

Electre

1. Pembahasan

Electre merupakan salah satu metode pengambilan keputusan yang multikriteria berdasarkan pada konsep outranking dengan menggunakan perbandingan berpasangan dari alternatif-alternatif berdasarkan setiap kriteria yang sesuai.

Metode Electre digunakan pada kondisi dimana alternatif yang kurang sesuai dengan kriteria akan dieliminasi, dan alternatif yang sesuai dapat dihasilkan, dengan kata lain Electre digunakan untuk kasus-kasus dengan banyak alternatif. Namun, hanya sedikit kriteria yang dilibatkan.

Suatu alternatif dikatakan mendominasi alternatif yang lainnya jika satu atau lebih kriterianya melebihi (dibandingkan dengan kriteria dari alternatif yang lain) dan sama dengan kriteria lain yang tersisa '(Kusumadewi, 2006)'.

Langkah-langkah yang dilakukan dalam penyelesaian masalah menggunakan metode Electre adalah sebagai berikut :

1. Normalisasi matriks keputusan

Dalam prosedur ini, setiap atribut diubah menjadi nilai yang compareable. Setiap normalisasi rij dapat dilakukan dengan persamaan (1) :

$$r_{ij} = \frac{x_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^m x_{ij}^2}}, \text{ Untuk } i = 1, 2, 3, \dots, m \text{ dan } j = 1, 2, 3, \dots, n$$

Keterangan :

r_{ij} = normalisasi pengukuran pilihan dari alternatif dan kriteria.
 m = Alternatif.
 n = Kriteria.

(1)

Sehingga didapat matriks R hasil normalisasi:

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \dots & r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} & \dots & r_{2n} \\ r_{m1} & r_{m2} & \dots & r_{mn} \end{bmatrix}$$

(2)

R adalah matriks yang telah dinormalisasi atau disebut normalized decision matrix. Dimana m menyatakan alternatif, n menyatakan kriteria dan rij adalah normalisasi pengukuran pilihan dari alternatif ke-l dalam hubungannya dengan kriteria ke- j.

2. Pembobotan pada matriks yang telah dinormalisasi

Setelah dinormalisasi, setiap kolom dari matriks R dikalikan dengan bobot-bobot (w_j) yang ditentukan oleh pembuat keputusan. Sehingga, wighted normalized matrix adalah $V = RW$ adalah yang ditulis persamaan berikut.

$$V = \begin{bmatrix} v_{11} & v_{12} & \dots & v_{1n} \\ v_{21} & v_{22} & \dots & v_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ v_{m1} & v_{m2} & \dots & v_{mn} \end{bmatrix} = RW = \begin{bmatrix} w_1 r_{11} & w_2 r_{12} & \dots & w_n r_{1n} \\ w_1 r_{21} & w_2 r_{22} & \dots & w_n r_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ w_1 r_{m1} & w_2 r_{m2} & \dots & w_n r_{mn} \end{bmatrix}$$

Dimana W adalah:

$$W = \begin{bmatrix} w_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & w_2 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & w_n \end{bmatrix}, \text{ dan } \sum_{i=1}^n w_i = 1 \quad (3)$$

3. Menentukan concordance dan discordance index

Untuk setiap pasang dari alternatif k dan l ($k, l = 1, 2, 3, \dots, m$ dan $k \neq l$) kumpulan kriteria J dibagi menjadi dua subsets, yaitu concordance dan discordance. Bilamana sebuah kriteria dalam satu alternatif termasuk concordance adalah :

$$C_{kl} = \{j, v_{kj} \geq v_{lj}\}, \text{ untuk } j = 1, 2, 3, \dots, n \quad (4)$$

Sebaliknya kebalikan dari subset ini adalah discordance, yaitu bila:

$$D_{kl} = \{j, v_{kj} < v_{lj}\}, \text{ untuk } j = 1, 2, 3, \dots, n \quad (5)$$

Keterangan :

C_{kl} = himpunan *concordance*.

D_{kl} = himpunan *discordance*.

v_{kj} = indeks dari matriks V .

v_{lj} = indeks dari matriks V .

