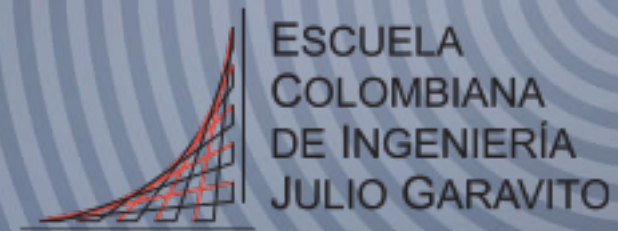




Universidad  
de Valparaíso  
CHILE



ESCUELA  
COLOMBIANA  
DE INGENIERÍA  
JULIO GARAVITO

# III Simposio Data Analytics

21 horas

**Sistemas Inteligentes para la Toma de  
Decisiones**

**“Sistemas Difusos para el Apoyo en la  
Toma de Decisiones”**

Dr. Ing. Rodrigo Salas F. [rodrigo.salas@uv.cl](mailto:rodrigo.salas@uv.cl)

- ▶ Constantemente nos encontramos ante situaciones donde existen varias alternativas y debemos elegir la mejor de ellas.
- ▶ En general se requiere hacer un análisis detallado de las ventajas e inconvenientes asociados a cada alternativa.
- ▶ Problemas de toma de decisión definidos bajo incertidumbre, donde la **información es vaga e imprecisa**.
- ▶ El Enfoque Lingüístico Difuso basado en la Teoría de Conjuntos Difusos ayuda a modelar la información utilizando el Modelado Lingüístico.

- ▶ En el modelado lingüístico se utilizan variables lingüísticas **cuyos valores son palabras** o frases definidos en un lenguaje natural o artificial.
- ▶ Estos valores denominados **etiquetas lingüísticas** son valores que están en un **universo** de discurso discreto
- ▶ La información se expresa en forma vaga e imprecisa.



- Rosa Rodriguez (2013). Uso de preferencias lingüísticas comparativas en toma de decisiones bajo incertidumbre. Tesis Doctorado en Informática. Universidad de Jaen
- M. Roubens. Fuzzy sets and decision analysis. Fuzzy Sets and Systems, 90:199–206, 1997.

- ▶ Fase de agregación:
  - ▶ en la que se transforman un conjunto de valores de preferencias de diferentes expertos en un conjunto de valores colectivos de cada alternativa.
- ▶ Fase de explotación:
  - ▶ una vez obtenidos los valores colectivos se aplica un proceso de selección para obtener un conjunto solución de alternativas al problema.

- ▶ Los conjuntos difusos fueron propuestos por Lotfi Zadeh
- ▶ Los conjuntos difusos surgen como una nueva forma de representar la incertidumbre e imprecisión



- L.A. Zadeh. Fuzzy sets. Information and Control, 8:338–353, 1965.
- L.A. Zadeh. The concept of a linguistic variable and its applications to approximate reasoning. Information Sciences, Part I, II, III, 8,8,9:199– 249,301–357,43–80, 1975.

**Lotfi Asker Zadeh** (en [azerí](#) **Lütfi Zadə**; [Bakú](#), 4 de febrero de 1921-[Berkeley \(California\)](#), 6 de septiembre de 2017 ) fue un matemático, ingeniero eléctrico, informático y profesor Iraní- estadounidense de la [Universidad de Berkeley](#). Es famoso por introducir en [1965](#) la teoría de **conjuntos difusos** o **lógica difusa**. Se le considera asimismo el padre de la **teoría de la posibilidad**.

- ▶ Los Conjuntos son una colección de objetos cuyos miembros comparten una serie de características

**Definición:** Sea  $A$  un conjunto en el universo  $X$ , la función de característica asociada a  $A$ ,  $A(x)$ ,  $x \in X$ , se define como:

$$A(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in A \\ 0 & \text{si } x \notin A \end{cases}$$



- ▶ Un conjunto difuso puede definirse como una colección de objetos con valores de pertenencia entre 0 y 1.
- ▶ Los valores de pertenencia expresan los grados con los que cada objeto es compatible con las propiedades o características distintivas de la colección.

**Definición:** Un conjunto difuso,  $\tilde{A}$  sobre  $X$  está caracterizado por una función de pertenencia que transforma los elementos de un dominio o universo del discurso  $X$  en el intervalo  $[0,1]$ :

$$\mu_{\tilde{A}} : X \rightarrow [0,1]$$

- ▶ Un conjunto difuso  $\tilde{A}$  en  $X$  puede ser representado como un conjunto de pares ordenados de un elemento genérico  $x$ ,  $x \in X$ , y su grado de pertenencia  $\mu_{\tilde{A}}$ :

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \{(x, \mu_{\tilde{A}}(x)) \mid x \in X, \mu_{\tilde{A}}(x) \in [0,1]\}$$



- ▶ Ludwig Wittgenstein: El significado de una palabra está en su lenguaje.
- ▶ Lotfi A. Zadeh: Existen palabras  $P$  cuyo significado, cuando se aplica a un universo de discurso  $X$ , puede ser representado  $\mu_P(x)$  que significa el grado de cumplimiento de “ $x$  es  $P$ ”, para todo  $x$  in  $X$ .

# Ejemplo

- ▶ Concepto de persona joven.
  - ▶ Universo:  $U = [1, 70]$
  - ▶ Se considerarán jóvenes a todas las personas menores o iguales a 30 años.
  - ▶ Toda persona mayor o igual a 50 años no será considerada joven

$$\mu_H : U \rightarrow [0, 1]$$

$$\mu_H(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in [1, 30] \\ 1 - \frac{x-30}{20} & \text{si } x \in (30, 50) \\ 0 & \text{si } x \in [50, 70] \end{cases}$$

## ► Definiciones

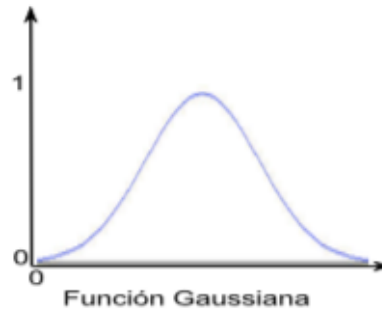
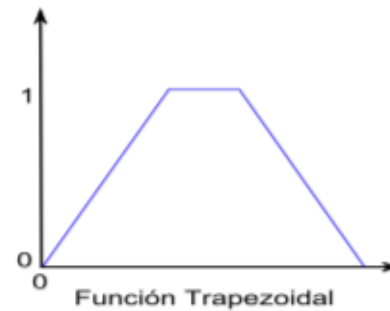
**Definición:** El soporte de un conjunto difuso  $\tilde{A}$ ,  $\text{Support}(\tilde{A})$ , es el conjunto de todos los elementos de  $x \in X$ , tales que, el grado de pertenencia sea mayor que cero:

$$\text{Support}(\tilde{A}) = \{x \in X \mid \mu_{\tilde{A}}(x) > 0\}$$

**Definición:** Sea  $\tilde{A}$  un conjunto difuso sobre el universo  $X$  y dado un número  $\alpha \in [0, 1]$ , se define el  $\alpha$ -corte sobre  $\tilde{A}$ ,  ${}^{\alpha}A$ , como un conjunto clásico que contiene todos los valores del universo  $X$  cuya función de pertenencia en  $\tilde{A}$  sea mayor o igual al valor  $\alpha$ :

$${}^{\alpha}A = \{x \in X \mid \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha\}$$

- ▶ Tipos de Funciones de pertenencia:
  - ▶ La forma de las funciones de pertenencia  $\mu_{\tilde{A}} : X \rightarrow [0,1]$  depende del concepto que representa y del contexto en el que se usa.



