



➤ سیستم های LTI

همانطور که می دانیم سیستم ها را از جهت ویژگی های متفاوتی که دارند؛ می توان به چندین دسته متفاوت دسته بندی کرد. دو ویژگی بسیار مهم سیستم ها، خطی و تغییرناپذیر با زمان بودن آنها می باشد. سیستم های خطی سیستم هایی هستند که خروجی آنها برای ترکیبی خطی از ورودی ها برابر با ترکیبی خطی از پاسخ به تک تک آن ورودی ها باشد. سیستم های تغییرناپذیر با زمان نیز سیستم هایی هستند که خروجی آنها به اینکه ورودی چه زمانی اعمال شود، بستگی ندارد.

همانطور که از درس آموختیم به اختصار این سیستم ها را LTI می نامیم.

➤ پاسخ ضربه

پاسخ ضربه یک مشخصه بسیار مهم در سیستم های خطی تغییرناپذیر با زمان است. از پاسخ ضربه می توان برای توصیف یک سیستم LTI و پیش بینی خروجی سیستم برای هر ورودی داده شده، استفاده کرد. برای یافتن پاسخ ضربه، باید از سیگنال ضربه واحد استفاده کنیم. این سیگنال مقداری را در لحظه صفر تولید می کند و در سایر لحظات مقدار آن صفر است. تعریف تابع پاسخ ضربه یک سیستم به این صورت است: برای یک سیستم LTI، زمانی که ورودی سیستم سیگنال ضربه واحد $\delta(t)$ باشد، پاسخ ضربه برابر با خروجی $y(t)$ است که به طور معمول با $h(t)$ نشان داده می شود.

در واقع، تابع ضربه سیستم های خطی تغییرناپذیر با زمان به این مسئله می پردازد که اگر یک ورودی سیگنال واحد در یک زمان مشخص وارد شود، خروجی سیستم در زمان های بعدی به چه صورت خواهد بود. می توان پاسخ ضربه را به سادگی و با اعمال یک سیگنال ضربه و مشاهده آنچه که اتفاق می افتد، به دست آورد.

➤ کانولوشن

کانولوشن، یک نمایش از سیگنال به صورت ترکیبی خطی از سیگنال‌های ورودی تاخیر یافته است. به عبارت دیگر، سیگنال به ورودی‌هایی تجزیه می‌شود که برای ساخت آن مورد استفاده قرار می‌گیرند. کانولوشن بین سیگنال‌های پیوسته در زمان و سیگنال‌های گسسته در زمان به صورت متمایز به کار می‌رود. سیگنال‌های گسسته در زمان، یک ترکیب خطی از ضربه‌های گسسته هستند، پس می‌توان آن‌ها را به صورت مجموع کانولوشن نمایش داد. از طرف دیگر، سیگنال‌های پیوسته در زمان مانند محاسبه مساحت زیر یک نمودار، مقادیری پیوسته هستند، پس این سیگنال‌ها به انتگرال کانولوشن نیاز دارند.

مجموع کانولوشن به شکل زیر نمایش داده می‌شود:

$$y[n] = \sum_{i=-\infty}^{\infty} x[i]h[n-i]$$

اما انتگرال کانولوشن به صورت زیر است:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau$$

تمام سیستم‌های خطی تغییرناپذیر با زمان را می‌توان با کمک تابع ضربه و انتگرال یا جمع کانولوشن توصیف کرد. خروجی هر سیستم LTI می‌تواند با استفاده از ورودی و تابع ضربه برای آن سیستم، محاسبه شود.

➤ نویز

نویز یک سیگنال ناخواسته و تصادفی است که با سیگنال اصلی تداخل پیدا می‌کند (جمع می‌شود) و منجر به تغییرات پارامترهای سیگنال خواهد شد. این تغییرات منجر به دریافت یک سیگنال تغییر یافته می‌شود. اگر توان نویز از حدی بیشتر شود، بازیابی سیگنال اصلی دیگر امکان‌پذیر نخواهد بود اما اگر توان سیگنال نویز نسبت به سیگنال اصلی مقداری معقول باشد، می‌توان بازیابی را انجام داد.

➤ توان و انرژی سیگنال

توان یک سیگنال به صورت زیر تعریف می شود:

$$P_X = \langle x(t)x^*(t) \rangle = \langle |x(t)|^2 \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |x(t)|^2 dt$$

و در صورت گسسته بودن

$$P_X = \langle x[n]x^*[n] \rangle = \langle |x[n]|^2 \rangle = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{i=-N}^N |x[i]|^2$$

انرژی یک سیگنال به صورت زیر تعریف می شود:

$$E_x = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt$$

و در صورت گسسته بودن

$$E_x = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x[n]|^2$$

بخش اول: آشنایی با نرم افزار متلب

با توجه به توضیحات داده شده در مورد کانولوشن، تابعی به نام Convolution تعریف کنید که کانولوشن دو بردار تصادفی با طولهای دلخواه را محاسبه نماید و آن را رسم نماید. (رسم باید به صورت گسسته انجام شود). ورودی این تابع دو بردار تصادفی می باشد و نتیجه را به عنوان خروجی باز می گرداند.

نکته 1: طبیعتاً اجازه استفاده از توابع آماده متلب برای تعریف این تابع را ندارید.

