

# Optimización de portfolios

## Autores:

- Arduh, Francisco
- Bayle, Federico
- Rios, Martin
- Vicente, Mateo

Objetivo: comparación de performance de portfolios contruidos con distintas funciones objetivo.

## Introducción:

El riesgo es un concepto que en finanzas hace referencia a probabilidades de retornos negativos. Se puede afirmar que ningún inversor se molestaría en obtener un exceso de retorno al esperado. En el caso del riesgo, al ser un concepto cuya aversión y tolerancia difieren para cada inversor, podemos trabajarlo desde diferentes objetivos. Es por ello que existen diversas maneras de obtenerlo y medirlo, en función de esto se desprende el objetivo de este trabajo.

Se nos presentó la inquietud de realizar una simulación con datos históricos de activos norteamericanos, sobre la optimización de portfolios bajo diferentes objetivos de riesgo, incluso de ver qué sucedería con un modelo combinado. Una vez finalizada la simulación se compararán los resultados en cuanto a retornos, ponderaciones, y su comportamiento en diferentes medidas asociadas al riesgo.

Esperamos poder encontrar un portfolio superador, o bien poder identificar cuáles reaccionan mejor en distintos contextos.

## Marco teórico:

En esta sección se describe brevemente el marco teórico utilizado para la construcción de portfolios.

### Teoría moderna de portfolio:

El marco teórico de este trabajo es la Teoría Moderna de Portafolios (TMP). La tesis de la TMP propone una metodología para seleccionar inversiones con el fin de maximizar sus rendimientos generales dentro de un nivel de riesgo aceptable. Markowitz (1952) contribuyó decisivamente con el desarrollo de esta teoría, recibiendo el Premio del Banco de Suecia en Ciencias Económicas en memoria de Alfred Nobel (comúnmente conocido como Premio Nobel) en 1990 por sus trabajos en este campo del conocimiento.

Adentrándonos en esta teoría, un componente clave es la diversificación. Por este motivo, se consideran tanto rendimiento como riesgo a la hora de seleccionar la combinación óptima de inversiones. Asimismo, se tiene en cuenta también la tolerancia al riesgo de los individuos, asumiendo que los inversores son aversos al riesgo. De este modo, se parte

de la base de que se prefiere una cartera menos riesgosa a de mayor riesgo, dado un nivel de retorno determinado.

Siguiendo este hilo, la TMP sostiene entonces que las características de riesgo y rendimiento de cualquier inversión determinada no deben considerarse por sí solas, sino que deben evaluarse en función de cómo afectan el riesgo y el rendimiento de la cartera en general. Esto se puede plantear desde dos puntos de vista: por un lado, partiendo de un nivel de riesgo determinado, invertir en múltiples activos en lugar de concentrar todo el capital disponible en uno solo; por el otro, dado un nivel de rendimiento esperado, el inversor puede adquirir un conjunto de activos tal que el riesgo sea el menor posible. Desde el punto de vista estadístico, se puede pensar este problema a través de la varianza y la correlación de los rendimientos de las inversiones que forman el portafolio. Por ejemplo, para calcular el riesgo de una cartera de cuatro activos, un inversor necesita cada una de las variaciones de los cuatro activos y los seis valores de correlación, ya que hay seis posibles combinaciones de dos activos con cuatro activos. Debido a las correlaciones de activos, el riesgo total de la cartera, o desviación estándar, es menor que lo que se calcularía mediante una suma ponderada.

De este modo, cada combinación posible de activos se puede trazar en un gráfico, con el riesgo de la cartera en el eje X y el rendimiento esperado en el eje Y. Este gráfico revela las combinaciones más deseables para una cartera. Partiendo de este análisis es posible entonces trazar una curva de pendiente ascendente para conectar todas las carteras más eficientes, llamada frontera eficiente. Esta curva representa una manera sencilla de comparar carteras de inversión, dado que invertir en una cartera por debajo de la curva no es deseable porque no maximiza los rendimientos para un nivel de riesgo dado.

La TMP no está exenta de críticas. Por ejemplo, las medidas de riesgo, rendimiento y correlación utilizadas se basan en valores esperados. Pero puede suceder que no puedan capturar correctamente la distribución de esas medidas, que a menudo siguen distribuciones muy sesgadas. De este modo, en la práctica, los inversores deben sustituir las predicciones basadas en mediciones históricas del rendimiento y la volatilidad de los activos por estos valores en las ecuaciones. Muy a menudo, estos valores esperados no tienen en cuenta nuevas circunstancias que no existían cuando se generaron los datos históricos.

Para efectos de este trabajo se utilizaron las siguientes métricas de riesgo: CVaR, volatilidad negativa y máximo drawdown. Los retornos esperados se obtienen a partir de simulaciones, cuestión que se detalla más adelante en el documento.

### **Modelo de Media CVaR (Histórico)**

En este caso se busca maximizar el retorno de un portafolio minimizando el riesgo, definiendo el riesgo como Valor en Riesgo Condicional (CVaR) de los retornos del portafolio. El CVaR se obtiene tomando un promedio ponderado de las pérdidas “extremas” en la cola de la distribución de posibles retornos, más allá del punto de corte del valor en riesgo (VaR).

Si una inversión ha mostrado estabilidad a lo largo del tiempo, entonces el valor en riesgo puede ser suficiente para la gestión del riesgo en una cartera que contenga esa inversión. Sin embargo, cuanto menos estable sea la inversión, mayor será la posibilidad de que el VaR no capture completamente los riesgos, ya que es indiferente a todo lo que esté más allá de su propio umbral.

Dado que los valores de CVaR se derivan del cálculo del propio VaR, los supuestos en los que se basa el VaR, como la forma de la distribución de los rendimientos, el nivel de corte utilizado, la periodicidad de los datos y los supuestos sobre la volatilidad estocástica, todo afectará el valor de CVaR. Calcular el CVaR es sencillo una vez que se ha calculado el VaR. Es el promedio de los valores que caen más allá del VaR:

$$\begin{aligned} \min CVaR_{\alpha}(x) \\ \text{s. a.} \\ \mu^T x \geq R \\ 1^T x = 1 \\ x \geq 0 \end{aligned}$$

Donde:

CVaR $_{\alpha}$ (x): es el conditional value at risk del portafolio con un nivel de confianza  $\alpha$ . x: es el vector de pesos de cada activo en el portafolio.

$\mu$ : es el vector retorno promedio de los activos.

R: es el retorno mínimo requerido

### **Volatilidad Negativa (Downside Deviation)**

La volatilidad negativa es una medida del riesgo a la baja que se centra en los rendimientos que caen por debajo de un umbral mínimo o un rendimiento mínimo aceptable (MAR). Cabe destacar que se utiliza en el cálculo del ratio de Sortino. Este ratio es similar al ratio de Sharpe, con la salvedad de que en lugar de usar el desvío estándar utiliza la desviación a la baja.

