

به نام خدا

پروژه درس تحقیق در عملیات

فردین عباسی 810199456

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

دانشکده فنی

دانشگاه تهران

## سوالات

- سوال 1 ..... 3
- 1 ..... 3
- 2 ..... 3
- 3 ..... 3
- سوال 2 ..... 4
- 1 ..... 4
- 2 ..... 4
- 3 ..... 4
- 4 ..... 4
- 5 ..... 5
- سوال 3 ..... 6
- نمودار مدل ..... 6
- حداقل مسیریابی هزینه ..... 6

## سوال 1

1.

نتایج بهینه سازی به شرح زیر است: (مقادیر بر حسب تن است)

City/Factory	Arnhem	Gouda
London	0	125
Berlin	175	0
Maastricht	225	0
Amsterdam	0	250
Utrecht	150	75
The Hague	0	200

هزینه کل نیز 1715 یورو می باشد.

2.

نتایج بهینه سازی به شرح زیر است: (مقادیر بر حسب تن است)

City/Factory	Arnhem	Gouda
London	0	125
Berlin	175	0
Maastricht	225	0
Amsterdam	0	250
Utrecht	200	25
The Hague	0	200

هزینه کل نیز 1705 یورو می باشد.

3.

با توجه به اینکه شهر های لندن و برلین از یک کارخانه مشخص تامین می شوند، بهینه سازی در اصل بر روی دیگر شهر ها انجام می شود.

با کاهش منابع کارخانه Gouda و در مقابل افزایش منابع کارخانه Arnhem، مشاهده می کنیم نحوه توزیع در شهر Utrecht تغییر پیدا می کند.

در این شهر مطابق انتظار، سهم کارخانه Arnhem افزایش یافته و در مقابل سهم کارخانه Gouda کاهش می یابد.

اختلاف هزینه های دو کارخانه در دیگر شهر ها بیش از 2 برابر این شهر است و طبیعتاً این تغییر منابع، بر نحوه توزیع دیگر کارخانه ها تاثیر ندارد.

با توجه به هزینه کمتر حالت دوم، این حالت برتری دارد.

## سوال 2

1.

$$f(x) = \frac{1}{2}x^T Qx + q^T x + p$$

$$\nabla f(x) = Qx + q$$

2.

$$\frac{\nabla f(x)}{\|\nabla f(x)\|} = \frac{Qx + q}{\|Qx + q\|} = \frac{Qx + q}{\sqrt{x^T Q^2 x + 2x^T Qq + q^T q}}$$

3.

$$f(x - \alpha \nabla f(x)) = \frac{1}{2}(x - \alpha \nabla f(x))^T Q(x - \alpha \nabla f(x)) + q^T(x - \alpha \nabla f(x)) + p$$

$$\frac{df(x - \alpha \nabla f(x))}{d\alpha} = -\frac{1}{2}\nabla f(x)^T Q(x - \alpha \nabla f(x)) - \frac{1}{2}(x - \alpha \nabla f(x))^T Q \nabla f(x) - q^T \nabla f(x) = 0 \rightarrow$$

$$-\frac{1}{2}x^T Q \nabla f(x) - \frac{1}{2}\nabla f^T(x) Qx + \alpha \nabla f^T(x) Q \nabla f(x) - q^T \nabla f(x) = 0$$

$$\xrightarrow{Q=Q^T} \alpha \nabla f^T(x) Q \nabla f(x) = (x^T Q + q^T) \nabla f(x) \rightarrow \alpha = \frac{\nabla f^T(x) \nabla f(x)}{\nabla f^T(x) Q \nabla f(x)}$$

4.

