



# Sistem Pendukung Keputusan

Electre

Jurusan Teknologi Informasi  
Politeknik Negeri Malang

# Electre

Metode pengambilan keputusan multikriteria berdasarkan pada konsep outranking

- Menggunakan perbandingan berpasangan dari alternatif-alternatif berdasarkan setiap kriteria yang sesuai.

Digunakan pada kondisi dimana alternatif yang kurang sesuai dengan kriteria akan dieliminasi, dan alternatif yang sesuai dapat dihasilkan

- Dengan kata lain Electre digunakan untuk kasus-kasus dengan banyak alternatif. Namun, hanya sedikit kriteria yang dilibatkan.

Suatu alternatif dikatakan mendominasi jika satu atau lebih kriterianya dan sama dengan kriteria lain yang tersisa (Kusumadewi, 2006).

# Contoh kasus

Sistem pendukung keputusan penerimaan beasiswa. Dengan kriteria IPK, penghasilan orang tua per tahun, jumlah tanggungan dan pekerjaan orang tua.

**Tabel 1. Bobot IPK**

Nilai IPK (K1)	Bobot
>3,5	5
3,1 – 3,5	4
2,6 – 3,0	3
2,0 – 2,5	2
<2,0	1

**Tabel 2. Bobot Penghasilan per Tahun**

Penghasilan per Tahun (K2)	Bobot
>36.000.000	1
24.000.001 – 36.000.000	2
18.000.001 – 24.000.000	3
12.000.000 – 18.000.000	4
<12.000.000	5

**Tabel 3. Bobot Jumlah Tanggungan**

Jumlah Tanggungan (K3)	Bobot
<2	1
2-3	2
4-5	3
6-7	4
>7	5

**Tabel 4. Bobot Pekerjaan Orang Tua**

Pekerjaan Orang Tua (K4)	Bobot
1-2	1
3-3	2
4-4	3
5-5	4
6	5

**Tabel 5. Calon Penerima Beasiswa**

Calon Penerima Beasiswa	Nilai Kriteria			
	K1	K2	K3	K4
Mahadi	5	3	3	3
Saimon	4	4	3	4
Wahdi	4	4	3	3
Aditya	2	4	3	3

**Tabel 6. Bobot Pengambilan Keputusan**

Kriteria	Bobot
K1	5
K2	2
K3	4
K4	2

# Normalisasi matriks keputusan

Dalam prosedur ini, setiap atribut diubah menjadi nilai yang comparable. Setiap normalisasi rij dapat dilakukan dengan persamaan (1)

$$r_{ij} = \frac{x_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^m x_{ij}^2}}, \text{ Untuk } i = 1, 2, 3, \dots, m \text{ dan } j = 1, 2, 3, \dots, n$$

Keterangan :

$r_{ij}$  = normalisasi pengukuran pilihan dari alternatif dan kriteria.

$m$  = Alternatif.

$n$  = Kriteria.

Sehingga didapat matriks R hasil normalisasi:

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \dots & r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} & \dots & r_{2n} \\ r_{m1} & r_{m2} & \dots & r_{mn} \end{bmatrix}$$



# Normalisasi matriks keputusan

DATA		c1	c2	c3	c4
	a1	5	3	3	3
	a2	4	4	3	4
	a3	4	4	3	3
	a4	2	4	3	3

bobot:	c1	c2	c3	c4
	5	2	4	2

Matriks normalisasi R				
R	c1	c2	c3	c4
a1	0.640	0.397	0.500	0.457
a2	0.512	0.530	0.500	0.610
a3	0.512	0.530	0.500	0.457
a4	0.256	0.530	0.500	0.457

# Normalisasi matriks keputusan

DATA		c1	c2	c3	c4
	a1	5	3	3	3
	a2	4	4	3	4
	a3	4	4	3	3
	a4	2	4	3	3

bobot:	c1	c2	c3	c4
	5	2	4	2

Matriks normalisasi R				
R	c1	c2	c3	c4
a1	0.640	0.397	0.500	0.457
a2	0.512	0.530	0.500	0.610
a3	0.512	0.530	0.500	0.457
a4	0.256	0.530	0.500	0.457

$$R_{11} = \frac{5}{\sqrt{5^2 + 4^2 + 4^2 + 2^2}} = 0.640$$

$$R_{21} = \frac{4}{\sqrt{5^2 + 4^2 + 4^2 + 2^2}} = 0.512$$

# Pembobotan pada matriks yang telah dinormalisasi

Setelah dinormalisasi, setiap kolom dari matriks R dikalikan dengan bobot-bobot ( $w_j$ ) yang ditentukan oleh pembuat keputusan. Sehingga, wighted normalized matrix adalah  $V = RW$  adalah yang ditulis persamaan berikut.

