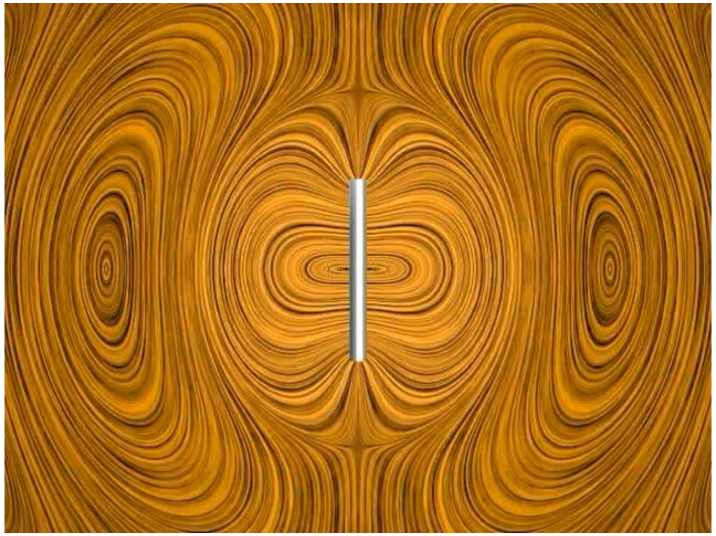
2.6 坡印亭定理与电磁场能量守恒

- 电磁场是一种特殊的物质，它也具有能量，并可与一般物质之间进行能量转换，并满足能量守恒定律。
- 电磁场能量按一定方式分布于场内，随场的运动而在空间传播。



交变电流导线
形成的电磁场

场的能量密度：单位体积内的电磁场能量，是空间、时间的函数。

场的能流密度（矢量）：单位时间垂直流过单位横截面的电磁场能量，方向表示能量传输方向。

矢量恒等式：$\nabla \bullet (\boldsymbol{E}\times \boldsymbol{H}) = \boldsymbol{H}\bullet(\nabla\times\boldsymbol{E}) - \boldsymbol{E}\bullet(\nabla\times\boldsymbol{H})$

Maxwell Eq

$$\nabla \bullet (\boldsymbol{E}\times \boldsymbol{H}) = \boldsymbol{H}\bullet\left(-\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}\right) - \boldsymbol{E}\bullet\boldsymbol{j} - \boldsymbol{E}\bullet\frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}$$

当介质为线性介质时，
ε 、μ 为常量：

$$\boldsymbol{H}\bullet\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} = \mu\boldsymbol{H}\bullet\frac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{2}\mu H^2\right) = \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\boldsymbol{B}\bullet\boldsymbol{H}}{2}\right)$$

$$\boldsymbol{E}\bullet\frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} = \varepsilon\boldsymbol{E}\bullet\frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{2}\varepsilon E^2\right) = \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\boldsymbol{D}\bullet\boldsymbol{E}}{2}\right)$$

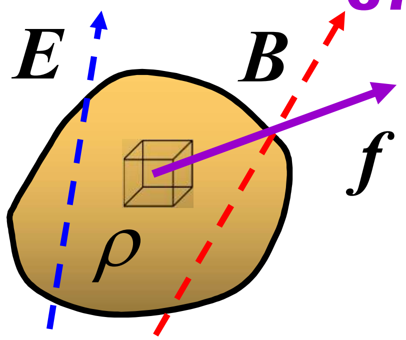
$$\nabla \bullet (\boldsymbol{E}\times \boldsymbol{H}) = -\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\boldsymbol{B}\bullet\boldsymbol{H}+\boldsymbol{D}\bullet\boldsymbol{E}}{2}\right) - \boldsymbol{E}\bullet\boldsymbol{j}$$

$$-\frac{\partial}{\partial t}\int\frac{\boldsymbol{B}\bullet\boldsymbol{H}+\boldsymbol{D}\bullet\boldsymbol{E}}{2}\mathrm{d}\tau = \int\boldsymbol{E}\bullet\boldsymbol{j}\mathrm{d}\tau + \int\nabla\bullet(\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H})\mathrm{d}\tau$$

玻印亭定理：

$$\boxed{-\frac{\partial}{\partial t}\int\frac{\boldsymbol{B}\bullet\boldsymbol{H}+\boldsymbol{D}\bullet\boldsymbol{E}}{2}\mathrm{d}\tau = \int\boldsymbol{E}\bullet\boldsymbol{j}\mathrm{d}\tau + \oint(\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H})\bullet\mathrm{d}\boldsymbol{s}}$$

玻印亭定理的物理意义：



洛仑兹力 $\boldsymbol{f}\,\mathrm{d}\tau = \rho\,\mathrm{d}\,\tau\,(\boldsymbol{E}+\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B})$

电磁场作的功率：
$$\boldsymbol{v}\bullet\boldsymbol{f}\mathrm{d}\tau = \rho\,\mathrm{d}\,\tau\left[\boldsymbol{v}\bullet\boldsymbol{E}+\boldsymbol{v}\bullet(\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B})\right]$$
$$=\rho\,\boldsymbol{v}\bullet\boldsymbol{E}\mathrm{d}\,\tau = \boldsymbol{j}\bullet\boldsymbol{E}\mathrm{d}\tau$$

$$P=\int \boldsymbol{j}\bullet\boldsymbol{E}\,\mathrm{d}\,\tau$$

将积分区间扩展到无限远，且无限远不存在电磁场，一般 $E\propto 1/r^2$，$H\propto 1/r^2$，$\mathrm{d}s\propto r^2$

$$\boxed{-\frac{\partial}{\partial t}\int\frac{\boldsymbol{B}\bullet\boldsymbol{H}+\boldsymbol{D}\bullet\boldsymbol{E}}{2}\mathrm{d}\tau=\int\boldsymbol{E}\bullet\boldsymbol{j}\,\mathrm{d}\tau+\oint(\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H})\bullet\mathrm{d}\boldsymbol{s}} \Rightarrow -\frac{\partial}{\partial t}\int\frac{\boldsymbol{B}\bullet\boldsymbol{H}+\boldsymbol{D}\bullet\boldsymbol{E}}{2}\mathrm{d}\tau=\int\boldsymbol{E}\bullet\boldsymbol{j}\,\mathrm{d}\tau$$

