## EST-224: Probabilidad e Inferencia Estadística

Prueba 1. Abril 3, 2017

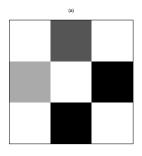
Tiempo: 80 minutos Profesor: Felipe Osorio

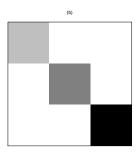
## 1. (20 pts) Suponga que los conjuntos de datos:

$$x = \{0, 5, 0, 10, 0, 15, 0, 15, 0\},$$
  $y = \{4, 0, 0, 0, 6, 0, 0, 0, 8\},$ 

Nombre: \_

corresponden a concentraciones de dos minerales en un cierto depósito. En efecto, podemos graficar las observaciones según fueron medidas en terreno, obteniendo:





Se obtuvo  $\overline{x} = 5$ ,  $\overline{y} = 2$ ,  $\sum_{i=1}^{9} (x_i - \overline{x})^2 = 350$ , y  $\sum_{i=1}^{9} (y_i - \overline{y})^2 = 80$ . Calcule el coeficiente de correlación entre  $\boldsymbol{x}$  e  $\boldsymbol{y}$ .

# **2.** (20 pts) Considere el conjunto de datos $x_1, \ldots, x_n$ y defina el número condición como:

$$\kappa = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{(n-1)s^2}.$$

Verifique que el número condición puede ser escrito como:

$$\kappa = 1 + \frac{n}{n-1} CV^{-2},$$

donde CV denota el coeficiente de variación.

# **3. (20 pts)** Si A, B y C son eventos mutuamente excluyentes y P(A) = 0.2, P(B) = 0.3 y P(C) = 0.2. Encuentre

- a)  $P(A \cup B \cup C)$ .
- **b)**  $P(A^c \cap (B \cup C)).$
- c)  $P(B \cup C^c) P(B)$ .

# **4.** (20 pts) Suponga que A y B dos sucesos en un espacio de probabilidad $(\Omega, \mathcal{B}, P)$ .

a) Considere  $B \subset A$ . Entonces verifique que:

$$P(A \cap B^c) = P(A) - P(B).$$

b) Suponga que

$$\frac{\mathrm{P}(A)}{\mathrm{P}(A^c)} = \frac{a}{b}.$$

Muestre que

$$P(A) = \frac{a}{a+b}.$$

#### **Instrucciones:**

- Ud. debe escoger solamente 60 puntos.
- La comprensión de las preguntas hace parte de la evaluación.
- El "formulario" se encuentra a continuación.
- Consultas son hechas desde su asiento y en voz alta.

### Algunas fórmulas útiles

• me = 
$$\begin{cases} x_{((n+1)/2)}, & \text{si } n \text{ es impar,} \\ \frac{1}{2}(x_{(n/2)} + x_{(n/2+1)}), & \text{si } n \text{ es par.} \end{cases}$$

• 
$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2 = \frac{1}{n-1} \left( \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\overline{x}^2 \right), \qquad CV = \frac{s}{\overline{x}}.$$

• 
$$\operatorname{cor}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}) = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})(y_i - \overline{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2 \sum_{i=1}^{n} (y_i - \overline{y})^2}}.$$

• 
$$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$$
,  $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$ .

• 
$$(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$$
,  $(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$ .

$$\bullet \ {\rm P}(A) \geq 0, \quad {\rm P}(\Omega) = 1, \quad {\rm P}(\varnothing) = 0.$$

• 
$$P(A^c) = 1 - P(A), \qquad P(A \cap B^c) = P(A) - P(A \cap B).$$

• 
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$
.

• 
$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$
.