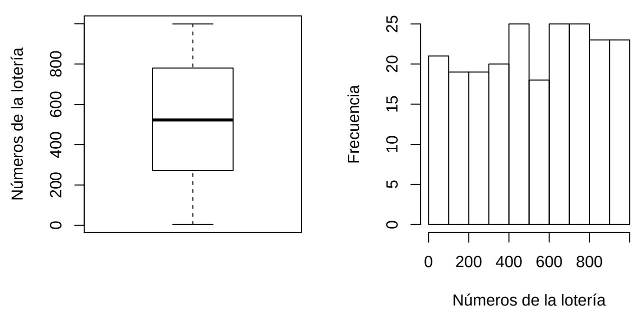
MAT-042, 2° Semestre 2013 **Nombre:** ________________
Certamen 1. Octubre 28, 2013 **Rol:** ________________
Tiempo: 90 Minutos Paralelo: ________________

1.a. (15 pts) El siguiente conjunto de datos corresponde a 218 números (entre 0 y 999) como resultado de la lotería de Maryland. Los datos fueron recolectados en un periodo de 32 semanas entre Septiembre 3, 1989 a Abril 14, 1990. Los datos están disponibles en el proyecto de Conjuntos de Datos para Referencia, StRD perteneciente al Instituto Nacional de Estándares y Tecnología (NIST). Realice un análisis descriptivo de la variable de interés, basado en la siguiente información:

n	min	Q_1	Q_2	Q_3	max
218	4.0	272.8	522.5	779.2	999.0

Se obtuvo además $\overline{x} = 518.96$, $s = 291.70$, $\sum_{i=1}^{n} z_i^3 = -20.07$ y $\sum_{i=1}^{n} z_i^4 = 390.38$, donde $z_i = (x_i - \overline{x})/s$, para $i = 1, \dots, n$, y los gráficos



1.b. (10 pts) Considere un conjunto de datos $x_1, x_2, \dots, x_n$. Verifique que

$$s_x^2 = \frac{1}{2n(n-1)} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} (x_i - x_j)^2.$$

2. Suponga que se recolecta el siguiente conjunto de datos:

y	2.48	0.73	−0.04	−1.44	−1.32	0.00
x	−4	−3	−2	−1	0	10

a. (10 pts) Ajuste un modelo de regresión lineal simple

$$y_i = \alpha + \beta\, x_i + \epsilon_i, \qquad i = 1, \dots, 6,$$

donde los $\{\epsilon_i\}$ son errores aleatorios.

b. (10 pts) Calcule e interprete $r^2 = \{\mathrm{cor}(y, \widehat{y})\}^2$.

c. (5 pts) ¿Cree Ud. que el modelo propuesto es apropiado? Comente brevemente.

3. Un determinado sistema puede experimentar tres tipos de defectos. Sea A_i, $i = 1, 2, 3$, el evento en el que el sistema tiene un defecto de tipo i. Suponga que:

$$P(A_1) = 0.12, \qquad P(A_2) = 0.07, \qquad P(A_3) = 0.05,$$
$$P(A_1 \cup A_2) = 0.13, \qquad P(A_1 \cup A_3) = 0.14,$$
$$P(A_2 \cup A_3) = 0.10, \qquad P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = 0.01.$$

a. (5 pts) ¿Cuál es la probabilidad de que el sistema tenga tanto el defecto tipo 1 como el tipo 2?

b. (5 pts) ¿Cuál es la probabilidad de que el sistema tenga los defectos tipo 1 y tipo 2, pero no uno de tipo 3?

c. (10 pts) ¿Cuál es la probabilidad de que el sistema tenga a lo sumo dos de esos defectos?

d. (5 pts) ¿ Cuál es la probabilidad de que el sistema no tenga defectos?

4. (25 pts) Sean $P_1, P_2, \ldots, P_k$ medidas de probabilidad. Si $a_1, \ldots, a_k$ son números reales no negativos tales que $\sum_{j=1}^{k} a_j = 1$. Entonces muestre que $P = \sum_{j=1}^{k} a_j P_j$ es una medida de probabilidad.