



**O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI**

**OLIY VA O'RTA MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI**

**NAMANGAN DAVLAT UNIVERSITETI**

**“Matematika” fakulteti**

**“Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika” mutaxassisligi**

**1 – kurs magistranti Sobitaliyev Shahzodning**

**“Kichik kvadratlar usuli” mavzusida tayyorlagan**

***Kurs ishi***

**Namangan – 2021**

# **MUNDARIJA**

**KIRISH.....**

## **I-bob. Kichik kvadratlar usuli haqida boshlang'ich tushunchalar**

1.1 Kichik kvadratlar usulining paydo bo'lish tarixi..... 4

1.2 Kichik kvadratlar usulining mohiyati..... 5

1.3 Kichik kvadratlar usuli tushunchasi va ta'rifi..... 6

## **II-bob. Kichik kvadratlar usuli yordamida funktsiyani yaqinlashtirish**

2.1 Funktsiyani yaqinlashtirishning asosiy tushunchalari va ta'riflari... 7

2.2 Lineer funktsiya parametrlarini topish..... 11

## **III-bob. Kichik kvadratlar dasturini qo'llash**

3.1 Kichik kvadratlar dasturini qo'llash sohalari..... 13

3.2 Lineer funktsiya uchun kichik kvadratlar usulidan foydalanishga oid  
misollar..... 14

**XULOSA..... 19**

**FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR..... 20**

## **Kirish**

Kichik kvadratlar usuli ko'plab sohalarda keng qo'llaniladi, chunki bu tasodifiy xatolarni o'z ichiga olgan o'lchovlardan miqdorlarni baholash usullaridan biridir. Ko'pincha kuzatuvlarni qayta ishlash uchun foydalidir.

Bundan tashqari, eng kichik kvadratchalar usuli umumiy muammolarning bir qismi sifatida ishlatiladi. Masalan, yaqinlashishni amalga oshirish zarur bo'lganda, u eng ko'p ishlatiladigan kichik kvadratlar usuli hisoblanadi. Ushbu yondashuv asosida: statistikada regressiya tahlili, muhandislikda parametrlarni baholash va hokazo.

Tadqiqot maqsadi: kichik kvadratlar usulini ko'plab o'zgaruvchilar funksiyalarining ekstremumini topish uchun teoremlarning qo'llanilishi sifatida ko'rib chiqish.

Tadqiqot maqsadlari:

1. Kichik kvadratlar, chiziqli juftlik bilan regressiya usulini ko'rib chiqing;
2. Chiziqli juftlik bilan regressiya koeffitsientlarini topish formulalarini chiqarish;
3. Agar koeffitsientlar tizim yechimlari bo'lsa, topilgan funksiya minimal qiymatni olishini isbotlang.

Tadqiqot usullari:

1. Nazariy usullar:
  - Maxsus adabiyotlarni o'rganish.
  - Oldingi tadqiqotchilarni tahlil qilish
2. Ampirik metodika:
  - Amaliyotda matematik masalalarni yechish.

## **1. Kichik kvadratlar usuli**

### **1.1 Kichik kvadratlar usulining paydo bo'lish tarixi**

19-asrning boshlariga qadar. olimlar noma'lumlar soni tenglamalar sonidan kam bo'lgan tenglamalar tizimini yechish bo'yicha aniq qoidalarga ega emas edilar; O'sha vaqtga qadar tenglamalar turiga va kalkulyatorlarning aql-zakovatiga bog'liq bo'lgan muayyan usullardan foydalanilgan va shuning uchun bir xil kuzatuv ma'lumotlariga asoslangan har xil kalkulyatorlar turli xulosalarga kelishgan. Gauss (1795) ushbu uslubning birinchi qo'llanilishining muallifi bo'lgan va Legendre (1805) mustaqil ravishda uni zamonaviy nom bilan kashf etgan va nashr etgan (fransuzcha: Méthode des moindres quarrés). Laplas bu usulni ehtimollar nazariyasi bilan bog'ladi va amerikalik matematik Edrain (1808) uning ehtimollik dasturlarini ko'rib chiqdi.

Usul Enke, Bessel, Xansen va boshqalarning keyingi tadqiqotlari bilan tarqaldi va takomillashtirildi. O'rtacha arifmetikada bo'lgani kabi, yangi ixtiro qilingan usul ham, albatta, kerakli qiymatlarning haqiqiy qiymatlarini bermaydi, lekin bu eng ehtimoliy qiymatlarni beradi. Bu eng kichik kvadratlar usuli deb ataladi, chunki bu usul bilan olingan noma'lum miqdorlarni dastlabki tenglamalarga almashtirgandan so'ng, tenglamalarning o'ng tomonlarida, agar nollar bo'lmasa, unda kvadratchalar yig'indisi bo'lgan kichik miqdorlar olinadi o'rnini bosgandan so'ng, noma'lumlarning boshqa ma'nolari qanday bo'lishidan qat'i nazar, o'xshash qoldiqlar kvadratlarining yig'indisidan kam bo'lib chiqadi. Tenglamalarni eng kichik kvadratlar usuli bilan yechish, noma'lumlarning mumkin bo'lgan xatolarini, ya'ni xulosalarning aniqlik darajasi baholanadigan qiymatlarni chiqarishga imkon beradi.