La elección de esta métrica viene dada por darle mayor ponderación a las pérdidas en lugar de tomarlas de igual manera, lo cuál nos permite modelar perfiles con menor apetito de riesgo.

Para calcularla, es necesario elegir un retorno mínimo de base, por ejemplo la tasa libre de riesgo. A partir de esta elección, calculamos la diferencia entre el retorno y esta tasa. Luego nos quedamos solo con los valores negativos, hacemos la suma de cuadrados y dividimos por el total de observaciones del conjunto de datos.

Cabe señalar que una de las limitaciones de esta medida es el sesgo pesimista, al no contemplar las posibilidades de subida.

### **Maximum Drawdown (MDD)**

Esta técnica refiere a la pérdida máxima observada desde un pico hasta un mínimo de un portafolio de inversiones, antes de que se alcance un nuevo pico. La reducción máxima es un indicador de riesgo a la baja durante un período de tiempo específico.

Se puede utilizar como medida independiente o como entrada en otras métricas, como "Return over Maximum Drawdown" y el índice Calmar. La Disposición Máxima se expresa en términos porcentuales.

Es importante tener en cuenta que solo mide el tamaño de la pérdida más grande, sin tener en cuenta la frecuencia de las pérdidas grandes. Debido a que mide solo la reducción más grande, MDD no indica cuánto tiempo le tomó a un inversionista recuperarse de la pérdida, o si la inversión se recuperó en absoluto.

$$MDD = \frac{Trough\ Value - Peak\ Value}{Peak\ Value}$$

#### Risk Parity:

Las estrategias de Risk Parity para gestión de portafolios se basan en la distribución del riesgo, entendida como volatilidad, en lugar de la distribución del capital. El objetivo de la estrategia de Risk Parity es obtener el nivel óptimo de rendimiento para un nivel de riesgo objetivo. Estas estrategias se materializan en diversos sistemas de inversión y técnicas, que toman estos principios como base. Su aplicación dependerá de los objetivos y estilos de los inversores.

Risk Parity constituye una alternativa a la distribución tradicional de activos de un portafolio, donde por ejemplo se distribuye 60% en acciones y 40% en bonos, pero que el 90% del riesgo está dado por las acciones; Risk Parity busca igualar el riesgo aportado por cada activo. Dado que se trata de una distribución de riesgo, permite incorporar otra variedad de activos como acciones, bonos gubernamentales, valores relacionados con créditos, coberturas de inflación (incluyendo activos reales, materias primas, bienes raíces y bonos protegidos de la inflación). Siguiendo este enfoque, se pueden utilizar cualquier combinación de activos que elijan. Sin embargo, en lugar de generar asignaciones a diferentes clases de activos para llegar a un objetivo de riesgo óptimo, las estrategias de Risk Parity utilizan el nivel de objetivo de riesgo óptimo como base para invertir.

En cuanto a la gestión, hay quienes sostienen que requiere una fuerte gestión y una supervisión continua para reducir potenciales consecuencias negativas, producto del apalancamiento y la construcción del portafolio con niveles de riesgo igualados. Otros, sostienen que requiere de una gestión pasiva, ya que no requiere la compra-venta de activos según aproximaciones del comportamiento futuro del mercado.

Esta distribución de riesgo se puede llevar a la práctica de diversas formas, aquí las más importantes:

## Naïve Risk Parity

Esta técnica no utiliza ponderaciones iguales. En cambio, utiliza el enfoque de riesgo inverso. Este enfoque otorga un peso menor a los activos más riesgosos y un peso más significativo a los activos menos riesgosos. Este método asegura que la contribución al riesgo de cada activo sea la misma.

Teóricamente, la Naïve Risk Parity se basa en el supuesto de que todos los activos de la cartera tienen un exceso de rendimiento similar por unidad de riesgo; en otras palabras, los ratios de Sharpe son similares. Sin embargo, la correlación de los activos no se puede determinar con alta confianza, y entonces se omite en el cálculo.

$$w^{IV} = \frac{1/\sigma}{\sum_{i=1}^n 1/\sigma}$$

Donde:

sigma: vector de desvíos estándar (volatilidades)

## Equal Risk Contribution

Este método también intenta igualar la contribución al riesgo de los activos. Sin embargo, este método toma en consideración las correlaciones históricas de los activos que no es igual a 1. Si todos los activos tuvieran una correlación igual a uno, la contribución de igual riesgo asignaría las mismas ponderaciones que el método Naïve.

Si tuviésemos una cartera que consta de diez activos, de los cuales todos menos uno son levemente volátiles, pero el restante es muy volátil y tiene una correlación negativa con los demás, este método asignaría mayor peso a los activos de baja correlación. En cambio, la metodología Naïve, penalizará la alta volatilidad del activo de riesgo, y la baja correlación del activo de riesgo no reportaría ningún beneficio. En este caso, esta metodología es más adecuada que el método Naïve. Encontrar las ponderaciones de los activos no es tan simple como con Naïve Risk Parity. Los pesos se calculan utilizando la siguiente optimización convexa:

$$w^{ERC} = \operatorname{argmin} \frac{1}{2} w^T \cdot \Sigma \cdot w - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln(w_i)$$

Donde:

sigma: matriz de covarianzas

## Maximum Diversification

Propone mercados eficientes en cuanto al riesgo, donde todos los rendimientos de las inversiones son proporcionales a su riesgo total, medido por la volatilidad. Por tanto, podemos decir que los rendimientos son proporcionales a la volatilidad. La optimización de máxima diversificación sustituye las volatilidades de los activos por rendimientos, optimizando el ratio de Sharpe:

$$w^{MD} = \operatorname{argmax} \frac{w \times \sigma}{\sqrt{w^T \cdot \Sigma \cdot w}}$$

Donde:

sigma-minúscula: vector de volatilidades

Sigma-mayúscula: matriz de covarianza.

El objetivo de esta optimización es maximizar la relación entre el promedio ponderado de la volatilidad de los componentes del portfolio y la volatilidad total de la cartera. Dicho de otra forma, maximizar el rendimiento promedio ponderado si asumimos que el rendimiento y la volatilidad son directamente proporcionales.

Si tuviésemos un portfolio de activos perfectamente correlacionados, la volatilidad de dicha cartera sería igual a la suma ponderada de las volatilidades de sus componentes. No habría oportunidad de diversificación. En cambio si los activos no están perfectamente correlacionados, la volatilidad promedio ponderada crecerá más que la volatilidad de la cartera en proporción a la diversificación disponible.

