Nama : Muhamad Farid Ridho Rambe
NPM : 140810180033
Kelas : A

Studi Kasus 5: Mencari Pasangan Titik Terdekat (Closest Pair of Points)

Tugas:

1) Buatlah program untuk menyelesaikan problem closest pair of points menggunakan algoritma divide & conquer yang diberikan. Gunakan bahasa C++

   Program :

```
/*
	Nama    : Muhamad Farid Ridho Rambe
	NPM     : 140810180033
	Kelas   : A
	Tanggal : 30 Maret 2020
	Program : Closest Pair of Point
*/

#include <bits/stdc++.h>
using namespace std;

class Point{
	public:
		int x,y;
};

int compareX(const void* a,const void* b){
	Point *p1 = (Point *)a, *p2= (Point *)b;
	return(p1->x - p2->x);
}

int compareY(const void* a,const void* b){
	Point *p1 = (Point *)a, *p2= (Point *)b;
	return(p1->y - p2->y);
}

float dist(Point p1, Point p2){
	return sqrt((p1.x-p2.x)*(p1.x-p2.x)+(p1.y-p2.y)*(p1.y-p2.y));
}

float bruteForce(Point P[], int n){
	float min = FLT_MAX;

	for(int i=0;i<n;++i){
		for(int j=i+1;j<n;++j){
			if(dist(P[i],P[j])<min){
				min = dist(P[i],P[j]);
```

```
				}
			}
		}

		return min;
}

float stripClosest(Point strip[], int size, float d){
		float min = d;

		qsort(strip,size, sizeof(Point), compareY);

		for(int i=0;i<size;i++){
			for(int j=i+1;j<size&&(strip[j].y-strip[i].y)<min;++j){
				if(dist(strip[i],strip[j])<min){
					min = dist(strip[i],strip[j]);
				}
			}
		}
}

float closestUtil(Point P[], int n){
		if(n<=3){
			return bruteForce(P,n);
		}

		int mid = n/2;
		Point midPoint = P[mid];
		float dl = closestUtil(P,mid);
		float dr = closestUtil(P+mid,n-mid);
		float d = min(dl,dr);
		Point strip[n];
		int j = 0;

		for(int i=0;i<n;i++){
			if(abs(P[i].x-midPoint.x)<d){
				strip[j] = P[i],j++;
			}
		}

		return min(d, stripClosest(strip,j,d));
}

float closest(Point P[], int n){
		qsort(P,n,sizeof(Point),compareX);
		return closestUtil(P,n);
```

```
}

int main(){
	Point P[]={{6,1},{4,12},{44,56}};
	int n = sizeof(P)/sizeof(P[0]);

	cout<<"The smallest distance is "<<closest(P,n);
	return 0;
}
```

D:\Kuliah\Analgo\AnalgoKu\AnalgoKu5\Closest Pair of Point.exe

```
The smallest distance is 11.1803
--------------------------------
Process exited after 0.05058 seconds with return value 0
Press any key to continue . . .
```

2) Tentukan rekurensi dari algoritma tersebut, dan selesaikan rekurensinya menggunakan metode recursion tree untuk membuktikan bahwa algoritma tersebut memiliki Big-O (n lg n) Jawab :

Kompleksitas Waktu

Biarkan kompleksitas waktu dari algoritma di atas menjadi T (n). Mari kita asumsikan bahwa kita menggunakan algoritma pengurutan O (nLogn). Algoritma di atas membagi semua titik

dalam dua set dan secara rekursif memanggil dua set. Setelah membelah, ia menemukan strip dalam waktu O (n), mengurutkan strip dalam waktu O (nLogn) dan akhirnya menemukan titik terdekat dalam strip dalam waktu O (n).

Jadi T (n) dapat dinyatakan sebagai berikut

T (n) = 2T (n / 2) + O (n) + O (nLogn) + O (n)

T (n) = 2T (n / 2) + O (nLogn)

T (n) = T (n x Logn x Logn)

Catatan

1) Kompleksitas waktu dapat ditingkatkan menjadi O (nLogn) dengan mengoptimalkan langkah 5 dari algoritma di atas.

2) Kode menemukan jarak terkecil. Dapat dengan mudah dimodifikasi untuk menemukan titik dengan jarak terkecil.