20-asr boshlaridagi A.A.Markovning asarlari eng kichik kvadratlar usulini matematik statistikasi baholash nazariyasiga kiritishga imkon berdi, bunda u muhim va tabiiy qism hisoblanadi. Y. Neyman, F. Devid, A. Aytken, S. Raoning sa'yi harakatlari bilan bu sohada ko'plab muhim natijalarga erishildi. Eng kichik kvadratchalar matematik statistikada ustun mavqega ega bo'lgan. Ba'zi jihatlarga ko'ra, bu statistika uchun avvalgi asrdagi matematikani hisoblash usuli bilan bir xil ahamiyatga ega edi. Usulning "dalillari" statistika nazariyasini rivojlantirish yo'nalishini ko'rsatdi; yuqori

uslublarni qo'llash bo'yicha ko'rsatmalar ushbu usuldan foydalanishni tushuntirib beradigan ma'lumotnomalar bo'lib, uni kashf etishning ustuvor yo'nalishi bo'yicha munozaralar intellektual jamiyat tomonidan ushbu usulning ahamiyati to'g'risida xabardorligidan dalolat berdi. Matematik hisoblash usuli singari, bu "kuzatuvlarni hisoblash" ham yo'qdan kelib chiqmagan va uning donoligi va imkoniyatlarini o'rganish bir asrdan ko'proq vaqtni oldi. Ushbu vaqtning aksariyat qismida statistik usullar birgalikda "kuzatuvlar kombinatsiyasi" deb nomlangan. Ushbu ibora eng kichik kvadratlar usulining asosiy tarkibiy qismini qamrab oladi va evolyutsiyasi uning rivojlanish tezligini belgilagan kontseptsiyani tavsiflaydi.

## 1.2 Kichik kvadratlar usulining mohiyati

$x$  - o'rnatilgan,  $m$  noma'lum o'zgaruvchilar (parametrlar) bo'lsin,  $f_i(x)$ ,  $i=1, \dots, n$ ,  $n > m$  - ushbu o'zgaruvchilar to'plamidan funktsiyalar to'plami. Vazifa bunday qiymatlarni tanlashdir  $x$  shuning uchun ushbu funktsiyalarning qiymatlari ba'zi qiymatlarga iloji boricha yaqinroq  $y_i \dots$  Aslida, biz haddan tashqari aniqlangan tenglamalar tizimining "yechimi" haqida gapiramiz  $f_i(x) = y_i$ ,  $i=1, \dots, n$  tizimning chap va o'ng qismlarining maksimal yaqinligi ko'rsatilgan ma'noda. Kichik kvadratlar usuli ning mohiyati "yaqinlik o'lchovi" sifatida chap va o'ng tomonlarning og'ish kvadratlari yig'indisini tanlashdan iborat.  $|f_i(x) - y_i| \dots$  Shunday qilib, eng kichik kvadratlar usuli mohiyatini quyidagicha ifodalash mumkin:

$$\sum_i e_i^2 = \sum_i (y_i - f_i(x))^2 \rightarrow \min_x$$

Agar tenglamalar tizimida echim bo'lsa, unda kvadratlar yig'indisining minimal qiymati nolga teng bo'ladi va tenglamalar tizimining aniq echimlarini analitik yoki masalan, har xil sonli optimallashtirish usullari bilan topish mumkin. Agar tizim qayta aniqlangan bo'lsa, ya'ni erkin gapiradigan bo'lsa, mustaqil tenglamalar soni izlanayotgan o'zgaruvchilar sonidan ko'p bo'lsa, unda tizim aniq echimga ega emas va eng kichik kvadratlar usuli ba'zi "optimal" vektorni topishga imkon beradi  $x$

vektorlarning maksimal yaqinligi ma'nosida  $y$  va  $f(x)$  yoki og'ish vektorining maksimal yaqinligi  $e$  nolga intiladi (yaqinlik evklid masofasi ma'nosida tushuniladi)

### **1.3 Kichik kvadratlar usuli tushunchasi va ta'rifi**

Eng kichkina kvadratlalar - bu barcha qoldiqlar kvadratlari yig'indisini minimallashtirishga asoslangan regressiya parametrlarini taxminlarini topish uchun ishlatiladigan regressiya tahlil usullaridan biridir.

