

1. Sea

$$f(x) = \frac{3}{4}x(2-x), \quad 0 \leq x \leq 2.$$

¿Es $f(x)$ una densidad? De ser así, obtenga $E(X)$ y $\text{var}(X)$.

2. Podemos modelar la vida de las plantas de cierta especie usando una variable aleatoria continua X . Suponga que la función de densidad es,

$$f(x) = \frac{1}{120} \exp(-x/120), \quad x > 0.$$

- a) ¿Cuál es la esperanza de vida de las plantas?
- b) Determine la función de distribución de X .
- c) ¿Qué proporción de plantas en esta especie mueren dentro de los primeros 100 días?
- d) Si una planta vive por 100 días, ¿Cuál es la probabilidad de viva otros 100 días?

3. En un estudio sobre la diseminación de poblaciones de insectos, una gran cantidad de hormigas son liberadas en un cierto punto. Después de 1 minuto se observa que la proporción de hormigas a una distancia de al menos r metros desde el punto de liberación es aproximadamente e^{-2r} .

- a) ¿Qué proporción de hormigas viajan más que 1 metro desde el punto de liberación?
- b) ¿Cuál es la distancia promedio viajada por las hormigas desde el punto de liberación?

4. Suponga que una variable X es normalmente distribuida con media 5 y desviación estándar 2. ¿Cuál es la probabilidad de que X toma valores entre 4 y 7? ¿Cuál es la probabilidad de que el valor sea mayor que 10?

5. El tiempo T necesario para la digestión de una unidad de alimento por un determinado protozoo es una variable aleatoria normal con media 31 minutos y desviación estándar 5 minutos.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que una unidad de comida sea digerida en menos de 35 minutos?
- b) Si una unidad particular de comida no ha sido completamente digerida después de 30 minutos, ¿cuál es la probabilidad de esta que sea digerida en menos que 35 minutos?

6. Se sabe que el 20 por ciento de las personas en una población muy grande son zurdos. Suponga que 10 000 personas son escogidas al azar desde esta población y que se determina el número de personas zurdas en la muestra. Usando la aproximación normal, estime la probabilidad de que al menos 1900 personas en la muestra sean zurdas. ¿Cuál es la probabilidad de que al menos 1960, pero no más que 2400 personas en la muestra sean zurdas?

-
7. Sabiendo que la variable aleatoria X sigue una distribución binomial con $n = 10$ y que $P(X = 0) = 0.3486$. Determine el valor de θ y calcule $P(X > 1)$.
8. Un lote de piezas contiene una proporción d de defectuosas. Para realizar un control se seleccionan n piezas y se denomina X el número de piezas defectuosas encontradas
- a) Calcule $P(X = 0)$.
 - b) Si $d = 10\%$, ¿cuál debe ser el número n de piezas examinadas para tener $P(X = 0) < 0.05$?
 - c) Si $n = 40$, ¿para qué valores de d tenemos $P(X = 0) < 0.01$?
 - d) Si se examinan $n = 80$ piezas y se encuentran 2 defectuosas, ¿cuál es la proporción más verosímil de piezas defectuosas en el lote total $d = 1\%$, $d = 4\%$, $d = 7\%$?