4. Hitung matriks concordance dan discordance

a. Concordance

Untuk menentukan nilai dari elemen pada matriks concordance adalah dengan menjumlahkan bobot-bobot yang termasuk dalam subset concordance:

$$c_{kl} = \sum_{j \in C_{kl}} w_j \quad (6)$$

Sehingga matriks concordance yang dihasilkan adalah:

$$C = \begin{bmatrix} - & c_{12} & c_{13} & \dots & c_{1n} \\ c_{21} & \dots & c_{23} & \dots & c_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{m1} & c_{m2} & c_{m3} & \dots & - \end{bmatrix}$$

b. Discordance

Untuk menentukan nilai dari elemen-elemen pada matriks discordance adalah dengan membagi maksimum selisih nilai kriteria yang termasuk dalam subset discordance dengan maksimum selisih nilai seluruh kriteria yang ada, secara matematisnya adalah :

$$d_{kl} = \frac{\{\max(v_{mn} - v_{mn-l_n})\}_{m,n \in d_{klv}}}{\{\max(v_{mn} - v_{ln})\}_{m,n = 1,2,3,\dots}} \quad (7)$$

Selanjutnya diperoleh matriks discordance:

$$D = \begin{bmatrix} - & d_{12} & d_{13} & \dots & d_{1n} \\ d_{21} & \dots & d_{23} & \dots & d_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ d_{m1} & d_{m2} & d_{m3} & \dots & - \end{bmatrix}$$

5. Menentukan matriks dominan concordance dan discordance

a. Concordance

Matriks dominan concordance dapat dibangun dengan bantuan nilai threshold, yaitu dengan membandingkan setiap nilai elemen matriks concordance dengan nilai threshold.

$$c_{kl} \geq \underline{c}$$

Dengan nilai *threshold* \underline{c} , adalah :

$$\underline{c} = \frac{\sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n c_{kl}}{m * (m - 1)} \quad (8)$$

Dan setiap elemen matriks F sebagai matriks dominan concordance ditentukan sebagai berikut :

$$f_{kl} = 1, \text{ jika } c_{kl} \geq \underline{c} \text{ dan } f_{kl} = 0, \text{ jika } c_{kl} < \underline{c} \quad (9)$$

b. Discordance

Untuk membangun matriks dominan discordance juga menggunakan bantuan nilai threshold, yaitu :

$$\underline{d} = \frac{\sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n d_{kl}}{m * (m - 1)} \quad (10)$$

Dan nilai setiap elemen untuk matriks G sebagai matriks dominan discordance ditentukan sebagai berikut :

$$g_{kl} = 1 \quad , \quad \text{jika} \quad d_{kl} \geq \underline{d} \quad \text{dan} \quad g_{kl} = 0, \quad \text{jika} \quad d_{kl} < \underline{d} \quad (11)$$

6. Menentukan aggregate dominance matrix

Langkah selanjutnya adalah menentukan aggregate dominance matrix sebagai matriks E, yang setiap elemennya merupakan perkalian antara elemen matriks F dengan elemen matriks G, sebagai berikut :

$$e_{kl} = f_{kl} * g_{kl} \quad (12)$$

7. Eliminasi alternatif yang less favourable

Matriks E memberikan urutan pilihan dari setiap alternatif, yaitu bila $e = 1$ kl maka alternatif A_k merupakan pilihan yang lebih baik daripada A_r sehingga baris dalam matriks E yang memiliki jumlah $e = 1$ kl paling sedikit dapat dieliminasi. Dengan demikian alternatif terbaik adalah yang mendominasi alternatif lainnya.

2. Contoh Kasus

Contoh kasus penerapan Electre pada sistem pendukung keputusan penerimaan beasiswa. Dengan kriteria IPK, penghasilan orang tua per tahun, jumlah tanggungan dan pekerjaan orang tua. Adapun langkah-langkahnya sebagai berikut.

1. Pembobotan kriteria

Pembobotan kriteria dilakukan untuk menentukan nilai mutlak dari bobot masing-masing kriteria sehingga dapat diasimilasi dengan mudah ke dalam metode ELECTRE yang digunakan. Pembobotan ini dilakukan oleh pakar atau yang berkepentingan.

Tabel 1. Bobot IPK	
Nilai IPK (K1)	Bobot
>3,5	5
3,1 – 3,5	4
2,6 – 3,0	3
2,0 – 2,5	2
<2,0	1

Tabel 3. Bobot Jumlah Tanggungan	
Jumlah Tanggungan (K3)	Bobot
<2	1
2-3	2
4-5	3
6-7	4
>7	5

Tabel 2. Bobot Penghasilan per Tahun	
Penghasilan per Tahun (K2)	Bobot
>36.000.000	1
24.000.001 – 36.000.000	2
18.000.001 – 24.000.000	3
12.000.000 – 18.000.000	4
<12.000.000	5

Tabel 4. Bobot Pekerjaan Orang Tua	
Pekerjaan Orang Tua (K4)	Bobot
1-2	1
3-3	2
4-4	3
5-5	4
6	5

2. Penentuan sampel calon penerima beasiswa

Kemudian dikumpulkan sampel data alternatif, yang diberi skor berdasarkan ketentuan diatas.