Regressiya (chiziqli) tahlil - bu bog'liq o'zgaruvchining o'zaro bog'liqligini tekshirishning statistik usuli  $y$  va bir yoki bir nechta mustaqil o'zgaruvchilar  $x_1, x_2, \dots, x_p \dots$  Mustaqil o'zgaruvchilar aks holda regressorlar yoki prediktorlar, qaram o'zgaruvchilar esa mezon deyiladi. Bog'liq va mustaqil o'zgaruvchilar terminologiyasi faqat o'zgaruvchilarning matematik bog'liqligini aks ettiradi, sabab-natijaga bog'liq emas.

Istalgan miqdorni to'g'ridan-to'g'ri o'lchash mumkin bo'lganda, masalan, segmentning uzunligi yoki burchakning uzunligi, aniqlikni oshirish uchun o'lchov ko'p marta amalga oshiriladi va yakuniy natija sifatida barcha individual o'lchovlarning arifmetik o'rtacha qiymati olinadi. O'rtacha arifmetikaning ushbu qoidasi ehtimollar nazariyasining mulohazalariga asoslangan; individual o'lchovlarning arifmetik o'rtacha qiymatdan chetga chiqish kvadratlari yig'indisi har qanday boshqa qiymatdan individual o'lchovlar sapmalarining yig'indisidan kam bo'lishini ko'rsatish oson. Shuning uchun o'rtacha arifmetik qoidaning o'zi eng kichik kvadratlar usulining eng oddiy holatidir.

Ushbu usulning asosiy g'oyasi shundan iboratki, xatolar kvadratlari yig'indisi minimallashtirishga intilayotgan muammoni hal qilishning aniqligi mezonidir. Ushbu usuldan foydalanganda ham sonli, ham analitik yondashuvlar qo'llanilishi mumkin.

Xususan, raqamli dastur sifatida eng kichik kvadratlar usuli noma'lum tasodifiy o'zgaruvchining o'lchovlarini iloji boricha ko'proq qilishni anglatadi. Bundan tashqari, hisob-kitoblar qanchalik ko'p bo'lsa, echim shunchalik aniq bo'ladi. Ushbu hisob-kitoblar to'plamida (dastlabki ma'lumotlar) yana bir taklif qilingan yechimlar

to'plami olinadi, ulardan eng yaxshisi tanlanadi. Agar yechimlar to'plami parametrlangan bo'lsa, unda eng kichik kvadratlar usuli parametrlarning optimal qiymatini topishga kamayadi.

Dastlabki ma'lumotlar (o'lchovlar) to'plami va taxmin qilingan yechimlar to'plami bo'yicha kichik kvadratlar usulini amalga oshirishga analitik yondashuv sifatida ma'lum bir gipoteza sifatida olingan formulada ifodalanishi mumkin bo'lgan ma'lum funksional bog'liqlik (funksional) aniqlanadi. tasdiqlash. Bunday holda, eng kichik kvadratlar usuli dastlabki ma'lumotlar xatolarining kvadratlari to'plamida ushbu funksionalning minimalini topishga kamaytiriladi.

Ko'pincha o'lchovlarning aniq qiymatdan chetga chiqishi ham ijobiy, ham salbiydir. O'rtacha o'lchov xatosini aniqlashda oddiy summa bahoning sifati to'g'risida noto'g'ri xulosaga olib kelishi mumkin, chunki ijobiy va salbiy qiymatlarning o'zaro bekor qilinishi o'lchovlar to'plamining namuna olish quvvatini pasaytiradi. Va natijada, baholashning to'g'riligi. Bunga yo'l qo'ymaslik uchun, og'ishlar kvadratlari umumlashtiriladi. Bundan tashqari, o'lchangan qiymatning o'lchovi va yakuniy bahoni moslashtirish uchun, kvadrat ildizlari xatolar kvadratlari yig'indisidan olinadi.

Eng kichik kvadratchalar usuli, shuningdek, berilgan funktsiyani boshqa (oddiy) funktsiyalar bilan taxminiy aks yettirish uchun ishlatiladi va ko'pincha kuzatuvlarni qayta ishlashda foydalidir. Biz qayerda kuzatuvlar namunasi yordamida regressiya tahlilini o'tkazamiz  $a$  va  $b$  - haqiqiy (umumiy) parametrlarni tanlab baholash,  $\alpha$  va  $\beta$ , bu populyatsiyada (umumiy aholi) chiziqli regressiya chizig'ini belgilaydi.

## **2 Kichik kvadratlar usuli yordamida funktsiyani yaqinlashtirish**

### **2.1 Funktsiyani yaqinlashtirishning asosiy tushunchalari va ta'riflari**

Eksperimental natijalarni analitik formulada yaqinlashtirish (yaqinlashtirish) uchun eksperimental natijalarni qayta ishlashda eng kichik kvadratchalar usuli qo'llaniladi.

Endi, funktsiyani yaqinlashishi nimani anglatishini aniqlaylik.

Taxminan(taxminiy) funksiyalar  $f(x)$  bunday funksiyani topish deyiladi (taxminiy funksiya)  $g(x)$ , bu berilganga yaqin bo'lar edi. Funksiyalarning yaqinligi mezonlari har xil bo'lishi mumkin.

