

۱ مجموعه دو متغیر با توزیع نرمال

دو متغیر تصادفی X و Y را با توزیع نرمال با میانگین و واریانس‌های متفاوت در نظر بگیرید.

۱. نمونه‌های X و Y را با تعداد یکسان تولید کنید.

۲. با استفاده از کتابخانه‌ی `matplotlib` هیستوگرام مربوط به هر یک از متغیرهای تصادفی را رسم نمایید.

۳. متغیر تصادفی $Z = X + Y$ را با استفاده از نمونه‌هایی که در بخش اول تولید کردید ایجاد کنید.

۴. میانگین و واریانس متغیر تصادفی Z را به شکل تحلیلی به دست آورید.

۵. میانگین و واریانس نمونه‌های به دست آمده در بخش سوم را محاسبه کرده و با مقادیر نظری آن‌ها مطابقت دهید.

۲ ایجاد توزیع نرمال از توزیع یکنواخت

در این بخش قصد داریم تا با استفاده از دو متغیر تصادفی با توزیع یکنواخت، یک متغیر تصادفی با توزیع نرمال به وجود آوریم.

۱. ابتدا دو متغیر تصادفی U و V را با توزیع یکنواخت در بازه‌ی $[0, 1]$ ایجاد کنید. سپس نشان دهید که متغیرهای تصادفی تولید شده‌ی زیر از توزیع‌های مستقل و نرمال استاندارد بهره می‌برند.

$$X = R \cos(2\pi U)$$

$$Y = R \sin(2\pi U)$$

که در این رابطه‌ها داریم:

$$R = \sqrt{-2 \ln(V)}$$

(راهنمایی: ابتدا باید ثابت کنید که R از توزیع **رایلی**^۱ پیروی می‌کند)

۲. ۱۰۰۰ نمونه متغیر تصادفی که از روابط بالا پیروی می‌کنند ایجاد کنید. سپس هیستوگرام مربوط به هر یک از X و Y را رسم کرده و با تابع چگالی احتمال^۲ توزیع نرمال مقایسه کنید.

^۱Rayleigh

^۲Probability Density Function - PDF

۳ سوزن بوفون

جیانلویجی بوفون^۳ به علت علاقه‌ی زیادش به تیم یوونتوس کف خانه‌اش را به صورت راه‌راه با رنگ‌های سیاه و سفید به ضخامت ۵ سانتی‌متر درآورده. او که از قضا خیاطی هم می‌کند روزانه تعداد زیادی سوزن گم می‌کند. تنها راه پیدا کردن سوزن‌ها این است که سر و ته آنها در دو رنگ مختلف باشد. با در نظر گرفتن اینکه طول هر سوزن ۲ سانتی‌متر است، احتمال اینکه او بتواند سوزن گم‌شده را بیابد را بدست آورید.

۱. احتمال اینکه یک سوزن در دو رنگ یک بخش راه‌راه باشد را با عبارات ریاضی بدست آورید.

۲. برنامه‌ای بنویسید که بتواند برای ۵۰۰۰ سوزن که به طور تصادفی شبیه‌سازی شده‌اند تعداد سوزن‌هایی که در دو طرف یک بخش راه‌راه قرار می‌گیرند را بدست آورد.

۳. با استفاده از نتایج دو بخش قبل، تخمینی برای عدد پی ارائه کنید.

۴. تخمین شما چه مقدار با مقدار واقعی عدد پی تفاوت دارد؟ خطای نسبی محاسبات خود را حساب کنید.



۴ توضیحات

- زبان برنامه‌نویسی خواسته شده در سوالات پایتون است.
- شما می‌بایست علاوه بر کدهای پیاده‌سازی شده، گزارشی تحلیلی از نتایج خود ارائه دهید. توجه داشته باشید که مفهوم گزارش پروژه با مفهوم توضیح کد متفاوت است در نتیجه در فایل گزارش، از درج کد جدا بپرهیزید.
- کدهای پایتون خود را حتما در قالب دفترچه‌ی ژوپیتِر بارگذاری کنید.
- در نهایت یک فایل گزارش پی‌دی‌اف را در کنار دفترچه‌های ژوپیتِر زیپ در صفحه‌ی درس بارگذاری کنید.
- ابهامات خود در مورد سوالات در گروه تلگرامی درس مطرح کنید. در انتهای هر پیام طراحان را منشن کنید. سوالات در گروه پرسیده شده و همان‌جا پاسخ داده خواهند شد تا در دسترس همه‌ی دانشجویها قرار بگیرند.
- آی‌دی تلگرام و ایمیل طراحان:

KasraBorazjani@ut.ac.ir/@TheKasraBz
alireza.javid84@ut.ac.ir/@alireza_javid01

³Gianluigi Buffon