EST-224: Probabilidad e Inferencia Estadística
Prueba 1. Abril 3, 2017 **Nombre:** ____________________
Tiempo: 80 minutos **Profesor:** Felipe Osorio

---

1. (20 pts) Suponga que los conjuntos de datos:

$$\boldsymbol{x} = \{0, 5, 0, 10, 0, 15, 0, 15, 0\}, \qquad \boldsymbol{y} = \{4, 0, 0, 0, 6, 0, 0, 0, 8\},$$

corresponden a concentraciones de dos minerales en un cierto depósito. En efecto, podemos graficar las observaciones según fueron medidas en terreno, obteniendo:

Se obtuvo $\overline{x} = 5$, $\overline{y} = 2$, $\sum_{i=1}^{9}(x_i - \overline{x})^2 = 350$, y $\sum_{i=1}^{9}(y_i - \overline{y})^2 = 80$. Calcule el coeficiente de correlación entre $\boldsymbol{x}$ e $\boldsymbol{y}$.

2. (20 pts) Considere el conjunto de datos $x_1, \dots, x_n$ y defina el número condición como:

$$\kappa = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{(n-1)s^2}.$$

Verifique que el número condición puede ser escrito como:

$$\kappa = 1 + \frac{n}{n-1}\, CV^{-2},$$

donde CV denota el coeficiente de variación.

3. (20 pts) Si A, B y C son eventos mutuamente excluyentes y $\mathrm{P}(A) = 0.2$, $\mathrm{P}(B) = 0.3$ y $\mathrm{P}(C) = 0.2$. Encuentre

a) $\mathrm{P}(A \cup B \cup C)$.

b) $\mathrm{P}(A^c \cap (B \cup C))$.

c) $\mathrm{P}(B \cup C^c) - \mathrm{P}(B)$.

4. (20 pts) Suponga que A y B dos sucesos en un espacio de probabilidad $(\Omega, \mathcal{B}, \mathrm{P})$.

a) Considere $B \subset A$. Entonces verifique que:

$$\mathrm{P}(A \cap B^c) = \mathrm{P}(A) - \mathrm{P}(B).$$

b) Suponga que

$$\frac{\mathrm{P}(A)}{\mathrm{P}(A^c)} = \frac{a}{b}.$$

Muestre que

$$\mathrm{P}(A) = \frac{a}{a+b}.$$

Instrucciones:

- Ud. debe escoger **solamente** 60 puntos.
- La comprensión de las preguntas hace parte de la evaluación.
- El "formulario" se encuentra a continuación.
- Consultas son hechas desde su asiento y en voz alta.

Algunas fórmulas útiles

- $\mathrm{me} = \begin{cases} x_{((n+1)/2)}, & \text{si } n \text{ es impar,} \\ \frac{1}{2}(x_{(n/2)} + x_{(n/2+1)}), & \text{si } n \text{ es par.} \end{cases}$
- $s^2 = \dfrac{1}{n-1}\displaystyle\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2 = \dfrac{1}{n-1}\Big(\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\overline{x}^2\Big), \qquad CV = \dfrac{s}{\overline{x}}.$
- $\mathrm{cor}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}) = \dfrac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})(y_i - \overline{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2 \sum_{i=1}^{n}(y_i - \overline{y})^2}}.$
- $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c, \quad (A \cap B)^c = A^c \cup B^c.$
- $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C), \qquad (A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C).$
- $\mathrm{P}(A) \geq 0, \quad \mathrm{P}(\Omega) = 1, \quad \mathrm{P}(\varnothing) = 0.$
- $\mathrm{P}(A^c) = 1 - \mathrm{P}(A), \qquad \mathrm{P}(A \cap B^c) = \mathrm{P}(A) - P(A \cap B).$
- $\mathrm{P}(A \cup B) = \mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(B) - \mathrm{P}(A \cap B).$
- $\mathrm{P}(A \cup B \cup C) = \mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(B) + \mathrm{P}(C) - \mathrm{P}(A \cap B) - \mathrm{P}(A \cap C) - \mathrm{P}(B \cap C) + \mathrm{P}(A \cap B \cap C).$