## Datos:

### Selección de activos para el portfolio:

Se comenzó con la idea de realizar una selección estándar de activos, como por ejemplo las empresas que componen el índice S&P500. Posteriormente, se tomó la decisión de seleccionar determinados ETF's del mercado norteamericano como activos sujetos a optimizar en el portfolio, tanto para aprovechar de esta manera las ventajas que brindan estos tipos de activos por su naturaleza, como también para sortear las dificultades que se nos presentaron frente a la primera idea de selección de activos:

- **Modificación en la composición del índice:** Si se tomaran las más de 500 empresas que componen el índice, se corre el riesgo de simular la estrategia sobre datos históricos en periodos en los que varias empresas no hubieran integrado el índice. A su vez, al implementar la estrategia habría que considerar un condicional en caso que una empresa deja de ser parte del índice, lo cual complejiza sin contribuir al objeto del presente trabajo.
- **Sesgo de supervivencia:** En caso de seleccionar (hoy) activos individuales y realizar simulaciones de las estrategias con datos históricos, se corre el riesgo de excluir equities que ya no existan o bien que no haya datos suficientes porque son relativamente jóvenes. Al seleccionar ETF's podemos confirmar con anterioridad tanto la existencia en el periodo a testear como la disponibilidad de datos necesaria.
- **Riesgo individual de los activos:** Al seleccionar ETF's en lugar de equities individuales, estamos reduciendo la exposición al riesgo propio de la empresa, como puede ser malas decisiones sobre: eventos corporativos, financieras, de marketing, cambios en el management, adquisiciones, etc. Lo propio sucede con las decisiones o

eventos individuales positivos, por lo que al utilizar ETF's obtenemos las volatilidades y rendimientos del sector que representa el ETF, ponderados según su composición. Además, Trabajando con ETF's se evita la arbitrariedad en la selección de equities individuales.

Si bien la cantidad de ETF's disponibles en el mercado norteamericano es considerable, se tuvo en consideración para su selección determinadas características como datos históricos disponibles y liquidez suficiente. A la hora de la selección específica de los ETF's con los que trabajar, se buscó representar los factores de riesgo que consideramos más interesantes, su descomposición, y combinación. Para ello se procedió a seleccionar los siguientes ETF's, a partir de la información disponible en la web Seeking Alpha:

<b>Ticker</b>	<b>Descripción</b>
XLC	Communication Services
XLY	Consumer Discretionary
XLP	Consumer Staples
XLE	Energy
XLF	Financial Services
XLV	Healthcare
XLI	Industrial
XLB	Basic Materials
XLRE	Real Estate
XLK	Technology
XLU	Utilities
XSLV	Small Cap Low Volatility
XMLV	Mid Cap Low Volatility
SPLV	Large Cap Low Volatility
SPHB	High Beta
SLYV	Small cap value
MDYV	Mid cap value
SPYV	Large cap value
SPYG	Large cap growth
MDYG	Mid cap growth
SLYG	Small cap growth
GLD	Gold

De esta forma se logró acotar la base de activos con los que trabajar a 22, y a su vez representar los siguientes factores de riesgo: sector de la economía, volatilidad, capitalización de mercado, value/growth, el oro (como lo más cercano a correlación negativa al mercado), y algunas combinaciones de ellos. Respetando la idea inicial de trabajar sobre el mercado norteamericano, se decidió no incluir el factor geográfico.

### Obtención y limpieza de datos:

Para descargar los datos históricos de los activos mencionados anteriormente se utilizó el API de [Tiingo](#). Este software permite obtener información de los precios de cierre a partir de períodos seleccionados de manera programática, por lo que permite actualizar y volver a ejecutar los experimentos sin necesidad de hacer descargas manuales. Cabe destacar que tiene diferentes opciones de precios, incluyendo una opción gratuita y limitada, que a fines de este trabajo es suficiente para poder probar los algoritmos planteados.

El programa desarrollado consulta directamente el API para cada uno de los tickers, tomando como fecha inicial Enero de 2000 y como fecha final Octubre de 2021. Para poder acceder a la información, se requiere darse de alta en la plataforma y obtener un token. Los atributos que se utilizarán son el ticker, el mercado, tipo de activo, la fecha, y el precio de cierre. En la siguiente tabla se resume la información disponible para cada uno de los activos en la API de Tiingo.

ticker	exchange	assetType	priceCurrency	startDate	endDate
GLD	NYSE ARCA	ETF	USD	2004-11-18	2021-12-01
MDYG	NYSE ARCA	ETF	USD	2005-11-15	2021-12-01
MDYV	NYSE ARCA	ETF	USD	2005-11-15	2021-12-01
SLYG	NYSE ARCA	ETF	USD	2000-10-02	2021-12-01
SLYV	NYSE ARCA	ETF	USD	2000-10-02	2021-12-01
SPHB	NYSE ARCA	ETF	USD	2011-05-05	2021-12-01
SPLV	NYSE ARCA	ETF	USD	2011-05-05	2021-12-01
SPYG	NYSE ARCA	ETF	USD	2000-10-02	2021-12-01
SPYV	NYSE ARCA	ETF	USD	2000-10-02	2021-12-01
XLB	NYSE ARCA	ETF	USD	1998-12-22	2021-12-01
XLC	NYSE ARCA	ETF	USD	2018-06-19	2021-12-01
XLE	NYSE ARCA	ETF	USD	1998-12-22	2021-12-01
XLF	NYSE ARCA	ETF	USD	1998-12-22	2021-12-01
XLI	NYSE ARCA	ETF	USD	1998-12-22	2021-12-01
XLK	NYSE ARCA	ETF	USD	1998-12-22	2021-12-01
XLP	NYSE ARCA	ETF	USD	1998-12-22	2021-12-01
XLRE	NYSE ARCA	ETF	USD	2015-10-08	2021-12-01
XLU	NYSE ARCA	ETF	USD	1998-12-22	2021-12-01
XLV	NYSE ARCA	ETF	USD	1998-12-22	2021-12-01
XLY	NYSE ARCA	ETF	USD	1998-12-22	2021-12-01
XMLV	NYSE ARCA	ETF	USD	2013-02-15	2021-12-01
XSLV	NYSE ARCA	ETF	USD	2013-02-15	2021-12-01

**Tabla 1. Listado de activos según mercado, tipo, moneda y fechas de inicio y fin.**



## Metodología

En esta sección se realiza una descripción de la metodología empleada para realizar el estudio de composición de portafolios utilizando distintos marcos teóricos.

### Backtesting:

Para realizar el backtesting se toma una parte la primera parte de los datos y se dividen en datos de entrenamiento y de prueba, una vez que se realiza la optimización de la función objetivo con los datos de entrenamiento y se evalúa los resultados en con los datos de prueba. Una vez terminado el proceso anterior, los datos utilizados se consideran datos de entrenamiento y se define un nuevo periodo de prueba repitiendo lo descrito anteriormente. Este proceso se repite hasta alcanzar la totalidad de los datos como se muestra en la siguiente figura.

