

סיכומי הרצאות - אלגברה לינארית 2א

מיכאל פרבר ברודסקי

תוכן עניינים

1	דברים חשובים מלינארית 1	2
1.1	מטריצות דומות	2
2	לכסון	2
2.1	הגדרות בסיסיות	2

1 דברים חשובים מלינארית 1

1.1 מטריצות דומות

יהיו $A, B \in M_n(\mathbb{F})$, נאמר כי A ו- B דומות אם קיימת מטריצה הפיכה P כך ש- $A = P^{-1} \cdot B \cdot P$.
משפט: נתון $A, B \in M_n(\mathbb{F})$ ריבועיות, הבאים שקולים:

1. A, B דומות.

2. קיימת $T: V \rightarrow V$ ובסיסים C, C' של V כך ש- $[T]_C = A, [T]_{C'} = B$.

3. לכל $T: V \rightarrow V$, אם קיים בסיס C של V כך ש- $[T]_C = A$, אז קיים בסיס C' של V כך ש- $[T]_{C'} = B$.

ואם A, B דומות אז:

1. $\text{Rank}(A) = \text{Rank}(B), \mathcal{N}(A) = \mathcal{N}(B)$.

2. $\text{tr}(A) = \text{tr}(B)$ כאשר $\text{tr}(A) = \sum_{i=1}^n (A)_{i,i}$.

3. $\det(A) = \det(B)$.

2 לכסון

2.1 הגדרות בסיסיות

הגדרה 1.2 מטריצה אלכסונית: מטריצה ריבועית $A \in M_n(\mathbb{F})$ שבה עבור $i \neq j, A_{i,j} = 0$. נגדיר את $\text{Diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_n)$ להיות המטריצה שיש לה $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ על האלכסון.

הגדרה 2.2 מטריצה לכסינה: מטריצה ריבועית $A \in M_n(\mathbb{F})$ נקראת לכסינה אם היא דומה למטריצה אלכסונית. המטרה של מטריצות לכסינות היא שקל להעלות אותן בחזקה. עבור D מטריצה אלכסונית, קיימת P כך ש:

$$A = PDP^{-1}$$
$$A^n = \overbrace{PDP^{-1} \dots PDP^{-1}}^{n \text{ times}} = PD^n P^{-1}$$

הגדרה 3.2 העתקה לכסינה: העתקה לינארית $T: V \rightarrow V$ נקראת לכסינה אם קיים בסיס B של V כך ש- $[T]_B^B$ אלכסונית.

בנוסף, אם T העתקה לכסינה אז כל מטריצה מייצגת שלה לפי בסיס $C, [T]_C^C$, היא לכסינה.