Tabel 5. Calon Penerima Beasiswa				
Calon Penerima Beasiswa	Nilai Kriteria			
	K1	K2	K3	K4
Mahadi	5	3	3	3
Saimon	4	4	3	4
Wahdi	4	4	3	3
Aditya	2	4	3	3

Sehingga tabel data alternatifnya adalah:

	c1	c2	c3	c4
a1	5	3	3	3
a2	4	4	3	4
a3	4	4	3	3
a4	2	4	3	3

3. Penentuan bobot

Berikutnya ditentukan bobot (W) dari masing-masing kriteria.

c1	c2	c3	c4
5	2	4	2

4. Normalisasi matriks alternatif

Normalisasi dilakukan sesuai persamaan (1).

$$R_{11} = \frac{5}{\sqrt{5^2 + 4^2 + 4^2 + 2^2}} = 0.640$$

$$R_{21} = \frac{4}{\sqrt{5^2 + 4^2 + 4^2 + 2^2}} = 0.512$$

$$R_{31} = \frac{4}{\sqrt{5^2 + 4^2 + 4^2 + 2^2}} = 0.512$$

$$R_{41} = \frac{2}{\sqrt{5^2 + 4^2 + 4^2 + 2^2}} = 0.256$$

Dan seterusnya hingga R44, sehingga didapat matriks hasil normalisasi R:

Matriks normalisasi R				
R	c1	c2	c3	c4
a1	0.640	0.384	0.384	0.384
a2	0.512	0.512	0.384	0.512
a3	0.512	0.512	0.384	0.384
a4	0.256	0.512	0.384	0.384

5. Pembobotan pada matriks yang telah dinormalisasi

Mengalikan masing-masing cell pada matriks hasil normalisasi dengan bobot kriteria sesuai persamaan (3), sehingga didapatkan matriks V:

Matriks normalisasi V

bobot:	5	2	4	2
V	c1	c2	c3	c4
a1	3.201	0.768	1.536	0.768
a2	2.561	1.024	1.536	1.024
a3	2.561	1.024	1.536	0.768
a4	1.280	1.024	1.536	0.768

6. Concordance matrix

- a. Untuk menentukan concordance matriks, pertama ditentukan dulu himpunan concordance dengan persamaan (4).

$$C12 = V11 \geq V21 \rightarrow 3.201 \geq 2.561 \rightarrow \text{kriteria 1} \rightarrow \text{concordance}$$

$$V12 \geq V22 \rightarrow 0.768 \geq 1.024 \rightarrow \text{kriteria 2} \rightarrow -$$

$$V13 \geq V23 \rightarrow 1.536 \geq 1.536 \rightarrow \text{kriteria 3} \rightarrow \text{concordance}$$

$$V14 \geq V24 \rightarrow 0.768 \geq 1.024 \rightarrow \text{kriteria 4} \rightarrow -$$

Sehingga $C12 = \{1, 3\}$

Dan seterusnya hingga C43, sehingga didapatkan himpunan concordance:

	index kriteria
c12	1,3
c13	1,3,4
c14	1,3,4
c21	2,3,4
c23	1,2,3,4
c24	1,2,3,4
c31	2,3,4
c32	1,2,3
c34	1,2,3,4
c41	2,3,4
c42	2,3
c43	2,3,4

- b. Selanjutnya menjumlahkan nilai kriteria alternatif sesuai pada index kriteria pada himpunan concordance, sesuai persamaan (6).

$$C12 = W1 + W3 \rightarrow 5 + 4 = 9$$

$$C13 = W1 + W3 + W4 \rightarrow 5 + 4 + 2 = 11$$

$$C14 = W1 + W3 + W4 \rightarrow 5 + 4 + 2 = 11$$

Dan seterusnya hingga C43, kemudian disusun kedalam matriks concordance C:

Matriks concordance C				
C	a1	a2	a3	a4
a1	0	9	11	11
a2	8	0	13	13
a3	8	11	0	13
a4	8	6	8	0

- c. Mencari threshold concordance (c). Yaitu menjumlahkan semua nilai dari matriks concordance C, kemudian dibagi $m*(m-1)$ dimana m adalah jumlah alternatif, berdasarkan persamaan (8).

$$c = \frac{9 + 11 + 11 + 8 + 13 + 13 + 8 + 11 + 13 + 8 + 6}{4 * (4 - 1)} = 9.92$$

- d. Langkah berikutnya adalah mencari matriks dominan concordance F, yaitu membandingkan tiap nilai dari matriks C dengan threshold. Jika lebih besar dari threshold, maka beri nilai 1.