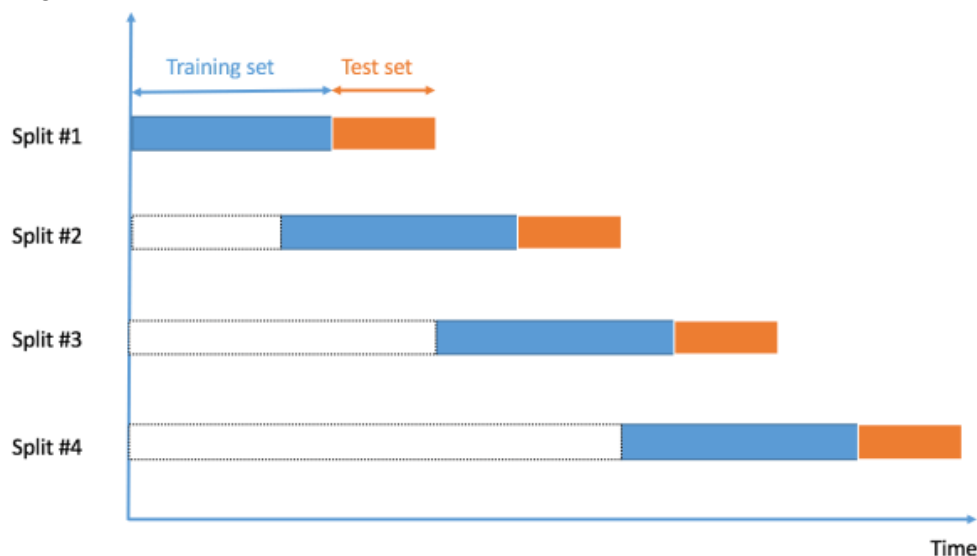


Fig: En esta figura se muestra de forma esquemática como se van variando los periodos de prueba y de entrenamiento a medida que se va iterando.

Para el backtesting se considera:

- El periodo de entrenamiento de 630 periodos, y el primero tenido en cuenta es el que termina en el primer dato disponible del año 2010.
- A medida que hay 630 datos disponibles de un etf, se lo agrega al portafolio.
- Un rebalanceo cada 63 periodos.
- Una reoptimización de los pesos cada 63 periodos.
- 100 muestras simuladas para cada optimización. El peso óptimo se considera como el promedio de los pesos óptimos para cada una de las simulaciones.
- Como longitud de las simulaciones se toma el periodo de rebalanceo.
- Un peso máximo permitido del 30%, para evitar concentración de activos.
- Para la composición del portafolio no se consideran posiciones en corto.

### Simulaciones:

Se optó por generar simulaciones del mercado para tener un panorama de todos los posibles resultados de los modelos considerados con sus respectivas probabilidades.

Debido a que los retornos de mercado entre los distintos ETFs están correlacionados se procedió a realizar simulaciones utilizando descomposición PCA. Con este método, como su nombre lo indica, las series temporales se descomponen en series descorrelacionadas. Esto se hace asumiendo que la correlación se mantiene en el tiempo.

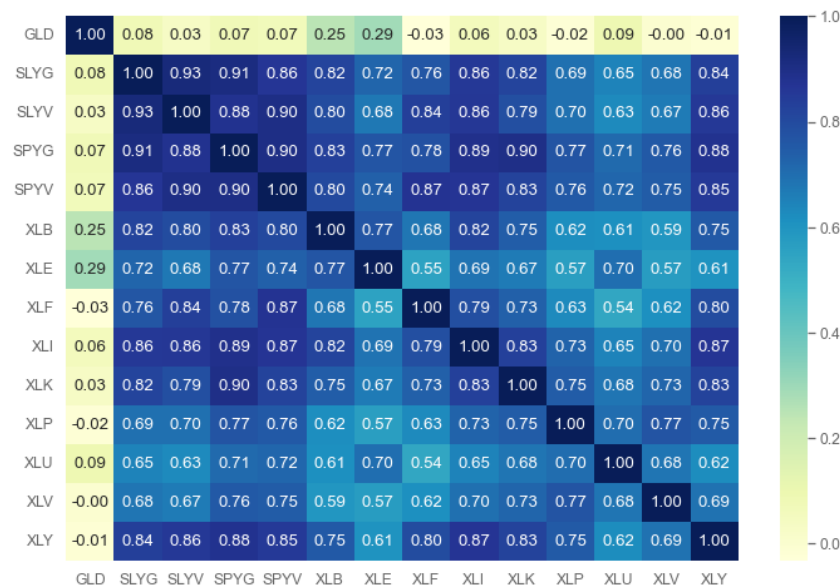


Fig: En esta imagen se muestran las correlaciones entre las distintas series temporales de retornos logarítmicos de los etf.

Una vez descompuestas las series temporales, es posible ajustar cada componente de manera independiente y sin recurrir a funciones de probabilidad multivariante. El ajuste de cada componente se realizó con una función Johnson's SU. Esta función es usualmente utilizada para simular retornos de portafolios.

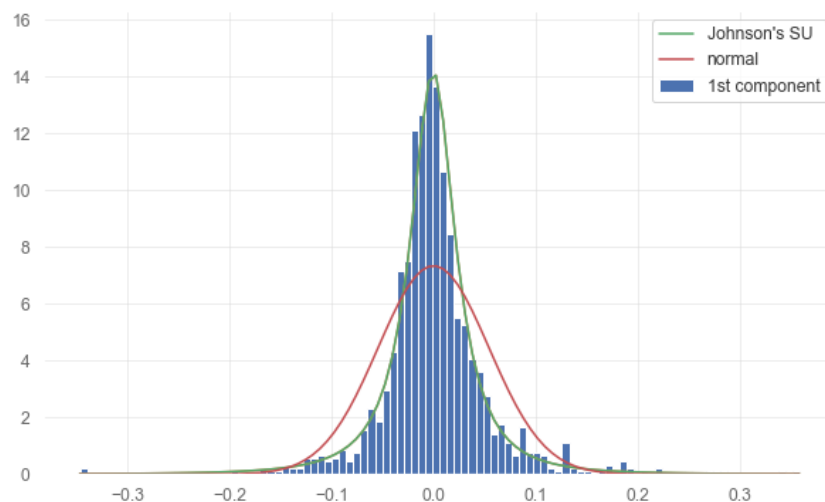


Fig. Ajuste del primer componente resultante de PCA. En el gráfico se muestra la comparación entre ajustar una distribución Johnson's SU y una distribución normal.

Finalmente, debido a que la media de los retornos, en el periodo de test, es variable cuando se consideran varios periodos distintos, se decidió agregar esta como una variable aleatoria más en las simulaciones, para esto se calculó las medias de las series en distintos periodos y se procedió igual que en el punto anterior, realizando una descomposición PCA para decorrelacionar las medias. Finalmente, teniendo en cuenta que las medias son retornos logarítmicos, se procede también a ajustar las distribuciones de medias con la distribución Johnson's SU.

