CIND212: Redes y Sistemas Estocásticos
Lista 2. Octubre 27, 2025 **Profesor:** Felipe Osorio

---

1. Suponga una cadena de Markov con estados $S = \{0, 1, 2\}$ y matriz de transición

$$\boldsymbol{P} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1/2 & 1/6 & 1/3 \\ 1/3 & 3/5 & 1/15 \end{pmatrix},$$

(a) Dibuje el gráfico de la red con sus probabilidades de transición.

(b) ¿Es posible transitar del estado 0 al 2?

(c) ¿Cuál es la probabilidad de transitar del estado 2 al 1? Y, ¿del estado 2 al 0?

(d) ¿El estado 0 es absorvente? ¿Comunican los estados 0 y 2?

2. Considere

$$\boldsymbol{P} = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1/2 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

(a) ¿Es $\boldsymbol{P}$ matriz de transición?

(b) Obtenga los valores propios de $\boldsymbol{P}$.

(c) Usando inducción, muestre que:

$$\boldsymbol{P}^n = \begin{pmatrix} \frac{1}{2^n} & 0 & 1-\frac{1}{2^n} \\ 0 & \frac{1}{2^n} & 1-\frac{1}{2^n} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

3. Considere la siguiente matriz de transición

$$\boldsymbol{P} = \begin{pmatrix} 0 & 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 0 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \end{pmatrix},$$

(a) ¿$\boldsymbol{P}$ es regular?

(b) Suponga distribución inicial $\boldsymbol{\pi} = (1, 0, 0)^\top$, obtenga la distribución de X_2.

4. Considere matriz de transición

$$\boldsymbol{P} = \begin{pmatrix} 1-a & a \\ b & 1-b \end{pmatrix}, \qquad a, b \in (0, 1),\ a + b > 0.$$

(a) Obtenga los valores propios de $\boldsymbol{P}$.

(b) Verifique que $\boldsymbol{v} = (-a, b)^\top$ es vector propio de $\boldsymbol{P}$.

(c) Obtenga $\boldsymbol{P}^n$.

(d) Calcule $\lim_{n\to\infty} \boldsymbol{P}^n$.