Ex 5.8. C_2 is uniquely decodeable.
        though it's not prefix code.

Ex 5.14 $\{l_i\}$ 满足 kraft 不等式

  把 长为 max l_i 的二元 codeword 按字典序从小到大排.

  把它们 从短到长排

  从最短开始. 对每一个, 依次从 codewords 里选连续的 $2^{max\, l_i - l_i}$ 个.
  取这 $2^{max\, l_i - l_i}$ 个里的前 l_i 位 (它们是一样的)

Ex5.16 $L(C, X) = \sum_i P_i\, l_i$.
  Huffman coding
  对概率最小的两个 symbol a 和 b. Huffman 编码的长度 $l_a = l_b$.
  设存在一个更好的编码 C':
      在某一步会就与 $a-b$ 不同长度. 设 $l'_a < l'_b$.
      存在 symbol c . $P_c > P_a$ $l'_c \geq l'_b$
      $P_a l'_a + P_b l'_b + P_c l'_c > P_a l'_c + P_b l'_b + P_c l'_a$
Ex5.19. No.
      $|||||$ 是 $||$ $|||$ 或 $|||$ $||$

Ex5.20. Yes. 它是 prefix code

Ex5.21

x^2	00	01	10	11	$L(C, X)$
P	0.81	0.09	0.09	0.01	1.29
code	0	10	110	111	

      $H(x^2) = 0.938$

Ex 5.22. $\left(\frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \quad 0\right)$

Ex.23
$$\vec{q_1} = \left(\frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \quad 0\right)$$
$$\vec{q_2} = \left(\frac{2}{5} \quad \frac{1}{5} \quad \frac{1}{5} \quad \frac{1}{5}\right)$$
$$\vec{q_3} = \left(\frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{6} \quad \frac{1}{6}\right)$$

Ex 5.25

Entropy $H = \sum p_i \log \frac{1}{p_i}$
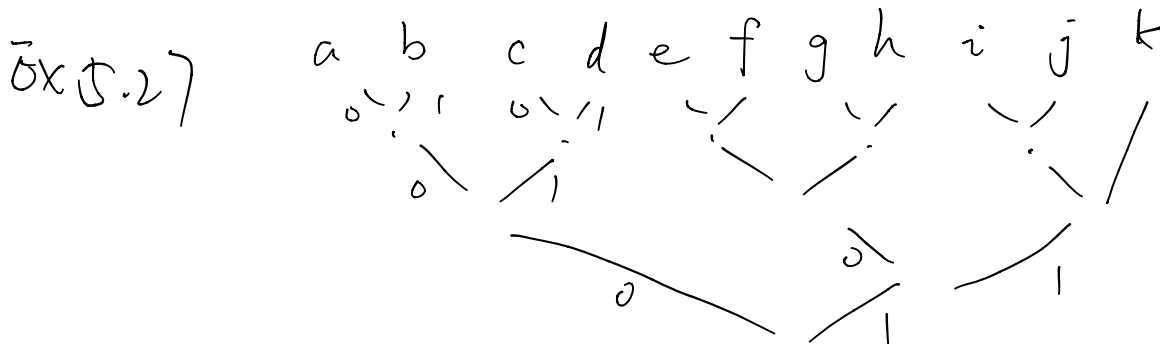$$= \sum_i -2^{n_i} n_i$$
$$\sum_i 2^{n_i} = 1$$

$L(C, x) = \sum_i p_i l_i = \sum_i 2^{n_i} l_i$

Huffman 求出来.

Ex 5.26.

Entropy $H = \sum p_i \log \frac{1}{p_i}$

Expected Length $L = \sum_i p_i l_i$

$\alpha \leq \max(P_{max}, 0.086)$

Ex 5.27

$$H = \log 11$$

$$L = \frac{1}{11} \times 5 \times 3 + \frac{1}{11} \times 6 \times 4$$

$$|H-L| = 0.086.$$

Ex 5-28

I 介于 2^{l^-}, 2^{l^+} 之间

每一个长 2^{l^-} 的 codeword 可以放走两个长 l^+ 的.

$$\therefore \quad I - 2^{l^-} = f^+ I / 2$$

$$f^+ = 2(1 - 2^{l^-}/I)$$

$$= 2 - 2^{l^+}/I$$

$$L = \frac{1}{I}(l^- f^- I + l^+ f^+ I) = l^-(1+f^+) + l^+ f^+$$

$$= l^+ - 1 + f^+$$

$$\Delta L = L - H(x) = l^+ + f^+ - 1 - \log_2 I$$

$$= \lceil \log_2 I \rceil + 1 - \frac{2^{\lceil \log_2 I \rceil}}{I} - \log_2 I$$

$$= \lceil \log_2 I \rceil - \log_2 I - 2^{\lceil \log_2 I \rceil - \log_2 I} + 1$$

$$\leq 1 - \frac{\ln(\ln 2)}{\ln 2} - \frac{1}{\ln 2} = 0.086. \quad (书答)$$

Ex 5.30   129

professor $= \frac{1}{129} 1 + \frac{128}{129} 8 = 7.945736434 1$

commissioner $= 7.015503875 97$

Ex 5.31 $\dfrac{\frac{1}{2} \times 0 + \frac{1}{4} + \frac{2}{8} + \frac{3}{8}}{\frac{1}{2} + \frac{2}{4} + \frac{3}{8} + \frac{3}{8}} = \dfrac{1}{2}$

Ex 5.32 每次报前9个P最小的领起来

Ex 5.33

贪心法 违背 kraft inequality

C_k. 把 x 变成长 $l_k(x)$.

$l'(x) = \log_2 k + \min\limits_{k} l_k(x)$ → 要从k个里选一个.

kraft cum

$$S = \sum_x 2^{-l'(x)} = \frac{1}{k} \sum_x 2^{-\min_k l_k(x)}$$

$$= \frac{1}{k} \sum_k \sum_{x \in A_k} 2^{-l_k(x)}$$ A_k 表示 $l_k(x)$ 最短

$$\le \frac{1}{k} \sum_{i=1}^{k} 1 = 1$$ $\sum_{x \in A_k} 2^{-l_k(x)} = 1$

"=" 成立需满足所有 x 在 A_k 里. 也就是 k=1. 矛盾.

∴ S < 1 矛盾