

MAT-041: Probabilidad y Estadística**Certamen 2. Noviembre 29, 2023****Tiempo: 70 minutos****Nombre:** _____**Profesor:** Felipe Osorio

1. Suponga que $X \sim \text{Exp}(1)$. Es decir, $f_X(x) = e^{-x}$, para $x \in (0, +\infty)$. Determine la función de densidad de las siguientes variables aleatorias:

a. (15 pts) $Y = 1/X$.

b. (15 pts) $Z = X/(1 + X)$.

2. (35 pts) Sea X_1, \dots, X_n una muestra aleatoria de tamaño n desde la variable aleatoria X con función de densidad

$$f(x; \theta) = \frac{(x+1)}{\theta(\theta+1)} \exp(-x/\theta), \quad x > 0, \theta > 0.$$

Encuentre el estimador de momentos para θ .

Puede ser útil: Recuerde que

$$\int_0^\infty x^{a-1} e^{-x/s} dx = s^a \Gamma(a).$$

3. (35 pts) Considere variables aleatorias independientes X_1, \dots, X_n y Y_1, \dots, Y_n desde una distribución $N(\mu, \sigma^2)$ y $N(\mu, \lambda\sigma^2)$, respectivamente, donde μ es conocido. Obtenga el MLE de $\boldsymbol{\theta} = (\sigma^2, \lambda)^\top$.