

江西师范大学

考试卷

年级 12 级 专业(学科) 计算机科学技术 1 班 — 13-14 学年 第 1 学期

课程号: 262008 课程名称: 离散数学 I (6 分) A 卷 ☒ B 卷 ☐

考试形式: ☐ 开卷 ☒ 闭卷 其他要求: _____

1. (12 分) 求下列复合命题公式的主析取范式与主合取范式。

$$P \vee (\neg P \rightarrow (Q \vee (\neg Q \rightarrow R)))$$

2. (12 分) 证明下列蕴含式:

$$\forall x(P(x) \vee Q(x)) \Rightarrow \forall xP(x) \vee \exists xQ(x)$$

3. (15 分) 设集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, R 为 A 上的二元关系。已知:

$$R = \{\langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 3, 1 \rangle, \langle 4, 2 \rangle\}。$$

(1) 写出 R 的关系矩阵, 并用关系矩阵的逻辑运算求复合关系 $R \circ R$ 。

(2) 求 $r(R)$, $s(R)$, $t(R)$ 。

4. (15 分) 设集合 $A = \{1, 2, 4\}$, 在集合 $A \times A$ 上定义二元关系 R , 且

$$R = \{\langle \langle x, y \rangle, \langle u, v \rangle \rangle \mid (x, y, u, v \in A) \wedge (xv = yu)\}$$

(1) 验证 R 为 $A \times A$ 上的等价关系。

(2) 求商集 $A \times A / R$

5. (15 分) 设 D_{24} 为 24 的因子的集合, 在 D_{24} 上定义整除关系 \prec , 即

$$\prec = \{\langle x, y \rangle \mid (x, y \in D_{24}) \wedge (x \mid y)\}$$

(1) 验证 $\langle D_{24}, \prec \rangle$ 为偏序集, 画出其哈斯图。

(2) 令 $B = \{2, 4, 6\}$, 求 B 的最大元, 最小元; 极大元, 极小元; 上界, 下界; 上确界与下确界。

6. (15 分) 设 $f: R \times R \rightarrow R \times R$, $f(\langle x, y \rangle) = \langle \frac{x+y}{2}, \frac{x-y}{2} \rangle$

(1) 求证 f 为双射。(2) 求 f 的逆函数 f^{-1} 。

7 (16 分) 设 $\langle R, * \rangle$ 为一代数系统, 其中 R 为实数集, 且对 $x, y \in R$ 定义

$$x * y = x + y - xy$$

问

(1) $\langle R, * \rangle$ 是否满足交换律和结合律, 为什么?

(2) $\langle R, * \rangle$ 是否有幺元, 如果有求其幺元。

(3) 指出 $\langle R, * \rangle$ 中哪些元素有逆元, 并求其逆元。

(4) $\langle R, * \rangle$ 是否为群, 为什么?

说明: 1. 试题间不留答题空间, 不得超出边框;

2., 学生作答时, 所有答案均按题号顺序写在答题纸上;

命题人 (签字): 熊晓华 试做人 (签字): 李佳 学院审核 (签字): _____