一、简答题（共三小题，每小题 10 分）

1.（10）写出电磁波在无源空间的波动方程，并判断场$\vec{E} = \hat{z}E_0 exp\big(j(wt - kz)\big)$是否满足该波动方程，该场是否为电磁波，给出单色平面电磁波$\vec{E}$， $\vec{B}$， $\vec{k}$三者之间的关系。

2. （10）写出电磁波的几种极化方式，给出判定左旋和右旋极化的依据并判断$\vec{E} = \hat{x}\mathrm{e}^{-j\pi z} + \hat{y}\mathrm{e}^{-j(\pi z+\frac{\pi}{2})}$为何种旋向。

3.（10）传输线上的波为全反射时，终端负载可能有哪些情况，其反射系数分别为多少？此时传输线上的电压波有何特点？

二、计算题（共五大题，其中第七题 10 分）

4.（15）在自由空间传播的均匀平面波的电场强度复矢量为（b,c 均为实数）：

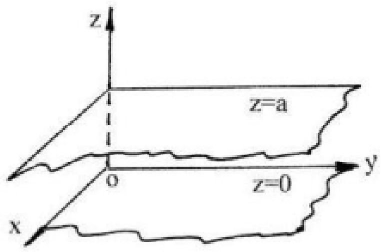
$$\vec{E} = (j\sqrt{2}\hat{x} + 2\hat{y} + j\sqrt{2}\hat{z})e^{-j(2x+by+cz)}$$

求：1）工作波长；2）磁感应强度；3）极化状态；4）平均能流密度

5.（15）两无限大相互平行的理想导体平板，间距为 a，其间存在一随时间变化的电场。当取其中一块板为 z=0 平面时，电场强度为（式中 c 是光速）：

$$\vec{E} = A\sin\frac{\pi \mathrm{z}}{\mathrm{a}}\cos\frac{\pi \mathrm{ct}}{\mathrm{a}}\vec{\mathrm{e}}_{\mathrm{x}}$$

求（1）磁感应强度$\vec{B}$；（2）导电板上的面电荷密度；（3）导电板上的面电流密度。

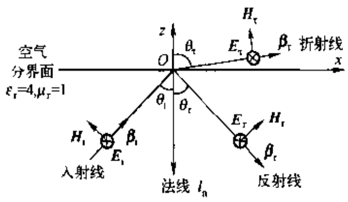


6.（15）频率为 $f = 300MHz$ 的电磁波，由媒质 $\varepsilon_r = 4, \mu_r = 1$ 斜入射到自由空间的交界面，入射波的电场与入射面夹角为$\frac{\pi}{4}$，试求：

（1）入射角取何值时，反射波电场垂直于入射平面

（2）在（1）情况下，求反射波功率与入射波功率之比

（3）若一束垂直极化波以60°入射（如右图所示），求折射波的传播方向和相速度



（第 3 小问图）

7.（10）设特征阻抗为 Z_0 的无耗传输线的驻波比为 ρ，第一个电压节点离负载的距离为$l_{\min 1}$，试证明此时终端负载为：$Z_l = Z_0\dfrac{1 - j\rho\tan\beta l_{\min 1}}{\rho - j\tan\beta l_{\min 1}}$

8.（15）在 Z_0=600Ω 的无耗传输线上，测得$|U|_{\max} = 200V, |U|_{\min} = 40V, l_{\min 1} = 0.15\lambda$。问负载 Z_L 为何值？今用短路并联枝节匹配，试求枝节位置 d 和长度 l。

参考答案

1. 波动方程：$\nabla^2 E - \mu\varepsilon \dfrac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0$

   该场满足波动方程，但不是电磁波

   三者满足：$\vec{E} \times \vec{k} = -\omega \vec{B}$

2. 1）线极化　2）圆极化　3）椭圆极化
   旋性判定：根据电场矢量与传播方向的旋转关系判定，矢量的旋转方向总是朝着相位滞后的方向旋转，成左手螺旋的是左旋，右手螺旋的是右旋。
   该波为右旋极化

3. 1）终端短路，反射系数为-1
   2）终端开路，反射系数为 1
   3）终端接纯电抗负载，反射系数为 exp(jψ)
   此时沿线电压波为纯驻波，在时间和空间上相差均为 pi/2

