

به نام خدا



دانشگاه تهران

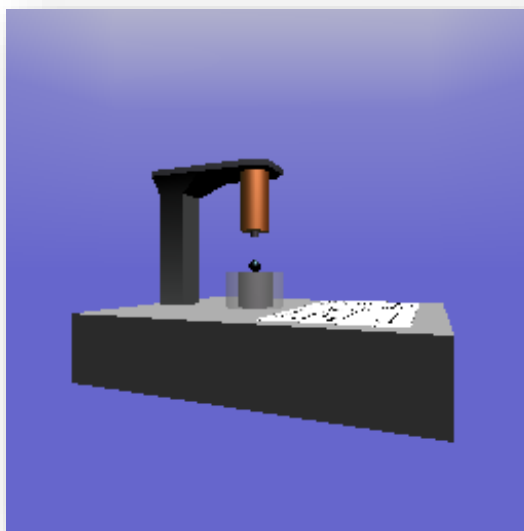
دانشکده فنی

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر



پروژه سیستم های کنترل خطی - فاز 1

فردین عباسی 810199456 - امیرحسین یوسفوند 810199516



پاییز 1401

## سوالات

سوالات .....	2
سوال 1 .....	3
سوال 2 .....	3
سوال 3 .....	3
سوال 4 .....	3
سوال 5 .....	4
سوال 6 .....	4
سوال 7 .....	5
سوال 8 .....	5
سوال 9 .....	5
سوال 10 .....	6
سوال 11 .....	7
سوال 12 .....	7

### سوال 1

$V = RI + \dot{L}$  : رابطه مدار الکتریکی متشکل از سلف و مقاومت

$m\ddot{y} = -mg - f_v \dot{y} + Fm$  : قانون دوم نیوتون برای گوی آهنی ناشی از نیرو های وزن و الکترومغناطیسی و مقاومت هوا

$Fm = C \frac{I^2}{1-y}$  : رابطه غیر خطی نیرو الکترومغناطیسی بر حسب فاصله

### سوال 2

$$x(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y(t) \\ \dot{y}(t) \\ I(t) \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 &= \dot{x}_1 & \dot{x}_2 &= -g - \frac{f_v}{m} \dot{x}_2 + \frac{c}{m} \frac{x_3^2}{1-x_1} & \dot{x}_3 &= \frac{V}{L} - \frac{R}{L} x_3 \end{aligned}$$

### سوال 3

نقطه تعادل محاسبه شده در مطلب:

$$x_3 = \sqrt{\frac{gm}{c}(1-y_d)} \quad V = R \sqrt{\frac{gm}{c}(1-y_d)}$$

پاسخ دیگر به دلیل منفی بودن زیر رادیکال غیرقابل قبول است.

### سوال 4

$R=5 \quad L=0.02 \quad g=9.84 \quad c=0.3 \quad M=106g \quad f_v=0.02$ ;

$$\dot{X} = AX + BV \quad A = \frac{\partial f}{\partial x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{g}{1-y_d} & -\frac{f_v}{m} & 2\sqrt{\frac{cg}{m(1-y_d)}} \\ 0 & 0 & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \quad B = \frac{\partial f}{\partial V} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{9.84}{1-y_d} & -0.188 & 10.55\sqrt{\frac{1}{(1-y_d)}} \\ 0 & 0 & -250 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 50 \end{bmatrix} V$$

## سوال 5

$$y_d = 0.306$$

ورودی سیستم را  $V$  و خروجی را  $y$  در نظر میگیریم و تبدیل لاپلاس میگیریم:

