

A 卷参考答案

一、应用题 (每小题 10 分, 共 40 分)

1. 设 P : 你给我发了电子邮件, Q : 我写完程序, R : 我早点睡觉,
 S : 我第二天精神抖擞。

$$H : P \rightarrow Q, \neg P \rightarrow R, R \rightarrow S$$

$$C : \neg Q \rightarrow S$$

应列表推证结论正确。

2. 设 $P(x)$: x 喜欢步行, $Q(x)$: x 喜欢乘汽车, $R(x)$: x 喜欢骑自行车。

$$H : \forall x(P(x) \rightarrow \neg Q(x)), \forall x(Q(x) \vee R(x)), \exists x \neg R(x)$$

$$C : \exists x \neg P(x)$$

应列表推证结论正确 (注意先消去存在量词)。

3. 方案一 : 派 A 和 C 去 ; 方案二 : 派 B 去。

4. (12 级日语班不做) 能构成交换群。因为 $*$ 运算封闭, 可结合, 可交换, $e=2$, $\forall x \in Z, x^{-1} = 4-x$ 。

4. (仅 12 级日语班做) (2) 具有反自反性、反对称性和传递性。

二、计算题 (每小题 15 分, 共 30 分)

1. (1) $R = \{ \langle 1, 1 \rangle, \langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 1 \rangle \}$;

(2) $R^C = \{ \langle 1, 1 \rangle, \langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 1, 3 \rangle \}$;

(3) $\text{dom} R = \{1, 2, 3\}$; $\text{ran} R = \{1, 2\}$; $\text{fld} R = \{1, 2, 3\}$;

(4) $R \circ S = \{ \langle 1, 2 \rangle, \langle 1, 3 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 3, 2 \rangle, \langle 3, 3 \rangle \}$;

$$R^3 = \{ \langle 1, 1 \rangle, \langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 1 \rangle, \langle 1, 3 \rangle \}$$
 ;

(5) $r(R) = \{ \langle 1, 1 \rangle, \langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 1 \rangle, \langle 3, 3 \rangle \}$;

$$s(R) = \{ \langle 1, 1 \rangle, \langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 1 \rangle, \langle 1, 3 \rangle \} ;$$

$$d(R) = \{ \langle 1, 1 \rangle, \langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 1 \rangle, \langle 3, 2 \rangle \} .$$

2. 无最大元和最小元, 极大元是 $\{1, 2\}$ 和 $\{3\}$, 极小元是 $\{1\}$, $\{2\}$ 和 $\{3\}$, 上界和上确界都是 $\{1, 2, 3\}$, 下界和下确界都是 \emptyset 。

三、综合题 (每小题 15 分, 共 30 分)

1. (1) 证明 R 是 $A \times A$ 上的自反, 对称, 传递关系。

(2)

$$A \times A / R = \{ \{ \langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 3 \rangle, \langle 4, 4 \rangle \}, \{ \langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 3, 4 \rangle \}, \{ \langle 1, 3 \rangle, \langle 2, 4 \rangle \}, \{ \langle 1, 4 \rangle \}, \{ \langle 2, 1 \rangle, \langle 3, 2 \rangle, \langle 4, 3 \rangle \}, \{ \langle 3, 1 \rangle, \langle 4, 2 \rangle \}, \{ \langle 4, 1 \rangle \} \}$$

2. (1) 证明 f 是满射并且是入射。

(2) $f^{-1}: R \times R \rightarrow R \times R$, 且 $f^{-1}(\langle x, y \rangle) = \langle \frac{x+y}{2}, \frac{x-y}{2} \rangle$ 。