期中复习提纲

一、时变电磁场

1.时变电磁场的特点
- 位移电流
- Maxwell 方程

2. 电磁场的边界条件
- 一般形式
- 特殊形式
- 唯一性原理

3. 电磁场的能量和动量
- 能流密度
- Poynting定理
- 电磁场动量

二、电磁波传播

1. 电磁波的波动方程和平面电磁波解、
   - 波动方程的形式（时域，频域）
   - 平面电磁波解的基本特性
2. 平面电磁波在媒质中的传播
   - 无耗媒质
   - 有耗媒质
   - 等离子媒质
   - 左手媒质
3. 电磁波在界面上的反射和透射
   - 界面反射和透射的导出
   - 反射和透射的方向
     - ü 反射和折射定理
     - ü 反射和透射的k空间表示
   - 反射和透射的大小：菲涅耳公式

4．几种界面上的反射和透射

- 介质—介质
- 介质—金属
- 介质—左手材料

5．波包

- 波包的特点
- 群速度和相速度

三、传输线理论

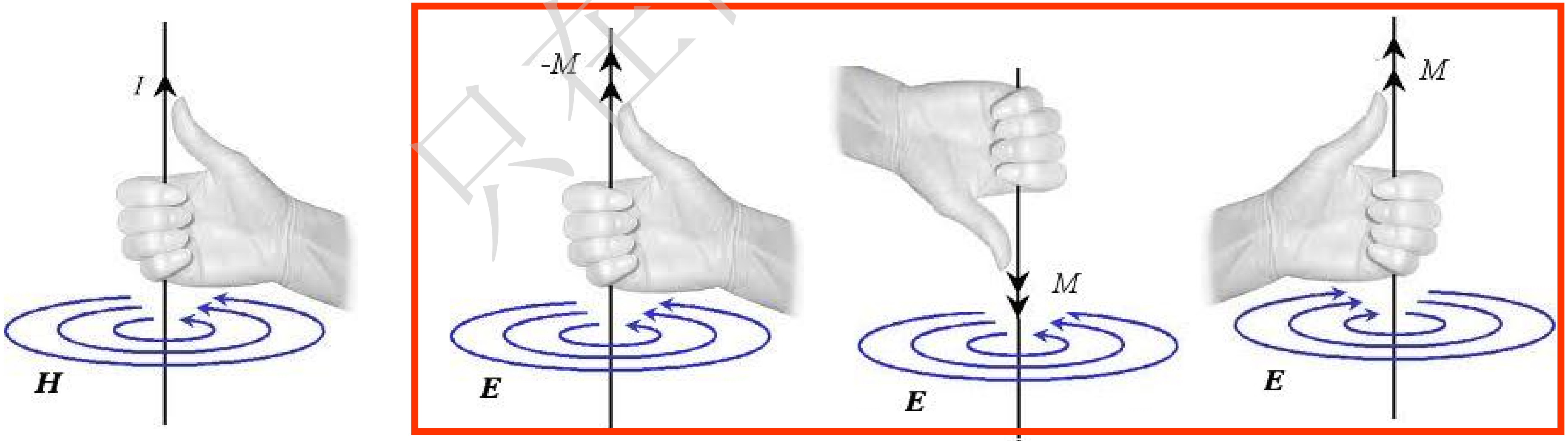
1. 电报方程及其解
   - 电报方程形式、解的形式
   - 参量：传播常数，相位常数、衰解常数、特性阻抗
   - 无耗传输线和低耗传输线
2. 接终端负载的传输输线
   - 解的形式
   - 反射系数、电压驻波比、输入阻抗
   - 终端阻抗的几种特殊形式
     - ü 匹配
     - ü 开路
     - ü 短路
     - ü 电抗