$$sX_1(s) = X_2(s)$$

$$sX_2(s) = 14.17X_1(s) - 0.188X_2(s) + 12.66X_3(s)$$

$$sX_3(s) = -250X_3(s) + 50V(s)$$

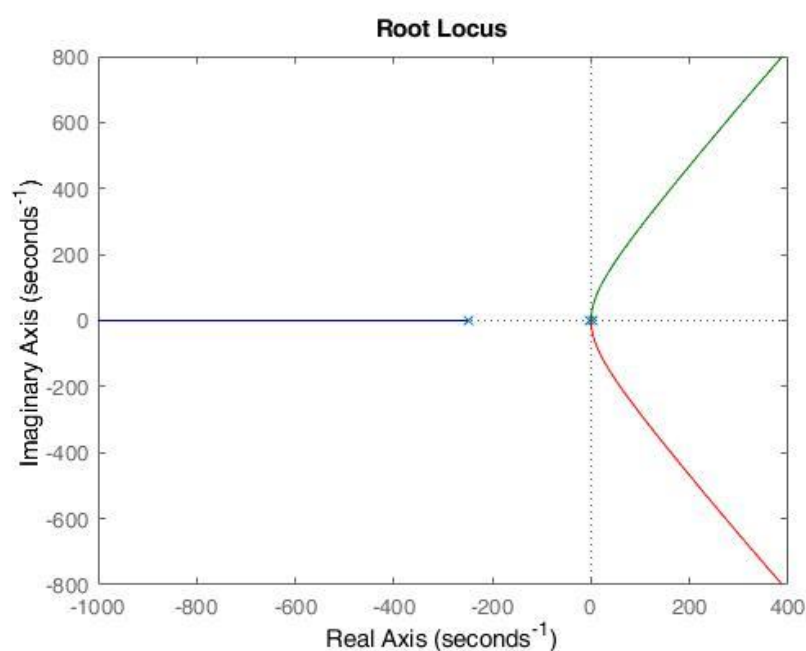
$$\Rightarrow \frac{X_1(s)}{V(s)} = \frac{633}{s^3 + 250.19s^2 + 32.83s - 3542.5} = G(s)$$

## سوال 6

$$\text{closed loop transfer function will be: } H(s) = \frac{kG(s)}{1+kG(s)} = k \frac{633}{s^3 + 250.19s^2 + 32.83s + 633k - 3542.5}$$

معیار پایداری روث هورویتز:

$s^3$	1	32.83
$s^2$	250.19	$633k - 3542.5$
$s^1$	$47 - 2.53k$	0
$s^0$	$633k - 3542.5$	0



$$47 - 2.53k > 0 \rightarrow k < 18.57$$

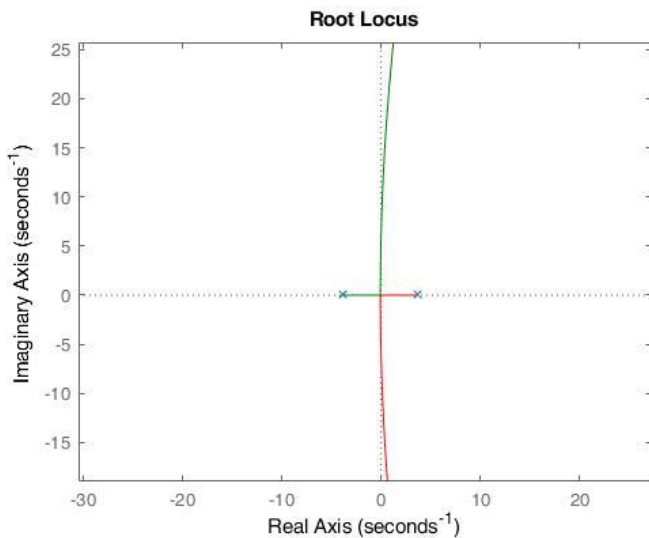
$$633k - 3542.5 > 0 \rightarrow k > 5.6$$

مکان ریشه چون در سمت راست محور موهومی قرار دارد سیستم از پایداری مناسبی برخوردار نمی باشد.

## سوال 7

به طور کلی صفر ها مکان ریشه را به خود جذب و قطب مکان ریشه را دفع می کند.

باتوجه به اینکه همواره یک قطب سمت راست محور موهومی داریم برای کنترل کننده PI قطب موجود در صفر چون تاثیر بیشتری نسبت به صفر دارد سبب دور شدن مکان ریشه از محور موهومی شده و در نتیجه ناپایداری بیشتر شده و کنترل کننده مناسبی نمی باشد.



