习题

设沿z方向传播的电磁波为

$$\vec{E} = \hat{x}A\cos\left(kz-\omega t+\phi_x\right)+\hat{y}B\cos\left(kz-\omega t+\phi_y\right)$$

（1）如A=2, B=1, $\phi_x=\pi/2$, $\phi_y=\pi/4$，电磁波为何极化

（2）当A=1, B=0, $\phi_x=0$时波为线性极化，证明它可以分解为左手圆极化和右手圆极化波的和

（3）当A=1, B=1, $\phi_x=\pi/4$, $\phi_y=-\pi/4$时波为圆极化波，证明它可以分解为两个线性极化波的叠加。

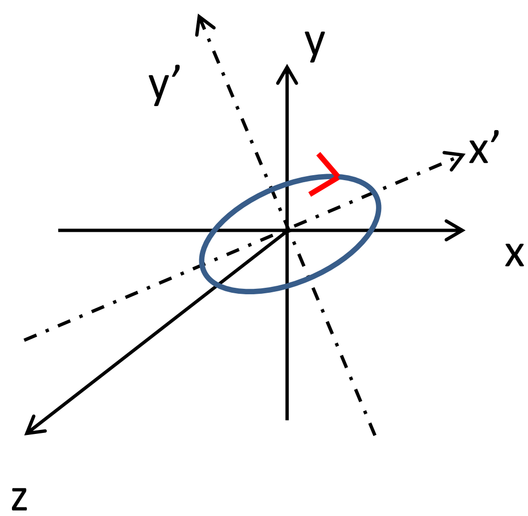
解：$\vec{E}=\hat{x}Acos(kz-wt+\emptyset_x)+\hat{y}Bcos(kz-wt+\emptyset_y)$

(1) A = 2, B = 1, $\emptyset_x=\frac{\pi}{2}$, $\emptyset_y=\frac{\pi}{4}$,则

$$\vec{E}=\hat{x}2cos\left(kz-wt+\frac{\pi}{2}\right)+\hat{y}cos(kz-wt+\frac{\pi}{4})$$

$$=\hat{x}2sin(wt-kz)+\hat{y}cos(wt-kz-\frac{\pi}{4})$$

令$kz-wt=\emptyset_0$, $\emptyset_0$为常数，t增加时，z必须增加，相位等于$\emptyset_0$点随时间向z轴正方向移动，说明波向z轴正方向传播。在z = 0处，$\vec{E}$写成坐标的形式为$(E_x,E_y)=\left(2sin(wt),cos\left(wt-\frac{\pi}{4}\right)\right)$,这是矢量$\vec{E}$的顶点坐标。



令$\theta=wt$,则$\vec{E}=\left(2sin\theta,cos\left(\theta-\frac{\pi}{4}\right)\right)=\left(2\sin\theta,\frac{\sqrt{2}}{2}\cos\theta+\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\theta\right)$,则

$$\frac{E_x^2}{4}+2(E_y-\frac{\sqrt{2}}{4}E_x)^2=1$$

$$\frac{3E_x^2}{8}+2E_y^2-\sqrt{2}E_xE_y=1$$

这是一个旋转之后的标准椭圆方程，$\vec{E}$的顶点坐标轨迹是椭圆，因而是椭圆极化。

时间t由0增加，θ由0增加到$\frac{\pi}{4}$，$\vec{E}\left(0,\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\rightarrow\vec{E}(\sqrt{2},1)$，$\vec{E}$由y轴旋转到第一象限，旋转方向与传播方向满足左手定则，因而是左旋椭圆极化。

(2) A = 1,B = 0, $\emptyset_x$ = 0

$\vec{E} = \hat{x}cos(kz - wt) =$
$\frac{1}{2}\left(\hat{x}cos(kz - wt) + \hat{y}sin(kz - wt)\right) + \frac{1}{2}\left(\hat{x}cos(kz - wt) - \hat{y}sin(kz - wt)\right) =$
$\vec{E}_1 + \vec{E}_2$
$\vec{E}_1, \vec{E}_2$都沿着z轴正方向传播，在z = 0处，随着时间增加（wt由0到$\frac{\pi}{2}$），
$\vec{E}_1(1,0) \rightarrow (0, -1)$ 由正x轴旋转到负y轴，与传播方向满足左手定则，因而是左旋圆极化； $\vec{E}_2(1,0) \rightarrow (0,1)$,由正x轴旋转到正y轴，与传播方向满足右手定则，因而是右旋圆极化。故证明了线极化波可以转换为左旋和右旋圆极化波的叠加。

(3) A = B = 1, $\emptyset_x$ = $\frac{\pi}{4}$ $\emptyset_y$ = $-\frac{\pi}{4}$
$\vec{E} = \hat{x}cos\left(kz - wt + \frac{\pi}{4}\right) + \hat{y}cos(kz - wt - \frac{\pi}{4}) = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$
$\vec{E}_1\vec{E}_2$分别为x和y方向极化的线极化波，相位相差$\frac{\pi}{2}$，得证。

判断极化的注意事项：

1.除了线极化，圆极化，椭圆极化，还可能为其他形式的极化。（有的同学认为，第一问不是圆极化，不是线极化，就是椭圆极化，这是不对的；有的同学也说第一问是椭圆和线极化的叠加，这还不够准确）

2.判断极化时，要尽量把电磁波写成时域的形式，不要写成复数的形式，写成复数形式无法从物理上直观地认识到电磁波的极化方式。

3.要知道如何判断电磁波的传播方向。

4.题解中给出的判断极化的方法是最容易理解的，如果不会其它方法，还请同学们掌握。