Agar yaqinlashtirish diskret nuqtalar to'plamiga asoslangan bo'lsa, yaqinlashish nuqta yoki diskret deb ataladi.

Agar yaqinlashtirish uzluksiz nuqtalar to'plamida (segmentida) amalga oshirilsa, yaqinlashuv uzluksiz yoki integral deb ataladi. Bunday yaqinlashishga misol Teylor qatoridagi funksiyani kengaytirish, ya'ni funksiyani kuch ko'xadiga almashtirishdan iboratdir.

Nuqta yaqinlashuvining eng keng tarqalgan turi interpolatsiya - ma'lum qiymatlarning mavjud bo'lgan diskret to'plamidan miqdorning oraliq qiymatlarini topishdir.

Interpolatsiya tugunlari deb nomlangan diskret nuqtalar to'plami va ushbu nuqtalardagi funksiya qiymatlari berilsin. Agar funksiya yaratmoqchi bo'lsak  $g(x)$  bunda barcha berilgan tugunlarga eng yaqin. Shunday qilib,  $g(x_i) = y_i \dots$  funksiyaning yaqinligi mezonidir.

Funksiya sifatida  $g(x)$  odatda ko'xad tanlanadi, bu interpolatsiya ko'xadasi deb ataladi.

Agar ko'xad butun interpolatsiya mintaqasi uchun bir xil bo'lsa, interpolatsiya global deb aytiladi.

Agar ko'xadlar turli xil tugunlar o'rtasida farq qiladigan bo'lsa, biz parcha-parcha yoki mahalliy interpolatsiya haqida gapiramiz.

Interpolatsiya ko'xadini topib, tugunlar orasidagi funksiya qiymatlarini hisoblashimiz va shuningdek, belgilangan intervaldan tashqarida (ekstrapolyat) funksiya qiymatini aniqlashimiz mumkin.

Formulaning o'ziga xos shakli, qoida tariqasida, jismoniy fikrlardan tanlanadi. Bunday formulalar bo'lishi mumkin:

$$\begin{aligned}
y &= ax + b, \\
y &= ax^2 + bx + c, \\
y &= a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0, \quad (2.1) \\
y &= ae^{bx} + c, \quad y = \frac{a}{x} + b
\end{aligned}$$

va boshqalar.

Eng kichik kvadratchalar usulining mohiyati quyidagicha. O'lchov natijalari jadvalda keltirilgan bo'lsin:

$x$	$x_1$	$x_2$	$\dots$	$x_n$
$y$	$y_1$	$y_2$	$\dots$	$y_n$

Taxminan bog'liqlikning shakli tanlangan deb o'ylaymiz va uni quyidagi shaklda yozish mumkin:

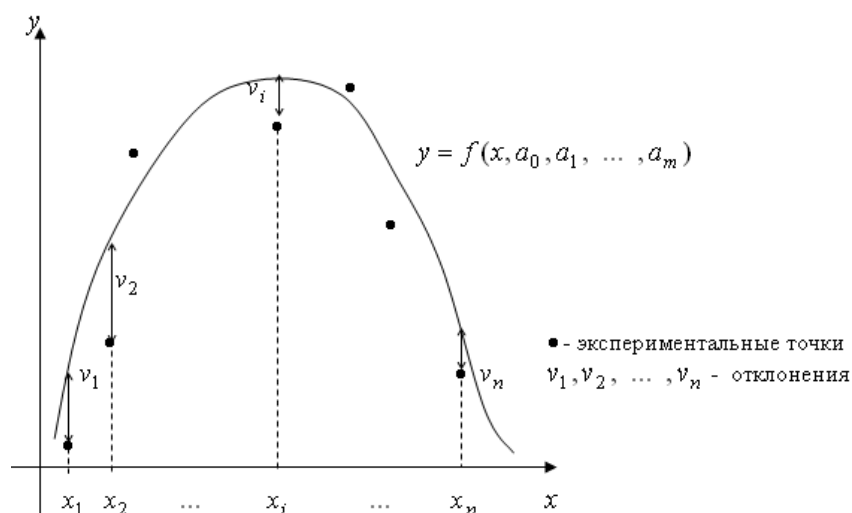
$$y = f(x, a_0, a_1, \dots, a_m), \quad m \leq n-1 \quad (2.2)$$

Qaerda  $f$  - ma'lum funktsiya,  $a_0, a_1, \dots, a_m$  - noma'lum doimiy parametrlar, ularning qiymatlarini topish kerak. Eng kichik kvadratlar usulida (2.2) funktsiyani eksperimental bog'liqlikka yaqinlashishi eng yaxshi deb hisoblanadi, agar shart

$$Q = Q(a_0, a_1, \dots, a_m) = \sum_{i=1}^n V_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - f(x_i, a_0, a_1, \dots, a_m))^2 = \min \quad (2.3)$$

ya'ni kerakli analitik funktsiya eksperimental bog'liqlikdan chetlanish kvadratlarining yig'indisi minimal bo'lishi kerak.