电磁场的能量密度： $u=\dfrac{\boldsymbol{B}\bullet\boldsymbol{H}+\boldsymbol{D}\bullet\boldsymbol{E}}{2}$ 仅适用于线性介质

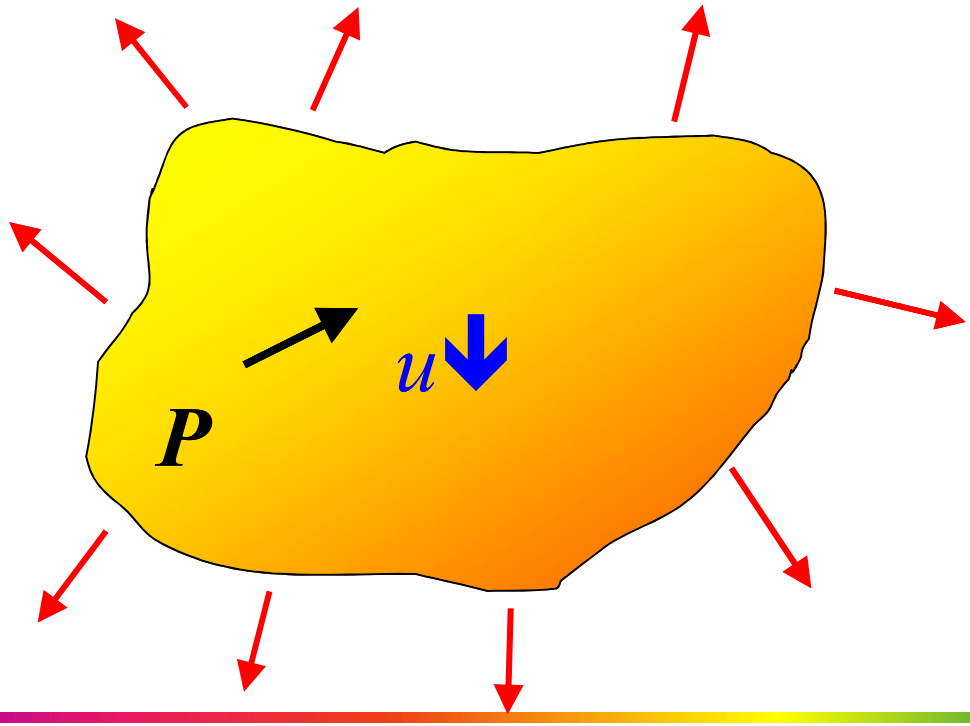
单位时间内从包围积分区域的闭合面上流出的能量 $\oint(\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H})\bullet\mathrm{d}\boldsymbol{s}$

能流密度，玻印亭矢量 $\boxed{\boldsymbol{g}=\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H}}$

玻印亭定理：

$$-\frac{\partial}{\partial t}\int \frac{\boldsymbol{B}\bullet\boldsymbol{H}+\boldsymbol{D}\bullet\boldsymbol{E}}{2}\,\mathrm{d}\tau=\int \boldsymbol{E}\bullet\boldsymbol{j}\,\mathrm{d}\tau+\oint(\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H})\bullet\mathrm{d}\boldsymbol{s}$$

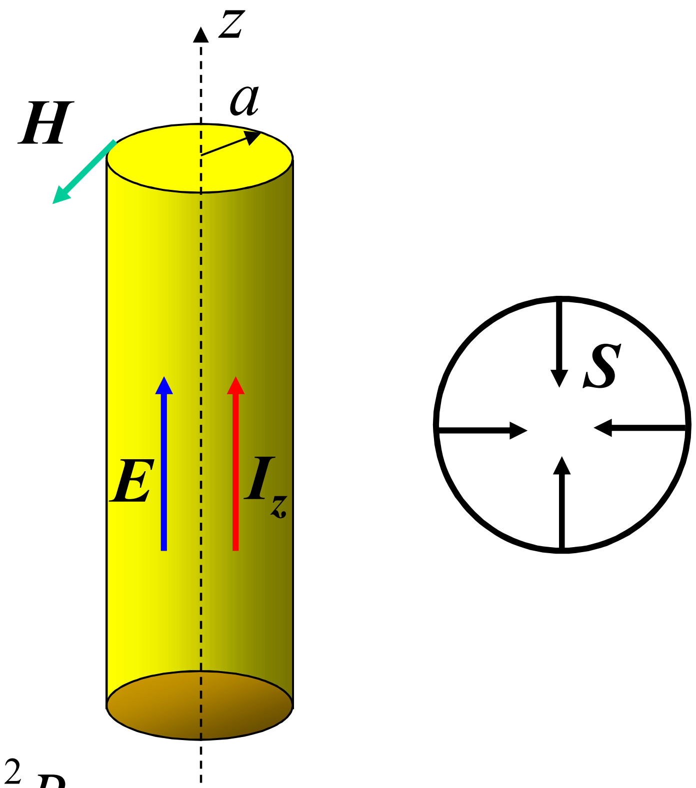
电磁场能量减少　　电磁场作的功率　　流出的能量



时谐电磁场：流出体积的总电磁能量的时间平均值：

$$\oint_S \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left(\dot{\boldsymbol{E}}\times\dot{\boldsymbol{H}}^*\right)\bullet d\boldsymbol{S}$$

