二班随堂测试（quits2-参考答案）

1. 写出正弦电磁场满足的复数形式的麦克斯韦微分方程组，并推导出无源理想介质（ε，μ均为常数）区域内磁场复数矢量$\vec{\mathrm{H}}$所满足的微分方程。

正弦电磁场满足的复数形式的麦克斯韦方程组为：

$$\begin{pmatrix} \nabla\times\vec{E} = -jw\vec{B} \\ \nabla\times\vec{H} = \vec{J} + jw\vec{D} \\ \nabla\cdot\vec{B} = 0 \\ \nabla\cdot\vec{D} = \rho \end{pmatrix}$$

由矢量恒等式：

$$\nabla\times\nabla\times\vec{H} = \nabla\left(\nabla\cdot\vec{H}\right) - \nabla^2\vec{H} \qquad 1-1$$

式子左边：

$$\nabla\times\nabla\times\vec{H} = \nabla\times\left(\vec{J} + jw\vec{D}\right) = \ \nabla\times\vec{J} + \nabla\times jw\vec{D} \qquad 1-2$$

式子右边：

$$\nabla\left(\nabla\cdot\vec{H}\right) = \nabla\left(\mu\nabla\cdot\vec{B}\right) \qquad 1-3$$

考虑到：

$$\nabla\cdot\vec{B} = 0,\ \vec{J} = 0,\ \vec{D} = \varepsilon\vec{E}$$

将上三式带入到 1-2，1-3 中并联合 1-1 可得：

$$\begin{pmatrix} \nabla\times\vec{J} + \nabla\times jw\vec{D} = 0 + jw\varepsilon\nabla\times\vec{E} = \omega^2\mu\varepsilon\vec{H} \\ \nabla\left(\nabla\cdot\vec{H}\right) - \nabla^2\vec{H} = -\nabla^2\vec{H} \end{pmatrix}$$

即有：

$$\nabla^2\vec{H} + \omega^2\mu\varepsilon\vec{H} = 0$$

令$k^2 = \omega^2\mu\varepsilon$，可得：

$$\nabla^2\vec{H} + k^2\vec{H} = 0(\text{波动方程})$$

2. 试由麦克斯韦方程组导出电流连续性方程。

由麦克斯韦方程组：

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

等式两边求散度，并考虑到矢量恒等式：

$$\nabla \cdot \left(\nabla \times \vec{H}\right) = 0$$

可得全电流连续性方程：

$$\nabla \cdot \left(\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right) = 0 \text{ 或} \nabla \cdot \vec{J} + \frac{\partial \vec{\rho}}{\partial t} \ = 0$$

姓名：________________ 学号 ____________________ **二班随堂测试（二）**

1. 写出正弦电磁场满足的复数形式的麦克斯韦微分方程组，并推导出无源理想介质（ε，μ 均为常数）区域内磁场复数矢量 $\dot{\boldsymbol{H}}$ 所满足的微分方程。
2. 试由麦克斯韦方程组导出电流连续性方程。