1. Tenemos que

$$\mathsf{P}(C^c) = \frac{99\,994}{100\,000} = 0.99994,$$

también

$$\begin{aligned} \mathsf{P}(T|C) &= 1 - \mathsf{P}(T^c|C) = 1 - 0.16 = 0.84, \\ \mathsf{P}(T^c|C^c) &= 1 - \mathsf{P}(T|C^c) = 1 - 0.10 = 0.90. \end{aligned}$$

a. De este modo, usando el teorema de probabilidad total:

$$\begin{aligned} \mathsf{P}(T) &= \mathsf{P}(C)\,\mathsf{P}(T|C) + \mathsf{P}(C^c)\,\mathsf{P}(T|C^c) = 0.00006 \cdot 0.84 + 0.99994 \cdot 0.10 \\ &= 0.1000444 \end{aligned}$$

b. Se desea

$$\begin{aligned} \mathsf{P}(C|T) &= \frac{\mathsf{P}(C \cap T)}{\mathsf{P}(T)} = \frac{\mathsf{P}(C)\,\mathsf{P}(T|C)}{\mathsf{P}(T)} \\ &= \frac{0.00006 \cdot 0.84}{0.00006 \cdot 0.84 + 0.99994 \cdot 0.10} = \frac{504}{504 + 99\,994} \\ &= 0.000504. \end{aligned}$$

Es decir, por cada 1 millón de PAPs positivos sólo 504 son casos *verdaderos* de cáncer cervicouterino.

2.a. Primeramente calculamos los momentos

$$\mathsf{E}(X) = \frac{3}{4}\int_1^3 x(x-1)(3-x)\,\mathsf{d}x = \frac{3}{4}\Big(-\frac{x^4}{4} + \frac{4x^3}{3} - \frac{3x^2}{2}\Big)\Big|_1^3 = 2,$$

mientras que

$$\mathsf{E}(X^2) = \frac{3}{4}\int_1^3 x^2(x-1)(3-x)\,\mathsf{d}x = \frac{21}{5}.$$

Así, $\mathsf{var}(X) = 21/5 - 4 = 1/5$.

2.b. La probabilidad de que un tornillo no presente defectos es dada por:

$$\mathsf{P}(1.7 < X < 2.4) = \frac{3}{4}\int_{1.7}^{2.4} (x-1)(3-x)\,\mathsf{d}x = \frac{3}{4}\Big(-\frac{x^3}{3} + 2x^2 - 3x\Big)\Big|_{1.7}^{2.4} = 0.502$$

3. Para la distribución Uniforme en el intervalo (a,b), tenemos

$$\mathsf{E}(X) = \frac{1}{b-a}\int_a^b x\,\mathsf{d}x = \frac{1}{b-a}\Big(\frac{b^2}{2} - \frac{a^2}{2}\Big) = \frac{a+b}{2},$$
$$\mathsf{E}(X^2) = \frac{1}{b-a}\int_a^b x^2\,\mathsf{d}x = \frac{1}{b-a}\Big(\frac{b^3}{3} - \frac{a^3}{3}\Big) = \frac{1}{3}(a^2+ab+b^2).$$

De este modo debemos resolver el sistema de ecuaciones

$$\mu_1 = \frac{a+b}{2}, \qquad \mu_2 = \frac{1}{3}(a^2+ab+b^2).$$

Es decir, $a+b = 2\mu_1 \Rightarrow a = 2\mu_1 - b$. Substituyendo en la segunda ecuación, obtenemos

$$(2\mu_1 - b)^2 + (2\mu_1 - b)b + b^2 = 3\mu_2.$$

Es decir, $\widehat{b}_{\mathsf{MM}}$ debe ser solución de la ecuación de segundo grado

$$b^2 - 2\mu_1 b + (4\mu_1^2 - 3\mu_2) = 0,$$

cuyas raíces pueden ser escritas como

$$\widehat{b}_{\mathsf{MM}} = m_1 \pm \sqrt{3(m_2 - m_1^2)}.$$

Notando que se debe satisfacer $\widehat{a}_{\mathsf{MM}} < \widehat{b}_{\mathsf{MM}}$, sigue que

$$\widehat{a}_{\mathsf{MM}} = 2m_1 - \widehat{b}_{\mathsf{MM}} = m_1 - \sqrt{3(m_2 - m_1^2)}, \qquad \widehat{b}_{\mathsf{MM}} = m_1 + \sqrt{3(m_2 - m_1^2)},$$

como $m_2 - m_1^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n (x_i - \overline{x})^2$, obtenemos finalmente que

$$\widehat{a}_{\mathsf{MM}} = \overline{x} - \Big\{\frac{3}{n}\sum_{i=1}^n (x_i - \overline{x})^2\Big\}^{1/2}$$
$$\widehat{b}_{\mathsf{MM}} = \overline{x} + \Big\{\frac{3}{n}\sum_{i=1}^n (x_i - \overline{x})^2\Big\}^{1/2}$$