例: 半径为a的导线通以直流电流$\boldsymbol{I}_z$，单位长度的电阻为R。应用Poynting矢量计算该导线单位长度的损耗功率。



$$E_z = V = I_z R$$

$$H_\phi = \frac{I_z}{2\pi a}$$

$$\boldsymbol{S} = \boldsymbol{e}_z E_z \times \boldsymbol{e}_\varphi H_\phi = -\boldsymbol{e}_r E_z H_\phi = -\boldsymbol{e}_r \frac{1}{2\pi a} I_z^{\ 2} R$$

$$P_L = -\oint_S \boldsymbol{S} \bullet \boldsymbol{ds} = -\oint_S \boldsymbol{S} \bullet \boldsymbol{e}_r dS_{side} = \oint_S \frac{1}{2\pi a} I_z^{\ 2} R dS_{side} = I_z^{\ 2} R$$

2.7 电磁场的动量

张量

两个矢量直接相乘构成张量 $\overleftrightarrow{T}=\boldsymbol{ab}$ 有九个分量：$\begin{pmatrix} a_1b_1 & a_1b_2 & a_1b_3 \\ a_2b_1 & a_2b_2 & a_2b_3 \\ a_3b_1 & a_3b_2 & a_3b_3 \end{pmatrix}$

二阶张量，三阶张量： $\boldsymbol{abc}$

二阶张量运算规则：

（1）运算符号与相邻矢量元素相作用：$(\boldsymbol{ab})\bullet(\boldsymbol{cd})=\boldsymbol{a}(\boldsymbol{b}\bullet\boldsymbol{c})\boldsymbol{d}=(\boldsymbol{b}\bullet\boldsymbol{c})\boldsymbol{ad}$

（2）前后次序不能对调： $\boldsymbol{ab}\neq\boldsymbol{ba}$ $\qquad (\boldsymbol{ab})\bullet\boldsymbol{c}\neq\boldsymbol{c}\bullet(\boldsymbol{ab})$

（3）二阶张量的二次点乘为标量：$(\boldsymbol{ab}):(\boldsymbol{cd})=(\boldsymbol{b}\bullet\boldsymbol{c})(\boldsymbol{a}\bullet\boldsymbol{d})$

（4）单位二阶张量：$\overleftrightarrow{S}=\boldsymbol{e}_x\boldsymbol{e}_x+\boldsymbol{e}_y\boldsymbol{e}_y+\boldsymbol{e}_z\boldsymbol{e}_z$

$$=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

性质：

$$\boldsymbol{a}\bullet\overleftrightarrow{S}=\overleftrightarrow{S}\bullet\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}$$

$$\overleftrightarrow{T}\bullet\overleftrightarrow{S}=\overleftrightarrow{S}\bullet\overleftrightarrow{T}=\overleftrightarrow{T}$$

$$\overleftrightarrow{T}:\overleftrightarrow{S}=\mathrm{T}_{11}+\mathrm{T}_{22}+\mathrm{T}_{33}=\mathrm{T}_{\mathrm{r}}(\overleftrightarrow{T})$$

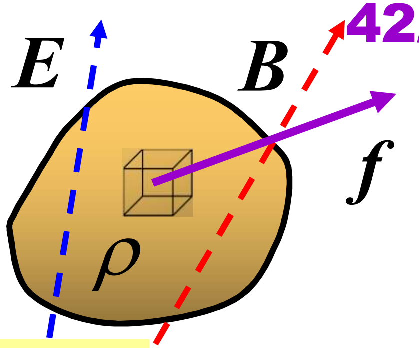
张量的微分运算、积分变换公式：

$$\boxed{\nabla \bullet (fg) = (\nabla \bullet f)g + (f \bullet \nabla)g}$$

$$\nabla \bullet \overleftrightarrow{T} = \frac{\partial}{\partial x}\left(e_x \bullet \overleftrightarrow{T}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(e_y \bullet \overleftrightarrow{T}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(e_z \bullet \overleftrightarrow{T}\right)$$

$$\oint ds \bullet \overleftrightarrow{T} = \int d\tau \nabla \bullet \overleftrightarrow{T}$$

2.7 电磁场的动量



电磁场不但具有能量，也具有动量

洛仑兹力密度： $\boldsymbol{f} = \rho \boldsymbol{E} + \boldsymbol{j} \times \boldsymbol{B}$

用场量表示电荷、电流 $\rho = \varepsilon_0 \nabla \bullet \boldsymbol{E}$ $\boldsymbol{j} = \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \boldsymbol{B} - \varepsilon_0 \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t}$

$$\boldsymbol{f} = \varepsilon_0 (\nabla \bullet \boldsymbol{E}) \boldsymbol{E} + \frac{1}{\mu_0} (\nabla \times \boldsymbol{B}) \times \boldsymbol{B} - \varepsilon_0 \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial \mathrm{t}} \times \boldsymbol{B} \qquad (2.7.2)$$

由Maxwell方程： $\frac{1}{\mu_0} \nabla \bullet \boldsymbol{B} = 0$ $\varepsilon_0 \nabla \times \boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \varepsilon_0$

$$\frac{1}{\mu_0} (\nabla \bullet \boldsymbol{B}) \ \boldsymbol{B} + \varepsilon_0 (\nabla \times \boldsymbol{E} + \frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}) \times \boldsymbol{E} = 0 \qquad (2.7.3)$$

合并（2.7.2) 和(2.7.3)：

$$\boldsymbol{f} = \left[\varepsilon_0 (\nabla \bullet \boldsymbol{E}) \boldsymbol{E} + \frac{1}{\mu_0} (\nabla \bullet \boldsymbol{B}) \boldsymbol{B} + \frac{1}{\mu_0} (\nabla \times \boldsymbol{B}) \times \boldsymbol{B} + \varepsilon_0 (\nabla \times \boldsymbol{E}) \times \boldsymbol{E} \right] - \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial \mathrm{t}} (\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{B}) \qquad (2.7.4)$$

$$\boldsymbol{f}=\left[\varepsilon_0(\nabla\bullet\boldsymbol{E})\boldsymbol{E}+\frac{1}{\mu_0}(\nabla\bullet\boldsymbol{B})\boldsymbol{B}+\frac{1}{\mu_0}(\nabla\times\boldsymbol{B})\times\boldsymbol{B}+\varepsilon_0(\nabla\times\boldsymbol{E})\times\boldsymbol{E}\right]-\varepsilon_0\frac{\partial}{\partial t}(\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{B})$$

