

1. (25 pts) Suponga que los conjuntos de datos:

$$\mathbf{x} = \{0, 5, 0, 10, 0, 15, 0, 15, 0\}, \quad \mathbf{y} = \{0, 0, 0, 10, 0, 15, 0, 2, 0\},$$

corresponden a concentraciones de dos minerales en un cierto depósito. En efecto, podemos graficar las observaciones según fueron medidas en terreno, obteniendo:



Se obtuvo $\bar{x} = 5$, $\bar{y} = 3$, $\sum_{i=1}^9 (x_i - \bar{x})^2 = 350$, y $\sum_{i=1}^9 (y_i - \bar{y})^2 = 248$. Calcule el coeficiente de correlación entre \mathbf{x} e \mathbf{y} .

2. (30 pts) Considere un modelo de regresión lineal $y_i = \alpha + \beta x_i + \epsilon_i$, para $i = 1, \dots, n$, y sea

$$e_i = y_i - \hat{\alpha} - \hat{\beta}x_i, \quad i = 1, \dots, n,$$

el i -ésimo residuo. Muestre que $\sum_{i=1}^n e_i = 0$. Además, verifique que $\sum_{i=1}^n e_i \hat{y}_i = 0$.

3. Suponga que A y B dos sucesos en un espacio de probabilidad (Ω, \mathcal{F}, P) .

- a. (10 pts) Considere $B \subset A$. Entonces verifique que:

$$P(A \cap B^c) = P(A) - P(B).$$

- b. (10 pts) Suponga que

$$\frac{P(A)}{P(A^c)} = \frac{a}{b}.$$

Muestre que

$$P(A) = \frac{a}{a+b}.$$

4. La prueba de Papanicolau (PAP) es un procedimiento usado para la detección de cáncer cervicouterino. Para mujeres que padecen este cáncer, existe un 16% de *falso negativo*, mientras que para mujeres sanas, existe un 10% de *falso positivo*. Defina los eventos:

T : el test PAP es positivo.

T^c : el test PAP es negativo.

y sea

C : la mujer examinada tiene cáncer cervicouterino.

La información disponible se puede escribir como:

$$P(T^c|C) = 0.16, \quad \text{y} \quad P(T|C^c) = 0.10.$$

En Chile, existe 6 por cada 100 000 mujeres (datos obtenidos por el MINSAL) que padecen este cáncer. Es decir,

$$P(C) = \frac{6}{100\,000} = 0.00006.$$

Para una mujer que se somete a un examen. Obtenga

- a. (10 pts) La probabilidad de obtener un PAP positivo.
- b. (15 pts) La probabilidad de tener cáncer dado que el test PAP resultó positivo.

Instrucciones:

- La comprensión de las preguntas hace parte de la evaluación.
- Consultas son hechas desde su asiento y en voz alta.