$$V = \begin{bmatrix} v_{11} & v_{12} & \dots & v_{1n} \\ v_{21} & v_{22} & \dots & v_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ v_{m1} & v_{m2} & \dots & v_{mn} \end{bmatrix} = RW = \begin{bmatrix} w_1 r_{11} & w_2 r_{12} & \dots & w_n r_{1n} \\ w_1 r_{21} & w_2 r_{22} & \dots & w_n r_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ w_1 r_{m1} & w_2 r_{m2} & \dots & w_n r_{mn} \end{bmatrix}$$

Dimana W adalah:

$$W = \begin{bmatrix} w_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & w_2 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & w_n \end{bmatrix}, \text{ dan } \sum_{i=1}^n w_i = 1$$

(3)

# Pembobotan pada matriks yang telah dinormalisasi

bobot:	c1	c2	c3	c4
	5	2	4	2

Matriks normalisasi R				
R	c1	c2	c3	c4
a1	0.640	0.397	0.500	0.457
a2	0.512	0.530	0.500	0.610
a3	0.512	0.530	0.500	0.457
a4	0.256	0.530	0.500	0.457

Matriks V hasil pembobotan:

V	c1	c2	c3	c4
a1	3.201	0.795	2.000	0.915
a2	2.561	1.060	2.000	1.220
a3	2.561	1.060	2.000	0.915
a4	1.280	1.060	2.000	0.915



# Pembobotan pada matriks yang telah dinormalisasi

bobot:	c1	c2	c3	c4
	5	2	4	2

Matriks normalisasi R				
R	c1	c2	c3	c4
a1	0.640	0.397	0.500	0.457
a2	0.512	0.530	0.500	0.610
a3	0.512	0.530	0.500	0.457
a4	0.256	0.530	0.500	0.457

Matriks V hasil pembobotan:

V	c1	c2	c3	c4
a1	3.201	0.795	2.000	0.915
a2	2.561	1.060	2.000	1.220
a3	2.561	1.060	2.000	0.915
a4	1.280	1.060	2.000	0.915

# Menentukan concordance dan discordance index

Untuk setiap pasang dari alternatif  $k$  dan  $l$  ( $k, l = 1, 2, 3, \dots, m$  dan  $k \neq l$ ) kumpulan kriteria  $J$  dibagi menjadi dua subsets, yaitu concordance dan discordance. Bilamana sebuah kriteria dalam satu alternatif termasuk concordance adalah :

$$C_{kl} = \{j, v_{kj} \geq v_{lj}\}, \text{ untuk } j = 1, 2, 3, \dots, n \quad (4)$$

Sebaliknya kebalikan dari subset ini adalah discordance, yaitu bila:

$$D_{kl} = \{j, v_{kj} < v_{lj}\}, \text{ untuk } j = 1, 2, 3, \dots, n \quad (5)$$

Keterangan :

$C_{kl}$  = himpunan *concordance*.

$D_{kl}$  = himpunan *discordance*.

$v_{kj}$  = indeks dari matriks  $V$ .

$v_{lj}$  = indeks dari matriks  $V$ .

# Hitung matriks concordance dan discordance

## Concordance

Menjumlahkan bobot-bobot yang termasuk dalam subset concordance:

$$c_{kl} = \sum_{j \in c_w} w_j$$

$$C = \begin{bmatrix} - & c_{12} & c_{13} & \cdots & c_{1n} \\ c_{21} & \cdots & c_{23} & \cdots & c_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ c_{m1} & c_{m2} & c_{m3} & \cdots & - \end{bmatrix}$$

## Discordance

Menjumlahkan bobot-bobot yang termasuk dalam subset concordance:

$$d_{kl} = \frac{\{\max(v_{mn} - v_{mn-l_n})\}_{m,n \in d_{klv}}}{\{\max(v_{mn} - v_{ln})\}_{m,n = 1,2,3,\dots}}$$

$$D = \begin{bmatrix} - & d_{12} & d_{13} & \cdots & d_{1n} \\ d_{21} & \cdots & d_{23} & \cdots & d_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ d_{m1} & d_{m2} & d_{m3} & \cdots & - \end{bmatrix}$$

# Menentukan matriks dominan concordance dan discordance

## Dominan Concordance

Dibangun dengan bantuan nilai threshold, yaitu dengan membandingkan setiap nilai elemen matriks concordance dengan nilai threshold.

$$c_{kl} \geq \underline{c}$$

Dengan nilai *threshold*  $\underline{c}$ , adalah :

$$\underline{c} = \frac{\sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n c_{kl}}{m * (m-1)}$$

F sebagai matriks dominan concordance ditentukan

sebagai berikut :

$$f_{kl} = 1, \text{ jika } c_{kl} \geq \underline{c} \text{ dan } f_{kl} = 0, \text{ jika } c_{kl} < \underline{c}$$