- ▶ El modelo más simple es aquel donde el grado de verdad de una expresión es funcionalmente dependiente del grado de verdad de los predicados involucrados.

El grado de verdad de "x es P" =  $\mu_P(x)$

El grado de verdad de "x es Q" =  $\mu_Q(x)$

El grado de verdad de "x es P y Q" =  $\mu_{P \text{ and } Q}(x) = T(\mu_P(x), \mu_Q(x))$

El grado de verdad de "x es P o Q" =  $\mu_{P \text{ or } Q}(x) = S(\mu_P(x), \mu_Q(x))$

El grado de verdad de "x es no P" =  $\mu_{\text{not } P}(x) = N(\mu_P(x))$

- Los operadores T, S y N deben ser consistente con los predicados nítidos:  $\mu_P(x) \rightarrow \{0,1\}$

Min	0	1
0	0	0
1	0	1

Max	0	1
0	0	1
1	1	1

	1-id
0	1
1	0

- Los operadores de Zadeh o Gödel cumplen con esta propiedad:
  - $T(\mu_P(x), \mu_Q(x)) = \min(\mu_P(x), \mu_Q(x))$
  - $S(\mu_P(x), \mu_Q(x)) = \max(\mu_P(x), \mu_Q(x))$
  - $N(\mu_P(x)) = 1 - \mu_P(x)$

- ▶ Una t-norma es una función  $T : [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$  que satisface las siguientes propiedades:
  - ▶ Commutativity:  $T(a, b) = T(b, a)$
  - ▶ Monotonicity:  $T(a, b) \leq T(c, d)$  if  $a \leq c$  and  $b \leq d$
  - ▶ Associativity:  $T(a, T(b, c)) = T(T(a, b), c)$
  - ▶ The number 1 acts as identity element:  $T(a, 1) = a$

Nombre	Operación
Mínimo o Gödel	$T_{min}(a, b) = \min\{a, b\}$
Producto	$T_{prod}(a, b) = a \cdot b$
Łukasiewicz	$T_{Luk}(a, b) = \max\{0, a + b - 1\}$
Drastic	$T_D(a, b) = \begin{cases} b & \text{si } a = 1 \\ a & \text{si } b = 1 \\ 0 & \text{sino} \end{cases}$
Nilpotente	$T_{nM}(a, b) = \begin{cases} \min(a, b) & \text{si } a + b > 1 \\ 0 & \text{sino} \end{cases}$
Hamacher	$T_{nM}(a, b) = \begin{cases} 0 & \text{si } a = b = 0 \\ \frac{ab}{a+b-ab} & \text{sino} \end{cases}$



- ▶ Una S-norma o T-Conorma es una función  $S : [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$ .
- ▶ Es el dual de la T-norma y se obtiene de la siguiente forma:  $S(a, b) = 1 - T(1 - a, 1 - b)$
- ▶ Propiedades
  - ▶ Commutativity:  $S(a, b) = S(b, a)$
  - ▶ Monotonicity:  $S(a, b) \leq S(c, d)$  if  $a \leq c$  and  $b \leq d$
  - ▶ Associativity:  $S(a, S(b, c)) = S(S(a, b), c)$
  - ▶ The number 0 acts as identity element:  $S(a, 0) = a$

Nombre	Operación
Máximo	$S_{max}(a, b) = \max\{a, b\}$
Suma Probabilística	$S_{sum}(a, b) = a + b - a \cdot b$
Suma acotada	$S_{Luk}(a, b) = \min\{a + b, 1\}$
Drastic	$S_D(a, b) = \begin{cases} b & \text{si } a = 0 \\ a & \text{si } b = 0 \\ 1 & \text{sino} \end{cases}$
Nilpotente	$S_{nM}(a, b) = \begin{cases} \max(a, b) & \text{si } a + b < 1 \\ 1 & \text{sino} \end{cases}$
Einstein	$S_{H_2}(a, b) = \frac{a + b}{1 + ab}$

- ▶ Un negador  $N : [0,1] \rightarrow [0,1]$  es un operador monótonamente decreciente.
- ▶ Un negador se dice que es:
  - ▶ Estricto: cuando es monótonamente estricto
  - ▶ Fuerte: si es estricto e involutivo, es decir,  $N(N(x))=x$
- ▶ Negador estándar o canónico:  $N(x)=1-x$
- ▶ Tripletas de De Morgan  $(T,S,N)$  cumplen con las siguientes propiedades:
  - ▶ 1.  $T$  es una T-Norma
  - ▶ 2.  $S$  es una T-conorma
  - ▶ 3.  $N$  es un negador fuerte
  - ▶ 5.  $\forall a, b \in [0,1] : N(S(a, b)) = T(N(a), N(b))$

- ▶ La implicancia se modela con funciones J

El grado de verdad de «Si "x es P" entonces "x es Q"» con grado de verdad  $r < 1$

$$J(\mu_P(x), \mu_Q(x)) = r$$

- ▶ Consistencia:

- ▶ Implicación Material:

«Si "x es P" entonces "x es Q"» es equivalente a "x es no P" o "x es Q"»