矢量公式：$\nabla(\boldsymbol{b}\bullet\boldsymbol{a})=(\boldsymbol{a}\bullet\nabla)\boldsymbol{b}+(\boldsymbol{b}\bullet\nabla)\boldsymbol{a}+\boldsymbol{a}\times(\nabla\times\boldsymbol{b})+\boldsymbol{b}\times(\nabla\times\boldsymbol{a})$

当 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}=\boldsymbol{E}$ 时：$(\nabla\times\boldsymbol{E})\times\boldsymbol{E}=(\boldsymbol{E}\bullet\nabla)\boldsymbol{E}-\frac{1}{2}\nabla E^2$

$\nabla\bullet(\boldsymbol{f}\boldsymbol{g})=$
$(\nabla\bullet\boldsymbol{f})\ \boldsymbol{g}+(\boldsymbol{f}\bullet\nabla)\ \boldsymbol{g}$

$$\Rightarrow\quad(\nabla\bullet\boldsymbol{E})\boldsymbol{E}+(\nabla\times\boldsymbol{E})\times\boldsymbol{E}=(\nabla\bullet\boldsymbol{E})\boldsymbol{E}+(\boldsymbol{E}\bullet\nabla)\boldsymbol{E}-\frac{1}{2}\nabla E^2$$
$$=\nabla\bullet(\boldsymbol{E}\boldsymbol{E})-\frac{1}{2}\nabla\bullet(\overleftrightarrow{\boldsymbol{S}}E^2)=\nabla\bullet(\boldsymbol{E}\boldsymbol{E}-\frac{1}{2}\overleftrightarrow{\boldsymbol{S}}E^2)$$

式中 $\overleftrightarrow{\boldsymbol{S}}=\boldsymbol{e}_x\boldsymbol{e}_x+\boldsymbol{e}_y\boldsymbol{e}_y+\boldsymbol{e}_z\boldsymbol{e}_z$ 为单位张量。

同样：$(\nabla\bullet\boldsymbol{B})\boldsymbol{B}+(\nabla\times\boldsymbol{B})\times\boldsymbol{B}=\nabla\bullet(\boldsymbol{B}\boldsymbol{B}-\frac{1}{2}\overleftrightarrow{\boldsymbol{S}}B^2)$

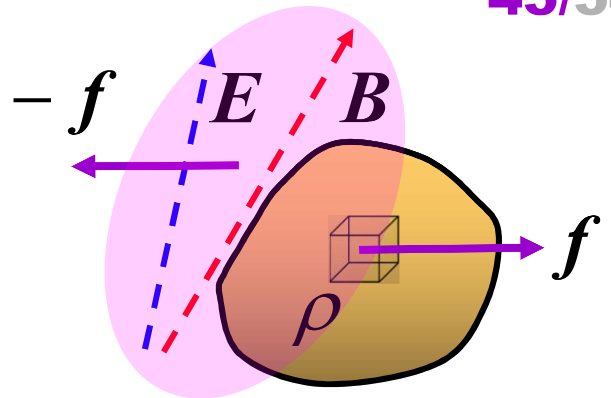
$$\boldsymbol{f} = \left[\varepsilon_0(\nabla\bullet\boldsymbol{E})\boldsymbol{E} + \frac{1}{\mu_0}(\nabla\bullet\boldsymbol{B})\boldsymbol{B} + \frac{1}{\mu_0}(\nabla\times\boldsymbol{B})\times\boldsymbol{B} + \varepsilon_0(\nabla\times\boldsymbol{E})\times\boldsymbol{E}\right] - \varepsilon_0\frac{\partial}{\partial t}(\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{B})$$

$$\boldsymbol{f} = \nabla\bullet\left[\varepsilon_0\boldsymbol{E}\boldsymbol{E} + \frac{1}{\mu_0}\boldsymbol{B}\boldsymbol{B} - \frac{1}{2}(\varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{\mu_0}B^2)\overleftrightarrow{\boldsymbol{S}}\right] - \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{t}}(\varepsilon_0\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{B})$$

$$\boxed{\overleftrightarrow{\Phi} = \left[\varepsilon_0\,\boldsymbol{E}\boldsymbol{E} + \frac{1}{\mu_0}\boldsymbol{B}\boldsymbol{B} - \frac{1}{2}(\varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{\mu_0}B^2)\overleftrightarrow{\boldsymbol{S}}\right]}$$

$$\boxed{\boldsymbol{G} = \varepsilon_0\,\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{B}}$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{G}}{\partial t} = \nabla \bullet \overleftrightarrow{\boldsymbol{\Phi}} + (-\boldsymbol{f})$$



积分形式：

$$\frac{\partial}{\partial t}\int \boldsymbol{G}\mathrm{d}\tau = \int(-\boldsymbol{f})\mathrm{d}\tau + \oint \mathrm{d}\boldsymbol{s} \bullet \overleftrightarrow{\boldsymbol{\Phi}}$$

物理意义：

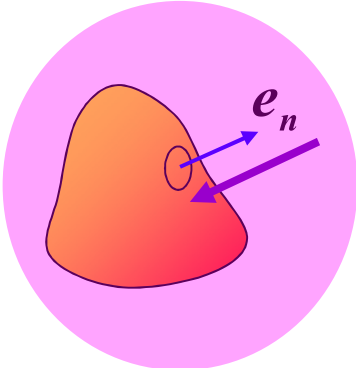
将积分区间扩展到无限远，且无限远不存在电磁场，有：

$$\frac{\partial}{\partial t}\int \boldsymbol{G} d\tau = \int(-\boldsymbol{f})d\tau$$

电荷对电磁场的作用力

单位体积中的场动量

考虑有限的积分区间，第二项 $\oint d\boldsymbol{s} \bullet \overleftrightarrow{\boldsymbol{\Phi}}$ 表示τ 外场对τ 内场的作用力。



