 CE 交 x 轴于点 F , 点 G 在 x 轴正半轴上, 且 $AG = AF$.



- (1) 求直线 AB 的函数表达式.
- (2) 当点 E 恰好是 OD 中点时, 求 $\triangle ACG$ 的面积.
- (3) 是否存在 m , 使得 $\triangle FCG$ 是直角三角形? 若存在, 直接写出 m 的值; 若不存在, 请说明理由.

【分析】 (1) 将点 A 、 B 的坐标代入函数表达式: $y = kx + b$, 即可求解;

(2) 证明 $\triangle EDC \cong \triangle EOF$ (AAS), $S_{\triangle ACG} = \frac{1}{2} \times AG \times CH = \frac{1}{2} \times 12 \times 8 = 48$;

(3) ①当 $\angle FGC = 90^\circ$ 时, $AG = AF$, 则 AC 是中线, 则 $AF = AC = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$, 故点 $F(-7, 0)$, 即可求解; ②当 $\angle CGF = 90^\circ$ 时, 则点 $G(9, 0)$, 则 $AF = AG = 6$, 故点 $F(-3, 0)$, 即可求解.

【解答】 解: (1) 将点 A 、 B 的坐标代入函数表达式: $y = kx + b$ 并解得:

$$k = \frac{4}{3}, b = -4,$$

故直线的表达式为: $y = \frac{4}{3}x - 4$;

$$(2) \text{ 当 } y = 8 \text{ 时, } \frac{4}{3}x - 4 = 8$$

解得 $x = 9$,

\therefore 点 C 的坐标为 $(9, 8)$,

$\therefore CD = 9$,



$\because E$ 是 OD 中点,

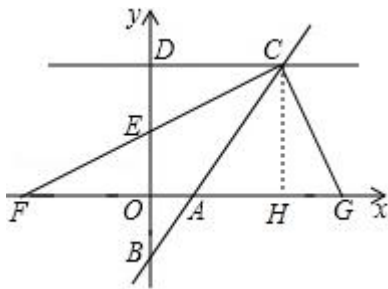
$$\therefore DE = OE,$$

则 $\triangle EDC \cong \triangle EOF$ (AAS),

$$\therefore OF = CD = 9,$$

$$\therefore AG = AF = OF + OA = 12,$$

过点 C 作 $CH \perp x$ 轴于点 H ,



$$\therefore S_{\triangle ACG} = \frac{1}{2} \times AG \times CH = \frac{1}{2} \times 12 \times 8 = 48;$$

(3) ①当 $\angle FCG = 90^\circ$ 时,

$AG = AF$, 则 AC 是中线, 则 $AF = AC = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$,

故点 $F(-7, 0)$,

由点 C 、 F 的坐标可得: 直线 CF 的表达式为: $y = \frac{1}{2}(x+7)$,

故点 $E(0, \frac{7}{2})$, 则 $m = \frac{7}{2}$;

②当 $\angle CGF = 90^\circ$ 时, 则点 $G(9, 0)$,

则 $AF = AG = 6$,

故点 $F(-3, 0)$,

同理直线 CF 的表达式为: $y = \frac{2}{3}(x+3)$,

故 $m = 2$;

综上, $m = \frac{7}{2}$ 或 2 .

58. 如图, 已知点 $A(-3, 2)$, 过点 A 作 $AD \perp x$ 轴于点 D , 点 B 是 x 轴正半轴上的一个动点, 连接 AB , 以 AB 为斜边在 AB 的上方构造等腰 $\text{Rt}\triangle ABC$, 连接 DC .

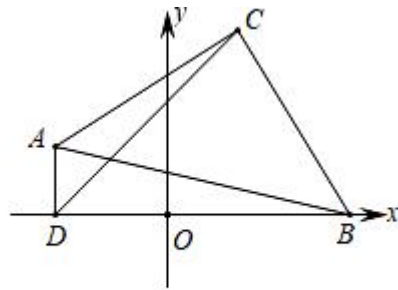
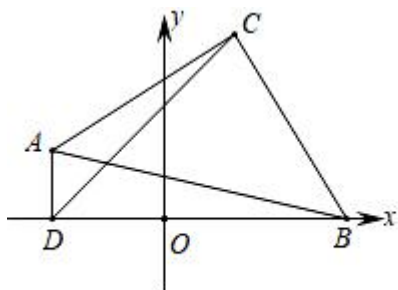
(1) 当 B 的坐标为 $(4, 0)$ 时, 点 C 的坐标是 $(1.5, 4.5)$;

