CIND211: Redes y Sistemas Estocásticos **Nombre:** __________________________
Solemne 2. Noviembre 10, 2025 **Profesor:** Felipe Osorio
Tiempo: 100 minutos

---

1. (20 pts) Sea $\boldsymbol{P}$ una matriz de transición de una cadena de Markov sobre k estados. Sea $\boldsymbol{I}$ la matriz identidad de orden $k \times k$. Considere la matriz

$$\boldsymbol{Q} = (1-\alpha)\boldsymbol{I} + \alpha\boldsymbol{P}, \qquad \alpha \in (0,1).$$

Verifique que $\boldsymbol{Q}$ es una matriz de transición.

2. Considere

$$\boldsymbol{Q} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ p & 1-p \end{pmatrix}.$$

a. (10 pts) Determine las condiciones para que $\boldsymbol{Q}$ sea matriz de transición regular.

b. (10 pts) Obtenga los valores y vectores propios de $\boldsymbol{Q}$.

Puede ser de utilidad: Para $ax^2 + bx + c = 0$, $(a \neq 0)$, tenemos

$$x = \frac{-b \mp \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

3. (20 pts) Considere una cadena de Markov con espacio de estados $S = \{0,1,2\}$ y matriz de transición

$$\boldsymbol{P} = \begin{pmatrix} 1/3 & 1/3 & 1/3 \\ 1/4 & 1/2 & 1/4 \\ 1/6 & 1/3 & 1/2 \end{pmatrix}.$$

Determine la distribución estacionaria $\boldsymbol{\pi}$.

Sugerencia: Recuerde que $\boldsymbol{\pi}$ debe satisfacer $\boldsymbol{\pi}^\top \boldsymbol{P} = \boldsymbol{\pi}^\top$ con $\boldsymbol{1}^\top \boldsymbol{\pi} = 1$ y $\pi_i \geq 0$, $\forall\, i$.

Importante: Fundamente todas sus respuestas.