$\boldsymbol{e}_n \bullet \overleftrightarrow{\boldsymbol{\Phi}}$ 表示分界面上单位面积的τ 外场对τ 内场的作用力

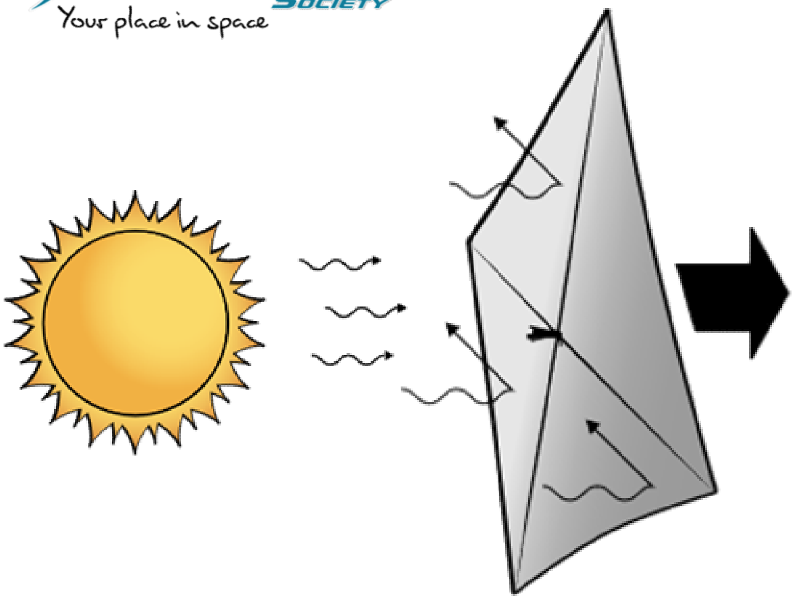
$\overleftrightarrow{\boldsymbol{\Phi}}$ ➡ *Maxwell* 应力张量：　　$\boldsymbol{e}_n$ ：分界面外法线方向的单位矢量，指向施力方。

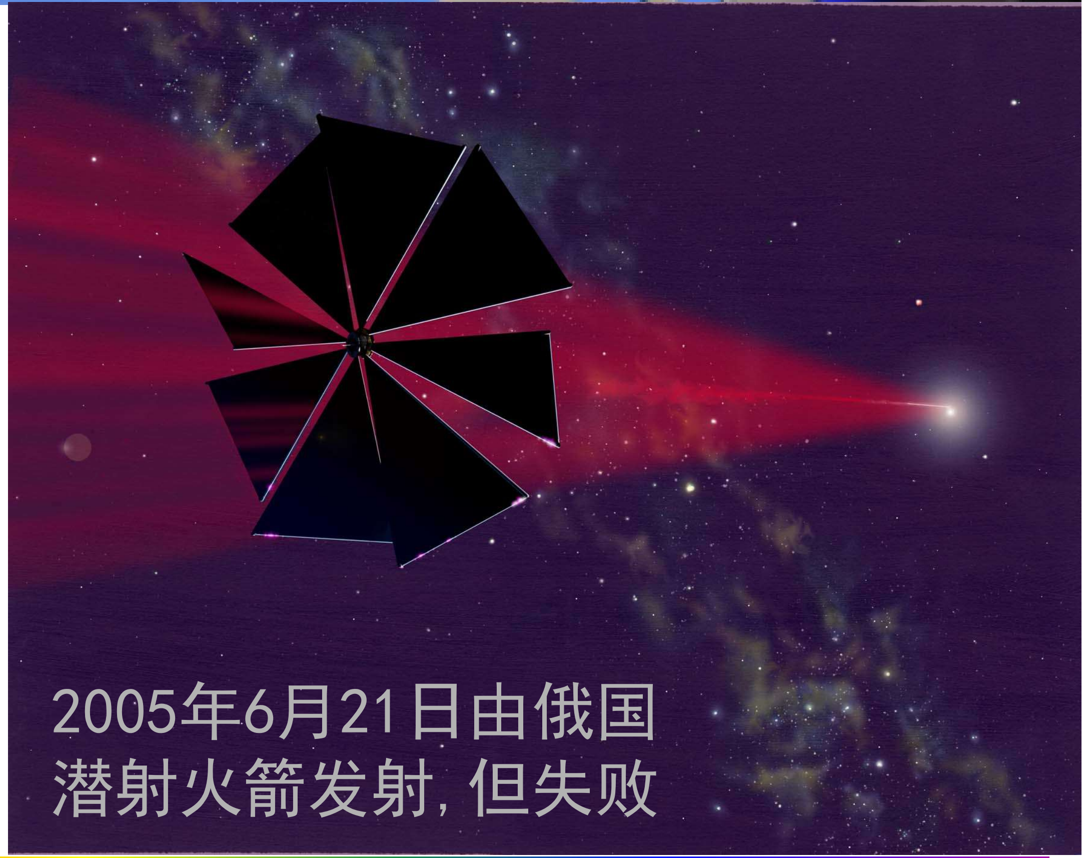
在介质中：

Maxwell 应力张量：$\overleftrightarrow{\Phi} = DE + HB - \frac{1}{2}(D\bullet E + H\bullet B)\overleftrightarrow{S}$　　场动量密度：$\boldsymbol{G} = \boldsymbol{D}\times\boldsymbol{B}$

