IECD-223: Probabilidades **Nombre:** ____________________________
Prueba 1. Octubre 1, 2025 **Profesor:** Felipe Osorio
Tiempo: 120 minutos

---

1. Sea $(\Omega, \mathcal{F}, \mathsf{P})$ un espacio de probabilidad y considere A, B dos eventos en $\mathcal{F}$.

a. (5 pts) Si $A \subset B$, muestre que

$$\mathsf{P}(A|B) = \frac{\mathsf{P}(A)}{\mathsf{P}(B)}$$

b. (15 pts) Si A y B son mutuamente excluyentes, entonces verifique:

$$\mathsf{P}(A|A \cup B) = \frac{\mathsf{P}(A)}{\mathsf{P}(A) + \mathsf{P}(B)}.$$

2. La función de distribución acumulada de una variable aleatoria X es dada por

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ 2x - x^2, & 0 \leq x \leq 1, \\ 1, & x > 1. \end{cases}$$

a. (5 pts) Calcular $\mathsf{P}(X \geq \frac{3}{2})$ y $\mathsf{P}(-2 \leq X \leq \frac{3}{4})$.

b. (5 pts) Determine la función de densidad $f_X(x)$.

c. (10 pts) Obtenga $\mathsf{E}(X)$.

3. (20 pts) Suponga que X es una variable aleatoria continua con función de densidad

$$f_X(x) = e^{-x}, \quad x > 0.$$

Determine la función de densidad de la variable aleatoria Y dada por:

$$Y = \begin{cases} X, & X \leq 1, \\ \dfrac{1}{X}, & X > 1. \end{cases}$$