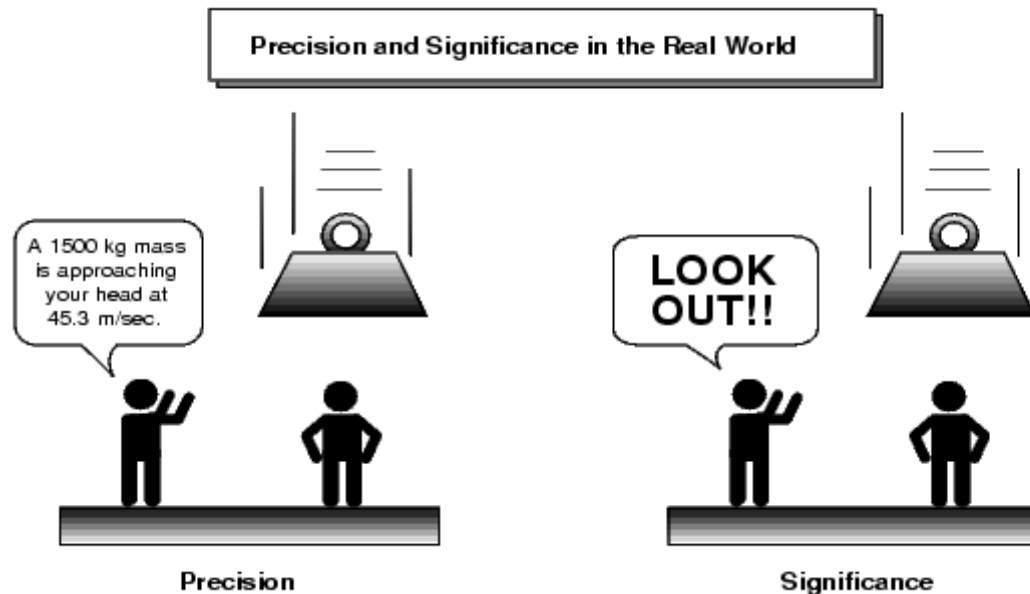
	$\mu_Q(x)$	
	$J_0$	
$\mu_P(x)$	0	1
	0	1
	1	0
	1	1



# Fuzzy Implications

Nombre	Operación
Regla de Larsen	$J(a,b)=ab$
Regla de Mandani	$J(a,b)=\min\{a,b\}$
Kleene-Dienes	$J(a,b)=\max\{1-a,b\}$
Łukasiewicz	$J(a,b)=\min\{1,1-a+b\}$
Primera implicación de Zadeh	$J(a,b)=\max\{1-a,\min\{a,b\}\}$
Reichenbach	$J(a,b)=1-a+ab$
Willmott	$J(a,b)=\min\{\max\{1-a,b\},\max\{1-a,a\},\max\{1-b,b\}\}$
Klir-Yuan	$J(a,b) = 1 - a + a^2b$

- ▶ El uso del modelado lingüístico y por tanto de procesos de computación con palabras es adecuado fundamentalmente en las siguientes situaciones:
  - ▶ Cuando la información disponible es demasiado imprecisa para justificar el uso de valores numéricos.
  - ▶ O bien cuando la imprecisión de la información puede ser aprovechada para alcanzar robustez, solución a bajo coste y una buena interpretación de la realidad.



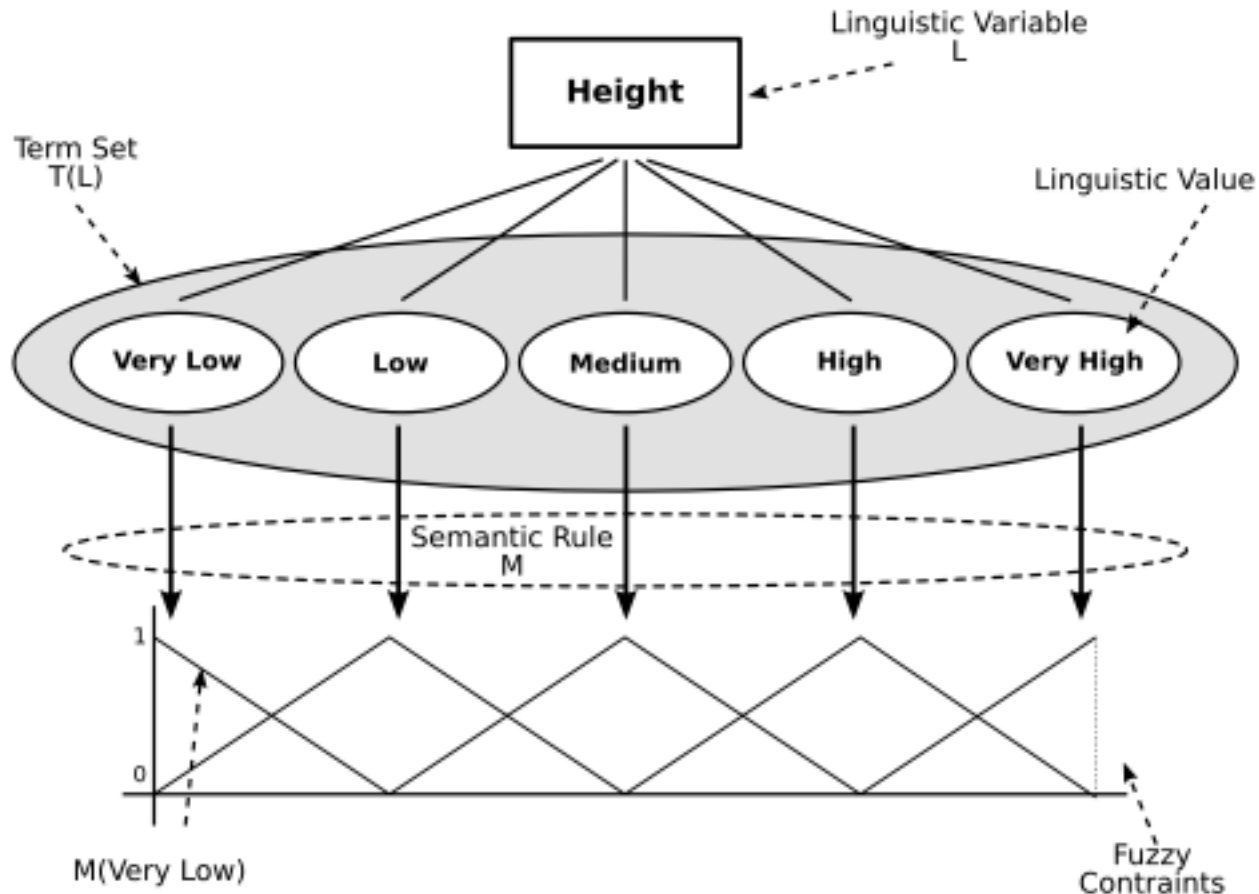
- ▶ CW (L. Zadeh. Fuzzy logic = computación con palabras. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 4 (2): 103-111, 1996 doi: 10.1109 / 91.493904) trata con palabras y proposiciones de un lenguaje natural como los principales objetos de computación.
  - ▶ Por ejemplo: "pequeño", "grande", "caro", "bastante posible" o incluso frases más complejas como "mañana estará nublado pero no muy frío".
- ▶ La principal inspiración de CW es la capacidad humana de realizar varias tareas diferentes (caminar en la calle, jugar al fútbol, andar en bicicleta, entender una conversación, tomar una decisión ...) sin necesidad de un uso explícito de ninguna medida ni cálculo.
- ▶ Esta capacidad se sustenta en la capacidad del cerebro para manipular diferentes percepciones (generalmente percepciones imprecisas, inciertas o parciales), que desempeña un papel clave en los procesos de reconocimiento, decisión y ejecución humanos.

