

# **TUGAS ANALISIS ALGORITMA**



Disusun Oleh :

Faradilla Azranur

140810170001

**PROGRAM STUDI TEKNIK INFORMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS PADJADJARAN  
2019**

Apakah jawaban Anda di Worksheet 01 dan Program sama persis? Jika Tidak? Kenapa?

**Jawab**

Sama persis karena algoritma yang digunakan sama seperti yang tertera di Worksheet 01.

Fakta (1.1): Seorang wanita tetap bertunangan dari titik di mana dia menerima proposal pertamanya; dan urutan mitra yang bertunangan dengannya menjadi lebih baik dan lebih baik lagi (hal ini sesuai dengan daftar preferensi wanita). tidak perlu dipertanyakan

Fakta (1.2): Urutan wanita yang dilamar pria lebih buruk dan lebih buruk lagi (hal ini sesuai dengan daftar preferensi pria). tidak perlu dipertanyakan

Teorema (1.3): Algoritma G-S berakhir setelah paling banyak  $n^2$  iterasi menggunakan While Loop. Buktikan!

**Jawab**

Tidak ada pria yang melamar wanita lebih dari 1 kali. Maka dari itu, jika semua pria melamar semua wanita akan terjadi sebanyak  $n^2$  iterasi sampai semua mendapatkan pasangan. Misalnya, terdapat 5 laki - laki dan 5 perempuan maka kemungkinan paling banyak laki - laki melamar wanita adalah sebanyak 25 kali yaitu  $5^2$ .

Teorema (1.4): Jika seorang pria bebas di beberapa titik dalam eksekusi algoritma, maka ada seorang wanita yang belum dia ajak bertunangan. Buktikan!

**Jawab**

Jika ada 2 pria bebas dan 3 pria yang telah bertunangan dari total keseluruhan 5 pria, maka pasti ada 2 wanita yang belum diajak bertunangan yang tidak berada di prioritas awal dari kedua pria tersebut. Maka dari itu, jika ada seorang pria bebas dalam eksekusi algoritma maka ada seorang wanita yang belum dia ajak bertunangan karena pada dasarnya, algoritma Gale-Shapley mengharuskan setiap wanita dan pria mendapatkan pasangannya walaupun mendapatkan kemungkinan terburuk.

Teorema (1.5): Himpunan S yang dikembalikan saat terminasi adalah perfect matching Buktikan!

**Jawab**

Karena S bukan pasangan yang cocok, pasti ada seorang wanita, yang bebas di akhir algoritma. Karena algoritma selalu memilih wanita bebas untuk melamar pria yang paling disukai kepada siapa dia belum melamar, dia pasti telah melamar semua pria dan masih tetap bebas. Ini menyiratkan bahwa dia ditolak atau ditinggalkan oleh setiap pria. Kedua hal ini hanya dapat terjadi jika a pria sudah bertunangan, atau dibiarkan bertunangan dengan wanita lain. Ini berarti setiap orang terlibat. Karenanya, ada n pria yang bertunangan ke yang lain n - 1 wanita (karena w adalah bebas) yang merupakan kontradiksi karena setidaknya satu wanita akan melakukannya harus bertunangan dengan banyak pria yang tidak dapat terjadi dalam algoritma.

Maka dari itu, setiap pria dan wanita pasti selalu mendapatkan pasangan pada akhirnya walaupun bukan merupakan prioritasnya sehingga menghasilkan perfect matching.

Teorema (1.6): Sebuah eksekusi algoritma G-S mengembalikan satu set pasangan  $S$ . Set  $S$  adalah pasangan yang stabil. Buktikan!

**Jawab**

Telah terbukti dengan Teorema (1.5) bahwa Himpunan  $S$  yang dikembalikan saat terminasi adalah perfect matching maka dari itu setiap orang memiliki pasangannya masing - masing. Asumsikan himpunan  $S$  memiliki ketidakstabilan. Secara khusus, ada pria dan wanita  $m, w, m_0$ , dan  $w_0$  seperti itu bahwa semua hal berikut ini benar:

$$(m, w) \notin S$$

$$(m, w_0) \in S$$

$$(m_0, w) \in S$$

$$P_m(w) < P_m(w_0)$$

$$P_w(m) < P_w(m_0).$$

Dengan asumsi ini,  $m$  dan  $w$  akan bertunangan dan memutuskan keterlibatan mereka dengan  $w_0$  dan  $m_0$ . Untuk bukti ini, akan mempertimbangkan apa yang harus terjadi untuk menyebabkan ketidakstabilan ini dan menunjukkan bahwa semua kasus mengarah pada kontradiksi. Pertama-tama kita akan mengamati bahwa kita harus melamar  $m$ , dan pada akhirnya akan bertunangan. Untuk  $m_0$  yang dia sukai kurang dari  $m$  prioritasnya. Satu-satunya cara dia bisa melamar  $m_0$ , dia harus melamar setiap pria yang lebih disukainya daripada pria yang mencakup  $m$ .

Ketika  $w$  diusulkan ke  $m$ , hanya ada dua hasil yang mungkin. Entah berkata ya atau tidak. Kami akan menunjukkan bahwa kedua jawaban mengarah pada kontradiksi Pengamatan 1.

Ya: Pasangan  $(m, w)$  berada di  $S$  setelah proposal. Karena  $(m, w) \notin S$ ,  $m$  pasti sudah putus

pertunangan ini untuk wanita yang ia sukai lebih dari  $w$ . Akan tahu bahwa akan berakhir dengan  $w_0$  dan  $P_m(w) < P_m(w_0)$  yang menyiratkan bahwa pada suatu titik dalam algoritma,  $m$  bertunangan dengan wanita dia lebih suka kurang dari pertunangannya pada saat itu yang merupakan kontradiksi dari setiap lelaki akan melamar wanita yang lebih baik dan tidak akan pernah bebas.

Tidak: Agar mengatakan tidak kepada  $w$ , dia pasti sudah bertunangan dengan wanita yang lebih disukai,  $w_0$ . Sejak  $m$  akhirnya bertunangan dengan  $w_0$  yang dia sukai kurang dari  $w$  dan, dengan transitivitas, kurang dari itu  $w_0$ , dia pasti bertunangan dengan wanita yang kurang disukai yang merupakan kontradiksi dari setiap lelaki akan melamar wanita yang lebih baik dan tidak akan pernah bebas..