# Menentukan matriks dominan concordance dan discordance

## Dominan Discordance

Untuk membangun matriks dominan discordance juga menggunakan bantuan nilai threshold, yaitu :

$\underline{d} = \frac{\sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n d_{kl}}{m * (m-1)}$  elemen untuk matriks G sebagai matriks dominan discordance ditentukan sebagai berikut :

$$g_{kl} = 1, \text{ jika } d_{kl} \geq \underline{d} \text{ dan } g_{kl} = 0, \text{ jika } d_{kl} < \underline{d}$$

# Concordance Matrix

bobot:	5	2	4	2
<b>V</b>	<b>c1</b>	<b>c2</b>	<b>c3</b>	<b>c4</b>
a1	3.201	0.795	2.000	0.915
a2	2.561	1.060	2.000	1.220
a3	2.561	1.060	2.000	0.915
a4	1.280	1.060	2.000	0.915

a. Pada tiap kriteria alternatif, misal jika  $a1 \geq a2$  maka pada kriteria tersebut adalah concordance:

Himpunan concordance	
	index kriteria
c12	1,3
c13	1,3,4
c14	1,3,4
c21	2,3,4
c23	1,2,3,4
c24	1,2,3,4
c31	2,3,4
c32	1,2,3
c34	1,2,3,4
c41	2,3,4
c42	2,3
c43	2,3,4

b. Jumlahkan nilai bobot kriteria alternatif sesuai pada index kriteria pada himpunan concordance:

Matriks concordance C				
<b>C</b>	<b>a1</b>	<b>a2</b>	<b>a3</b>	<b>a4</b>
a1	0	9	11	11
a2	8	0	13	13
a3	8	11	0	13
a4	8	6	8	0

c. Mencari threshold concordance (  $\underline{c}$  ). Yaitu menjumlahkan nilai tiap cell dari step 3.1, dibagi  $m*(m-1)$  dimana  $m$  adalah jumlah alternatif:

$$\underline{c} = \frac{9.92}{m*(m-1)}$$

d. Membandingkan nilai matriks C dengan threshold. Jika lebih besar, maka beri nilai 1

Matriks dominan concordance F				
<b>F</b>	<b>a1</b>	<b>a2</b>	<b>a3</b>	<b>a4</b>
a1	0	0	1	1
a2	0	0	1	1
a3	0	1	0	1
a4	0	0	0	0

# Concordance Matrix

bobot:	5	2	4	2
<b>V</b>	<b>c1</b>	<b>c2</b>	<b>c3</b>	<b>c4</b>
a1	3.201	0.795	2.000	0.915
a2	2.561	1.060	2.000	1.220
a3	2.561	1.060	2.000	0.915
a4	1.280	1.060	2.000	0.915

a. Pada tiap kriteria alternatif, misal jika  $a1 \geq a2$  maka pada kriteria tersebut adalah concordance:

Himpunan concordance	
	index kriteria
c12	1,3
c13	1,3,4
c14	1,3,4
c21	2,3,4
c23	1,2,3,4
c24	1,2,3,4
c31	2,3,4
c32	1,2,3
c34	1,2,3,4
c41	2,3,4
c42	2,3
c43	2,3,4

b. Jumlahkan nilai bobot kriteria alternatif sesuai pada index kriteria pada himpunan concordance:

Matriks concordance C				
<b>C</b>	a1	a2	a3	a4
a1	0	9	11	11
a2	8	0	13	13
a3	8	11	0	13
a4	8	6	8	0

c. Mencari threshold concordance ( $\underline{c}$ ). Yaitu menjumlahkan nilai tiap cell dari step 3.1, dibagi  $m*(m-1)$  dimana  $m$  adalah jumlah alternatif:

$$\underline{c} = \frac{9 + 11 + 13 + 13 + 8 + 11 + 8 + 6 + 8 + 0}{10} = 9.92$$

d. Membandingkan nilai matriks C dengan threshold. Jika lebih besar, maka beri nilai 1

Matriks dominan concordance F				
<b>F</b>	a1	a2	a3	a4
a1	0	0	1	1
a2	0	0	1	1
a3	0	1	0	1
a4	0	0	0	0

# Discordance Matrix

bobot:	5	2	4	2
<b>V</b>	<b>c1</b>	<b>c2</b>	<b>c3</b>	<b>c4</b>
a1	3.201	0.795	2.000	0.915
a2	2.561	1.060	2.000	1.220
a3	2.561	1.060	2.000	0.915
a4	1.280	1.060	2.000	0.915

a. Pada tiap kriteria alternatif, misal jika  $a1 < a2$  maka pada kriteria tersebut adalah discordance:

Himpunan discordance	
	index kriteria
d12	2,4
d13	2
d14	2
d21	1
d23	-
d24	-
d31	1
d32	4
d34	-
d41	1
d42	1,4
d43	1

b. Cari nilai max absolute dari index kriteria dibagi dengan max absolute dari tiap nilai kriteria alternatif 1 - kriteria alternatif 2:

Matriks discordance D				
<b>D</b>	<b>a1</b>	<b>a2</b>	<b>a3</b>	<b>a4</b>
a1	0	0.476421	0.413797	0.137932
a2	1	0	0	0
a3	1	1	0	0
a4	1	1	1	0

c. Mencari threshold discordance (  $d$  ). Yaitu menjumlahkan nilai tiap cell dari step 4.2, dibagi  $m*(m-1)$  dimana  $m$  adalah jumlah alternatif:

$$\underline{d} = 0.577778$$

d. Membandingkan nilai matriks D dengan threshold. Jika lebih besar, maka beri nilai 1

Matriks dominan discordance G				
<b>G</b>	<b>a1</b>	<b>a2</b>	<b>a3</b>	<b>a4</b>
a1	0	0	0	0
a2	1	0	0	0
a3	1	1	0	0
a4	1	1	1	0



# Discordance Matrix

bobot:	5	2	4	2
<b>V</b>	<b>c1</b>	<b>c2</b>	<b>c3</b>	<b>c4</b>
a1	3.201	0.795	2.000	0.915
a2	2.561	1.060	2.000	1.220
a3	2.561	1.060	2.000	0.915
a4	1.280	1.060	2.000	0.915

a. Pada tiap kriteria alternatif, misal jika  $a1 < a2$  maka pada kriteria tersebut adalah discordance:

Himpunan discordance	index kriteria
d12	2,4
d13	2
d14	2
d21	1
d23	-
d24	-
d31	1
d32	4
d34	-
d41	1
d42	1,4
d43	1

$$D_{12} = \frac{\max\{|0.768 - 1.024|; |0.768 - 1.024|\}}{\max\{|3.201 - 2.561|; |0.768 - 1.024|; |1.536 - 1.536|; |0.768 - 1.024|\}}$$

b. Cari nilai max absolute dari index kriteria dibagi dengan max absolute dari tiap nilai kriteria alternatif 1 - kriteria alternatif 2:

Matriks discordance D

<b>D</b>	<b>a1</b>	<b>a2</b>	<b>a3</b>	<b>a4</b>
a1	0	0.476421	0.413797	0.137932
a2	1	0	0	0
a3	1	1	0	0
a4	1	1	1	0

c. Mencari threshold discordance ( d ). Yaitu menjumlahkan nilai tiap cell dari step 4.2, dibagi  $m*(m-1)$  dimana m adalah jumlah alternatif:

$$\underline{d} = 0.577778$$

d. Membandingkan nilai matriks D dengan threshold. Jika lebih besar, maka beri nilai 1

Matriks dominan discordance G

<b>G</b>	<b>a1</b>	<b>a2</b>	<b>a3</b>	<b>a4</b>
a1	0	0	0	0
a2	1	0	0	0
a3	1	1	0	0
a4	1	1	1	0

# Agregate dominance matrix dan eliminasi alternatif

## 6. Menentukan aggregate dominance matrix

Menentukan aggregate dominance matrix sebagai matriks E, yang setiap elemennya merupakan perkalian antara elemen matriks F dengan elemen matriks G

$$e_{kl} = f_{kl} * g_{kl}$$

## 7. Eliminasi alternative yang less favourable

Matriks E memberikan urutan pilihan dari setiap alternatif,

- Yaitu bila  $e = 1$  kl maka alternatif  $A_k$  merupakan pilihan yang lebih baik daripada  $A_r$  sehingga baris dalam matriks E yang memiliki jumlah  $e \geq 1$  kl paling sedikit dapat dieliminasi. Dengan demikian alternatif terbaik adalah yang mendominasi alternatif lainnya.

# Agregate dominance matrix dan eliminasi alternatif

Operasi perkalian tiap cell dari matriks F dengan matriks G

Matriks dominan concordance F				
F	a1	a2	a3	a4
a1	0	0	1	1
a2	0	0	1	1
a3	0	1	0	1
a4	0	0	0	0

x

Matriks dominan discordance G				
G	a1	a2	a3	a4
a1	0	0	0	0
a2	1	0	0	0
a3	1	1	0	0
a4	1	1	1	0

Matriks agregasi E				
E	a1	a2	a3	a4
a1	0	0	0	0
a2	0	0	0	0
a3	0	1	0	0
a4	0	0	0	0

Cari baris dengan angka 1 terbanyak. Dalam hal ini, a3 adalah pilihannya.