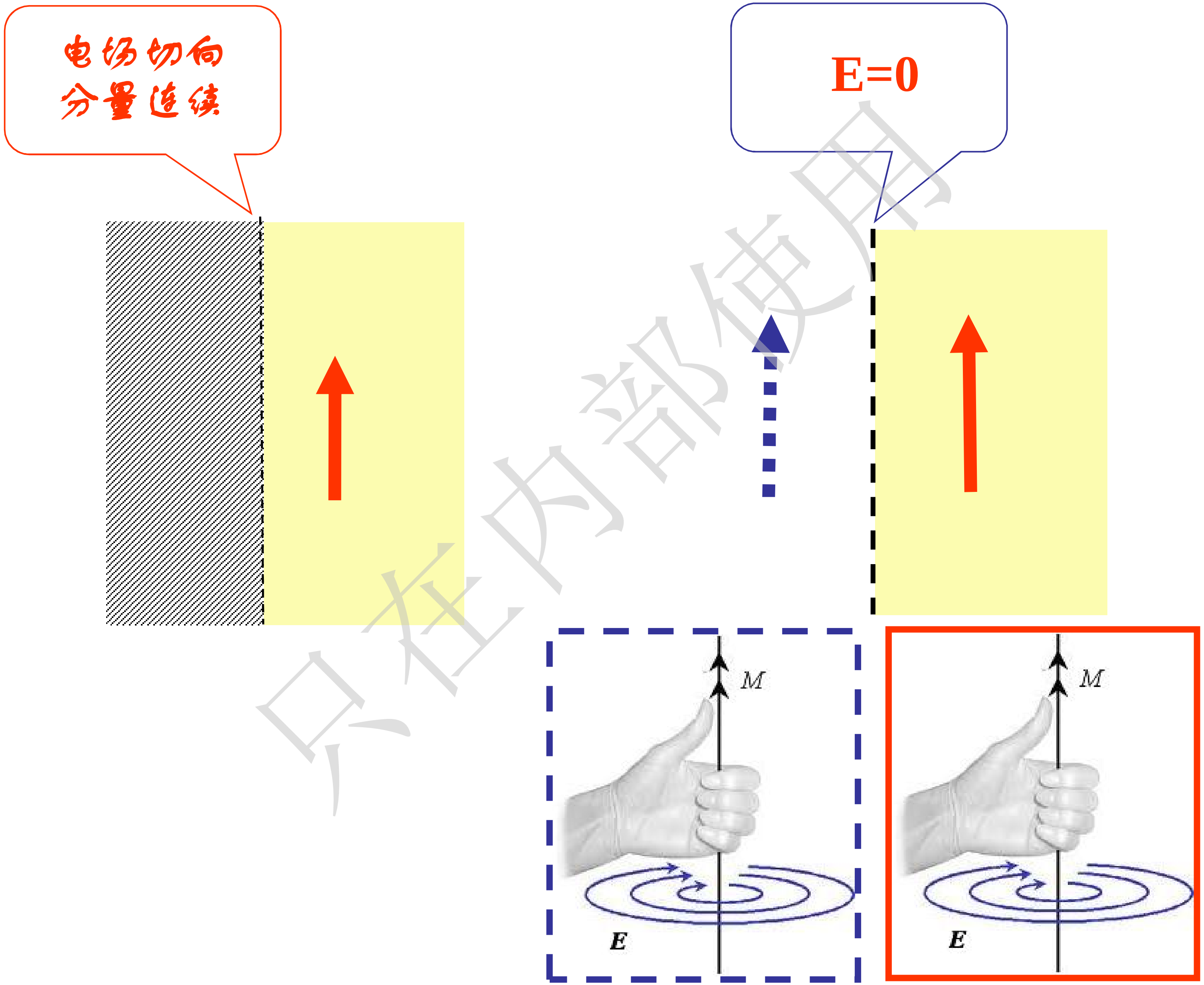
3. 有耗传输线的特点
4. 与传输线相关的计算
5. Smith圆图
    - 认识Smith圆图
    - Smith 圆图的使用
    - 传输线的阻抗匹配以及阻抗匹配的意义

磁流元的镜像原理。磁流元是电流元的对偶形式，边界条件要求磁流元的磁场切向连续。试画出接地金属壁前磁流元的镜像。

$$\nabla\times\vec{H}=\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}+\vec{j}_f \qquad \nabla\times\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}+\left(-\vec{M}\right)$$

$$\oint_l \vec{H}\cdot d\vec{l}=I_0 \qquad \oint_l \vec{E}\cdot d\vec{l}=\left(-I_m\right)$$