(2) 当点 B 在 x 轴正半轴上运动的时候, 点 C 是否在一直线上运动, 如果是, 请求出点 C 所在直线的



解析式；如果不是，请说明理由；

(3) 在 B 点的运动过程中，猜想 DC 与 DB 有怎样的数量关系，并证明你的结论。



备用图

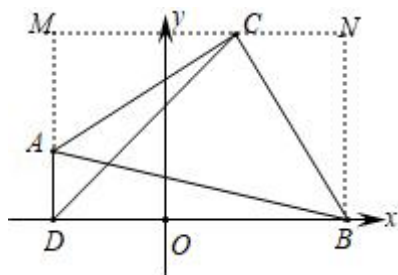
【分析】(1) 证明 $\triangle CMA \cong \triangle BCN$ (AAS), 则 $AM=CN$, $MC=NB$, 可得点 B 的坐标为 $(2x+1, 0)$, 进而求解;

(2) 由 (1) 知, $y=x+3$, 即可求解;

(3) 由 (1)、(2) 知, 点 C 、 D 、 B 的坐标分别为 $(x, x+3)$ 、 $(-3, 0)$ 、 $(2x+1, 0)$, 则 $CD = \sqrt{(x+3)^2 + (x+3)^2} = \sqrt{2}(x+3)$, 而 $BD = 2x+1 - x - 3 = x - 2$, 即可求解。

【解答】解: (1) 设点 $C(x, y)$, 点 $B(m, 0)$,

过点 C 作 x 轴的平行线交过点 B 作 y 轴的平行线于点 N , 交 DA 的延长线于点 M ,



$$\because \angle MCA + \angle BCN = 90^\circ, \angle BCN + \angle CBN = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle MCA = \angle CBN,$$

$$\because \angle CMA = \angle BNC = 90^\circ, AC = BC,$$

$$\therefore \triangle CMA \cong \triangle BCN \text{ (AAS)},$$

$$\therefore AM = CN, MC = NB,$$

$$\text{即 } y - 2 = m - x, x + 3 = y,$$

$$\text{即 } y = x + 3 \text{ 且 } m = x + y - 2 = 2x + 1, \text{ 即点 } B \text{ 的坐标为 } (2x + 1, 0), \text{ 点 } C \text{ 的坐标为 } (x, x + 3),$$

$$\text{当点 } B(4, 0) \text{ 时, 即 } m = 4,$$

$$\text{则 } 4 = 2x + 1, \text{ 解得 } x = 1.5, y = x + 3 = 4.5,$$



故答案为 (1.5, 4.5);

(2) 点 C 在一直线上运动, 理由:

由 (1) 知, $y=x+3$,

即点 C 所在直线的解析式为 $y=x+3$;

(3) 设点 $C(x, y)$,

由 (1) 知, 点 C 、 D 、 B 的坐标分别为 $(x, x+3)$ 、 $(-3, 0)$ 、 $(2x+1, 0)$,

则 $CD = \sqrt{(x+3)^2 + (x+3)^2} = \sqrt{2}(x+3)$,

而 $BD = 2x+1+3 = 2x+4$,

故 $2CD = \sqrt{2}(BD+2)$,

即 DC 与 DB 的数量关系是: $CD = \frac{\sqrt{2}}{2}(BD+2)$,

59. 如图 1, 直线 $y = -\frac{1}{2}x + 2$ 与 x 轴、 y 轴分别交于 A 、 B 两点, 点 E 为 y 轴负半轴上一点, 且 $S_{\triangle ABE} = 12$.

(1) 求直线 AE 的解析式;

(2) 如图 2, 直线 $y = mx$ 交直线 AB 于点 M , 交直线 AE 于点 N , 当 $S_{\triangle OEN} = 2S_{\triangle OBM}$ 时, 求 m 的值;

(3) 如图 3, 点 P 为直线 $y = -x - 1$ 上一点, 若 $\angle ABP = 45^\circ$, 请直接写出点 P 的坐标: $(\frac{3}{2}, -\frac{5}{2})$.