- ▶ Una variable lingüística se caracteriza por un valor sintáctico o etiqueta y por un valor semántico o significado.
- ▶ La etiqueta es una palabra que pertenece a un conjunto de términos lingüísticos y el significado de dicha etiqueta viene dado por un subconjunto difuso en un universo del discurso.
- ▶ Dado que las palabras son menos precisas que los números, el concepto de variable lingüística parece ser adecuado para caracterizar objetos que son demasiados complejos o están mal definidos para poder ser evaluados mediante valores numéricos precisos.



Definición: Una variable lingüística se caracteriza por una quintupla  $(H, T(H), U, G, M)$ , donde

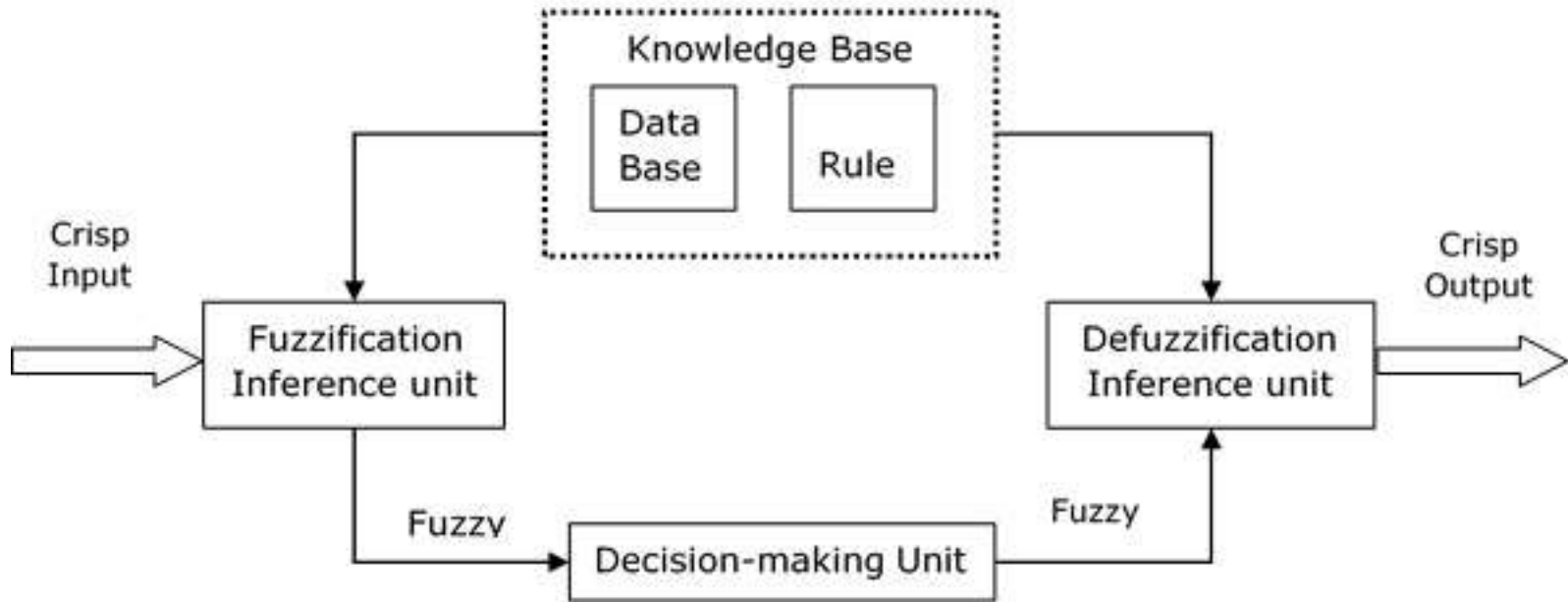
- $H$  es el nombre de la variable;
- $T(H)$  (o sólo  $T$ ) simboliza el conjunto de términos de  $H$ , es decir, el conjunto de nombres de valores lingüísticos de  $H$ ,
- cada valor es una variable difusa notada genéricamente como  $X$  y que varía a lo largo del universo del discurso  $U$ , el cuál esta asociado con una variable base llamada  $u$ ;
- $G$  es una regla sintáctica (que normalmente toma forma de gramática) para generar los nombres de los valores de  $H$ ;
- y  $M$  es una regla semántica para asociar significado  $M(X)$ , a cada elemento de  $H$ , el cual es un conjunto difuso de  $U$ .