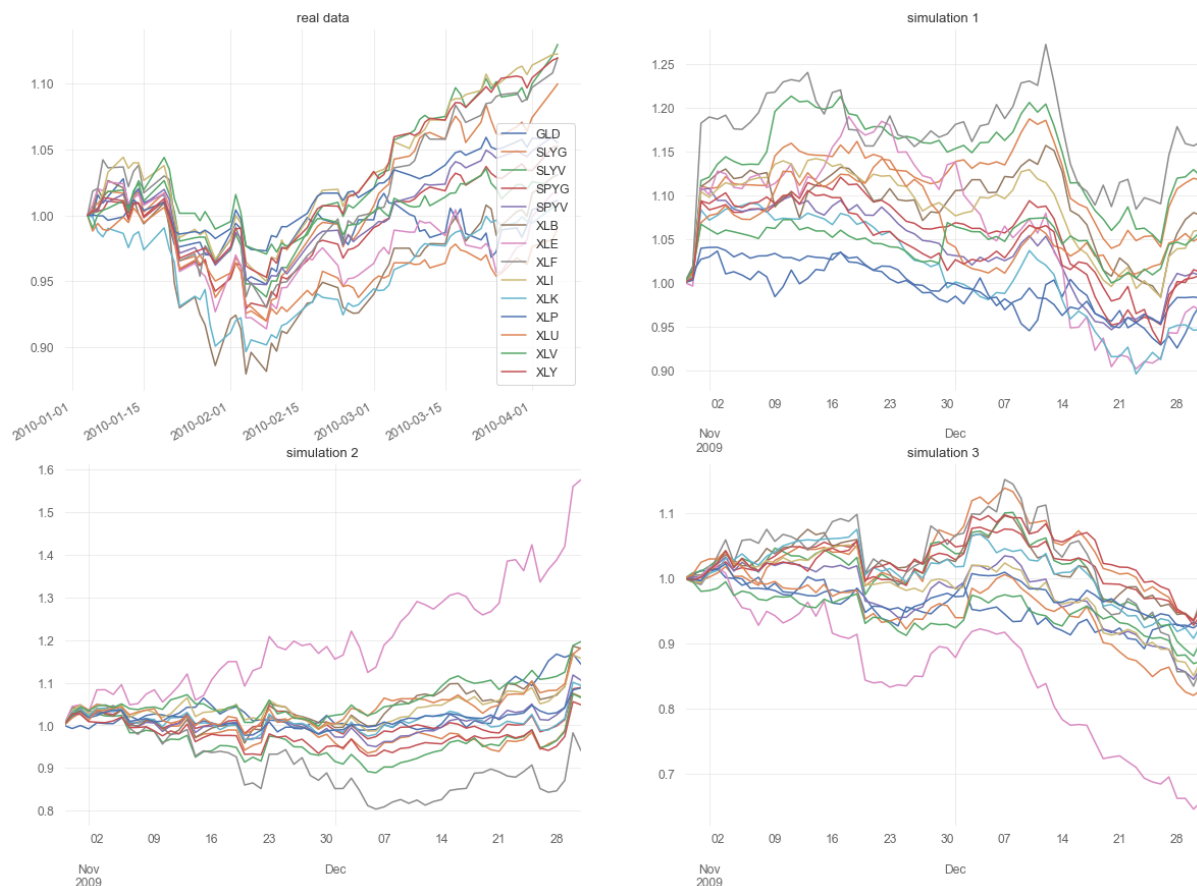


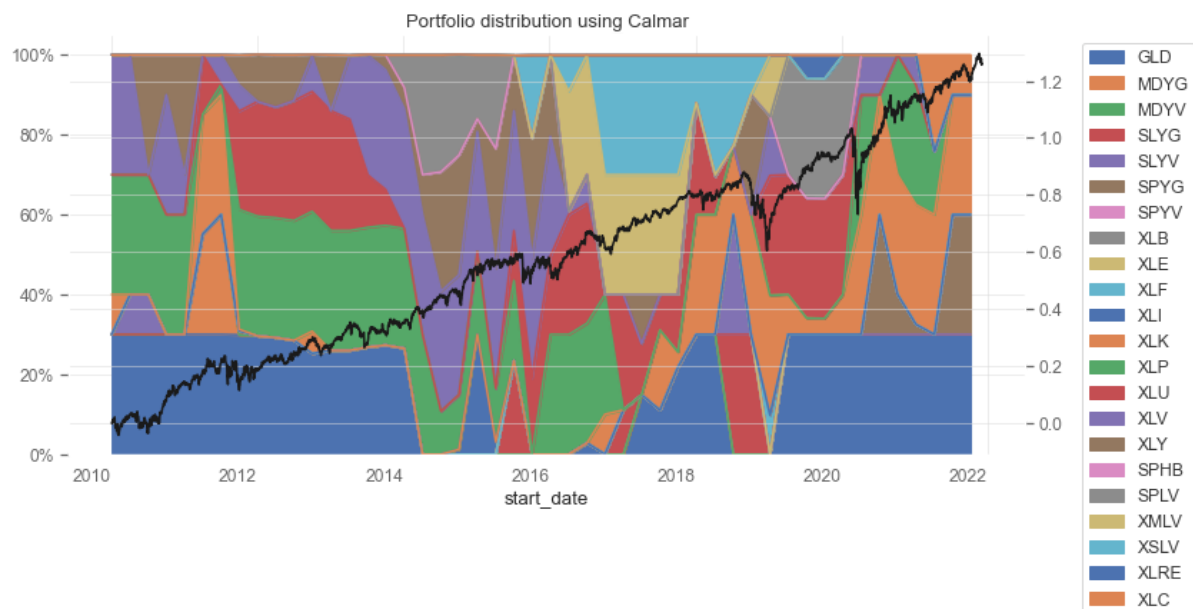
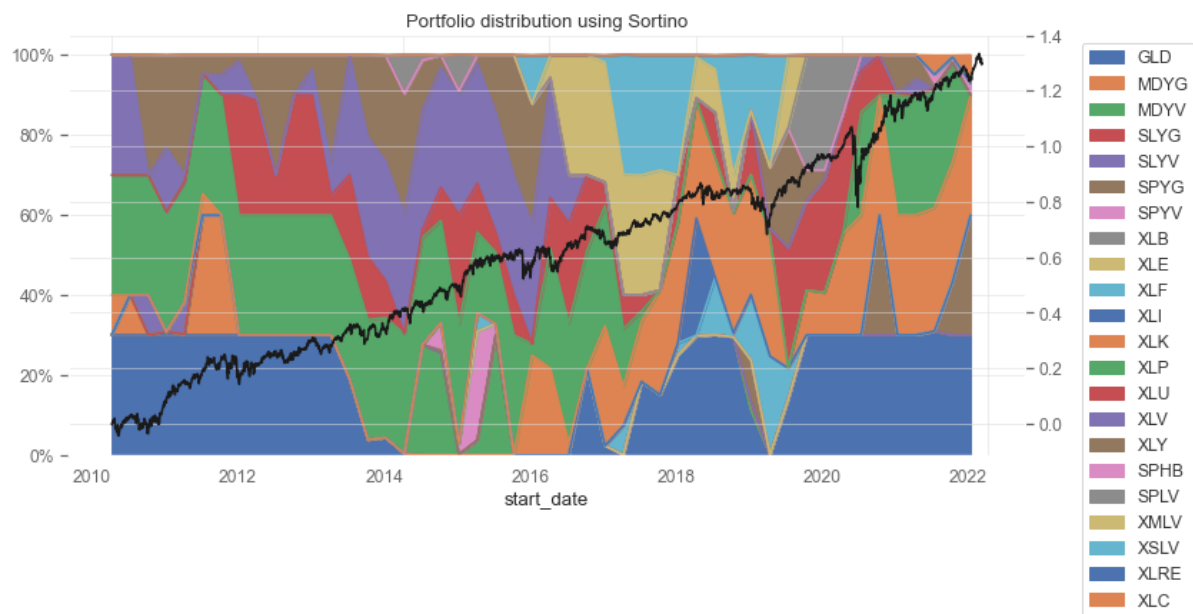
Fig. En el primer gráfico de arriba a la izquierda se muestra el comportamiento futuro, en los demás gráficos simulación de posibles escenarios generados a partir de comportamientos pasados.