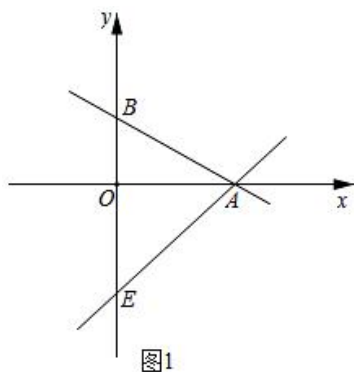


图1

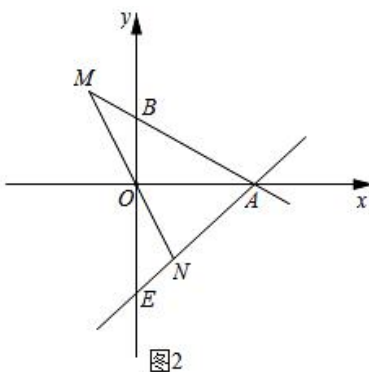


图2

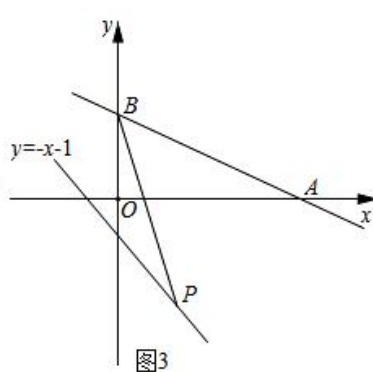


图3

【分析】 (1) 由 $S_{\triangle ABE} = 12 = \frac{1}{2} \times EB \times AO = \frac{1}{2} \times (2 + OE) \times 4$, 解得 $OE = 4$, 进而求解;

(2) 由 $S_{\triangle OEN} = 2S_{\triangle OBM}$, 得到 $x_M = -x_N$, 则 $y_M = -y_N$, 进而求解;

(3) 证明 $\triangle BMA \cong \triangle ANC$ (AAS), 求出点 C 的坐标为 $(2, -4)$, 进而求解.

【解答】 解: (1) \because 对于 $y = -\frac{1}{2}x + 2$, 令 $y = -\frac{1}{2}x + 2 = 0$, 解得 $x = 4$, 令 $x = 0$, 则 $y = 2$,

故点 A 、 B 的坐标分别为 $(4, 0)$ 、 $(0, 2)$,

则 $OB = 2$,

则 $S_{\triangle ABE} = 12 = \frac{1}{2} \times EB \times AO = \frac{1}{2} \times (2 + OE) \times 4$, 解得 $OE = 4$,



故点 $E(0, -4)$,

则设直线 AE 的表达式为 $y=kx-4$,

将点 A 的坐标代入上式得: $0=4k-4$, 解得 $k=1$,

故直线 AE 的表达式为 $y=x-4$;

(2) 由 (1) 知, $OE=4$,

$$\because S_{\triangle OEN} = 2S_{\triangle OBM}, \text{ 即 } \frac{1}{2} \times OB \times |x_M| = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times OE \times x_N,$$

$$\text{即 } \frac{1}{2} \times 2 \times |x_M| = \frac{1}{4} \times 4 \times x_N, \text{ 即 } x_M = -x_N, \text{ 则 } y_M = -y_N,$$

设点 N 的坐标为 $(n, n-4)$, 则点 M 的坐标为 $(-n, -n+4)$,

将点 M 的坐标代入 $y=-\frac{1}{2}x+2$ 得: $-n+4=-\frac{1}{2}(-n)+2$,

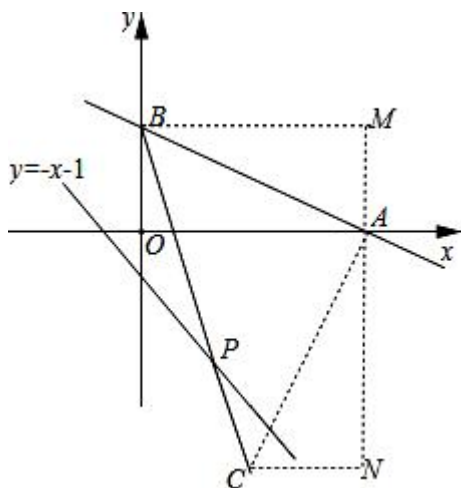
$$\text{解得 } n = \frac{4}{3},$$

故点 N 的坐标为 $(\frac{4}{3}, -\frac{8}{3})$,

将点 N 的坐标代入 $y=mx$ 得: $-\frac{8}{3} = \frac{4}{3}m$,

解得 $m = -2$;

