Veuillez soigner votre écriture et numéroter vos réponses

EXERCICE 1

Soient les langages $L_1 = \{a, ab, ba\}$, $L_2 = \{\varepsilon, b, ab\}$ et $L_3 = \{a^n.b^n \,/\, n \geq 0\}$.

Définir les langages suivants :

a) $L_1.L_2$; b) $L_2.L_1$; c) $L_1.L_3$; d) $L_1.\{\varepsilon\}$; e) $\{\varepsilon\}.L_1$; f) $L_1.\emptyset$;

g) $\emptyset.L_1$; h) $L_1.L_1$; i) $L_2.L_2$; j) $L_3.L_3$.

EXERCICE 2

Pour chacun des langages suivants, donner une grammaire qui l'engendre :

a) $L_1 = \{ 0^{2n} \,/\, n \geq 0 \}$
b) $L_2 = \{ 0^n 1^n \,/\, n \geq 0 \}$
c) $L_3 = \{ a^n b^{2n} \,/\, n \geq 0 \}$
d) $L_4 = \{ a^n b^m c^{n-m} \,/\, n \geq m \geq 0 \}$
e) $L_5 = \{$ palindromes de $\{a, b\}^* \}$

EXERCICE 3

Soit la grammaire G dont les règles de production sont :

$S \rightarrow AB \mid \varepsilon$
$A \rightarrow aAb \mid \varepsilon$
$bB \rightarrow Bbb$
$B \rightarrow \varepsilon$

1) Déterminer L(G).
2) Construire une grammaire de type 2 équivalente à G.

EXERCICE 4

On considère l'alphabet $X = \{a, b\}$. Donner les langages correspondant aux propriétés suivantes :

1. les mots qui ne contiennent aucun b ;
2. les mots qui ne contiennent pas ab ;
3. les mots qui contiennent au moins un a ;
4. les mots de longueur paire ;

EXERCICE 5

Soit la grammaire $G = (\overset{N}{V}, \Sigma, \overset{R}{P}, \overset{T}{S})$, avec $V = \{$if, then, else, a, b, $S\}$, $\overset{N}{\Sigma} = \{$if, then, else, a, $b\}$ et $P = \{S \rightarrow$ if b then S else S ; $S \rightarrow$ if b then S ; $S \rightarrow a\}$.

1. Démontrez que cette grammaire est ambigüe
2. Proposez une solution pour lever l'ambiguïté

EXERCICE 6

On considère l'alphabet $X = \{a, b, c\}$.

1. Calculez les ensembles X^0, X^1 et X^2
2. Pour chacun des ensembles suivants, caractérisez $L_1{}^*$, et calculez $L_1 \cap L_2$, $L_1 \cup L_2$, $L_1.L_2$, $L_2.L_1$

$L_1 = \{ab, bb\}$ et $L_2 = \{a, ab, bbc, ca\}$

$L_1 = \{\varepsilon\}$ et $L_2 = \{bbc, ca\}$

$L_1 = \emptyset$ et $L_2 = \{bbc, ca\}$

EXERCICE 7 choix

On considère les déplacements d'un point, sur une droite horizontale, par pas de une unité.

On note : a = « déplacement d'un pas vers la droite » ;

b = « déplacement d'un pas vers la gauche ».

Soit L = ensemble des déplacements qui se terminent au point de départ.

1) Les mots suivants sont ils dans L ? il s'agit de : abaab, abbaab, aabab, bbabaa.
2) Caractériser le langage L.
3) Trouver une grammaire, de type 2, qui génère L.

EXERCICE 8

Pour chacun des langages suivants, donner une grammaire qui l'engendre :

a) $L_1 = \{ a^n b^m \ / \ n, m \geq 0 \}$

b) $L_2 =$ langage des expressions de la logique propositionnelle défini sur $\{ p, (,), \neg, \wedge \}$

c) $L_3 = \{ (a^i b^i)^j \ / \ i, j \geq 0 \}$

EXERCICE 9 choix

1) Soit la grammaire $G_1 = (\{a, b\}, \{S, A\}, P_1, S)$

P_1 : $S \rightarrow AaS \mid Aba$

$Ab \rightarrow ba$

$ab \rightarrow ba$

1-1) Déterminer $L(G_1)$.

1-2) Construire une grammaire régulière équivalente à G_1.

2) Soit la grammaire $G_2 = (\{a, b\}, \{S, A, B\}, P_2, S)$

P_2 : $S \rightarrow AB \mid \varepsilon$

$A \rightarrow aAb \mid \varepsilon$

$bB \rightarrow Bbb$

$B \rightarrow \varepsilon$

2-1) Déterminer $L(G_2)$. *(1,5 pts)*

2-2) Construire une grammaire à contexte libre équivalente à G_2.