Matriks dominan concordance F				
F	a1	a2	a3	a4
a1	0	0	1	1
a2	0	0	1	1
a3	0	1	0	1
a4	0	0	0	0

7. Discordance matrix

- a. Untuk menentukan discordance matriks, pertama ditentukan dulu himpunan discordance dengan persamaan (5).

$$\begin{aligned} D_{12} = V_{11} \geq V_{21} &\rightarrow 3.201 < 2.561 && \rightarrow \text{kriteria 1} \rightarrow - \\ V_{12} \geq V_{22} &\rightarrow 0.768 < 1.024 && \rightarrow \text{kriteria 2} \rightarrow \text{discordance} \\ V_{13} \geq V_{23} &\rightarrow 1.536 < 1.536 && \rightarrow \text{kriteria 3} \rightarrow - \\ V_{14} \geq V_{24} &\rightarrow 0.768 < 1.024 && \rightarrow \text{kriteria 4} \rightarrow \text{discordance} \end{aligned}$$

Sehingga $D_{12} = \{2, 4\}$

Dan seterusnya hingga D_{43} , sehingga didapatkan himpunan concordance:

	index kriteria
d12	2,4
d13	2
d14	2
d21	1
d23	-
d24	-
d31	1
d32	4
d34	-
d41	1
d42	1,4
d43	1

- b. Selanjutnya mencari nilai max absolute nilai kriteria sesuai himpunan concordance dibagi dengan max absolute dari nilai kriteria, pada tiap alternatif. Sesuai persamaan (7).

$$\begin{aligned}
 D_{12} &= \frac{\max\{ |0.768 - 1.024|; |0.768 - 1.024| \}}{\max\{ |3.201 - 2.561|; |0.768 - 1.024|; |1.536 - 1.536|; |0.768 - 1.024| \}} \\
 &= \frac{\max\{0.256; 0.256\}}{\max\{0.64; 0.256; 0; 0.256\}} \\
 &= \frac{0.256}{0.64} \\
 &= 0.4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 D_{13} &= \frac{\max\{ |0.768 - 1.024| \}}{\max\{ |3.201 - 2.561|; |0.768 - 1.024|; |1.536 - 1.536|; |0.768 - 0.768| \}} \\
 &= \frac{\max\{0.256; \}}{\max\{0.64; 0.256; 0; 0\}} \\
 &= \frac{0.256}{0.64} \\
 &= 0.4
 \end{aligned}$$

Dan seterusnya hingga D43. Kemudian disusun kedalam matriks discordance D

Matriks discordance D				
D	a1	a2	a3	a4
a1	0	0.4	0.4	0.133333
a2	1	0	0	0
a3	1	1	0	0
a4	1	1	1	0

- c. Mencari threshold discordance (\underline{d}). Yaitu menjumlahkan semua nilai dari matriks discordance D, kemudian dibagi $m*(m-1)$ dimana m adalah jumlah alternatif, berdasarkan persamaan (10).

$$c = \frac{0.4 + 0.4 + 0.133 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1}{4 * (4 - 1)} = 0.578$$

- e. Langkah berikutnya adalah mencari matriks dominan discordance F, yaitu membandingkan tiap nilai dari matriks D dengan threshold. Jika lebih besar dari threshold, maka beri nilai 1.

Matriks dominan discordance G				
G	a1	a2	a3	a4
a1	0	0	0	0
a2	1	0	0	0
a3	1	1	0	0
a4	1	1	1	0

8. Matrix agregasi

Untuk mencari matriks agregasi E, adalah perkalian dari matriks F dengan G sesuai persamaan (12).

Matriks agregasi E				
E	a1	a2	a3	a4
a1	0	0	0	0
a2	0	0	0	0
a3	0	1	0	0
a4	0	0	0	0

9. Kesimpulan

Cari baris dengan angka 1 terbanyak.

Dalam hal ini, a3 adalah pilihannya. Maka alternatif 3, yaitu Wahdi, adalah yang paling berhak menerima beasiswa.