3) Kode ini menggunakan pengurutan cepat yang bisa O (n ^ 2) dalam kasus terburuk. Untuk memiliki batas atas sebagai O (n (Logn) ^ 2), algoritma pengurutan O (nLogn) seperti pengurutan gabungan atau pengurutan tumpukan dapat digunakan

Studi Kasus 6: Algoritma Karatsuba untuk Perkalian

Cepat Tugas:

1) Buatlah program untuk menyelesaikan problem fast multiplication menggunakan algoritma divide & conquer yang diberikan (Algoritma Karatsuba). Gunakan bahasa C++

Jawab :

Program :

```
/*
	Nama    : Muhamad Farid Ridho Rambe
	NPM     : 140810180033
	Kelas   : A
	Tanggal : 30 Maret 2020
	Program : Problem Fast Multiplication Karatsuba Algorithm
*/

#include <iostream>
#include <stdio.h>
using namespace std;

int makeEqualLength(string &str1, string &str2){
	int len1=str1.size();
	int len2=str2.size();

	if(len1<len2){
		for(int i=0;i<len2-len1;i++){
			str1='0'+str1;
		}
		return len2;
	}
	else if(len1>len2){
		for(int i=0;i<len1-len2;i++){
			str2='0'+str2;
		}
	}

	return len1;
}

string addBitStrings(string first,string second){
	string result;

	int length = makeEqualLength(first,second);
	int carry=0;

	for(int i=length-1;i>=0;i--){
		int firstBit=first.at(i)-'0';
		int secondBit=second.at(i)-'0';
		int sum=(firstBit^secondBit^carry)+'0';
```

```
			result=(char)sum+result;
			carry=(firstBit&secondBit)|(secondBit&carry)|(firstBit&carry);
		}

		if(carry) result='1'+result;
		return result;
}

int multiplyiSingleBit(string a, string b) {
		return (a[0] - '0')*(b[0] - '0');
}


long int multiply(string X, string Y){

		int n = makeEqualLength(X, Y);


		if (n == 0) return 0;
		if (n == 1) return multiplyiSingleBit(X, Y);

		int fh = n/2;
		int sh = (n-fh);


		string Xl = X.substr(0, fh);
		string Xr = X.substr(fh, sh);


		string Yl = Y.substr(0, fh);
		string Yr = Y.substr(fh, sh);


		long int P1 = multiply(Xl, Yl);
		long int P2 = multiply(Xr, Yr);
		long int P3 = multiply(addBitStrings(Xl, Xr), addBitStrings(Yl, Yr));


		return P1*(1<<(2*sh)) + (P3 - P1 - P2)*(1<<sh) + P2;
}


int main(){
		printf ("%ld\n", multiply("1111", "0010"));
		printf ("%ld\n", multiply("1100", "0011"));
		printf ("%ld\n", multiply("1100", "1010"));
		printf ("%ld\n", multiply("0001", "1110"));
		printf ("%ld\n", multiply("0000", "1010"));
		printf ("%ld\n", multiply("0111", "1110"));
		printf ("%ld\n", multiply("0011", "1100"));
}
```

D:\Kuliah\Analgo\AnalgoKu\AnalgoKu5\Problem Fast Multiplication Karatsuba.exe

```
30
36
120
14
0
98
36

--------------------------------
Process exited after 0.07022 seconds with return value 0
Press any key to continue . . .
```

2)

Rekurensi dari algoritma tersebut adalah T (n) = 3T (n / 2) + O (n), dan selesaikan rekurensinya menggunakan metode substitusi untuk membuktikan bahwa algoritma tersebut memiliki Big-O (n lg n)

Jawab :