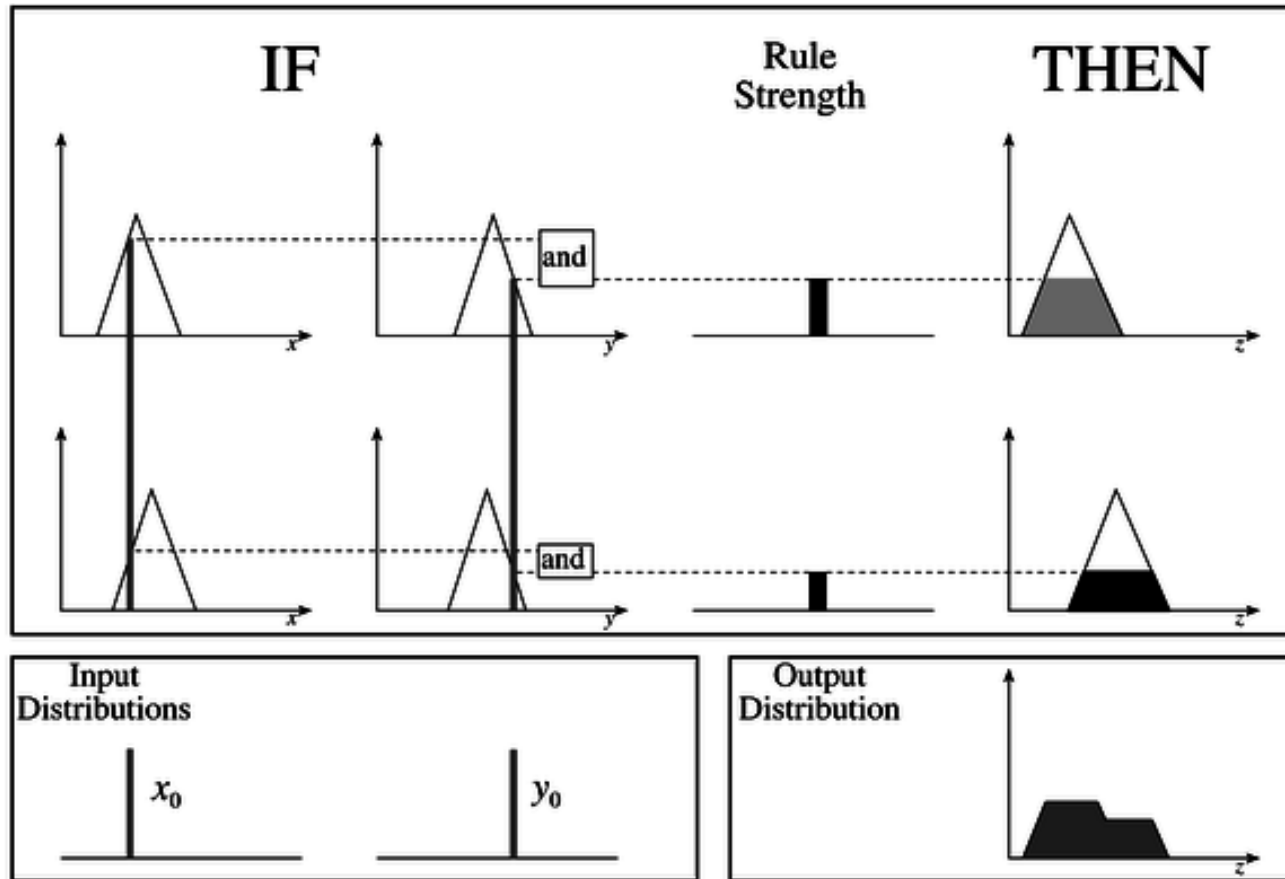


- ▶ Un problema clásico de decisión tiene los siguientes elementos básicos:
  - ▶ 1. Un conjunto de alternativas o decisiones posibles.
  - ▶ 2. Un conjunto de estados de la naturaleza que definen el contexto en el que se plantea el problema.
  - ▶ 3. Un conjunto de valores de utilidad en el que cada uno de ellos está asociado a un par de valores formado por una alternativa y un estado de la naturaleza.
  - ▶ 4. Una función que establece las preferencias del experto sobre los posibles resultados.

## ► Situaciones de Decisión:

- Ambiente de certidumbre. En esta situación se conoce con exactitud y precisión el valor de utilidad de cada alternativa.
- Ambiente de riesgo. Esta situación se produce cuando el conocimiento del que se dispone sobre las alternativas consiste en sus distribuciones de probabilidad.
- Ambiente de incertidumbre. Es la situación en la que no conocemos la probabilidad de las alternativas y la utilidad de cada una de ellas se caracteriza de forma aproximada.