4. 解：

   $$\vec{E} \cdot \vec{k} = 0 \Rightarrow \vec{k} = 2\hat{x} - 2\hat{z}$$

   1）$$|k| = 2\sqrt{2}$$

   $$\lambda = \frac{2\pi}{k} = 2.22m$$

   2）由 $\vec{E} \times \vec{k} = -\omega \vec{B}$ 可知：

   $$\vec{B} = \frac{\vec{k} \times \vec{E}}{\omega} = \frac{1}{3} \times 10^{-8} (\sqrt{2}\hat{x} - 2j\hat{y} + \sqrt{2}\hat{z}) e^{-j(2x-2z)}$$

   3）左旋圆极化波

   4）$S_{av} = \dfrac{1}{2} \mathrm{Re}\left[E \times H^* \right] = \dfrac{\sqrt{2}}{60\pi} \left(\hat{x} - \hat{z} \right)$

5. 解：

   a. $\boldsymbol{E} = A \sin\frac{\pi z}{a} \cos\frac{\pi c t}{a} \boldsymbol{e}_x$ 满足在$z=0$, 和$z=a$面上的边界条件，

由Maxwell方程可作运算：

$$\nabla\times\boldsymbol{E}=-\frac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial t}=\boldsymbol{e}_y\frac{\partial}{\partial z}\left[A\sin\frac{\pi z}{a}\cos\frac{\pi ct}{a}\right]=\boldsymbol{e}_y\left[A\frac{\pi}{a}\cos\frac{\pi z}{a}\cos\frac{\pi ct}{a}\right]$$

$$\boldsymbol{B}=-\frac{A}{c}\boldsymbol{e}_y\cos\frac{\pi z}{a}\int\left[\cos\frac{\pi ct}{a}\right]\mathrm{d}\frac{\pi ct}{a}=-\frac{A}{c}\boldsymbol{e}_y\cos\frac{\pi z}{a}\sin\frac{\pi ct}{a}$$

式中积分常数因与时间无关，系静磁场，所以令其为零。

b.在z=0,和z=a面上,由边界条件 $\sigma_f=E_n\varepsilon_0=0$

c.由边界条件 $\boldsymbol{k}_f=\boldsymbol{e}_n\times(\boldsymbol{H}_2-\boldsymbol{H}_1)$，$\boldsymbol{e}_n$ 由1指向2，

在z=0面上,

$$\begin{cases}\boldsymbol{e}_n=\boldsymbol{e}_z,\boldsymbol{H}_2=\dfrac{\boldsymbol{B}}{\mu_0},\boldsymbol{H}_1=0\\ \boldsymbol{k}_f=-\dfrac{A}{\mu_0 c}\cos\dfrac{\pi z}{a}\sin\dfrac{\pi ct}{a}\boldsymbol{e}_z\times\boldsymbol{e}_y\Big|_{z=0}=\boldsymbol{e}_x\dfrac{A}{\mu_0 c}\sin\dfrac{\pi ct}{a}\end{cases}$$

在z=a面上,

$$\begin{cases}\boldsymbol{e}_n=\boldsymbol{e}_z,\boldsymbol{H}_1=\dfrac{\boldsymbol{B}}{\mu_0},\boldsymbol{H}_2=0\\ \boldsymbol{k}_f=\dfrac{A}{\mu_0 c}\cos\dfrac{\pi z}{a}\sin\dfrac{\pi ct}{a}\boldsymbol{e}_z\times\boldsymbol{e}_y\Big|_{z=a}=\boldsymbol{e}_x\dfrac{A}{\mu_0 c}\sin\dfrac{\pi ct}{a}\end{cases}$$

6. 解：

1）当入射角为布儒斯特角时，反射波无平行极化分量

此时 $\theta_i=\arctan\sqrt{\dfrac{\varepsilon_2\mu_2}{\varepsilon_1\mu_1}}=\arctan\dfrac{1}{2}$

2）在 1）的情形下，反射波满足：$\dfrac{E_r}{E_{is}}=\dfrac{\sqrt{\varepsilon_1}\cos\theta_i-\sqrt{\varepsilon_2}\cos\theta_t}{\sqrt{\varepsilon_1}\cos\theta_i+\sqrt{\varepsilon_2}\cos\theta_t}=\dfrac{3}{5}$