电磁波具有动量，它入射到物体上时会对物体施加压力 ➡ 辐射压力

THE PLANETARY SOCIETY
Your place in space

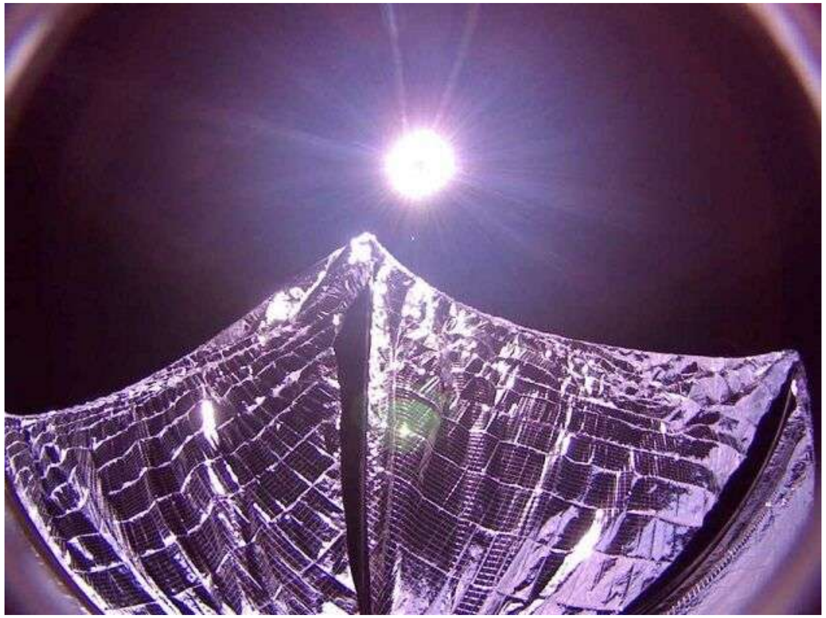


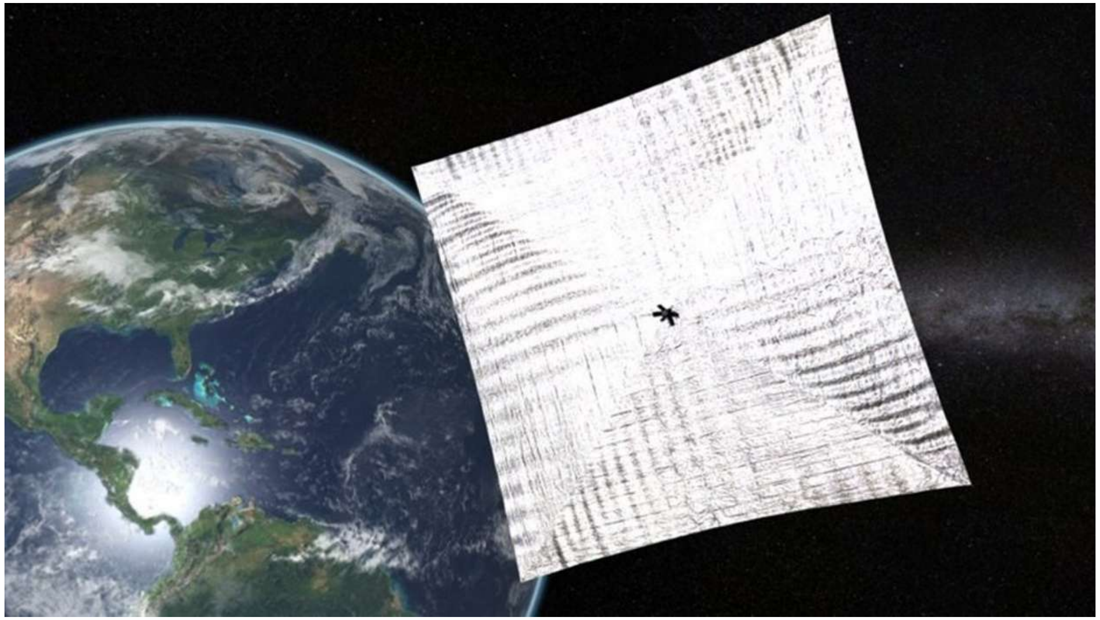



LightSail

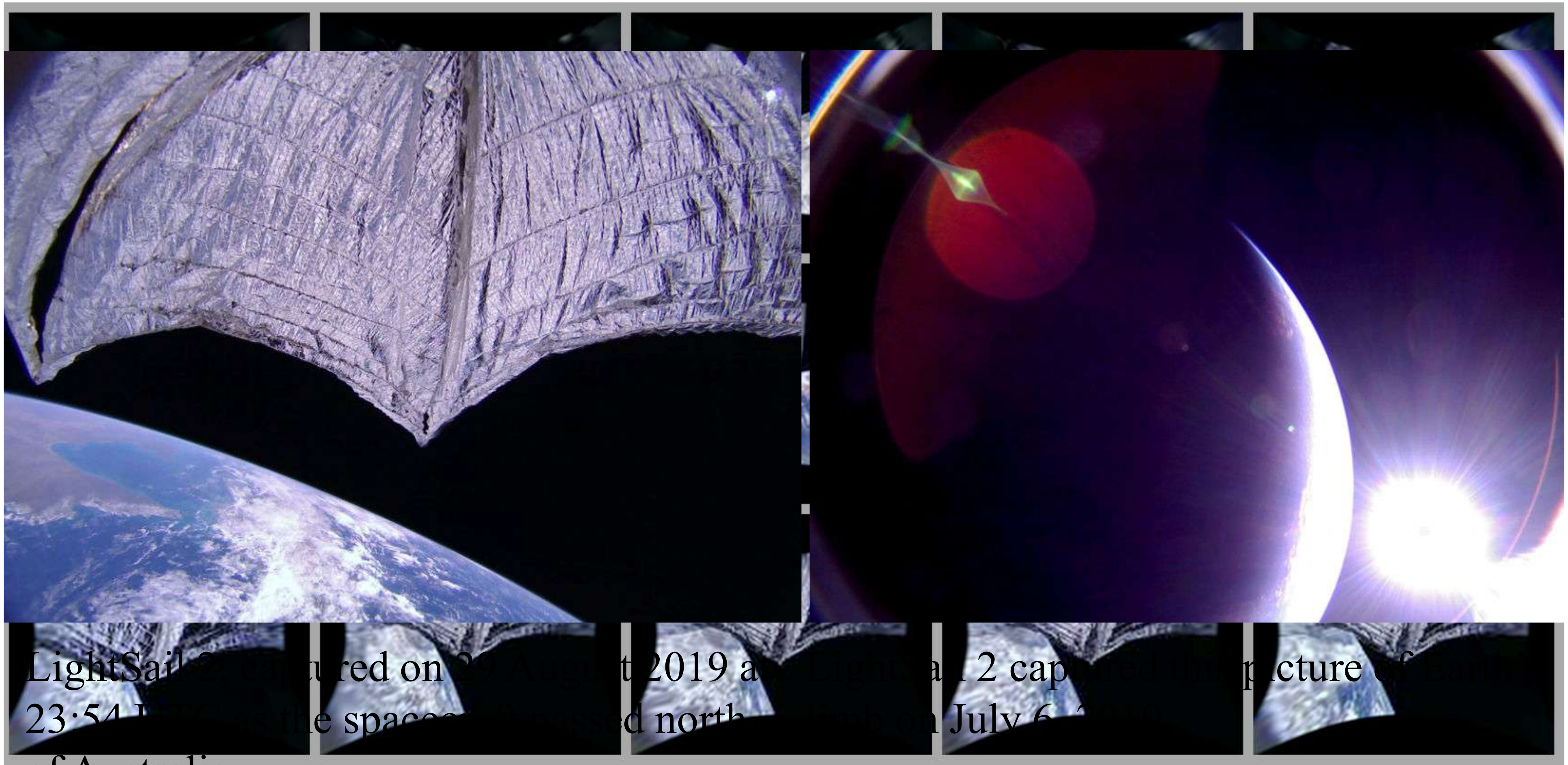
LightSail-1 -- the 1st of The Planetary Society's 3 spacecraft demonstrating sunlight alone can propel a spacecraft in Earth orbit.

