

1. (50 pts) Cuatro máquinas producen en una semana 5000, 2500, 1500 y 1000 piezas del mismo tipo, respectivamente. La probabilidad de que la máquina  $M_i$  ( $i = 1, \dots, 4$ ) produzca una pieza defectuosa es 0,01, 0,03, 0,60 y 0,10, respectivamente. Se reúne la producción de toda una semana y se selecciona una pieza al azar, resultando defectuosa. Calcule la probabilidad de que la pieza haya sido producida en la máquina  $M_i$  ( $i = 1, \dots, 4$ ).
2. Sea  $X$  una variable aleatoria con función de distribución dada por

$$F_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} \exp(\lambda x), & x < 0, \\ 1 - \frac{1}{2} \exp(-\lambda x), & x \geq 0. \end{cases}$$

- a. (30 pts) Encuentre condiciones sobre  $\lambda$  tal que  $F_X(x)$  sea función de distribución acumulada.
- b. (10 pts) Para  $\lambda = 1$ , calcule  $P(X \leq 0)$ .
- c. (10 pts) Para  $\lambda = 1$ , calcule  $P(X \leq \lambda^{-1})$ .

*Puede ser de utilidad:*

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}, \quad P(A|B) = \frac{P(B|A) P(A)}{P(B)},$$
$$P(A) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A|C_i) P(C_i),$$
$$P(C_i|A) = \frac{P(A|C_i) P(C_i)}{\sum_{k=1}^{\infty} P(A|C_k) P(C_k)}.$$