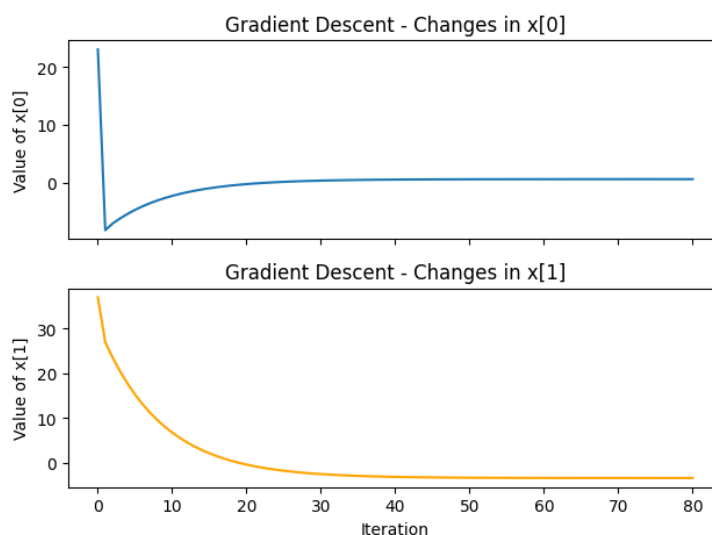
$$x_0 = \begin{bmatrix} 23 \\ 37 \end{bmatrix}, Q = \begin{bmatrix} 48 & 12 \\ 8 & 8 \end{bmatrix}, q = \begin{bmatrix} 13 \\ 23 \end{bmatrix}, p = 4$$

$$\frac{\nabla f(x_0)}{\|\nabla f(x_0)\|} = \frac{\begin{bmatrix} 1561 \\ 503 \end{bmatrix}}{1640.04} = \begin{bmatrix} 0.952 \\ 0.307 \end{bmatrix}$$

$$\alpha^* = \frac{\nabla f^T(x_0) \nabla f(x_0)}{\nabla f^T(x_0) Q \nabla f(x_0)} = \frac{1}{50.11} \approx 0.02$$

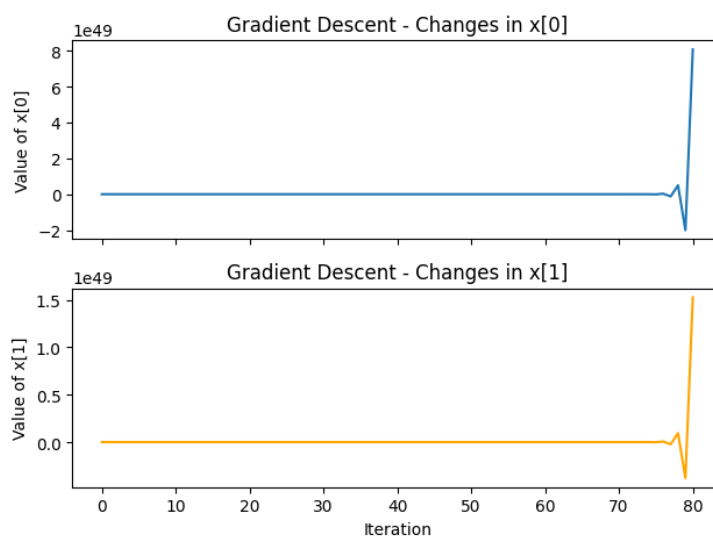
پس از اجرای 80 بار الگوریتم گرادیان نزولی x بهینه به شرح زیر است:

$$x^* = \begin{bmatrix} 0.597 \\ -3.472 \end{bmatrix}$$

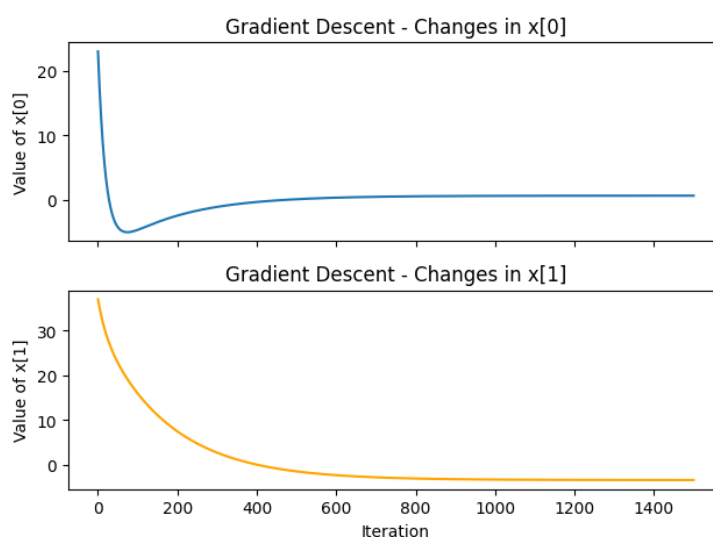


5.