(3) 过点 A 作 $AC \perp AB$ 交 BP 的延长线于点 C , 过点 A 作 $MN \parallel y$ 轴, 交过点 B 与 x 轴的平行线于点 M , 交过点 C 与 x 轴的平行线于点 N ,



$\because \angle ABP = 45^\circ$, 则 $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形, 则 $AB = AC$, $\angle BAC = 90^\circ$,

$\because \angle CAN + \angle BAM = 90^\circ$, $\angle BAM + \angle MBA = 90^\circ$,

$\therefore \angle CAN = \angle MBA$,

$\because \angle BMA = \angle ANC = 90^\circ$, $AB = AC$,



$$\therefore \triangle BMA \cong \triangle ANC \text{ (AAS)},$$

$$\therefore AN = BM = 4, CN = AM = 2,$$

故点 C 的坐标为 $(2, -4)$,

由点 B 、 C 的坐标得, 直线 BC 的表达式为 $y = -3x + 2$,

$$\text{联立 } y = -3x + 2 \text{ 和 } y = -x - 1 \text{ 并解得 } \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = -\frac{5}{2} \end{cases},$$

故点 P 的坐标为 $(\frac{3}{2}, -\frac{5}{2})$.

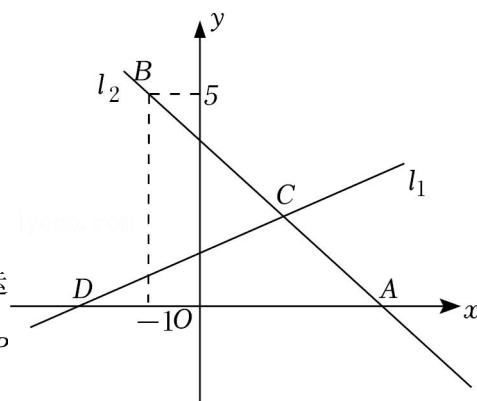
故答案为: $(\frac{3}{2}, -\frac{5}{2})$.

60. 如图, 直线 $l_1: y = kx + 1$ 与 x 轴交于点 D , 直线 $l_2: y = -x + b$ 与 x 轴交于点 A , 且经过定点 $B(-1, 5)$, 直线 l_1 与 l_2 交于点 $C(2, m)$.

(1) 填空: $k = -\frac{1}{2}$; $b = 4$; $m = 2$;

(2) 在 x 轴上是否存在一点 E , 使 $\triangle BCE$ 的周长最短? 若存在, 请求出点 E 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

(3) 若动点 P 在射线 DC 上从点 D 开始以每秒 1 个单位的速度运动, 连接 AP , 设点 P 的运动时间为 t 秒. 是否存在 t 的值, 使 $\triangle ACP$ 和 $\triangle ADP$ 的面积比为 1:3? 若存在, 直接写出 t 的值; 若不存在, 请说明理由.



【分析】(1) 利用待定系数法求解即可.

(2) 作点 C 关于 x 轴的对称点 C' , 连接 BC' 交 x 轴于 E , 连接 EC , 则 $\triangle BCE$ 的周长最小. 求出直线 BC' 的解析式, 即可解决问题;

(3) 分两种情况: ①点 P 在线段 DC 上, ②点 P 在线段 DC 的延长线上, 由 $\triangle ACP$ 和 $\triangle ADP$ 的面积比为 1:3, 可得 $\frac{CP}{DP} = \frac{1}{3}$, 根据比例的性质即可求解.

【解答】解: (1) \because 直线 $l_2: y = -x + b$ 与 x 轴交于点 A , 且经过定点 $B(-1, 5)$,

$$\therefore 5 = 1 + b,$$

$$\therefore b = 4,$$

$$\therefore \text{直线 } l_2: y = -x + 4,$$

$$\because \text{直线 } l_2: y = -x + 4 \text{ 经过点 } C(2, m),$$



$$\therefore m = -2 + 4 = 2,$$

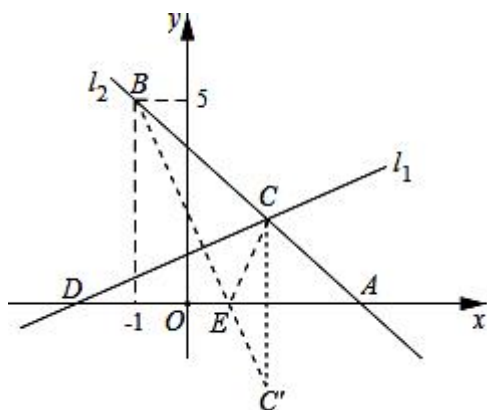
$$\therefore C(2, 2),$$

把 $C(2, 2)$ 代入 $y = kx + 1$, 得到 $k = \frac{1}{2}$.