## سوال 8

$$M_p = e^{\left(-\frac{\epsilon\pi}{\sqrt{1-\epsilon^2}}\right)} < 0.35 \rightarrow \epsilon > 0.315 \quad \epsilon = 0.6$$

$$t_s = \frac{4}{\epsilon\omega_n} < 2 \rightarrow \omega_n > 6.35 \quad \omega_n = 10 \quad \omega_d = \omega_n\sqrt{1-\epsilon^2} = 8 \quad \epsilon\omega_n = 6$$

$$s_1 = -6 + j8 \quad s_2 = -6 - j8$$

از کنترل کننده PID استفاده می کنیم تا خطای حالت ماندگار هم صفر شود:

$$G_c = K_c(s + z_1) \frac{(s + z_2)}{s}$$

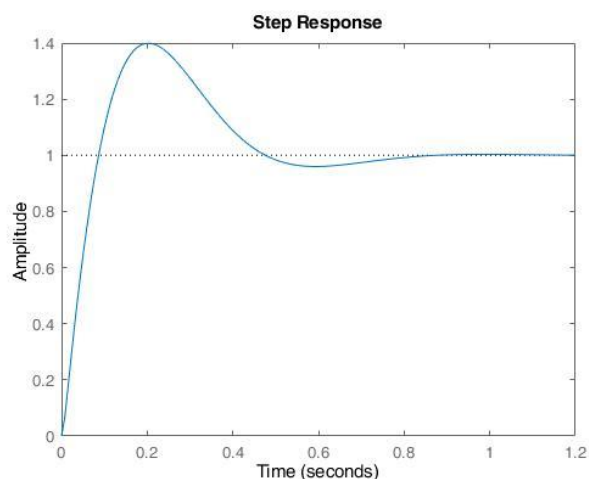
صفر  $z_1$  را در قطب 4- قرار می دهیم و تنها کافی است جای صفر دیگر را مشخص کنیم:

$$\varphi - 127 - 140.19 - 1.8 = \pi(2l + 1) \rightarrow \varphi = 89 \text{ deg}$$

$$z_2 = 6$$

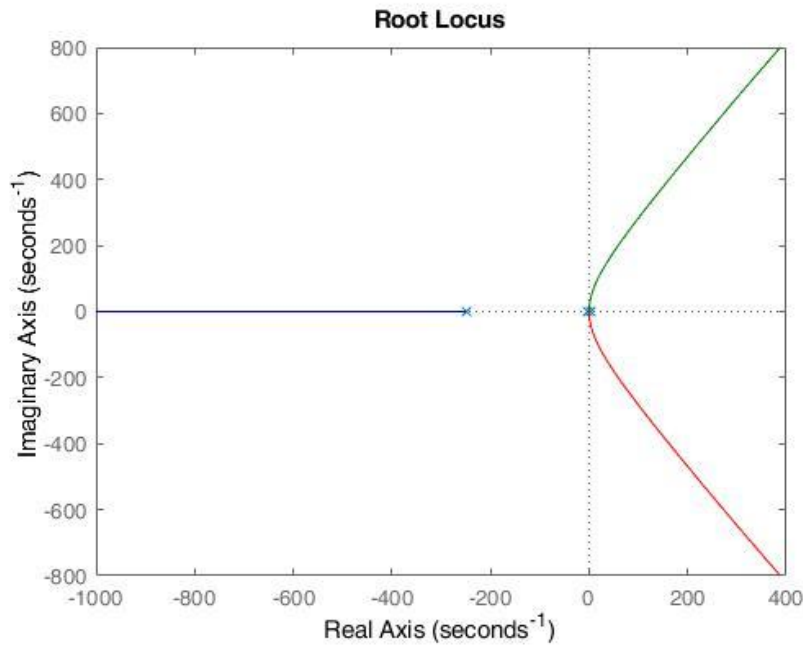
$$|G_c(s)G(s)| = 1 \rightarrow K_c = 6.046 \quad G_c = 6.046(s + 4) \frac{(s+6)}{s}$$

