

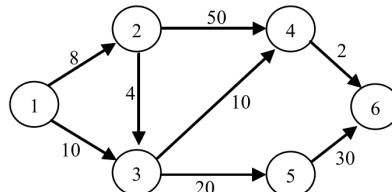
1. Considere la red $G = (N, A)$, con $N = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ dada por:

	2	3	4	5	6	7
1	8	11	16			
2		2		20		
3					15	
4					14	30
5						4
6						10

- (a) Halle una ruta óptima del nodo 2 al nodo 7.
 (b) Encuentre una ruta óptima del nodo 3 al nodo 2.
 (c) Halle todas las rutas de mínimo costo desde el nodo 1 al nodo 7.
2. En un barrio de una gran ciudad hay una estación de bomberos desde la que se debe llegar rápidamente a siete lugares (nodos). Los nodos están enumerados del 1 al 8, siendo el nodo 1 la estación de bomberos. Los nodos están conectados por calles, algunas de las cuales son de sentido único y otras permiten el tráfico en ambos sentidos. En las calles de doble sentido, el tiempo de conducción no es el mismo en ambas direcciones. La siguiente tabla muestra las rutas posibles y los tiempos de conducción. Calcule la ruta más corta desde la estación de bomberos hasta cada uno de los demás nodos.

Desde/hacia	2	3	4	5	6	7	8
1	5		2				
2		9	1		7	10	
3				10	5		
4	2				3		
5		7				4	7
6						2	9
7			7				6
8				1	10		

3. Considere la red $G = (N, A)$, con $N = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ dada por:



- (a) Encuentre una ruta óptima entre los nodos 1 y 6.
 (b) Aplique el algoritmo de Floyd.

4. La siguiente tabla contiene el costo (c) y el tiempo de viaje (t), indicado por el par de valores (c, t) , para viajar desde una ciudad a otra:

	A	B	C	D	E
A	(10,50)	(25,50)	(50,30)		
B		(18,30)	(20,20)	(50,30)	
C				(40,20)	
D					(20,80)

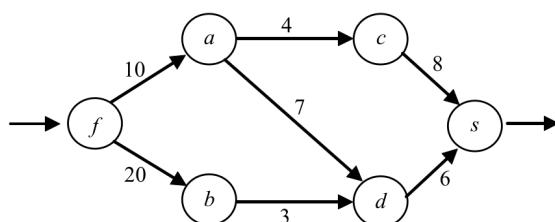
- (a) Encuentre una ruta de costo mínimo de la ciudad A a la ciudad E e indique el tiempo total del viaje.
- (b) Halle una óptima de A hacia E cuyo tiempo de viaje sea mínimo e indique el costo de la ruta.
5. Se planea trazar una red de televisión para dar servicio a cinco áreas urbanizadas. El costo asociado a cada arista (en kilómetros de cable) es dado en la siguiente tabla:

	1	2	3	4	5	6
1		1	5	7	9	
2			6	4	3	
3				5		10
4					8	3
5						
6						

- (a) Dibuje la red $G = (N, A)$.
- (b) Obtenga el trazado de la red de costo mínimo.
6. Obtener el flujo máximo en la siguiente red $G = (N, A)$, donde

$$N = \{f, a, b, c, d, s\},$$

con nodo fuente f y nodo sumidero s .



Soluciones:

1.a. La ruta óptima es: $P_* = \{2, 5, 7\}$, con $\phi(P_*) = 20 + 4 = 24$.

1.b. No existe ruta.

1.c. En este caso tenemos la ruta óptima $P_* = \{1, 2, 5, 7\}$, con $\phi(P_*) = 8 + 20 + 4 = 32$.

2. Sea P_i la ruta óptima desde el nodo 1 al nodo i -ésimo, para $i = 2, \dots, 8$. De este modo,

$$\begin{aligned} P_8 &= \{1, 4, 6, 8\}, & \phi(P_8) &= 14, \\ P_7 &= \{1, 4, 6, 7\}, & \phi(P_7) &= 8, \\ P_6 &= \{1, 4, 6\}, & \phi(P_6) &= 5, \\ P_5 &= \{1, 4, 2, 3, 5\}, & \phi(P_5) &= 23, \\ P_4 &= \{1, 4\}, & \phi(P_4) &= 2, \\ P_3 &= \{1, 2, 3\}, & \phi(P_3) &= 14, \\ P_2 &= \{1, 2\}, & \phi(P_2) &= 5. \end{aligned}$$

3.a. Ruta óptima es dada por $P_* = \{1, 3, 4, 6\}$, donde $\phi(P_*) = 22$.

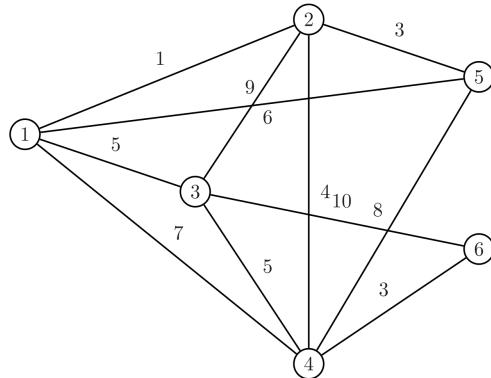
3.b. En la 6ta iteración del algoritmo de Floyd-Warshall, obtenemos:

$$C_6 = \begin{pmatrix} 0 & 8 & 10 & 20 & 30 & 22 \\ \infty & 0 & 4 & 14 & 24 & 16 \\ \infty & \infty & 0 & 10 & 20 & 12 \\ \infty & \infty & \infty & 0 & \infty & 2 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & 0 & 30 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & 0 \end{pmatrix}, \quad S_6 = \begin{pmatrix} - & 1 & 1 & 3 & 3 & 4 \\ 0 & - & 2 & 3 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & - & 3 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & - & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & - & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & - \end{pmatrix}.$$

4.a. En este caso la ruta óptima es $P_c = \{A, B, D, E\}$, donde $\phi(P_c) = 10 + 20 + 20 = 50$ con tiempo $50 + 20 + 80 = 150$ unidades.

4.b. Tenemos que la ruta óptima es dada por $P_t = \{A, C, E\}$, donde $\phi(P_t) = 50 + 20 = 70$ con costo $25 + 40 = 65$ unidades.

5.a. El gráfico de la red adopta la forma:



5.b. El árbol está formado por los siguientes arcos:

$$(1, 2), (2, 4), (2, 5), (3, 4), (4, 6),$$

y la longitud del árbol es: $1 + 4 + 3 + 3 + 5 = 16$.

6. El flujo máximo de la red es $F = 10$, con capacidad dada por:

arco	flujo
(f, a)	10
(f, b)	0
(a, c)	4
(a, d)	6
(b, d)	0
(c, s)	4
(d, s)	6