$$\therefore k = \frac{1}{2}, b = 4, m = 2.$$

故答案为: $\frac{1}{2}, 4, 2$;

(2) 作点 C 关于 x 轴的对称点 C' , 连接 BC' 交 x 轴于 E , 连接 EC , 则 $\triangle BCE$ 的周长最小.



$$\therefore B(-1, 5), C'(2, -2),$$

$$\therefore \text{直线 } BC' \text{ 的解析式为 } y = -\frac{7}{3}x + \frac{8}{3},$$

令 $y = 0$, 得到 $x = \frac{8}{7}$,

$$\therefore E\left(\frac{8}{7}, 0\right),$$

\therefore 存在一点 E , 使 $\triangle BCE$ 的周长最短, $E\left(\frac{8}{7}, 0\right)$;

(3) \therefore 点 P 在射线 DC 上从点 D 开始以每秒 1 个单位的速度运动, 直线 $l_1: y = \frac{1}{2}x + 1$,

$$\therefore D(-2, 0),$$

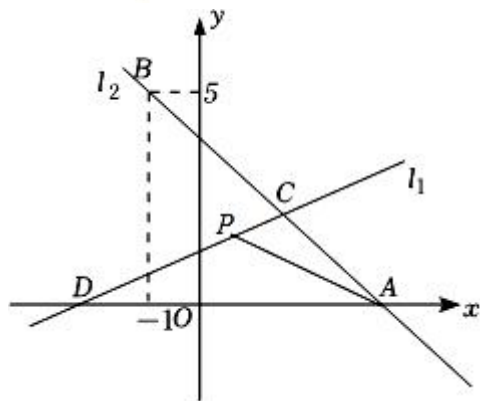
$$\therefore C(2, 2),$$

$$\therefore CD = \sqrt{(2+2)^2 + 2^2} = 2\sqrt{5},$$

\therefore 点 P 的运动时间为 t 秒.

$$\therefore DP = t,$$

分两种情况: ①点 P 在线段 DC 上,



∵ $\triangle ACP$ 和 $\triangle ADP$ 的面积比为 1:3,

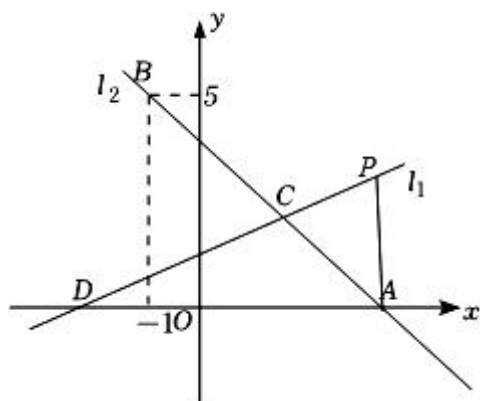
$$\therefore \frac{CP}{DP} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore \frac{DP}{CD} = \frac{3}{4},$$

$$\therefore DP = \frac{3}{4} \times 2\sqrt{5} = \frac{3\sqrt{5}}{2},$$

$$\therefore t = \frac{3\sqrt{5}}{2};$$

② 点 P 在线段 DC 的延长线上,



∵ $\triangle ACP$ 和 $\triangle ADP$ 的面积比为 1:3,

$$\therefore \frac{CP}{DP} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore \frac{DP}{CD} = \frac{3}{2},$$

$$\therefore DP = \frac{3}{2} \times 2\sqrt{5} = 3\sqrt{5},$$

$$\therefore t = 3\sqrt{5}.$$

综上: 存在 t 的值, 使 $\triangle ACP$ 和 $\triangle ADP$ 的面积比为 1:3, t 的值为 $\frac{3\sqrt{5}}{2}$ 或 $3\sqrt{5}$.