

1. Disponemos de 9 símbolos en el conjunto de caracteres. Por tanto, el número de claves que podemos formar es dado por,

a. (15 pts) Con repeticiones: $9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 = 9^5 = 59\,049$.

b. (15 pts) Sin repeticiones:

$$9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = \frac{9!}{4!} = 15\,120.$$

c. (20 pts) Para esto, defina el evento A : la clave contiene al menos un caracter A. Podemos notar que A^c corresponde al evento, A^c : la clave no contiene el caracter A. De este modo,

$$P(A) = 1 - P(A^c) = 1 - \left(\frac{8}{9}\right)^5 = 0,4451.$$

2. En efecto, tenemos que

a. (15 pts) $P(A) = \sum_{j=1}^k a_j P_j(A) \geq 0$, pues $P_j(A) \geq 0$, para todo $j = 1, \dots, k$.

b. (15 pts) $P(\Omega) = \sum_{j=1}^k a_j P_j(\Omega) = \sum_{j=1}^k a_j = 1$,

c. (20 pts) Sea A_1, A_2, \dots, A_n colección de eventos disjuntos, entonces

$$P\left(\bigcup_{i=1}^n A_i\right) = \sum_{j=1}^k a_j P_j\left(\bigcup_{i=1}^n A_i\right) = \sum_{j=1}^k a_j \sum_{i=1}^n P_j(A_i) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k a_j P_j(A_i) = \sum_{i=1}^n P(A_i).$$

Luego, sigue que P es medida de probabilidad.