Funksiyani unutmang  $Q$  qoldiq deb nomlangan.



Qoldiqdan beri

$$Q(a_0, a_1, \dots, a_m) = \sum_{i=1}^n V_i^2 \geq 0,$$

unda u minimal darajaga ega. Bir nechta o'zgaruvchiga ega bo'lgan funksiyalarning minimal ko'rsatkichlari uchun zarur bo'lgan shart bu parametrlarning barcha qisman hosilalarining nolga tengligi. Shunday qilib, taxminiy funksiya (2.2) parametrlarining eng yaxshi qiymatlarini, ya'ni ular uchun shunday qiymatlarni topish  $Q = Q(a_0, a_1, \dots, a_m)$  minimal, tenglamalar tizimini yechishga qisqartiriladi:

$$\begin{cases} \frac{\partial Q}{\partial a_0} = 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial a_1} = 0 \\ \dots \\ \frac{\partial Q}{\partial a_m} = 0 \end{cases} \quad (2.4)$$

Eng kichik kvadratlar usuliga quyidagi geometrik talqin berilishi mumkin: berilgan tipdagi cheksiz chiziqlar oilasi orasida bitta chiziq topilgan, buning uchun eksperimental nuqtalar ordinatalari va tegishli ordinatalar orasidagi farqlar kvadratlari yig'indisi berilgan. ushbu chiziq tenglamasi bilan topilgan nuqtalar eng kichik bo'ladi.

## 2.2 Lineer funksiya parametrlarini topish

Eksperimental ma'lumotlar chiziqli funktsiya bilan ifodalansin:

$$y = ax + b$$

Bunday qiymatlarni tanlash talab qilinadi  $a$  va  $b$  buning uchun funksiya

$$Q(a, b) = \sum_{i=1}^n (y_i - (ax_i + b))^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - ax_i - b)^2 \quad (2.5)$$

minimal bo'ladi. Minimal funksiya uchun zarur shartlar (3.4) tenglamalar tizimiga keltiriladi:

$$\begin{cases} \frac{\partial Q}{\partial a} = 2 \sum_{i=1}^n (y_i - ax_i - b) \cdot (-x_i) = -2 \sum_{i=1}^n (x_i y_i - ax_i^2 - bx_i) = 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial b} = 2 \sum_{i=1}^n (y_i - ax_i - b) \cdot (-1) = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - ax_i - b) = 0 \end{cases} \quad (2.6)$$

Transformatsiyalardan so'ng biz ikkita noma'lum bo'lgan ikkita chiziqli tenglamalar tizimini olamiz:

$$\begin{cases} a \sum_{i=1}^n x_i^2 + b \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n x_i y_i \\ a \sum_{i=1}^n x_i + bn = \sum_{i=1}^n y_i \end{cases} \quad (2.7)$$

echimini topsak, parametrlarning kerakli qiymatlarini topamiz  $a$  va  $b$  ...

Parametrlarning qiymatini aniqlang:

$$\begin{cases} a = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2} \\ b = \frac{\sum_{i=1}^n y_i - a \sum_{i=1}^n x_i}{n} \end{cases} \quad (2.8)$$

Koeffitsientlarni hisoblash uchun quyidagi komponentlarni topishimiz kerak:

$$sumx = \sum_{i=1}^n x_i$$

$$sumy = \sum_{i=1}^n y_i$$

$$sum2x = \sum_{i=1}^n x_i^2 \quad (2.9)$$

$$sumxy = \sum_{i=1}^n x_i y_i$$

Keyin parametrlarning qiymati quyidagicha aniqlanadi:

$$\begin{cases} a = \frac{n \cdot sumxy - sumx \cdot sumy}{n \cdot sum2x - sumx^2} \\ b = \frac{sumy - a \cdot sumx}{n} \end{cases} \quad (2.10)$$

### **3. Kichik kvadratlar usulini qo'llash**

#### **3.1 Kichik kvadratlar usulini qo'llash sohalari haqida**

Kichik kvadratlar usulidan turli sohalarda keng qo'llaniladi. Masalan, ehtimollar nazariyasi va matematik statistikada bu usul tasodifiy o'zgaruvchining qiymatlari diapazonining kengligini belgilaydigan standart og'ish kabi tasodifiy o'zgaruvchining xarakteristikasini aniqlash uchun ishlatiladi. Matematik tahlilda va farazlarni keltirib chiqarish yoki tasdiqlash uchun ishlatiladigan fizikaning turli sohalarida Kichik kvadratlar usulidan xususan, analitik konvertatsiya qilishga imkon beradigan sodda funksiyalar bo'yicha sonli to'plamlarda aniqlangan funksiyalarning taxminiy ko'rinishini baholash uchun ishlatiladi.