电场切向
分量连续
E=0
M
E
M
E

例题：一理想导体构成的同轴线内外导体间填充 $m_r = 1, e_r = 4$ 的理想电介质，若传输TEM波的电场表达为，

$$E(t) = e_r \frac{E_0}{r} \cos(wt - 2p\,z)$$

试写出磁场表达式，求解角频率，并计算坡印亭矢量。

提示：
（1）通过麦克斯韦方程组求解磁场强度
（2）利用电场强度和磁场强度求出波阻抗，求出角频率。
（3）再利用电场和磁场求得坡印亭矢量。

解：通过麦克斯韦第二方程，

$$\nabla\times\vec{A}=\frac{1}{\rho}\begin{vmatrix}\vec{e}_\rho & \vec{e}_\varphi & \vec{e}_z\\ \frac{\partial}{\partial\rho} & \frac{\partial}{\partial\varphi} & \frac{\partial}{\partial z}\\ A_\rho & \rho A_\varphi & A_z\end{vmatrix}$$

$$\nabla\times\vec{E}=-j\omega\mu\vec{H}$$

可得求得磁场强度的解可以为

$$H=e_\varphi\frac{2\pi E_0}{\omega\mu\rho}\cos(\omega t-2\pi z)$$

由电场和磁场强度，得到电磁波的波阻抗

$$\eta=\sqrt{\frac{E_\rho}{H_\varphi}}=\frac{\omega\mu}{2\pi}=\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$$

$$\omega=\frac{2\pi}{\sqrt{\mu\varepsilon}}=\frac{\pi}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}\approx 3\pi\times10^8\ \text{rad/s}$$

代入磁场表达式得

$$\vec{H} = e_\phi \frac{1}{\eta} \cdot \frac{E_0}{r} \cos(\omega t - 2\pi z)$$

$$= e_\phi \frac{1}{60\pi} \cdot \frac{E_0}{r} \cos(3\pi \times 10^8 t - 2\pi z)$$

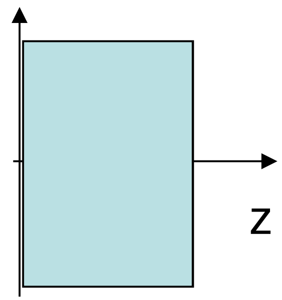
坡印亭矢量为：

$$S = E \times H$$

$$= (e_r \times e_\phi) \frac{E_0}{r} \cos(\omega t - 2\pi z) \cdot \frac{1}{60\pi} \cdot \frac{E_0}{r} \cos(\omega t - 2\pi z)$$

$$= e_z \frac{1}{60\pi} \cdot \frac{E_0^{\ 2}}{r^2} \cos^2(3\pi \times 10^8 t - 2\pi z)$$