نکته 2: می توانید فرض کنید شروع هر دو بردار از $n=1$ می باشد.

کانولوشن دو بردار داده شده زیر را به صورت دستی محاسبه نمایید و نتیجه آن را رسم نمایید.

$$x[n] = [2, -2, 7, -3, 2, 4, -6, 1] \quad ; 1 \leq n \leq 8$$

$$y[n] = [5, 2, 4, -6, 5, 1, -8, 0, 7, 2, 9] \quad ; 1 \leq n \leq 11$$

حال دو بردار داده شده در قسمت قبل را به عنوان ورودی به تابع خود بدهید و خروجی را مشاهده نمایید. نتیجه به دست آمده را با حل دستی خود مقایسه نمایید.

از طرفی شما می توانید با استفاده از دستور `conv()` بار دیگر کانولوشن این دو بردار را محاسبه نمایید. با انجام این کار در پایان نتایج به دست آمده را با یکدیگر مقایسه کنید و صحت حل دستی خود و تابعی که نوشتید را بررسی نمایید.

بخش دوم: بررسی یک سیستم LTI

یک بیت از شاعری که به او علاقه دارید را در مدت حداکثر 15 ثانیه بخوانید و آن را به فرمت wav ضبط کنید و با نام `my_sound` آن را ذخیره کنید. فایل صوتی را با استفاده از دستور `audioread` در محیط متلب وارد کنید و در بردار `x` ذخیره کنید. با استفاده از همین دستور، فرکانس نمونه برداری آن را مشخص کنید. در واقع، فایل مورد نظر از نمونه برداری سیگنال پیوسته زمانی بدست آمده است و فرکانس نمونه برداری نشان می دهد که در هر ثانیه، چند نمونه از سیگنال پیوسته گرفته شده است.

سیگنال صوتی را رسم کنید و محور افقی را بر حسب ثانیه برچسب گذاری کنید. توجه داشته باشید که در محیط متلب با استفاده از دستور `sound` می توانید فایل را بشنوید. سیگنال `x` را با دستور `audiowrite` به صورت `x.wav` ذخیره کنید.

✚ در این قسمت می خواهیم کمی اکو به سیگنال صوتی شما اضافه کنیم. برای این کار سیگنال جدید $y[n]$ را به صورت زیر تولید می کنیم:

$$y[n] = x[n] + \alpha x[n - n_0]$$

$x[n]$ سیگنال اصلی و $\alpha x[n - n_0]$ نسخه تضعیف (تقویت) شده و تاخیر یافته سیگنال اصلی می باشند. نشان دهید این سیستم، یک سیستم LTI است. پاسخ ضربه ی این سیستم یعنی $h[n]$ را به دست آورید.

✚ مقدار n_0 را به گونه ای بیابید که حدود 1 ثانیه تاخیر داشته باشیم. مقدار α را هم به گونه ای بیابید که انرژی سیگنال اکو 81 درصد سیگنال اصلی باشد. با مقادیر به دست آمده، پاسخ ضربه کاملاً مشخص شده است. حال سیگنال $x[n]$ را با $h[n]$ کانوالو کرده (برای این موضوع می توانید از دستور `conv()` استفاده نمایید) و خروجی $y[n]$ را به دست آورید. خروجی $y[n]$ را رسم کرده و همچنین آن را با استفاده از دستور `sound` گوش کنید. خروجی را با دستور `audiowrite` به صورت `y.wav` ذخیره کنید.

✚ در این قسمت قصد داریم کمی نویز به صدای تولید شده در قسمت قبل اضافه کنیم. برای این منظور از تابع `randn()` استفاده نمایید و خروجی `noisy_y[n]` را بدست آورید. ماکزیمم دامنه این نویز را برابر با 0.1 ماکزیمم مقدار بردار تولید شده در قسمت قبل قرار دهید. خروجی را با دستور `audiowrite` به صورت `noisy_y.wav` ذخیره کنید و اثر نویز بر صدای تولید شده را ملاحظه بفرمایید.

✚ فرض کنید ورودی $x[n]$ و خروجی $y[n]$ را داریم و می دانیم سیستم به صورت

$$y[n] = x[n] + \alpha x[n - n_0]$$

عمل می کند اما مقادیر α و n_0 را نمی دانیم. روشی پیشنهاد دهید که بتوان این ضرایب را تخمین زد. (دقت شود که می بایست محاسبات این قسمت را نیز به خوبی نمایش دهید.)

راهنمایی: می توانید از تابع همبستگی برای حل این قسمت استفاده نمایید.

✚ روشی که در قسمت قبل پیشنهاد دادید را با استفاده از سیگنال های صوتی `x.wav` و `noisy_y.wav` امتحان کنید و پارامترهای α و n_0 به دست آمده از این روش را گزارش کنید.

نکات کلی درباره تمرین کامپیوتری:

- تمام پیاده‌سازی‌ها باید در محیط متلب صورت بگیرد.
- فایل نهایی شما باید به صورت یک فایل زیپ شامل گزارشکار (.pdf)، کدهای متلب و سایر فایل‌های خواسته شده باشد. آن را به صورت SS_CA1_SIDs.zip نامگذاری کنید که SIDs شماره دانشجویی اعضای گروه می‌باشد.
- در صورت بروز هرگونه مشکل با [عادل حیدری](#) در ارتباط باشید.