Ushbu usulning yana bir qo'llanilishi - filtrlash vazifalarida foydali signalni ustma-ust shovqindan ajratish.

Kichik kvadratlar usulidan qo'llashning yana bir yo'nalishi - ekonometriya. Bu usul shu qadar keng qo'llaniladiki, buning uchun ba'zi bir maxsus modifikatsiyalar aniqlangan. Eng kichik kvadratchalar usuli ma'lumotlarning tabiati va namunaviy qurilish natijalari haqidagi bir qator taxminlarga asoslanadi. Ulardan asosiylari - boshlang'ich o'zgaruvchilarni bog'liq va mustaqil bo'lganlarga aniq taqsimlash, tenglamalarga kiritilgan omillarning o'zaro bog'liqligi yo'qligi, munosabatlarning lineerligi, qoldiqlarning avtokorrelyatsiyasining yo'qligi, ularning matematik kutishlarining tengligi va nolga teng. dispersiya. Empirik ma'lumotlar har doim ham bunday xususiyatlarga ega emas, ya'ni. Kichik kvadratlar usuli shartlari buzilgan. Ushbu usulni sof shaklda qo'llash taxmin qilingan parametrlarning siljishi, izchilligi, barqarorligi pasayishi kabi nomaqbul natijalarga olib kelishi mumkin va ba'zi hollarda bu umuman echim topmasligi mumkin.

Ekonometriya muammolarining aksariyati, u yoki bu tarzda, ba'zi tizimlarning - strukturaviy modellarning xatti-harakatlarini tavsiflovchi chiziqli ekonometrik tenglamalar tizimlarini yechishga kamayadi. Har bir bunday modelning asosiy elementi vaqt xarakteristikalari to'plamidir, ularning qiymatlari vaqtga ham, boshqa bir qator omillarga ham bog'liqdir. Bunday holda, modelning ichki (endogen)

xususiyatlari bilan tashqi (ekzogen) xususiyatlar o'rtasida moslik bo'lishi mumkin. Ushbu yozishmalar odatda chiziqli iqtisodiy tenglamalar tizimlari shaklida ifodalanadi. Bunday tizimlarning xarakterli xususiyati - bu bir tomondan uni murakkablashtiradigan, ikkinchidan, uni qayta belgilaydigan individual o'zgaruvchilar o'rtasidagi munosabatlarning mavjudligi. Bunday tizimlar uchun yechimni tanlashda noaniqlik paydo bo'lishining sababi nima? Qo'shimcha omil ekonometriya vazifalarining asosiy maqsadi modellarni aniqlash, ya'ni tanlangan modeldagi strukturaviy munosabatlarni aniqlash, shuningdek, uning bir qator parametrlarini baholashdir. Modelni tashkil etadigan vaqt seriyasidagi bog'liqliklarni tiklash, xususan, to'g'ridan-to'g'ri kichik kvadratlar usuli va uning ba'zi modifikatsiyalari hamda boshqa bir qator usullar yordamida amalga oshirilishi mumkin. Bunday muammolarni yechishda kichik kvadratlar usulining maxsus modifikatsiyalari, tenglamalar tizimlarini raqamli yechish jarayonida yuzaga keladigan ba'zi masalalarni hal qilish uchun maxsus ishlab chiqilgan. Xususan, ushbu muammolardan biri taxmin qilinadigan parametrlarga dastlabki cheklovlarining mavjudligi bilan bog'liq. Masalan, xususiy korxona daromadi iste'molga yoki uni rivojlantirishga sarflanishi mumkin. Shuning uchun, ushbu ikki turdagi xarajatlar qismlarining yig'indisi 1 ga teng apriori. Ushbu qismlar ekonometrik tenglamalar tizimiga bir-biridan mustaqil ravishda kiritilishi mumkin. Binobarin, kichik kvadratlar usuli yordamida har xil turdagi xarajatlarni dastlabki cheklovni hisobga olmagan holda taxmin qilish va natijani tuzatish mumkin.

### **1. 3.2 Lineer funksiya uchun Kichik kvadratlar usulidan foydalanishga oid misollar**

#### **1-misol.**

X va y o'zgaruvchilar qiymatlari bo'yicha eksperimental ma'lumotlar jadvalda keltirilgan.

	$i=1$	$i=2$	$i=3$	$i=4$	$i=5$
$x_i$	0	1	2	4	5

$y_i$	2.1	2.4	2.6	2.8	3
-------	-----	-----	-----	-----	---

Ularning hizalanishi natijasida funktsiya  $g(x) = \sqrt[3]{x+1} + 1 \dots$  Eng kichik kvadratchalar usulidan foydalanib, ushbu ma'lumotni chiziqli munosabatlar bilan taqqoslang  $y = ax + b$  (parametrlarni toping  $a$  va  $b$ ). Ikkala satrdan qaysi biri yaxshiroq ekanligini aniqlang (eng kichik kvadratlar usuli ma'nosida) eksperimental ma'lumotlarga mos keladi. Chizma chizish.