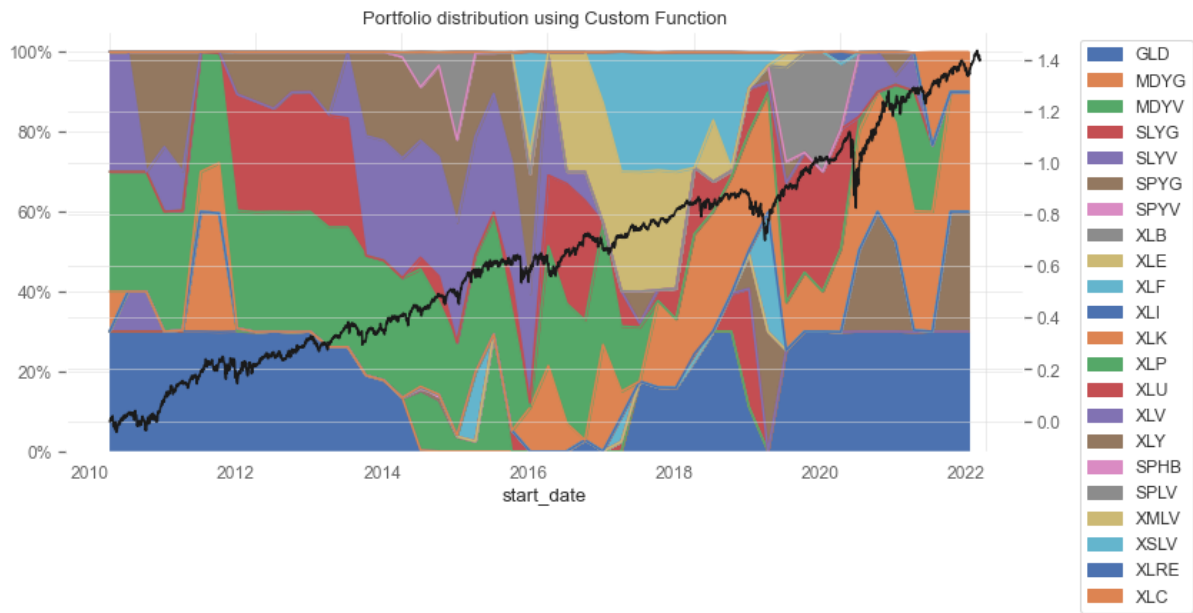
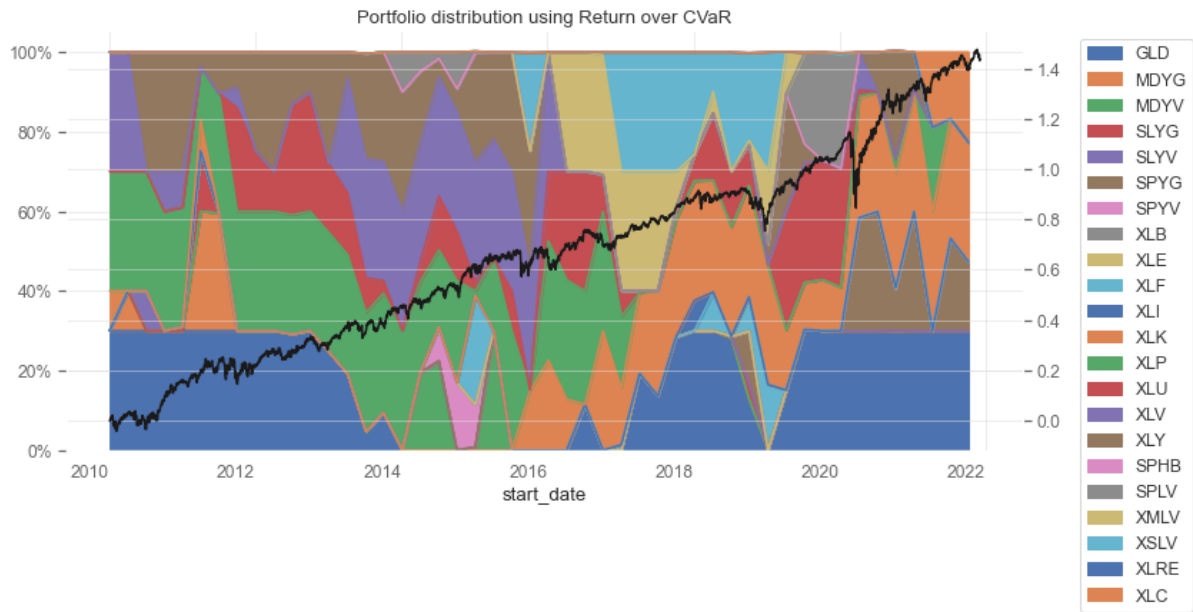
## Resultados:

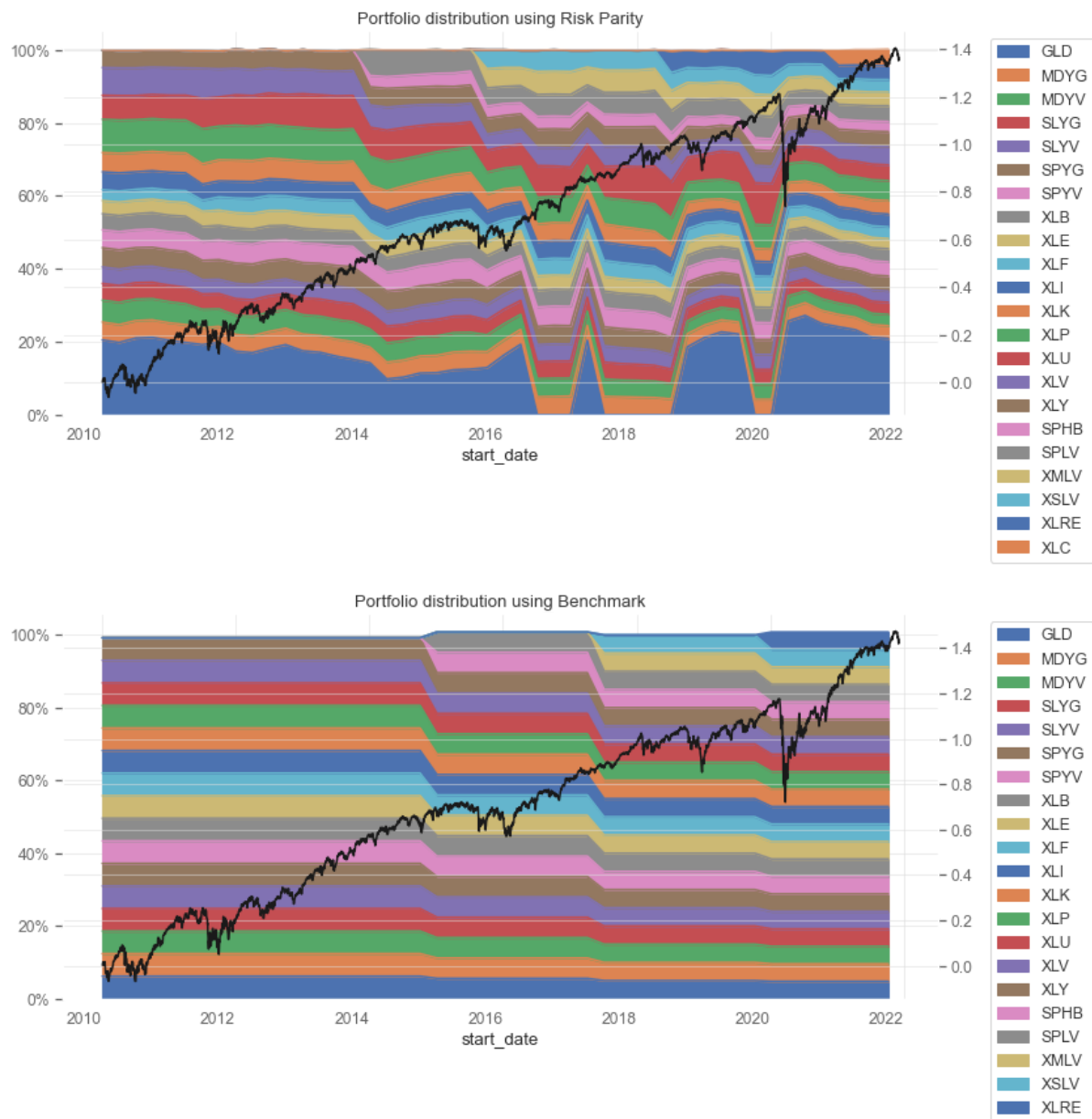
En este trabajo se construyeron 5 portafolios variando la función objetivo. Los primeros 3 portafolios corresponden a una optimización del ratio de Sharpe variando la medida de riesgo. Las métricas utilizadas fueron: el *downside deviation*, el *maximum drawdown* y el CVaR. Esto da como resultado la optimización del ratio **Sortino**, **Calmar** y otro que denominaremos **Return over CVaR**. El cuarto portafolio que se construyó fue en base a los definidos anteriormente, resultando su función objetivo como el producto de las tres anteriores; a esta optimización la denominaremos **Custom Function**. Finalmente, se definió un último portafolio que se optimizó fue en base al modelo **Risk Parity (Naïve Risk Parity)**.

Como benchmark se utilizó un portfolio que se balancea en el mismo periodo que los anteriores, pero manteniendo su peso igual en todo el periodo analizado.

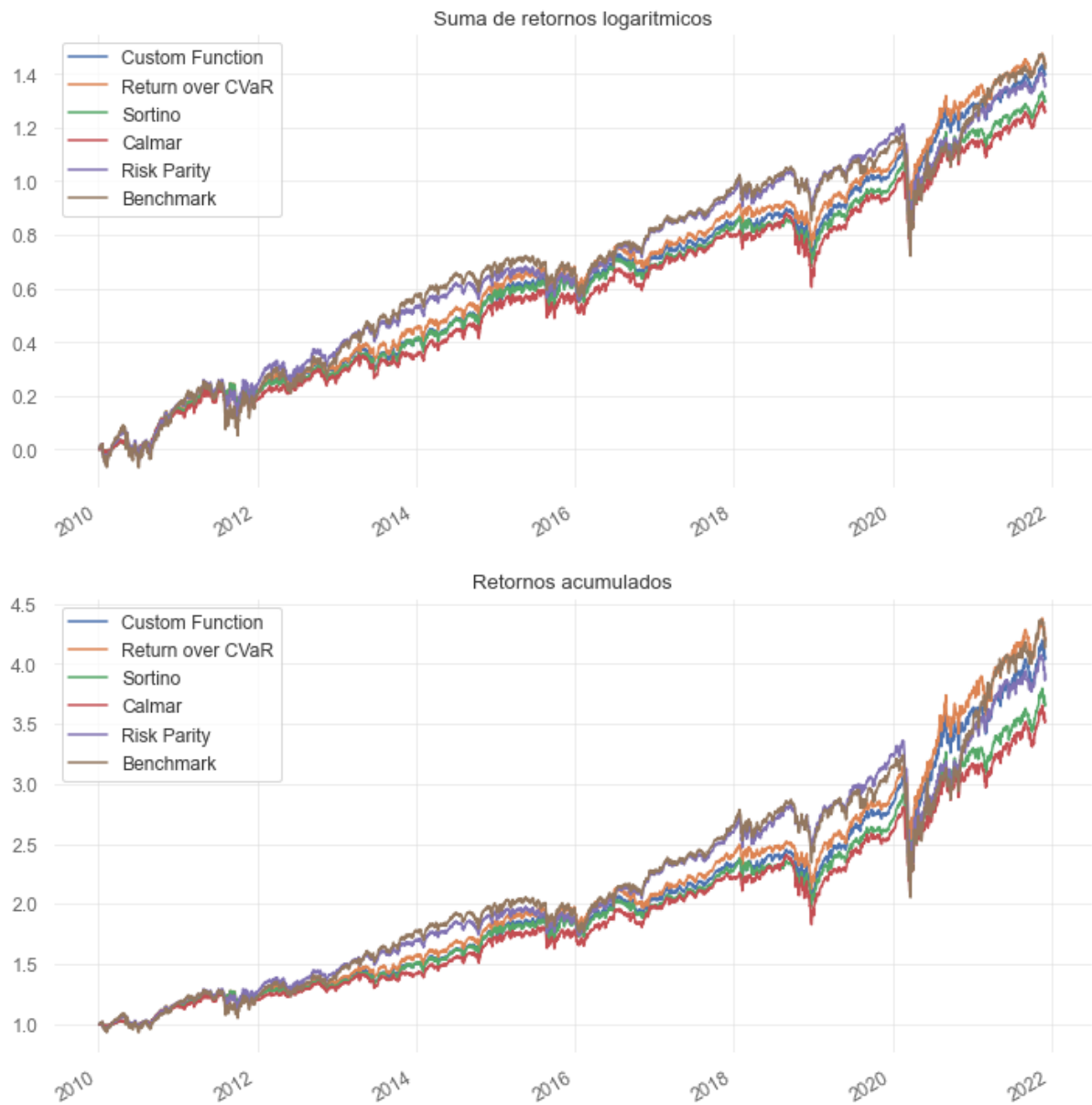
En los siguientes gráficos se puede ver como varía la composición de los distintos portfolios en función del tiempo y como se comporta su performance (logarítmica). Se puede observar que los primeros 4 portfolios, que siguen la teoría moderna de portfolios, tienden a concentrarse en unos pocos activos, limitado solamente por la condición de antemano de no superar el 30% de composición del portfolio. En el caso del Risk parity la función es más homogénea en el tiempo permitiendo tener exposición a más activos al mismo tiempo.