例题：均匀平面波由空气斜射到理想导体表面（z＝0处的平面），已知入射波电场为



$$E_y^+ = E_0 e^{j(wt-\sqrt{3}x-z)}$$

试求：

（1）工作波长；（2）工作频率；（3）入射角；

（4）反射波电场的表示式；（5）合成波电场的表示式。

提示：

（1）这是斜入射理想导体的问题，入射面沿着xOz 平面。

（2）求解本题首先要对入射方向有个准确的判断及表达：

$$\sqrt{3}x = k_x x = k\sin q_i x, \quad z = k_z z = k\cos q_i z$$

（3）注意波矢量k分解后各个分量之间的关系 $k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2}$

（4）波矢量在xOy平面，$k_y = 0, k_x = k\sin q_i, k_z = k\cos q$

解：

（1）根据已知条件可得 $k=\sqrt{k_x^2+k_z^2}=2$，所以

$$k=2p/l=2,\quad l=3.14\mathrm{m}$$

（2） $f=c/l=9.55\times10^7\,\mathrm{Hz}$

（3）因为 $\sqrt{3}x=k_x x=\left(k\sin q_i\right)x$，所以 $q_i=60^{\circ}$ 。

（4）根据边界处的切向电场连续，垂直极化波斜入射理想表面时反射系数为R＝-1，故反射波电场强度为

$$E_y^{-}=R\left(e_y E_0 e^{j(9.55\times10^7 t-\sqrt{3}x+z)}\right)$$

（5）合成波表达式为

$$
\begin{aligned}
E_y &= e_y E_0 e^{j(wt-k_x x-k_z z)} - e_y E_0 e^{j(wt-k_x x+k_z z)} \\
&= -e_y\left(j2E_0 \sin k_z z\right) e^{j(wt-k_x x)} \\
&= -e_y\left(j2E_0 \sin z\right) e^{j(9.55\times10^7 t-\sqrt{3}x)}
\end{aligned}
$$

例题：已知真空平面波的电场强度为

$$\vec{E}(r)=(4e_x-3e_y+j5e_z)e^{-j\pi(3x+4y)}$$

求：

（1）该平面波的频率；

（2）磁感应强度B(r)；

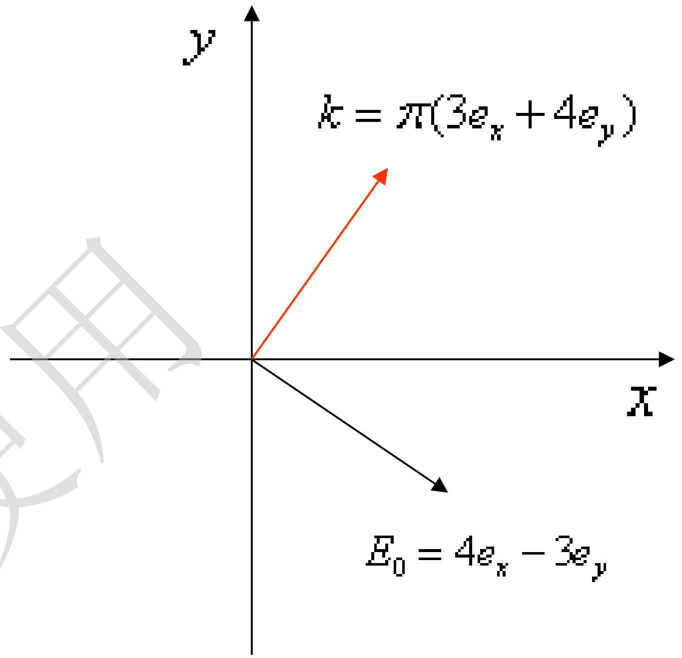
（3）能流密度矢量的平均值 S_{av} ；

（4）平面波的极化特性及其旋转方向。

提示：
本题的难点是极化特性及其旋转方向的判定，这是一类典型问题，请结合题中图示仔细体会。

解：（1）$\vec{k}=\pi(3e_x+4e_y)\Rightarrow k=|\vec{k}|=5\pi$

$$f=\frac{kc}{2\pi}=7.5\times10^{8}\,Hz$$



（2）磁场强度为

$$\vec{H}(r)=\frac{1}{\eta_0}e_k\times\vec{E}$$

$$=\frac{1}{\eta_0}(\frac{3}{5}e_x+\frac{4}{5}e_y)\times(4e_x-3e_y+j5e_z)e^{-j\pi(3x+4y)}$$