所以反射波振幅是入射波 s 极化分量的$\frac{3}{5}$，能量比为$\frac{9}{25}$

因为入射波电场与入射面有45°夹角，所以入射波的 s 极化和 p 极化振幅相等，能量均为总能量的 1/2

因此：$\dfrac{E_r}{E_i}=\dfrac{9}{25}\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{9}{50}$

3）临界角：$\theta_{ic}=\arcsin n_{21}=\dfrac{\pi}{6}<60^\circ$

由入射角和折射角的关系：$\sin\theta_t=\sqrt{\dfrac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}}\sin\theta_i>1$

$$\cos\theta_t=\sqrt{1-\sin^2\theta_t}=-j\sqrt{\sin^2\theta_t-1}=-j\sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\sin^2\theta_i-1}$$

折射波的传播因子：

$$\begin{aligned}&\exp[-j\beta_t(x\sin\theta_t+z\cos\theta_t)]\\&=\exp[-\beta_t z\sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\sin^2\theta_i-1}]\exp[-j\beta_t x\sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}}\sin\theta_i]\end{aligned}$$

可见折射波的传播方向为 x 方向

相速度：$v_p = \dfrac{\omega}{\beta_t \sin\theta_t} = \dfrac{\omega}{\beta_i \sin\theta_i} = \dfrac{c}{\sqrt{4}\sin\theta_i} = \sqrt{3}\times 10^8$ m/s

7. 证明：

$$\rho = \frac{1+|\Gamma_l|}{1-|\Gamma_l|}, \quad |\Gamma_l| = \frac{\rho-1}{\rho+1}$$

$$\varphi_l - 2\beta l_{\min 1} = \pi \qquad \varphi_l = 2\beta l_{\min 1} + \pi$$

$$\Gamma_l = |\Gamma_l| e^{j\varphi_l} = |\Gamma_l| e^{j(2\beta l_{\min 1}+\pi)} = -|\Gamma_l| e^{j(2\beta l_{\min 1})}$$

$$Z_l = Z_0 \frac{1+\Gamma_l}{1-\Gamma_l} = Z_0 \frac{1-|\Gamma_l| e^{j(2\beta l_{\min 1})}}{1+|\Gamma_l| e^{j(2\beta l_{\min 1})}} = Z_0 \frac{1-\dfrac{\rho-1}{\rho+1} e^{j(2\beta l_{\min 1})}}{1+\dfrac{\rho-1}{\rho+1} e^{j(2\beta l_{\min 1})}}$$

$$Z_l = Z_0 \frac{(\rho+1)e^{j(-\beta l_{\min 1})} - (\rho-1)e^{j(\beta l_{\min 1})}}{(\rho+1)e^{j(-\beta l_{\min 1})} + (\rho-1)e^{j(\beta l_{\min 1})}} = Z_0 \frac{2\cos\beta l_{\min 1} - 2j\rho\sin\beta l_{\min 1}}{2\rho\cos\beta l_{\min 1} - 2j\sin\beta l_{\min 1}} = Z_0 \frac{1-j\rho\tan\beta l_{\min 1}}{\rho - j\tan\beta l_{\min 1}}$$

8. 解：

根据定义 $\rho = \dfrac{|U|_{\max}}{|U|_{\min}} = 5$，画出等ρ圆交实轴左边 Rmin=0.2，向负载旋转 0.15 λ

可得：$\overline{ZL} = 0.46 - \mathrm{j}1.22$，$Z_L$=(0.46-j1.22)*600=276-j732Ω
反演成导纳计算 Y_L=0.32+j0.70（对应电长度 0.10）
按等Γ圆向电源旋转到匹配圆

$$Y_1 = 1.0 + j1.8\text{（对应0.18）}$$
$$Y_2 = 1.0 - j1.8\text{（对应0.32）}$$

枝节距离：
$$d_1 = (0.18-0.10)\lambda = 0.08\lambda$$
$$d_2 = (0.32-0.10)\lambda = 0.22\lambda$$

枝节长度：
$$l_1 = (0.33-0.25)\lambda = 0.08\lambda$$
$$l_2 = (0.17+0.25)\lambda = 0.42\lambda$$