En la siguiente figura se realiza una comparación de la performance de los distintos portfolios, el gráfico de arriba muestra la suma de los retornos logarítmicos y el de abajo los retornos acumulados. En los gráficos se observa que existe un overperformance de los portfolios risk parity y el benchmark (equal weight) originado en períodos alcistas anteriores a 2020. Sin embargo, el portfollio CVaR tuvo una mejor performance durante y luego la crisis del covid-19 y es el del mejor rendimiento al final de los casi 12 años testeados.



En la siguiente tabla se puede ver alguna de las métricas de los portfolios construidos que nos ofrece la librería *quantstats*. A partir de estas podemos determinar que las optimizaciones llevadas a cabo teniendo en cuenta las distintas funciones objetivo disminuyen la volatilidad en todos los casos. También evita un drawdown muy pronunciado en todos los casos.



	Sortino	Calmar	Return over CVaR	Custom Function	Risk Parity	Benchmark
<b>Start Period</b>	2010-01-05	2010-01-05	2010-01-05	2010-01-05	2010-01-05	2010-01-05
<b>End Period</b>	2021-12-02	2021-12-02	2021-12-02	2021-12-02	2021-12-02	2021-12-02
<b>Cumulative Return</b>	2.67	2.53	3.22	3.06	2.92	3.21
<b>CAGR%</b>	0.12	0.11	0.13	0.12	0.12	0.13
<b>Sharpe</b>	0.89	0.85	0.96	0.94	0.84	0.81
<b>Sortino</b>	1.25	1.2	1.36	1.34	1.16	1.13
<b>Max Drawdown</b>	-0.25	-0.26	-0.26	-0.26	-0.38	-0.37
<b>Longest DD Days</b>	429	289	220	214	330	344
<b>Volatility (ann.)</b>	0.13	0.14	0.14	0.13	0.15	0.17
<b>Calmar</b>	0.46	0.43	0.49	0.49	0.32	0.35
<b>Expected Yearly %</b>	0.11	0.11	0.13	0.12	0.12	0.13
<b>Kelly Criterion</b>	0.08	0.08	0.09	0.09	0.09	0.08
<b>Daily Value-at-Risk</b>	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	-0.02	-0.02
<b>Expected Shortfall (cVaR)</b>	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	-0.02	-0.02
<b>Gain/Pain Ratio</b>	0.18	0.17	0.2	0.19	0.18	0.17
<b>Best Day</b>	0.08	0.08	0.08	0.08	0.1	0.09
<b>Worst Day</b>	-0.09	-0.09	-0.09	-0.09	-0.12	-0.12
<b>Best Month</b>	0.09	0.09	0.11	0.11	0.11	0.12
<b>Worst Month</b>	-0.08	-0.09	-0.08	-0.08	-0.16	-0.16
<b>Best Year</b>	0.3	0.34	0.31	0.34	0.27	0.28
<b>Worst Year</b>	-0.09	-0.12	-0.07	-0.08	-0.02	-0.06
<b>Avg. Drawdown</b>	-0.02	-0.02	-0.02	-0.02	-0.02	-0.02
<b>Avg. Drawdown Days</b>	19	19	17	17	16	18
<b>Recovery Factor</b>	10.61	9.73	12.38	11.98	7.74	8.79

### Conclusiones:

De los resultados se puede concluir:

- Los pesos en los portfolios que optimizan ratio se tienden a concentrar en algunos pocos activos, aproximadamente  $\frac{1}{2}$  del total disponible.
- Los pesos en los activos con el portfolio Risk Parity no varían de forma muy significativa en función del tiempo, esto puede ser beneficioso en caso que se tuvieran en cuenta las comisiones, que en el presente trabajo no se han tenido en cuenta.
- Las optimizaciones en todos los casos logra disminuir la volatilidad y aumentar los ratios que miden la unidad de retorno por volatilidad.
- El portfolio Custom Function no mejora en forma significativa ninguna de las métricas en comparación del resto de los portfolios.
- Consideramos al portfolio CVaR como el más conveniente, dado el retorno superior, ratios, drawdowns y recuperaciones.



## Bibliografía:

1. Markowitz, H. (1952), PORTFOLIO SELECTION\*. The Journal of Finance, 7: 77-91.
2. Sharpe, W. (1966). Mutual fund performance. Journal of business.
3. Sharpe, W. (1964). Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. Journal of finance.
4. <https://quantpedia.com/risk-parity-asset-allocation/>
5. <https://www.investopedia.com/terms/r/risk-parity.asp>
6. <https://seekingalpha.com/etfs-and-funds/etf-tables/>
7. <https://api.tiingo.com/>
8. [http://morningstardirect.morningstar.com/clientcomm/iss/Tsai Real World Not Normal.pdf](http://morningstardirect.morningstar.com/clientcomm/iss/Tsai_Real_World_Not_Normal.pdf)
9. <https://towardsdatascience.com/correlated-variables-in-monte-carlo-simulations-19266fb1cf29>
10. <https://github.com/ranaroussi/quantstats>