$$=\frac{1}{\eta_0}(4je_x-3je_y-5e_z)e^{-j\pi(3x+4y)}$$

故磁感应强度为

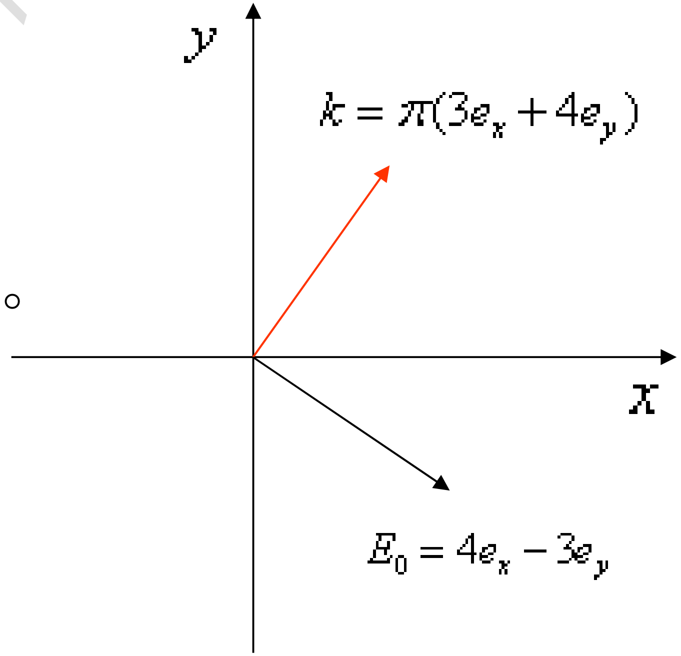
$$\vec{B}(r)=\mu_0\vec{H}(r)=\frac{1}{3}\times10^{-8}(4je_x-3je_y-5e_z)e^{-j\pi(3x+4y)}$$

(3) $S_{av}=\frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\vec{E}\times\vec{H}^{*}\right]=\frac{1}{2h}\left|\vec{E}\right|^{2}e_{k}=\frac{1}{8p}e_{x}+\frac{1}{6p}e_{y}$

(4) $\vec{E}(r)=(4e_{x}-3e_{y}+e^{jp/2}5e_{z})e^{-jp(3x+4y)}=\left(5e_{s}+e^{jp/2}5e_{z}\right)e^{-jp(3x+4y)}$

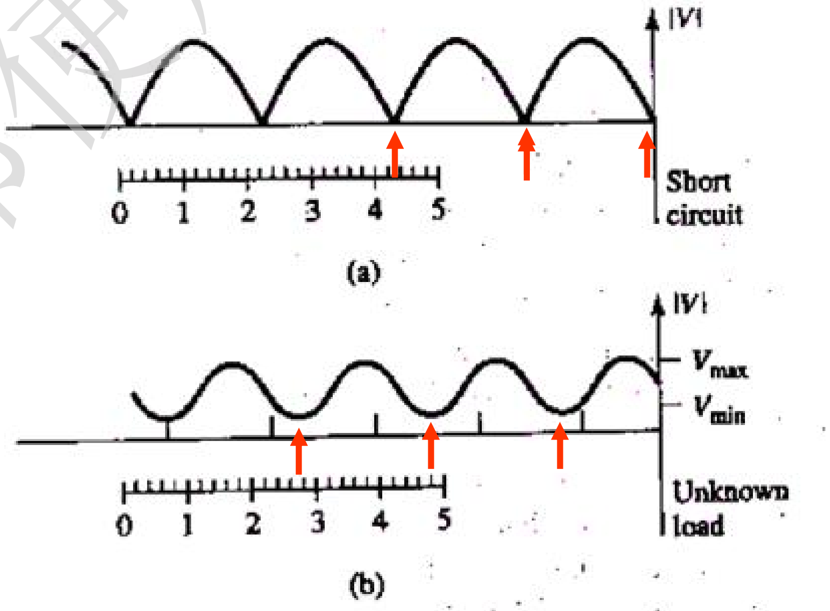
x和y方向时间相位相同，合成矢量的模值为5，
z方向的模值也是5，但和xy方向合成矢量的时间相位
差90度，因此是圆极化波。

旋转方向的判别，是根据电场强度矢量和传播方向的旋转关系判定，成左手螺旋的是左旋，右手螺旋的是右旋。而矢量的旋转方向总是朝着相位滞后的方向旋转。



因此为右旋圆极化波。

例题：50Ω测量线接短路器后的电压分布如图（a）所示。波节点的位置为：Z=0.2，2.2，4.2 cm。当接上被测负载后，测得其中的驻波系数为1.5。波节点的位置为：z=0.72，2.72，4.72 cm，如图(b) 所示。求负载阻抗。