Actual sail have an overall efficiency of about 90%, about 8.17 $\mu N/m^2$. 32 m^2 of mylar in an orbit over 800 kMs above Earth. $1.8 million, by Stellar Exploration Inc. Launched in May 20, ended June 15, 2015.





LightSail 2: LightSail 2 lifted off from Kennedy Space Center, Florida on 25 June 2019 at 02:30 EDT by SpaceX's triple-booster Falcon Heavy rocket!



LightSai[illegible] [illegible]ured on [illegible] August 2019 a[illegible] [illegible] 2 cap[illegible] [illegible]picture [illegible] 23:54 [illegible] [illegible]e spac[illegible] [illegible]ed north [illegible] [illegible] July 6 [illegible] of Australia.

电磁波具有动量，它入射到物体上时会对物体施加压力 ➡ 光力

2018年诺贝尔物理学奖：美国物理学家阿瑟·阿斯金（Arthur Ashkin）因为发明了“光学镊子”及其在生物系统中的应用（“for the optical tweezers and their application to biological systems”）获得一半殊荣；法国学者热拉尔·穆鲁（Gerard Mourou）和加拿大滑铁卢大学的副教授唐娜·斯特里克兰（Donna Strickland）由于开发出高强度、超短光脉冲的方法共同分享了另一半奖金。

Ill. Niklas Elmehed. © Nobel Media

Arthur Ashkin

Prize share: 1/2

Ill. Niklas Elmehed. © Nobel Media

Gérard Mourou

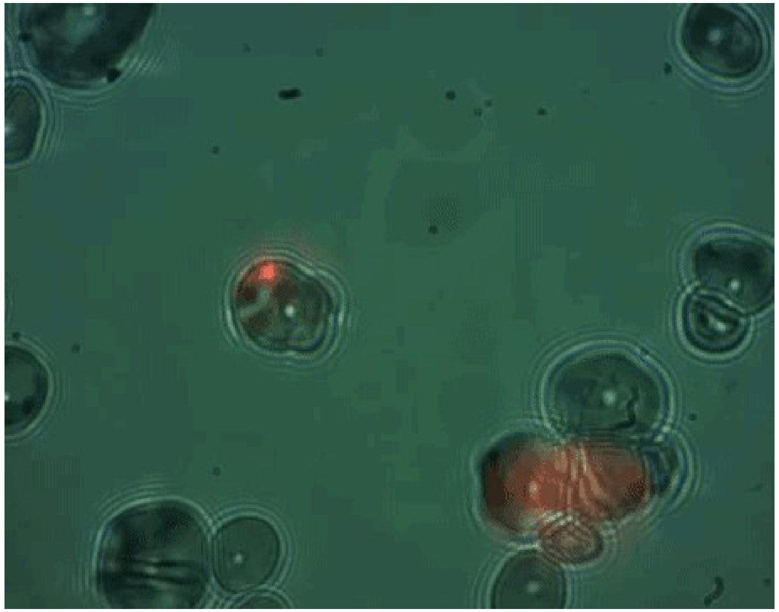
Prize share: 1/4

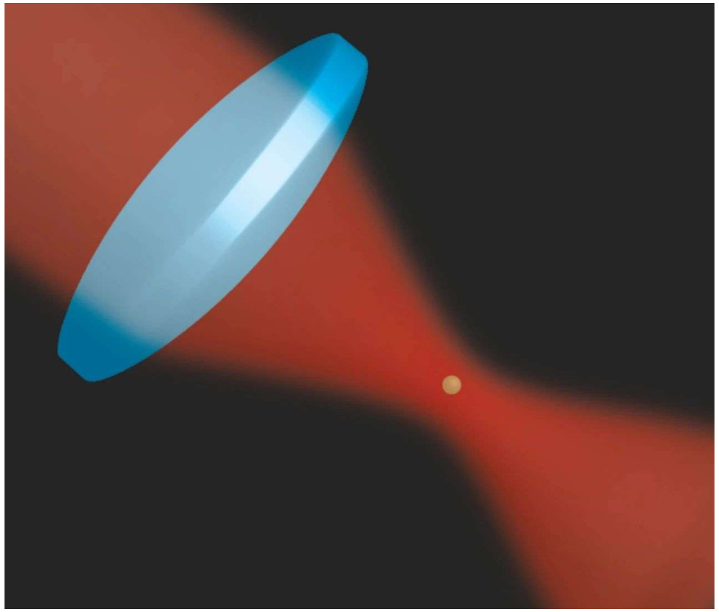
Ill. Niklas Elmehed. © Nobel Media

Donna Strickland

Prize share: 1/4

阿瑟·阿斯金发明的“光镊”可以夹持微小的粒子、原子、分子。不仅如此，还可以在不用直接接触对象的情况下操纵病毒、细菌和其他活体生物细胞，最大限度地保证了无菌操作。“光镊”在生物学中开创了一个微观观察和操作的全新方法。