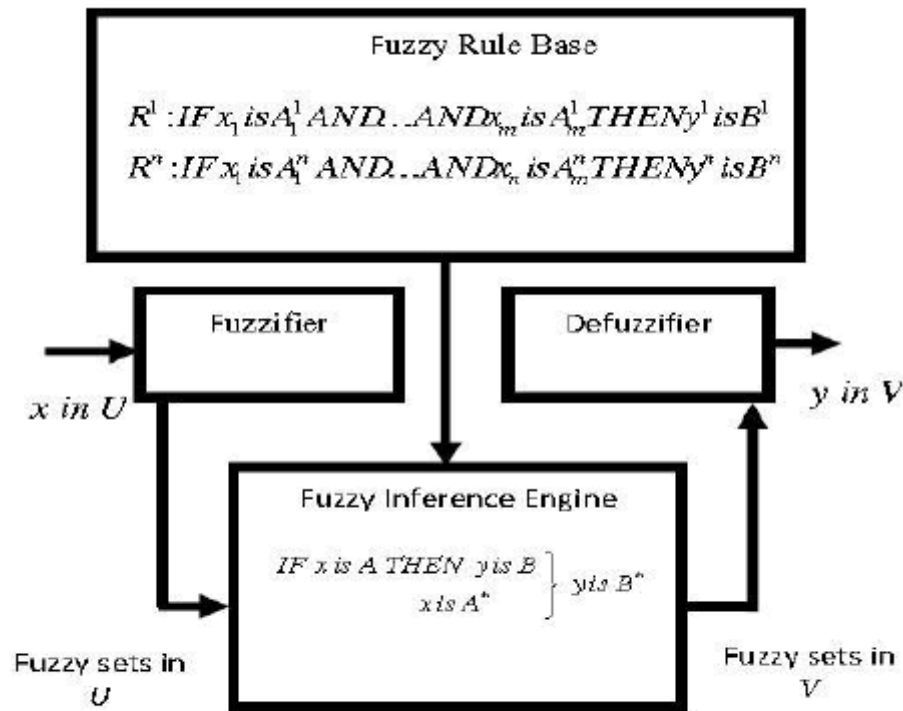


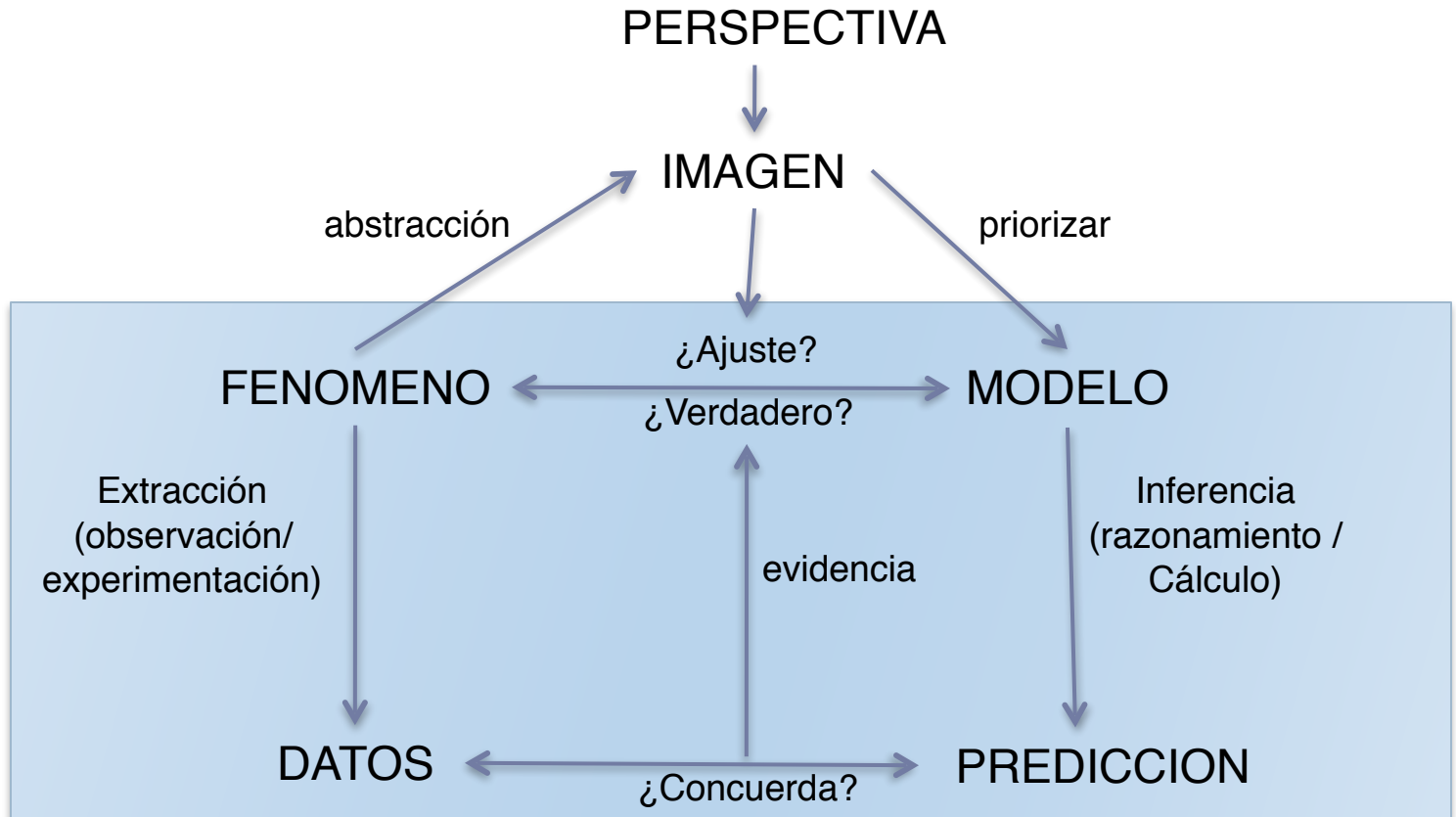
Fig.1 Mamdani Type FIS



# Arquitectura de un Sistema de Apoyo a la Toma de Decisiones

Dr. Ing. Rodrigo Salas  
[rod.salas@gmail.com](mailto:rod.salas@gmail.com)

## ► Giere 1997 & Griesemer 2000



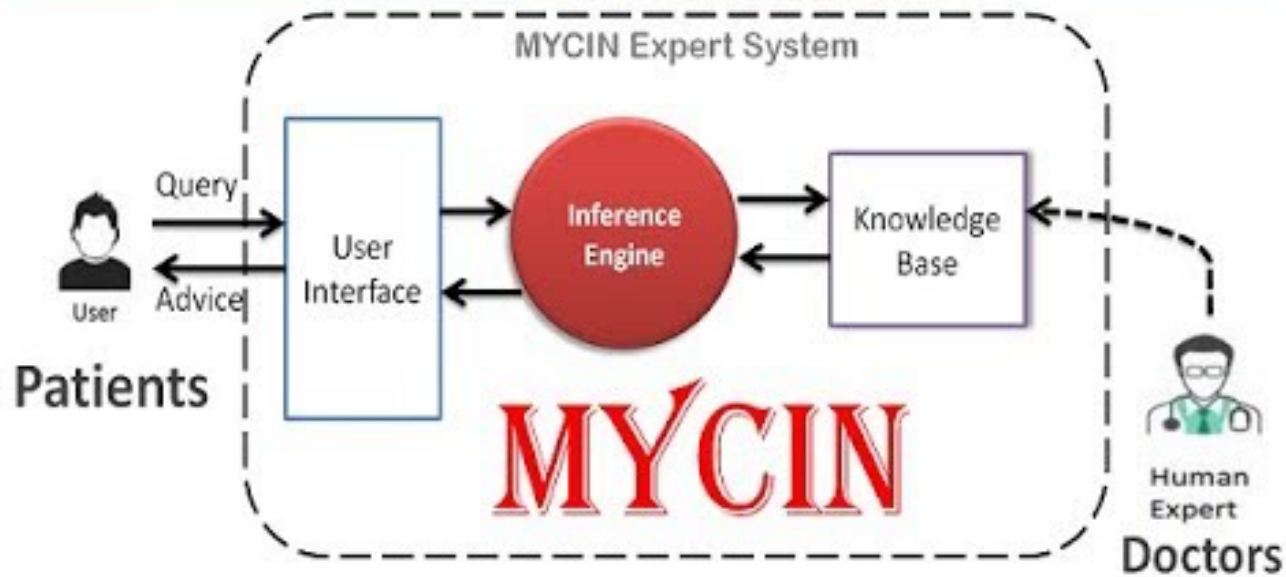
***The ultimate purpose of building a machine is  
always found in the world.***

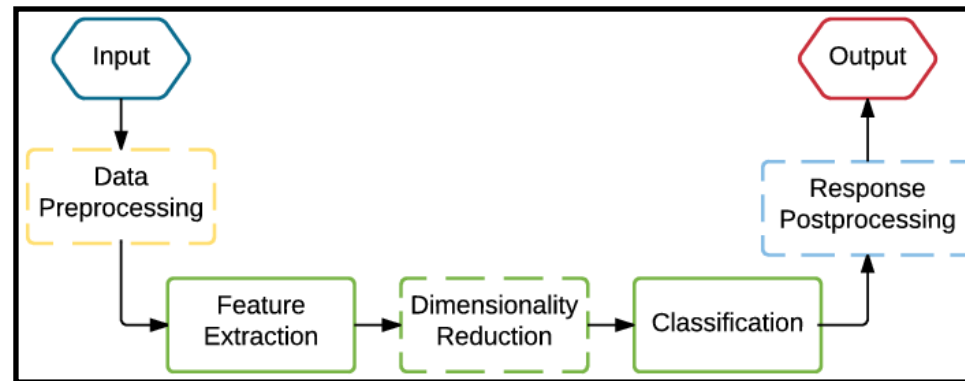
*Calinescu et al, 2012*

- ▶ Mycin es un sistema experto desarrollado a principios de los años 70 por **Edward Shortliffe**, en la Universidad de Stanford.
- ▶ Fue escrito en **Lisp**
- ▶ Su principal función consistía en el **diagnóstico de enfermedades infecciosas de la sangre**.
- ▶ Sistema de Expertos
  - ▶ El funcionamiento de Mycin se basaba principalmente en un sencillo motor de inferencia, que manejaba una base de conocimiento de aproximadamente unas 500 reglas.
  - ▶ Para calcular la probabilidad de los resultados, los autores desarrollaron una técnica empírica basada en **factores de certeza**.
  - ▶ Las investigaciones realizadas por la Stanford Medical School, desvelaron que Mycin tuvo una **tasa de aciertos de aproximadamente el 65%**