## سوال 9

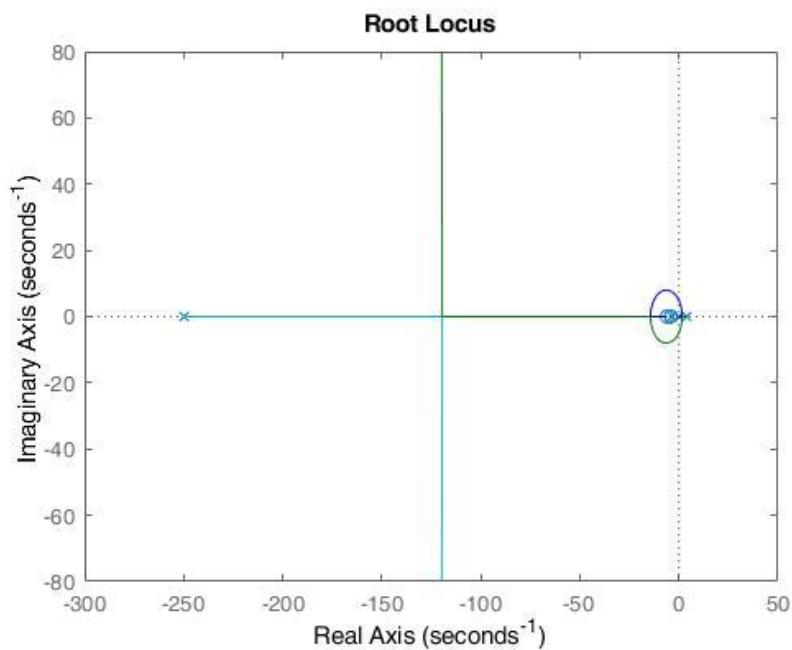


ans = struct with fields:

```
RiseTime: 0.0650
SettlingTime: 0.7300
SettlingMin: 0.9215
SettlingMax: 1.3991
Overshoot: 39.9122
Undershoot: 0
Peak: 1.3991
PeakTime: 0.2010
```



قبل از کنترلر:



بعد از کنترلر:

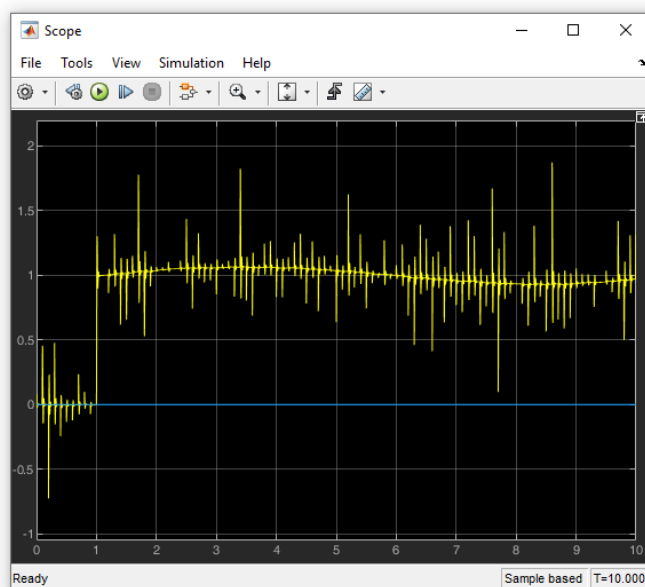
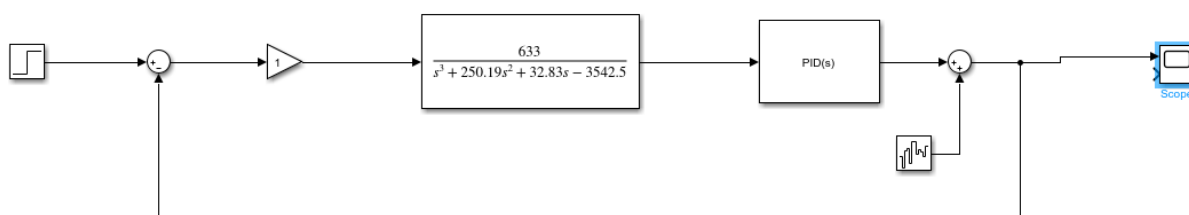
همانطور که مشاهده میشود استفاده از کنترلر ضمن برآورده کردن مشخصات پاسخ پله خواسته شده سبب میشود مکان ریشه به حد خوبی به سمت چپ محور موهومی انتقال یافته و پایداری سیستم به مراتب افزایش می یابد.