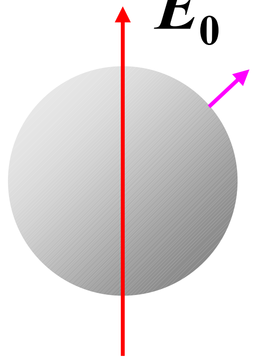


光镊是非机械式的接触，一束光形成的区域内，相当于一个陷阱，会产生“吸引力”，从而能捕获微粒。当微粒的动能不足以克服势垒时，就会继续留在光束制造的陷阱中。

电磁波具有动量，它入射到物体上时会对物体施加压力 ⟹ 辐射压力

例1. 一半径为a的导体球，置于均匀静电场 $\boldsymbol{E}_0$ 之中，（$\boldsymbol{E}_0$ 方向取作z 轴），则此球将受到张力，该张力有使导体球沿电场方向分为两半之势。求此张力的大小。

解：由电磁学公式知，半径为a 的导体球置于均匀静电场 $\boldsymbol{E}_0$ 中之后， 空间的电场强度为：



$$\boldsymbol{E} = E_0\left(1+\frac{2a^3}{r^3}\right)\cos\theta\,\boldsymbol{e}_r - E_0\left(1-\frac{a^3}{r^3}\right)\sin\theta\,\boldsymbol{e}_\theta$$

所以，在球面上 $r=a$ 处电场强度是：$\boldsymbol{E} = 3E_0\cos\theta\,\boldsymbol{e}_r$

这里不存在磁场。所以，在球面上单位面积所受的力为

$$\boldsymbol{f} = \boldsymbol{e}_r \bullet \overleftrightarrow{\boldsymbol{\Phi}} = \boldsymbol{e}_r \bullet \left\{\varepsilon_0 \boldsymbol{E}\boldsymbol{E} - \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2(\boldsymbol{e}_r\boldsymbol{e}_r + \boldsymbol{e}_\theta\boldsymbol{e}_\theta + \boldsymbol{e}_\varphi\boldsymbol{e}_\varphi)\right\}$$

$$= \boldsymbol{e}_r \bullet \left\{\varepsilon_0(3\boldsymbol{E}_0 cos\theta)^2\boldsymbol{e}_r\boldsymbol{e}_r - \frac{1}{2}\varepsilon_0(3\boldsymbol{E}_0 cos\theta)^2\boldsymbol{e}_r\boldsymbol{e}_r\right\} = \frac{9}{2}\varepsilon_0\boldsymbol{E}_0{}^2 cos^2\theta\,\boldsymbol{e}_r$$

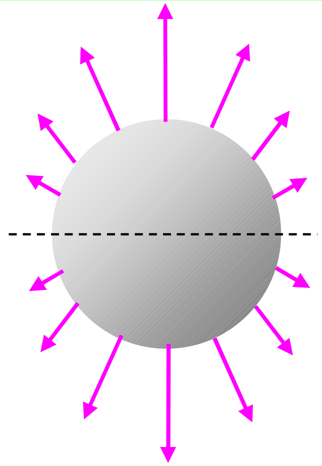
因为力的方向沿 $\boldsymbol{e}_r$ ，所以是张力。在θ =0处最大，随θ 增大逐渐减小，直到 θ=π/2处最小 f=0；再增大θ 时，力又逐渐增大，到$\theta=\pi$ 时最大。两个半球的受力情况，以θ=π/2的平面为界面而对称分布，所以，有使导体球分为两半之势。作用在 $z>0$ 半球面上的总力为：

$$\boldsymbol{F}=\int \boldsymbol{f}\,\mathrm{d}s=\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\varphi\int_0^{\frac{\pi}{2}}\mathrm{d}\theta\left(\frac{9}{2}\varepsilon_0 E_0{}^2\cos^2\theta\right)a^2\sin\theta\,\boldsymbol{e}_r$$

$$=\frac{9}{2}\varepsilon_0 E_0{}^2 a^2\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\varphi\int_0^{\frac{\pi}{2}}\mathrm{d}\theta\cos^2\theta\sin\theta\boxed{(\sin\theta\ \cos\varphi\,\boldsymbol{e}_x+\sin\theta\sin\varphi\,\boldsymbol{e}_y+\cos\theta\,\boldsymbol{e}_z)}$$

$$=9\varepsilon_0 E_0{}^2 a^2\pi\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^3\theta\sin\theta\,d\theta\ \boldsymbol{e}_z$$

$$=9\varepsilon_0 E_0{}^2 a^2\pi\left[\frac{-\cos^4\theta}{4}\right]_0^{\frac{\pi}{2}}\boldsymbol{e}_z=\frac{9}{4}\varepsilon_0 E_0{}^2 a^2\pi\,\boldsymbol{e}_z$$



同理可得 $z<0$ 的半球面上的总力为：$\boldsymbol{F}'=-\dfrac{9}{4}\varepsilon_0 E_0{}^2 a^2\pi\,\boldsymbol{e}_z$

Homework 2: (2-1) – (2-5)

(2-6):

同轴传输线的内导体半径为a，外导体半径为b，两导体间为均匀绝缘介质（介电常数为ε)。导体载有电流I，两导线间电压为U。（1）忽略导线电阻，计算介质中的能流S和传输功率；（2）若考虑导体的有限电导率σ，计算通过内导体表面进入导体内的能流，证明它等于导线的损耗功率。