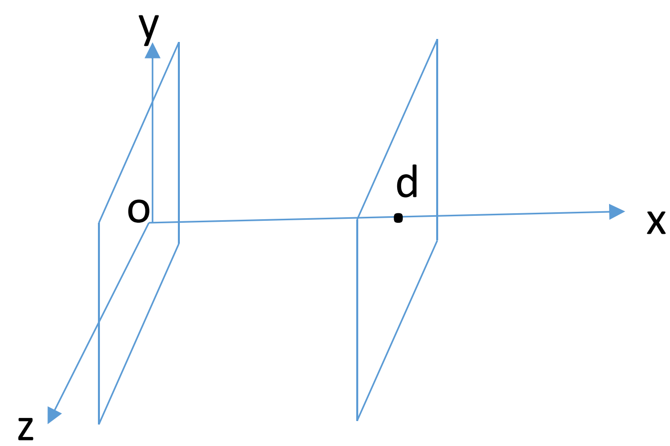
期末习题课

2015.12.28

5.1 平行板波导由两相距为d的无限大理想导体板构成（如图），求：
（1）波导中沿z方向传输的TE和TM波的场分量表示式；
（2）各波型的截止波长、波导波长和相位常数；
（3）各波型的相速度和群速度。



解：（1）相对于矩形波导，等效于 $a = d, b = \infty$，即 $k_x = \dfrac{m\pi}{d}, k_y = 0$

由式（5.1.15）得TE波：

$$
\begin{cases}
H_z = H_0 \cos k_x x \\
H_x = j\dfrac{k_x k_z}{k_c^{\ 2}} H_0 \sin k_x x \\
H_y = 0 \\
E_x = 0 \\
E_y = -j\dfrac{\omega\mu k_x}{k_c^{\ 2}} H_0 \sin k_x x
\end{cases}
$$

由式（5.1.18）得TM波：

$$
\begin{cases}
E_z = 0 \\
E_x = 0 \\
E_y = -j\dfrac{k_y k_z}{k_c^{\ 2}} E_0 \sin k_x x \\
H_x = j\dfrac{\omega\varepsilon k_y}{k_c^{\ 2}} E_0 \sin k_x x \\
H_y = -j\dfrac{\omega\varepsilon k_x}{k_c^{\ 2}} E_0 \cos k_x x
\end{cases}
$$

TE、TM无关

（2）截止波长

$$\lambda_c = \frac{2\pi}{\frac{m\pi}{d}} = \frac{2d}{m}$$

波导波长

$$\lambda_g = \frac{2\pi}{k_z} = \frac{2\pi}{k\sqrt{1-\frac{f_c^2}{f^2}}} = \frac{\lambda}{\sqrt{1-\left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2}}, \lambda = \frac{v}{f}$$

相位常数

$$k_z = \sqrt{\omega^2\mu\varepsilon - \left(\frac{m\pi}{d}\right)^2}$$

（3）

$$k_z^2 = \omega^2\mu\varepsilon - \left(\frac{m\pi}{d}\right)^2$$

$$k_z dk_z = \mu\varepsilon\omega d\omega$$

$$v_g = \frac{d\omega}{dk}\bigg|_{\omega_0} = \frac{k_z}{\mu\varepsilon\omega}\bigg|_{\omega_0} = \frac{\sqrt{\omega_0^2\mu\varepsilon - \left(\frac{m\pi}{d}\right)^2}}{\mu\varepsilon\omega_0}$$

$$v_\varphi = \frac{\omega}{k}\bigg|_{\omega_0} = \frac{\omega_0}{\sqrt{\omega_0^2\mu\varepsilon - \left(\frac{m\pi}{d}\right)^2}}$$

6.1 特性阻抗为50欧的微带线，基片的相对介电常数为9，求该微带线每单位长度的分布电感和分布电容。

$$解：A=\frac{Z_0}{60}\sqrt{\frac{\varepsilon_r+1}{2}}+\frac{\varepsilon_r-1}{\varepsilon_r+1}(0.23+\frac{0.11}{\varepsilon_r})=2.06>1.52,窄带$$ 6.3.10

$$\frac{W}{h}=\frac{8}{e^A-2e^{-A}}=1.05>1$$ 6.3.11

$$Z_0=\frac{120\pi}{\sqrt{\varepsilon_e}}[\frac{W}{h}+2.42-0.44\frac{h}{W}+(1-\frac{h}{W})^6]^{-1}=50$$ 6.3.6

$$得\sqrt{\varepsilon_e}=2.47，Z_0^a=Z_0\sqrt{\varepsilon_e}=50\bullet 2.47=123.5=\frac{1}{cC_0^a},C_0^a=2.7\times 10^{-11}F$$ 6.2.5 6.2.2

$$得C_0=\varepsilon_e C_0^a=164pF$$

$$L_0=C_0{Z_0}^2=4.1\times 10^{-7}H$$

6.3 已知微带线的参数为h=1mm, W=0.34mm, t=0.01mm, $\varepsilon_r = 9.6$,求：
(1)微带线导带的有效宽度W_e;
(2)微带线的特征阻抗Z_0和有效介电常数ε_e。