$$Feedback(K * G * G_c, 1) = \frac{K(3827s^2 + 38270s + 91850)}{s^4 + 250.2s^3 + (32.83 + 3827K)s^2 + (38271K - 3542.5)s + 91850K}$$

$s^4$	1	32.83+3827K	91850K
$s^3$	250.2	38271K - 3542.5	0
$s^2$	3674K+173	91850K	
$s^1$	$\frac{38271K^2 - 7995K - 166.8}{K + 0.04}$	0	
$s^0$	91850K		

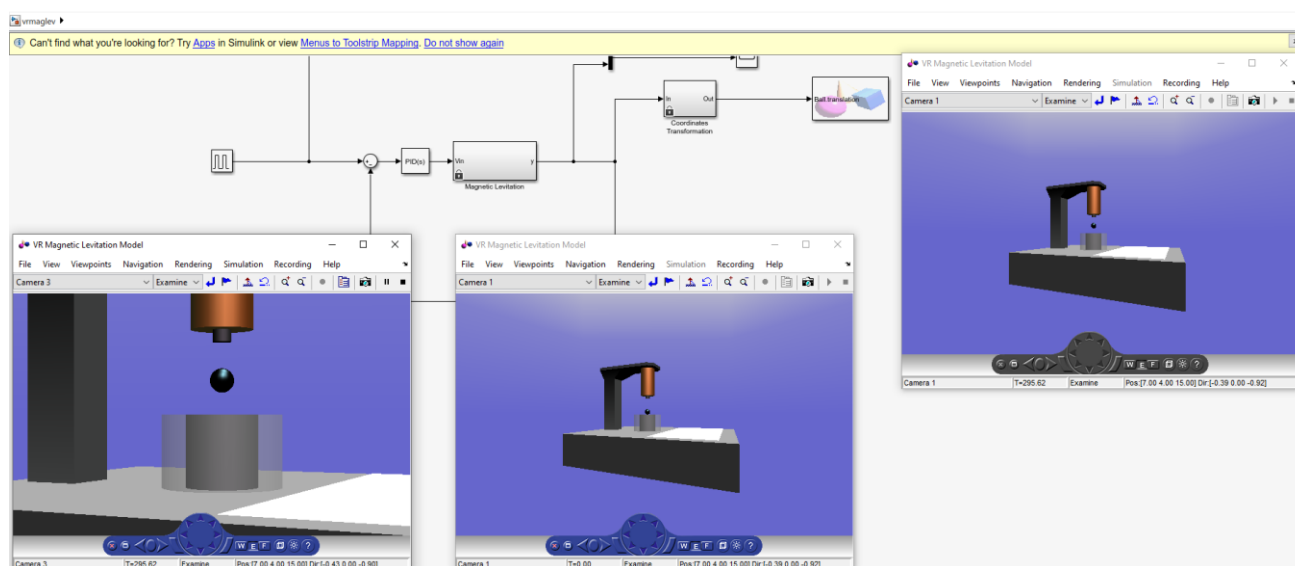
پایدار  $K > 0.23$

## سوال 11



کنترل کننده تا حدودی عملکرد مناسبی دارد زیرا نمودار حول پاسخ پله مشخص و دارای کمی اعوجاج است.

## سوال 12



کنترلر با دریافت ورودی آن را پایدار کرده و سبب معلق شدن گوی در ارتفاع وارده می شود. سیستم حول نقطه تعادل یافت شده خطی عمل میکند.