**Qaror:**

Bizning misolimizda  $n = 5$ . Kerakli koeffitsientlarning formulalariga kiritilgan miqdorlarni hisoblash qulayligi uchun jadvalni to'ldiramiz.

	$i = 1$	$i = 2$	$i = 3$	$i = 4$	$i = 5$	$\sum_{i=1}^5$
$x_i$	0	bitta	2018-04-01 121 2	to'rt	besh	12
$y_i$	2.1	2.4	2.6	2.8	3	12.9
$x_i y_i$	0	2.4	5.2	11.2	o'n besh	33.8
$x_i^2$	0	bitta	to'rt	o'n olti	25	46

Jadvalning to'rtinchi qatoridagi qiymatlar har bir  $i$  son uchun 2-qator qiymatlarini 3-qator qiymatlariga ko'paytirish orqali olinadi.

Jadvalning beshinchi qatoridagi qiymatlar har bir  $i$  son uchun 2-qator qiymatlarini kvadratga solish yo'li bilan olinadi.

Jadvalning oxirgi ustunidagi qiymatlar qatorlar bo'yicha qiymatlarning yig'indisidir.

A va b koeffitsientlarini topish uchun eng kichik kvadrat usulining formulalaridan foydalanamiz. Ularda jadvalning oxirgi ustunidan tegishli qiymatlarni almashtiramiz:

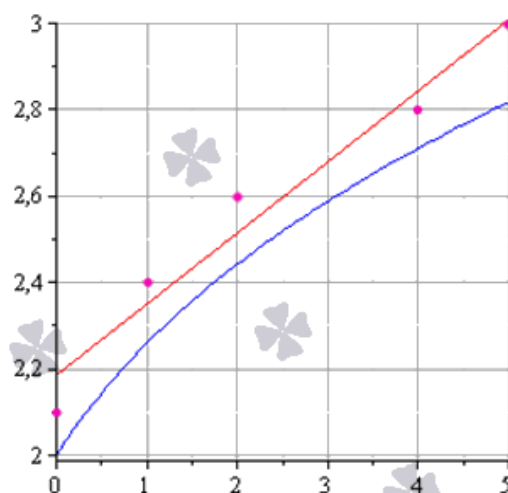
$$a = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i}{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2} \Rightarrow a = \frac{5 \cdot 33.8 - 12 \cdot 12.9}{5 \cdot 46 - 12^2} \Rightarrow \begin{cases} a \approx 0.165 \\ b \approx 2.184 \end{cases}$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n y_i - a \sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

Shuning uchun,  $y = 0.165x + 2.184$  kerakli taxminiy to'g'ri chiziq.

Qatorlarning qaysi birini topish kerak  $y = 0.165x + 2.184$  yoki  $g(x) = \sqrt[3]{x+1} + 1$  asl ma'lumotlarga yaxshiroq yaqinlashadi, ya'ni eng kichik kvadratlar usuli yordamida taxmin qilish.

Grafalarda hamma narsa juda yaxshi ko'rinadi. Qizil chiziq topilgan  $y = 0.165x + 2.184$  to'g'ri chiziq, ko'k chiziq  $g(x) = \sqrt[3]{x+1} + 1$ , pushti nuqtalar xom ma'lumotlar.



Eng kichik kvadratlar usulining xatosini baholash.

Buning uchun siz ushbu ma'lumotlardan dastlabki ma'lumotlarning og'ish kvadratlari yig'indisini hisoblashingiz kerak  $\delta_1 = \sum_{i=1}^n (y_i - (ax_i + b))^2$  va  $\delta_2 = \sum_{i=1}^n (y_i - g(x_i))^2$ , kichikroq qiymat eng kichik kvadratlar usuli ma'nosida asl ma'lumotlarga yaxshiroq yaqinlashadigan chiziqqa to'g'ri keladi.

$$\begin{aligned}\delta_1 &= \sum_{i=1}^n (y_i - (ax_i + b))^2 = \\ &= \sum_{i=1}^5 (y_i - (0.165x_i + 2.184))^2 \approx 0.019\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\delta_2 &= \sum_{i=1}^n (y_i - g(x_i))^2 = \\ &= \sum_{i=1}^5 (y_i - (\sqrt[3]{x_i + 1} + 1))^2 \approx 0.096\end{aligned}$$

Sifatida  $\delta_1 < \delta_2$ , keyin  $y = 0.165x + 2.184$  to'g'ri chiziq asl ma'lumotlarga yaxshiroq yaqinlashadi.

## 2-misol.

Jadvalda belgilangan funktsiyani birinchi darajali ko'pxad bilan berilgan beshta nuqta bo'yicha taxminiy hisoblash yoki eng kichik kvadratlar usuli yordamida chiziqli munosabatlarni qurish.