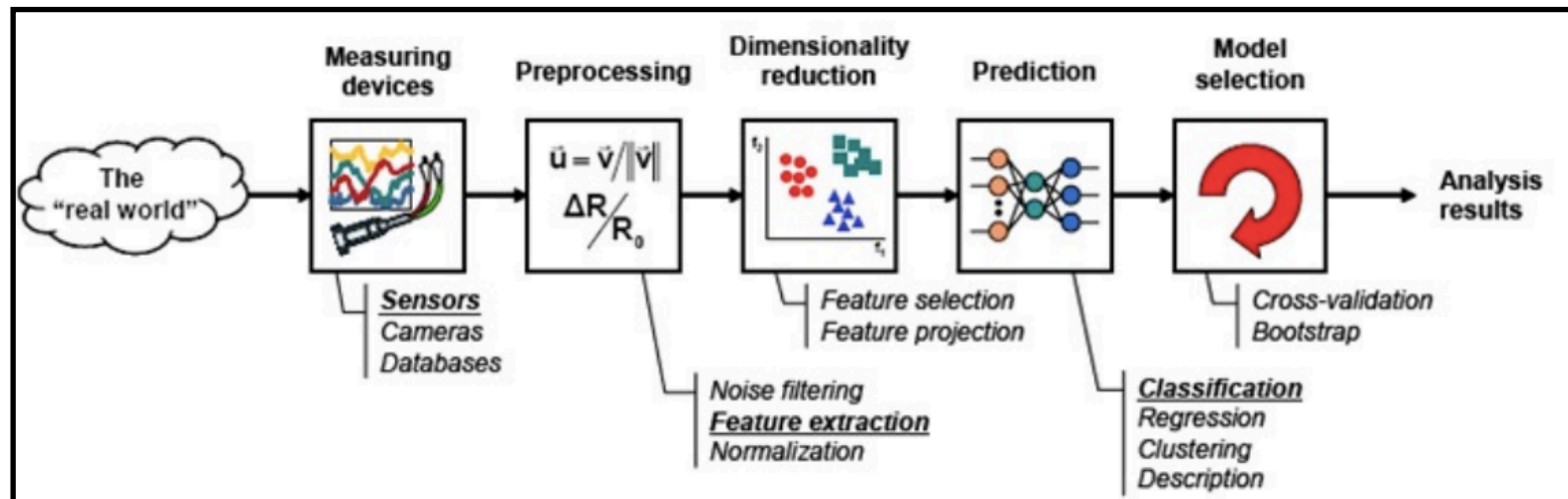
IF      1. The infection that requires therapy is meningitis **AND**  
         2. The patient has evidence of serious skin or soft tissue infection **AND**  
         3. Organisms were not seen on the stain of the culture **AND**  
         4. The type of infection is bacterial  
THEN   There is evidence that the organism that might be causing the  
         infection is Staphylococcus coagpos (0.75) or Streptococcus (0.5).

## ARTIFICIAL INTELLIGENCE

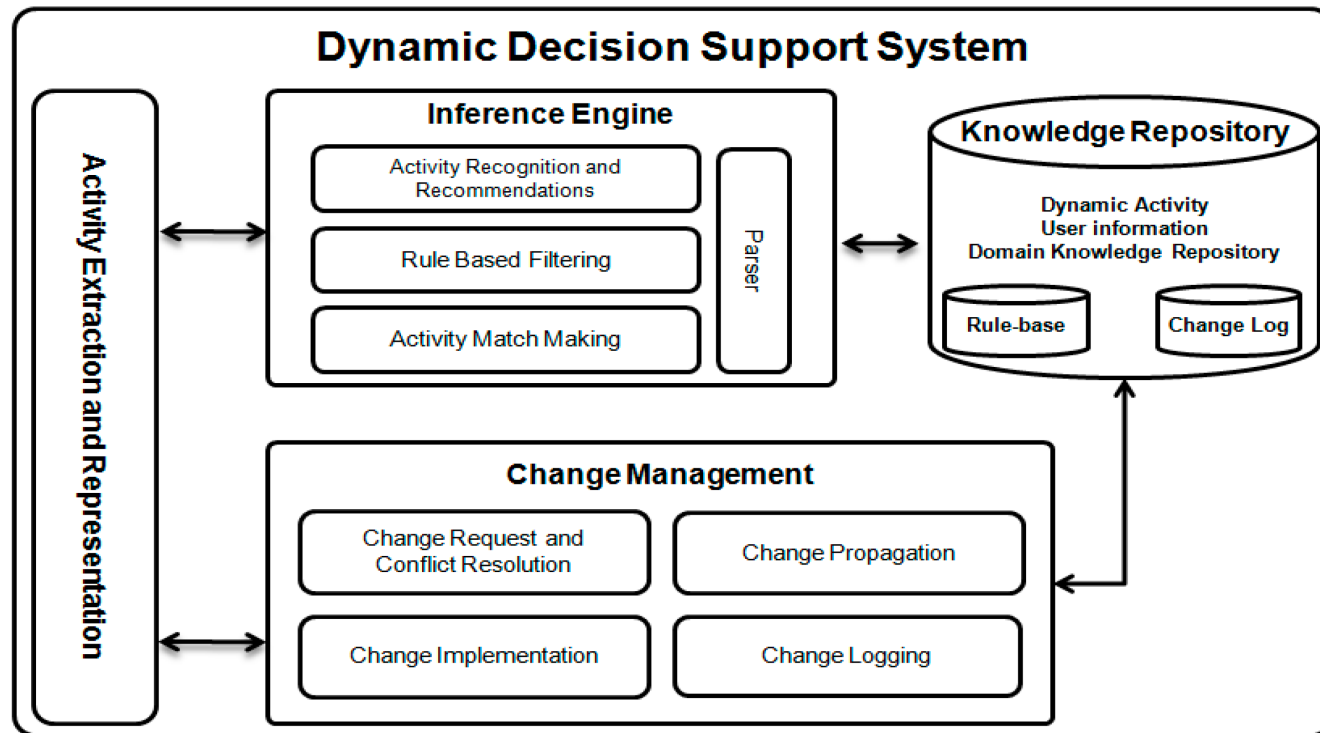




F. Cavrini (2016.) Hand Gesture Recognition for the Benefit of Transradial Amputees. Thesis of Master of Science in Engineering in Computer Science



- ▶ Recolección o captura de datos:
  - ▶ Posiblemente en la componente que requiere más tiempo en un proyecto de Reconocimiento de Patrones.
  - ▶ ¿Cuántas muestras son suficientes?
- ▶ Selección de características
  - ▶ Etapa crítica para el éxito del sistema
    - ▶ “Garbage in, garbage out”
  - ▶ Requiere conocimiento previo del dominio
- ▶ Selección del Modelo
  - ▶ Definición del enfoque estadístico, máquinas de aprendizaje, estructurales.
- ▶ Entrenamiento o Ajuste del Modelo
  - ▶ Adaptar el modelo para que explique los datos
  - ▶ Aprendizajes: Supervisados, no supervisados, reforzados
- ▶ Evaluación
  - ▶ ¿Cuál es el desempeño del modelo ajustado?
  - ▶ Sobreajuste vs generalización



Asad Masood Khattak, Wajahat Ali Khan, Zeeshan Pervez, Farkhund Iqbal and Sungyoung Lee. "Towards A Self Adaptive System for Social Wellness". Sensors, vol. 16, issue 531, 1-17, 2016



- ▶ Knowledge Repository (KR):
  - ▶ El repositorio de conocimiento (KR) sirve como la columna vertebral de DDSS.
  - ▶ Contiene la información de la actividad en evolución, la interacción social, la información del perfil del “cliente”, el conocimiento del dominio y el conocimiento experto sobre el problema.
  - ▶ En base a esta información y a las actividades recientemente detectadas, el motor de inferencia genera recomendaciones.
  - ▶ La información en el KR debe representarse en un formato semánticamente rico y formalmente estructurado. Para este propósito, en general se usan ontologías.
  - ▶ El conocimiento en el KR está semánticamente vinculado para el procesamiento posterior utilizando un motor de inferencia (IE).

