

Ex 4.1 12个球. 找出其中哪个跟其他质量不一样. 轻/重?

1.2.3.4 vs. 5.6.7.8 比.

if 平: (说明这8个都没问题)

1.2.3 vs. 9.10.11

if 平: (说明有问题的是12)

4 vs. 12 1轮查看结果

elif 9.10.11 轻: (9.10.11 有一个轻)

9 vs 10

if 平: 111 轻)

elif 不平 11谁轻谁不正常.

elif 9.10.11 重 (类上)

elif 1.2.3.4 重: (9.10.11.12 正常)

1.2.3.5 vs 4.9.10.11.

if 平: (6.7.8 有一个轻)

6 vs 7

if 平: 8 轻

else: 谁轻就是谁

elif 1.2.3.5 重: (1.2.3 有一个重)

1 vs 2

if 平: 3 重

else 谁重就是谁

else: 类上

Ex 4.2.

$$H(x) = \sum_i p_i \log_2 \frac{1}{p_i}$$

$$H(x, y) = \sum_{x, y} p(x, y) \log_2 \frac{1}{p(x, y)}$$

\Downarrow x, y are independent. $\Rightarrow p(x, y) = p(x)p(y)$

$$\begin{aligned} H(x, y) &= \sum_{x, y} p(x)p(y) \left(\log_2 \frac{1}{p(x)} + \log_2 \frac{1}{p(y)} \right) \\ &= \sum_{x, y} p(x) \log_2 \frac{1}{p(x)} p(y) + \sum_{x, y} p(y) \log_2 \frac{1}{p(y)} p(x) \\ &= \sum_x p(x) \log_2 \frac{1}{p(x)} + \sum_y p(y) \log_2 \frac{1}{p(y)} \\ &= H(x) + H(y) \end{aligned}$$

Ex. 4-3.

一共64个数. 每次只能回答 yes/no. 只能分成两部分
得到信息最多的方法. 2⁶. (6次)

$$\text{Shannon information: } 6 \times \log_2 \frac{1}{0.5} = 6$$

Ex 4.5 不行. 对于 $H_0(x) = \log_2 |A_x|$ 的, 该长度为 L

只能表示 $2^L < |A_x|$ 种结果.

Ex 4.8 两个 cups 之间的 H_S 是对数下降的.

Ex 4.11 每次有2结果. $2^4 = 16$. 所以最少称4次
每次称重把球分4份, 选其中两份称重

不管结果如何, 都能从4份中找到没问题的
两份. 把可能范围缩小一半.

最后剩2个球. 不知道哪所有问题, 剩1次机会.
找正常球和其中一个比.

Ex 4.13 能看懂, 但不知道怎么想到的

Ex 4.14. 6次. 如果3个球. 7次

Ex 4.15 $N=1$ $\frac{1}{N} H_8(X^N) = \begin{cases} 1 & \text{if } \delta < 0.2 \\ 0 & 0.2 \leq \delta \leq 1 \end{cases}$

$N=2$ $\frac{1}{2} H_8(X^2) = \begin{cases} 1 & \delta < 0.04 \\ \frac{\log_2 3}{2} & 0.04 \leq \delta < 0.2 \\ 0.5 & 0.2 \leq \delta < 0.36 \\ 0 & \text{else} \end{cases}$

Ex 4.18 $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{x^2+1} dx = \tan^{-1} x \Big|_{-\infty}^{\infty} = \frac{\pi}{2} - \frac{-\pi}{2} = \pi$

$\therefore Z = \pi$ $E(X) = \cancel{0}$

$Z = X_1 + X_2$

$P(Z) = \frac{1}{Z^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{x_1^2+1} \frac{1}{(Z-x_1)^2+1} dx_1 = \frac{1}{\pi^2} \frac{\pi}{Z^2+4}$