$K$	0	bitta	2018-04-01 121 2	3	to'rt
$X_k$	0	bitta	2018-04-01 121 2	3	to'rt
$Y_k$	0	bitta	2018-04-01 121 2	2018-04-01 121 2	3.5

1.  $y = Ax + B$  - birinchi darajali ko'pxad:

$$A \sum_{i=1}^n x_i + NB = \sum_{i=1}^n y_i,$$
$$A \sum_{i=1}^n x_i^2 + B \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n x_i y_i$$

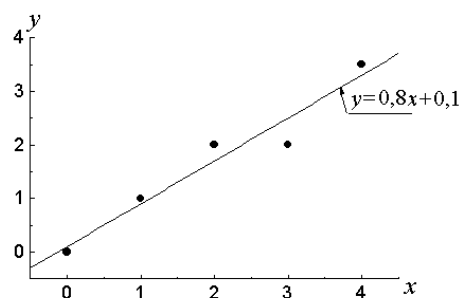
bu yerda  $N = 5$  - ballar soni.

2. Endi, barcha kerakli summalarni hisoblaymiz:  $N = 5$ ,

$$\sum_{i=1}^n x_k = 10, \quad \sum_{i=1}^n x_k^2 = 30, \quad \sum_{i=1}^n y_k = 8.5, \quad \sum_{i=1}^n x_k y_k = 25.$$

Shunday qilib, yig'indilarning raqamli qiymatlarini normal tizimga almashtirish va uni noma'lumlarga nisbatan yechish natijasida biz quyidagilarga erishamiz.

$$A = 0.8 \quad B = 0.1 \quad \Rightarrow \quad y = 0.8x + 0.1$$



## Xulosa

Amalga oshirilgan harakatlar natijasida, tenglamalarning normal tizimidan foydalanib topilgan chiziqli juftlik bilan regressiya koeffitsientlari boshqalar orasida eng yaxshi deb ta'kidlash mumkin. Haqiqatan ham, buni bilish uchun eng kichik kvadratlar usulini ko'rib chiqish va bir nechta o'zgaruvchilar funktsiyalarining ekstremumini topish uchun teoremlarni qo'llash kerak edi. Chiziqli regressiya misoli ham keltirilgan, uning grafigi qurilgan bo'lib, unda to'g'ri chiziq kuzatuv ma'lumotlari nuqtalariga "eng yaqin" hisoblanadi.

Haddan tashqari aniqlangan tenglamalar tizimini "yechish" (tenglamalar soni noma'lumlar sonidan oshib ketganda), oddiy (haddan tashqari aniqlanmagan) chiziqli bo'lmagan tenglamalar tizimida yechim topish, taxminiy nuqta qiymatlari uchun eng kichik kvadratchalar usulidan foydalanish mumkin. Ba'zi funktsiyalar bo'yicha. kichik kvadratlar usuli - namunaviy ma'lumotlarga asoslangan regressiya modellarining noma'lum parametrlarini baholash uchun asosiy regressiya tahlil usullaridan biridir. Hozirgi kunda ushbu usul matematik statistikaning muhim tarmoqlaridan biri bo'lib, fan va texnikaning turli sohalarida statistik xulosalar chiqarish uchun keng qo'llanilmoqda. Axir, bu usul ayirboshlangan ma'lumotlarga aniq qo'llaniladi va nafaqat xolislik xususiyatiga ega bo'lgan, balki ilm-fan va texnika uchun muhim shart bo'lgan kichik namunaviy farqlarga ega bo'lgan taxminlarni olishga imkon beradi.

## **Foydalanilgan adabiyotlar ro'yxati**

1. Kolmogorov A.N. "Ehtimollar nazariyasining asosiy tushunchalari" \_2009 y
2. Wentzel E. "Ehtimollar nazariyasi" \_C\_2010, 4-nashr.
3. Yozma D.T. "Ehtimollar nazariyasi, matematik statistika va stoxastik jarayonlar bo'yicha ma'ruza matnlari." 3-nashr (2010)
4. V.N.Tutubalin "Ehtimollar va stoxastik jarayonlar nazariyasi". (2009)
5. V.N.Tutubalin universiteti darsligi, "Amaliy matematika va informatika. Ehtimollar nazariyasi "(2008)
6. N. D. Vysk "Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika", o'quv qo'llanma (2011)
7. Gabor Szekey. "Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika paradokslari" (1990)

### **Ishlatilgan Internet manbalari:**

1. URL: <http://www.vevivi.ru/best/Klassicheskii-metod-naimenshikh-kvadratov-ref108272.html>
2. URL: <http://www.okultur.narod.ru/Lectures/MethodsForecasting.pdf>
3. URL: <http://fb.ru/article/32814/gde-primenyaetsya-metod-naimenshih-kvadratov>