解：

(1) $\frac{W}{h} = 1 > \frac{1}{2\pi}$, 则 $\Delta W = \frac{1.25}{\pi} t(1 + \ln\frac{2h}{t}) = 0.03$

$W_e = W + \Delta W = 1.03mm$

(2) $\varepsilon_e = \frac{\varepsilon_r + 1}{2} + \frac{\varepsilon_r - 1}{2}(1 + 10\frac{h}{W})^{-\frac{1}{2}} - \frac{\varepsilon_r - 1}{4.6}\frac{t/h}{\sqrt{W/h}} = 6.58$

$Z_0 = \frac{60}{\sqrt{\varepsilon_e}}\ln(\frac{8h}{W} + \frac{W}{4h}) = 49.36\Omega$

- 8-1

有一矩形谐振腔，它沿方向的尺寸分别为a,b,l，试求在(1) $a>b>l$；(2) $a>l>b$；(3) $a=b=l$三种情形下腔的主模和它们的谐振频率。

解：矩形谐振腔的谐振波长为 $$\lambda_0=\frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2+\left(\frac{n}{b}\right)^2+\left(\frac{p}{l}\right)^2}}$$

对于 TE_{mnp} 模：m, n中只能一个为零，p不能为零。

对于 TM_{mnp} 模：m, n都不能为零，p可为零。

- （1）TM_{110}模为主模，$\lambda_0=\dfrac{2}{\sqrt{\left(\dfrac{1}{a}\right)^2+\left(\dfrac{1}{b}\right)^2}}=\dfrac{2ab}{\sqrt{a^2+b^2}}$
- 谐振频率 $f_0=\dfrac{c}{\lambda_0}=\dfrac{\sqrt{a^2+b^2}}{2ab\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$
- （2）TE_{101}模为主模，$\lambda_0=\dfrac{2}{\sqrt{\left(\dfrac{1}{a}\right)^2+\left(\dfrac{1}{l}\right)^2}}=\dfrac{2al}{\sqrt{a^2+l^2}}$
- 谐振频率

$$f_0=\frac{c}{\lambda_0}=\frac{\sqrt{a^2+l^2}}{2al\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$$

- （3）TE_{101} TE_{011} TM_{110}模为主模，$\lambda_0=\dfrac{2}{\sqrt{\left(\dfrac{1}{a}\right)^2+\left(\dfrac{1}{a}\right)^2}}=\sqrt{2}\,a$
- 它们互为简并
- 谐振频率 $f_0=\dfrac{c}{\lambda_0}=\dfrac{1}{\sqrt{2}a\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$

8-2

- 有一矩形谐振腔（ $b=a/2$），，已知当 $f=3\text{GHz}$时它谐振于TE_{101}模；当
- $f=6\text{GHz}$ 时它谐振于TE_{103}模，求此谐振腔的尺寸。
- 解：f=3GHz相应于 $\lambda_1=\dfrac{3\times10^{10}}{3\times10^9}=10(\text{cm})$，
- f=6GHz相应于 $\lambda_2=\dfrac{3\times10^{10}}{6\times10^9}=5(\text{cm})$

$$\lambda_0=\frac{2}{\sqrt{(\frac{\text{m}}{a})^2+(\frac{\text{n}}{b})^2+(\frac{\text{p}}{d})^2}},\begin{cases}\lambda_{0(\text{TE}_{101})}=\dfrac{2}{\sqrt{(\frac{1}{a})^2+(\frac{1}{d})^2}}=10(\text{cm})\\ \lambda_{0(\text{TE}_{103})}=\dfrac{2}{\sqrt{(\frac{1}{a})^2+(\frac{3}{d})^2}}=5(\text{cm})\end{cases}$$

- 联立解得 $a=6.32(\text{cm}),d=8.15(\text{cm}),b=\dfrac{a}{2}=3.16(\text{cm})$