解：

（1）由短路时的波节点位置，得到测量线中的波长是4.0cm。

（2） 由接负载后波节点位置得到负载前面的第一个波节点位置为：l = 4.2-2.72 = 1.48cm = 0.37λ

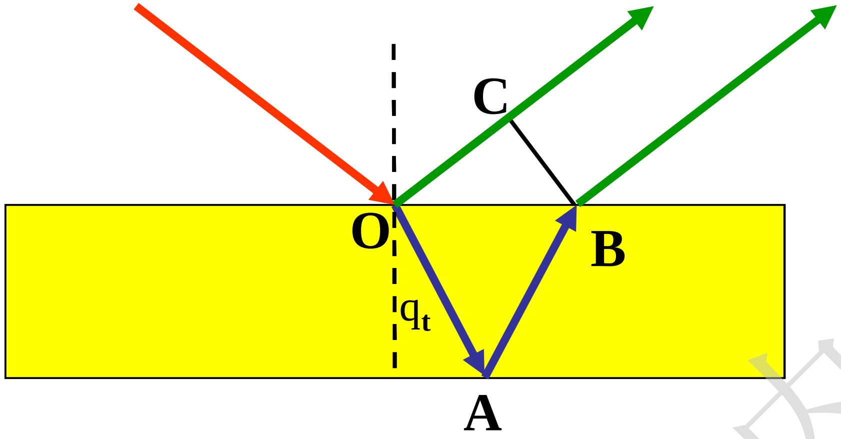
（3）$|\Gamma| = \frac{r-1}{r+1} = \frac{1.5-1}{1.5+1} = 0.2;\quad q = p + \frac{2\times 2p}{4.0}(1.48) = 86.4^{0}$

（4）$Z_L = Z_0 \frac{1+\Gamma}{1-\Gamma} = 47.3 + j19.7\,\Omega$

电磁波在媒质中和在传输线中传播的类比

	均匀传输线	无限大均匀媒质
系统参数	单位长度的分布参数 L_0、C_0、R_0、G_0	介电常数 $\varepsilon=\varepsilon_0(\varepsilon_1-\mathrm{j}\,\varepsilon_2)$ 导磁系数 $\mu=\mu_0(\mu_1-\mathrm{j}\,\mu_2)$ 电导率 σ
沿 z 方向传播的波	$\frac{V}{I}(z,t)$	$\boldsymbol{E}=\boldsymbol{i}_x E$，$\boldsymbol{H}=\boldsymbol{i}_y H$，$\frac{E}{H}(z,t)$
微分方程	$\begin{cases}\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}z}+(R_0+\mathrm{j}\,\omega L_0)I=0\\ \frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}z}+(G_0+\mathrm{j}\,\omega C_0)V=0\end{cases}$	$\begin{cases}\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}z}+\mathrm{j}\,\omega\mu H=0\\ \frac{\mathrm{d}H}{\mathrm{d}z}+(\sigma+\mathrm{j}\,\omega\varepsilon)E=0\end{cases}$
波动方程	$\frac{\mathrm{d}^2V}{\mathrm{d}z^2}-(R_0+\mathrm{j}\,\omega L_0)(G_0+\mathrm{j}\,\omega C_0)V=0$ $\frac{\mathrm{d}^2I}{\mathrm{d}z^2}-(R_0+\mathrm{j}\,\omega L_0)(G_0+\mathrm{j}\,\omega C_0)I=0$	$\frac{\mathrm{d}^2E}{\mathrm{d}z^2}-\mathrm{j}\,\omega\mu(\sigma+\mathrm{j}\,\omega\varepsilon)E=0$ $\frac{\mathrm{d}^2H}{\mathrm{d}z^2}-\mathrm{j}\,\omega\mu(\sigma+\mathrm{j}\,\omega\varepsilon)H=0$
波的解	$u(z,t)=Ae^{\mathrm{j}\omega t-\gamma z}+Be^{\mathrm{j}\omega t+\gamma z}$ $i(z,t)=\frac{1}{Z_0}(Ae^{\mathrm{j}\omega t-\gamma z}-Be^{\mathrm{j}\omega t+\gamma z})$	$E(z,t)=Ae^{\mathrm{j}\omega t-\gamma z}+Be^{\mathrm{j}\omega t+\gamma z}$ $H(z,t)=\frac{1}{\eta}(Ae^{\mathrm{j}\omega t-\gamma z}-Be^{\mathrm{j}\omega t+\gamma z})$
传播常数	$\gamma=\sqrt{(R_0+\mathrm{j}\,\omega L_0)(G_0+\mathrm{j}\,\omega C_0)}$	$\gamma=\sqrt{\mathrm{j}\,\omega\mu(\sigma+\mathrm{j}\,\omega\varepsilon)}$
阻抗	特性阻抗 $Z_0=\sqrt{\frac{R_0+\mathrm{j}\,\omega L_0}{G_0+\mathrm{j}\,\omega C_0}}$	波阻抗 $\eta=\sqrt{\frac{\mathrm{j}\,\omega\mu}{\sigma+\mathrm{j}\,\omega\varepsilon}}$
无耗时	$R_0=G_0=0$ $\gamma=\mathrm{j}\,\omega\sqrt{L_0C_0}$ $Z_0=\sqrt{\frac{L_0}{C_0}}$	$\mu_2=\varepsilon_2=\sigma=0$ $\gamma=\mathrm{j}\,\omega\sqrt{\mu\varepsilon}$，$\eta=\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$ $\Big\}$ $\mu=\mu_0\mu_1$，$\varepsilon=\varepsilon_0\varepsilon_1$