- ▶ Las recomendaciones se basan principalmente en hechos recopilados confiables e interpretación inteligente de estos hechos.
- ▶ Los hechos representan el conocimiento sobre la situación en cuestión y las reglas representan las relaciones entre los hechos.
- ▶ Según estas reglas, el motor de inferencia genera recomendaciones. Las reglas se utilizan principalmente para obtener resultados finales en combinaciones opcionales u obligatorias.

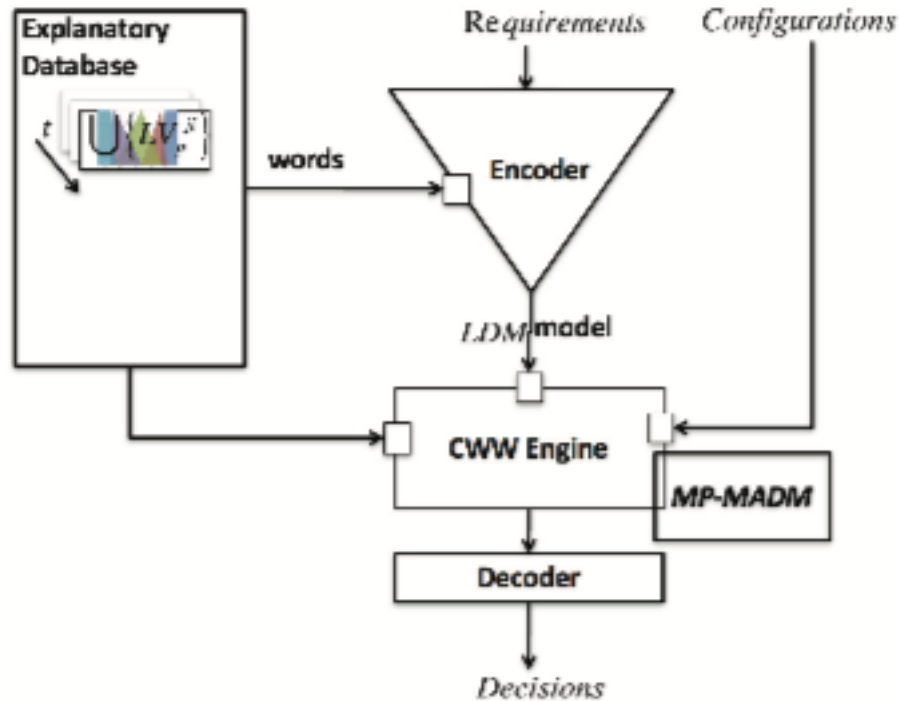
- ▶ Activity Extraction and Representation (Collector):
  - ▶ Este módulo es el punto de interacción del DDSS con el agente PA del mundo exterior.
  - ▶ Acepta todos los datos y la comunicación del PA y luego lo modela utilizando la estructura KR.
  - ▶ También es responsable de enviar la respuesta de vuelta a la AP.
  - ▶ Cualquier comunicación en este módulo se denomina actividad; Incluso la interacción social también se denomina actividad. La interacción y las actividades se almacenan en el KR.
  - ▶ Si es una actividad recientemente informada por el PA, se pasa al motor de inferencia para el almacenamiento y la generación de recomendaciones.

## ▶ Inference Engine:

- ▶ El motor de inferencia (IE) es el cerebro del DDSS.
- ▶ Se dedica principalmente al razonamiento y a la generación de servicios.
- ▶ Implica KR para el análisis de la situación y la base de reglas se utiliza para generar recomendaciones.
- ▶ Las actividades recientemente detectadas se corresponden con el conocimiento del KR.
- ▶ Aquí se inicia un proceso de emparejamiento para encontrar el conocimiento correspondiente para la información emergente recién recopilada.
- ▶ Luego, la Base de reglas se usa para filtrar el conocimiento razonado (emparejado) y para hacer recomendaciones actualizadas y apropiadas,

## ► Change Management:

- CM es el componente principal que facilita la naturaleza dinámica del DDSS.
- El CM es responsable de KR y la evolución basada en reglas con el avance del conocimiento del dominio, modificaciones de expertos, cambios en el comportamiento del paciente, interacción social y experiencia del paciente.
- CM acepta solicitudes de nuevas adiciones de información, así como cambios en las reglas de expertos y aprendizaje automático, luego implementa la solicitud de cambio y propaga los cambios a los componentes dependientes para minimizar sus efectos.



R. Torres, R. Salas, N. Bencomo, H. Astudillo. An architecture based on computing with words to support runtime reconfiguration decisions of service-based systems. *International Journal of Computational Intelligence Systems (IJCIS)* Vol 11, issue 1, pp. 272-281.

- ▶ Elección del conjunto de términos lingüísticos con su semántica:
  - ▶ En esta fase se establece el dominio de expresión lingüística en el que los expertos expresan sus valoraciones lingüísticas sobre las alternativas según su conocimiento y experiencia.
- ▶ Elección del operador de agregación de información lingüística:
  - ▶ Se elige un operador de agregación lingüístico adecuado para agregar las valoraciones lingüísticas proporcionadas por los expertos.
- ▶ Selección de la mejor/es alternativa/s:
  - ▶ La mejor alternativa es elegida según las valoraciones lingüísticas proporcionadas por los expertos. Para ello se realizan las dos fases del esquema de resolución básico:

- ▶ Fase de agregación:
  - ▶ Su objetivo es obtener un valor colectivo de preferencias para cada alternativa y/o criterio de representación, a partir de los valores individuales de preferencias proporcionados por los expertos que participan en el problema, utilizando un operador de agregación adecuado a las necesidades del problema.
- ▶ Fase de explotación:
  - ▶ La información de entrada de esta fase son los valores colectivos obtenidos en la fase anterior. Su objetivo es seleccionar la/s mejor/es alternativa/s a partir de los valores colectivos. Para ello, se utilizan funciones de selección que permiten seleccionar y ordenar las mejores alternativas a partir de vectores de utilidad o relaciones de preferencia.



# Referencias

- ▶ Rosa Rodriguez, Luis Martinez (2010). Un nuevo modelo para Procesos de Computación con Palabras en Toma de Decisión Lingüística. Escuela Politécnica Superior de Jaén. Departamento de Informática.
- ▶

- ▶ L.A. Zadeh. The concept of a linguistic variable and its applications to approximate reasoning. Information Sciences, Part I, II, III, 8,8,9:199–249,301–357,43–80, 1975
- ▶ L.A. Zadeh. Computing with Words in Information/ Intelligent Systems 1, chapter What is Computing with Words? Physica-Verlag, 1999.

