

MAT-042, 2° Semestre 2013
Certamen 2. Diciembre 3, 2013
Tiempo: 90 Minutos

Nombre: _____
Rol: _____
Paralelo: _____

1. Se cree que el tiempo X (en horas) para que un asistente de laboratorio prepare el equipo para un cierto tipo de experimento tiene la siguiente función de densidad:

$$f_X(x) = \begin{cases} 1, & 0 < x < 1, \\ 0, & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

Cada vez que el asistente prepara el equipo recibe un pago, Y (en miles de pesos), el cual está representado por la función $Y = -2\log(X)$.

- a. (15 pts) Calcule el pago esperado del empleado, por cada instalación, y su desviación estándar.
b. (10 pts) ¿Cuánto dinero espera recibir, a lo menos el 75% de las veces que realiza una instalación?
- 2.a. (15 pts) Sea $M_X(t)$ la función generadora de momentos de X , y defina $K_X(t) = \log(M_X(t))$. Muestre que

$$\left. \frac{d}{dt} K_X(t) \right|_{t=0} = E(X) \quad \text{y} \quad \left. \frac{d^2}{dt^2} K_X(t) \right|_{t=0} = \text{var}(X).$$

- 2.b. (10 pts) Sea X con función de densidad

$$f_X(x) = \frac{1}{2}(1+x), \quad -1 < x < 1.$$

Obtenga $E(X)$ y $\text{var}(X)$.

3. Considere la variable aleatoria X con densidad

$$f_X(x) = \frac{1}{2} \exp(-|x|), \quad x \in \mathbb{R}.$$

- a. (15 pts) Determine la función generadora de momentos de X .
b. (10 pts) Sea $Y = \mu + \phi X$. Obtenga la función generadora de momentos de Y , y usando esta información calcule $E(Y)$ y $\text{var}(Y)$.
4. El volumen que una máquina de llenado automático deposita en latas de una bebida gaseosa tiene una distribución normal con media 12.4 onzas de líquido y desviación estándar de 0.1 onzas de líquido.
- a. (10 pts) Si se desechan todas las latas que tienen menos de 12.1 o más de 12.6 onzas de líquido, ¿cuál es la proporción de latas desechadas?
- a. (15 pts) ¿Cuántas latas hay que seleccionar para que la probabilidad de tener al menos una lata “inservible” sea por lo menos 0.784?