

MAT-266: Análisis de Regresión**Certamen 1. Julio 25, 2022****Tiempo: 70 minutos****Nombre:** _____**Profesor:** Felipe Osorio

1. (35 pts) Considere el modelo,

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\epsilon}, \quad \boldsymbol{\epsilon} \sim \mathbf{N}(\mathbf{0}, \sigma^2 \mathbf{W}^{-1}),$$

donde $\mathbf{W} = \text{diag}(1, \dots, 1, \omega, 1, \dots, 1)$ con $\omega > 0$ en el i -ésimo elemento de la diagonal de \mathbf{W} .
Muestre que

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}(\omega) = \hat{\boldsymbol{\beta}} - \frac{(1 - \omega)e_i}{1 - (1 - \omega)h_{ii}}(\mathbf{X}^\top \mathbf{X})^{-1} \mathbf{x}_i,$$

con $\hat{\boldsymbol{\beta}} = \hat{\boldsymbol{\beta}}(1)$.

2. (35 pts) Suponga el estimador

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_G(k) = (\mathbf{X}^\top \mathbf{X} + k\mathbf{G}^\top \mathbf{G})^{-1}(\mathbf{X}^\top \mathbf{Y} + k\mathbf{G}^\top \mathbf{g}), \quad k \leq 0,$$

para $\mathbf{G} \in \mathbb{R}^{q \times p}$ con rango fila completo y $\mathbf{g} \in \mathbb{R}^q$. Muestre que

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \hat{\boldsymbol{\beta}}_G(k) = \hat{\boldsymbol{\beta}} - (\mathbf{X}^\top \mathbf{X})^{-1} \mathbf{G}^\top [\mathbf{G}(\mathbf{X}^\top \mathbf{X})^{-1} \mathbf{G}^\top]^{-1} (\mathbf{G}\hat{\boldsymbol{\beta}} - \mathbf{g}).$$

3. (30 pts) Desde el ajuste de todas las regresiones posibles a un conjunto de 13 datos y 4 regresores, se obtuvo la siguiente información:

	RSS_p	R_p^2	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$
2715.764	0.000	95.42					
1265.687	0.534	81.48	1.87				
906.336	0.666	57.42			0.79		
1939.401	0.286	110.21				-1.26	
883.867	0.675	117.57					-0.74
57.905	0.979	52.58	1.47	0.66			
1227.072	0.548	72.35	2.31			0.49	
74.762	0.972	103.10	1.44				-0.61
415.442	0.847	72.08			0.73	-1.01	
868.880	0.680	94.16			0.31		-0.46
175.738	0.935	131.28				-1.20	-0.72
48.111	0.982	48.19	1.70	0.66	0.25		
47.973	0.982	71.65	1.45	0.42			-0.24
50.836	0.981	203.64			-0.92	-1.45	-1.56
73.815	0.973	111.68	1.05			-0.41	-0.64
47.864	0.982	62.41	1.55	0.51	0.10		-0.14

Encuentre el mejor subconjunto de regresores usando los criterios R_{adj}^2 , s_p^2 , C_p y Akaike.