

EST-224: Probabilidad e Inferencia Estadística**Prueba 2. Mayo 15, 2017****Nombre:** _____**Tiempo: 80 minutos****Profesor:** Felipe Osorio

1. (20 pts) La prueba de Papanicolau (PAP) es un procedimiento usado para la detección de cáncer cervicouterino. Para mujeres que padecen este cáncer, existe un 16% de *falso negativo*, mientras que para mujeres sana, existe un 10% de *falso positivo*. Defina los eventos:

T : el test PAP es positivo.

T^c : el test PAP es negativo.

y sea

C : la mujer examinada tiene cáncer cervicouterino.

La información disponible se puede escribir como:

$$P(T^c|C) = 0.16, \quad \text{y} \quad P(T|C^c) = 0.10.$$

En Chile, existe 6 por cada 100 000 mujeres (datos obtenidos por el MINSAL) que padecen este cáncer. Es decir,

$$P(C) = \frac{6}{100\,000} = 0.00006.$$

Para una mujer que se somete a un examen. Obtenga

- a) La probabilidad de obtener un PAP positivo.
- b) La probabilidad de tener cáncer dado que el test PAP resultó positivo.

2. (20 pts) Dada la función

$$f(x) = kx^2, \quad -1 < x \leq 1.$$

- a) Obtenga el valor de k para que f sea densidad.
- b) Calcular $E(X)$ y $\text{var}(X)$.
- c) Si $Y = X^2 - 2X + 6$, obtenga $E(Y)$.

3. (20 pts) Suponga que la variable aleatoria Y tiene función de probabilidad:

$$f_Y(y; \lambda) = P(Y = y) = \frac{1}{e^\lambda - 1} \frac{\lambda^y}{y!}, \quad y = 1, 2, \dots$$

donde $\lambda > 0$. Obtenga la función generadora de momentos de Y .

4. (20 pts) Considere X una variable aleatoria con densidad

$$f_X(x) = \frac{1}{a}, \quad 0 \leq x \leq a.$$

Obtenga la función de densidad de las siguientes transformaciones:

- a) $Y = \sqrt{X}$.
- b) $Z = e^X$.

Instrucciones:

- Ud. debe escoger **solamente** 60 puntos.
- La comprensión de las preguntas hace parte de la evaluación.
- El “formulario” se encuentra a continuación.
- Consultas son hechas desde su asiento y en voz alta.

Algunas fórmulas útiles

- $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}.$
- $P(B) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i) P(B|A_i).$
- $P(A_i|B) = \frac{P(A_i) P(B|A_i)}{\sum_{i=1}^{\infty} P(A_i) P(B|A_i)}.$
- $f_X(x) \geq 0, \quad \int_{-\infty}^{\infty} f_X(x) dx = 1.$
- $F_X(x) = P(X \leq x), \quad F_X(x) = \int_{-\infty}^x f_X(u) du.$
- $P(a \leq X \leq b) = F_X(b) - F_X(a).$
- $f_X(x) = dF_X(x)/dx.$
- $E(X^k) = \int_{-\infty}^{\infty} x^k f_X(x) dx.$
- $\text{var}(X) = E(X^2) - E^2(X).$
- $f_Y(y) = \left| \frac{dg^{-1}(y)}{dy} \right| f_X(g^{-1}(y)), \quad y \in \mathcal{Y}.$