例题：应用传输线理论计算电磁波在无限大薄板上的反射系数



$$f = \left(k_0 n \cos q_t\right)(2d) = k_z (2d)$$

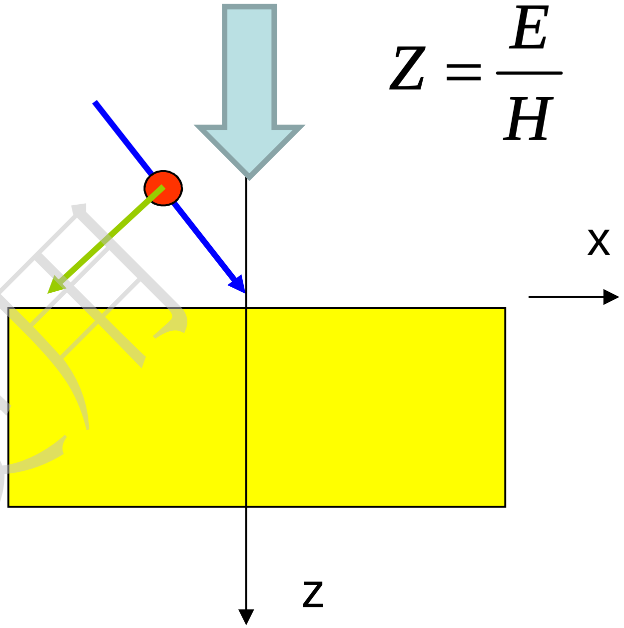
$$R = r_1 + t_1' r_2 t_1 e^{-jk_z(2d)} + \ldots$$

$$r^{(s)} = \frac{E_{r0}}{E_0} = \frac{\sqrt{e_1/m_1}\cos q_i - \sqrt{e_2/m_2}\cos q_t}{\sqrt{e_1/m_1}\cos q_i + \sqrt{e_2/m_2}\cos q_t} = \frac{h_2/\cos q_t - h_1/\cos q_i}{h_2/\cos q_t + h_1/\cos q_i}$$

$$r^{(p)} = \frac{E_{r0}}{E_0} = \frac{\sqrt{e_2/m_2}\cos q_i - \sqrt{e_1/m_1}\cos q_t}{\sqrt{e_2/m_2}\cos q_i + \sqrt{e_1/m_1}\cos q_t} = -\frac{h_2 \cos q_t - h_1 \cos q_i}{h_2 \cos q_t - h_1 \cos q_i}$$

沿垂直于界面的电磁波的波阻抗是

$$Z_z = \frac{E_x}{H_y}$$



$$Z = \frac{E}{H}$$

（1）垂直极化（s波）

$$Z_z^{(s)} = \frac{E}{H\cos\theta} = \frac{\eta}{\cos\theta} = \frac{\sqrt{\mu/\varepsilon}}{k\cos\theta}\left(\omega\sqrt{\mu\varepsilon}\right) = \frac{\omega\mu}{k_z}$$