به ازای  $lr = 0.1$  نتایج پس از 80 بار اجرای الگوریتم مطابق زیر است:

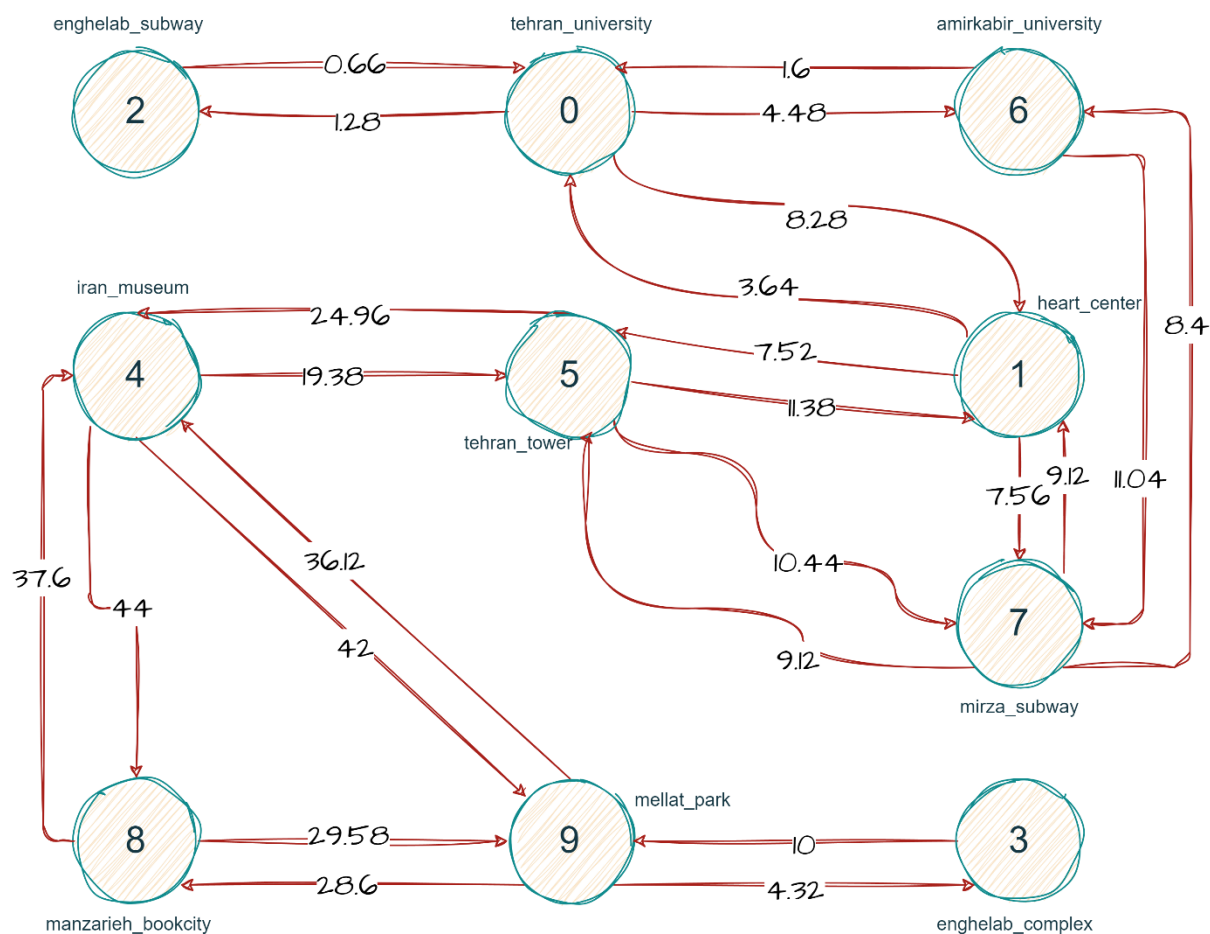


به ازای  $lr = 0.001$  نتایج پس از 1500 بار اجرای الگوریتم مطابق زیر است:



همانطور که مشاهده می کنید انتخاب ناصحیح طول پله ممکن است سبب واگرایی الگوریتم و یا به شدت کند شدن آن شود. در نتیجه باید طول پله را هوشمندانه انتخاب کرد.

### سوال 3 نمودار مدل



### حداقل مسیریابی هزینه

به ازای شروع از مکان 1 و رسیدن به مقصد 9 مسیر بهینه مطابق زیر است:

$\{ \text{Path: } 1 \rightarrow 5 \rightarrow 4 \rightarrow 9$   
 $\{ \text{Total Cost} = 74.48$