（2）平行极化（p波）

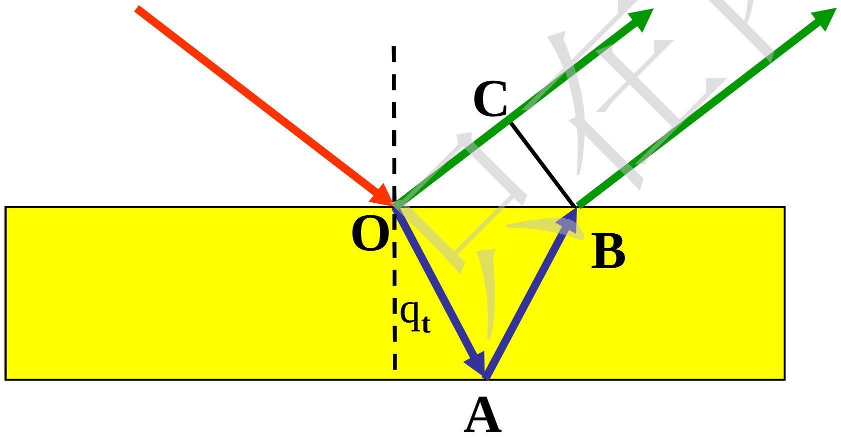
$$Z_z^{(p)} = \frac{E\cos\theta}{H} = \eta\cos\theta = \frac{\sqrt{\mu/\varepsilon}}{\left(\omega\sqrt{\mu\varepsilon}\right)}k\cos\theta = \frac{k_z}{\omega\varepsilon}$$

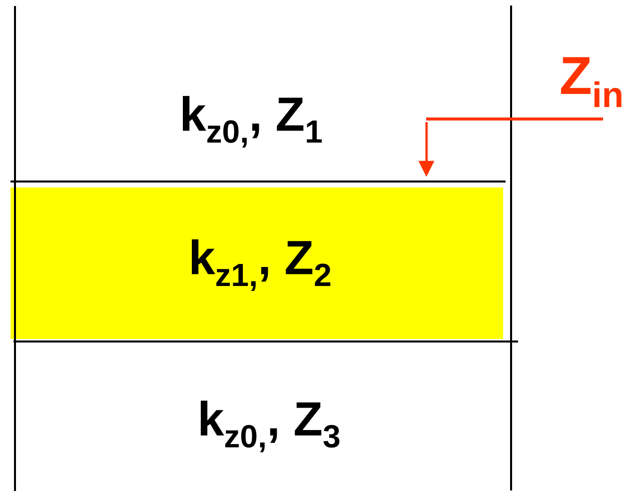
比较平面电磁波的波动方程和低耗传输线方程：

$$\nabla^2 \vec{E} + w^2 m e \vec{E} = 0 \qquad \frac{d^2 U(z)}{dz^2} - w^2 L_0 C_0 U(z) = 0$$

电磁波的波阻抗与低耗传输线方程的特征阻抗对应：

$$h = \sqrt{\frac{m}{e}} \quad \leftrightarrow \quad Z_0 = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}}$$





z=0处的输入阻抗为：

$$Z_{in} = Z_2 \frac{Z_3 + jZ_2 \tan k_{z2} d}{Z_2 + jZ_3 \tan k_{z2} d}$$

z=0处的反射系数为：

$$\Gamma = \frac{Z_{in} - Z_1}{Z_{in} + Z_1}$$

定义界面反射系数：

$$r_{12} = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1}, \quad r_{23} = \frac{Z_3 - Z_2}{Z_3 + Z_2}$$

$$Z_{in} = Z_2 \frac{1 + r_{23} e^{-j2k_{z2}d}}{1 - r_{23} e^{-j2k_{z2}d}}$$

$$\boxed{\Gamma = \frac{r_{12} + r_{23} e^{-j2k_{z2}d}}{1 + r_{12} r_{23} e^{-j2k_{z2}d}}}$$