- Let's try divide and conquer.
  - Divide each number into two halves.
    - $x = x_H r^{n/2} + x_L$
    - $y = y_H r^{n/2 +} y_L$
  - Then:

    $$xy = (x_H r^{n/2} + x_L) \, y_H \, r^{n/2 +} y_L$$
    $$= x_H y_H r^n + (x_H y_L + x_L y_H) r^{n/2} + x_L y_L$$
  - Runtime?
    - T(n) = 4 T(n/2) + O(n)
    - T(n) = O(n^2)
- Instead of 4 subproblems, we only need 3 (with the help of clever insight).
- Three subproblems:
  - $a = x_H \, y_H$
  - $d = x_L \, y_L$
  - $e = (x_H + x_L)\,(y_H + y_L) - a - d$
- Then $xy = a\, r^n + e\, r^{n/2} + d$
- T(n) = 3 T(n/2) + O(n)
- $T(n) = O(n^{\log 3}) = O(n^{1.584\ldots})$

Studi Kasus 7: Permasalahan Tata Letak Keramik Lantai (Tilling Problem)

Tugas:

1) Buatlah program untuk menyelesaikan problem tilling menggunakan algoritma divide & conquer yang diberikan. Gunakan bahasa C++ Jawab :

Program :

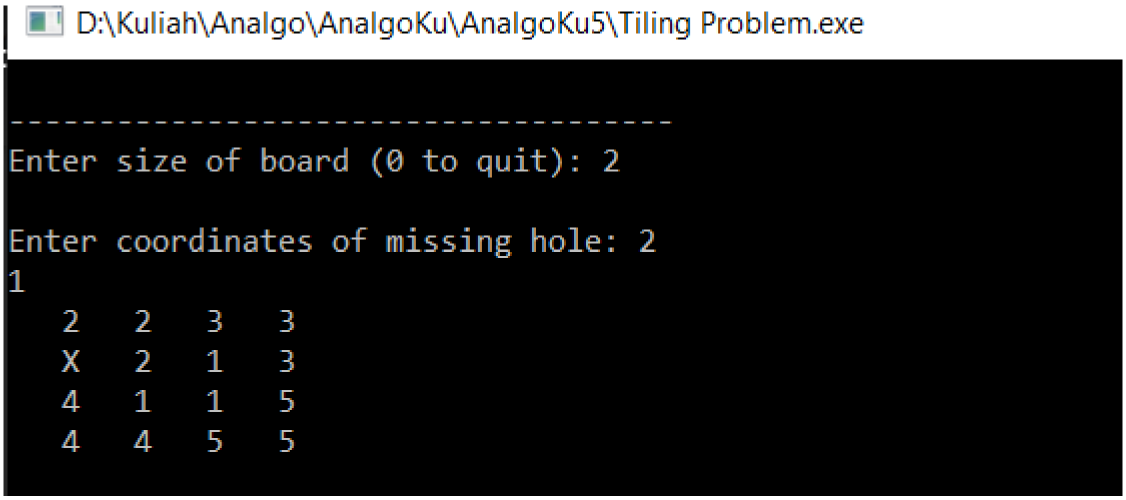
```
#include <iostream>
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <math.h>
  using namespace std;

int board[1000][1000];

int no = 0;

int quadrant = 0;

void trominoTile (int xBoard, int yBoard, int x_hole, int y_hole, int boardSize){

    int halfSize = boardSize / 2, xCenter = 0, yCenter = 0;
    xCenter = xBoard + halfSize - 1;
    yCenter = yBoard + halfSize - 1;

    if (boardSize == 2){
          if (board[xBoard][yBoard + 1] == 0 && board[xBoard + 1][yBoard] == 0 && board[xBoard + 1][yBoard + 1]
            no++;
            board[xBoard][yBoard + 1] = no;
            board[xBoard + 1][yBoard] = no;
            board[xBoard + 1][yBoard + 1] = no;
        }

        if (board[xBoard][yBoard] == 0 && board[xBoard + 1][yBoard] == 0 && board[xBoard + 1][yBoard + 1] == 0)

            no++;
            board[xBoard][yBoard] = no;
            board[xBoard + 1][yBoard] = no;
            board[xBoard + 1][yBoard + 1] = no;

        if (board[xBoard][yBoard + 1] == 0 && board[xBoard][yBoard] == 0 && board[xBoard + 1][yBoard + 1] == 0)

            no++;
            board[xBoard + 1][yBoard + 1] = no;
            board[xBoard][yBoard + 1] = no;
            board[xBoard][yBoard] = no;
        }

        if (board[xBoard][yBoard + 1] == 0 && board[xBoard + 1][yBoard] == 0 && board[xBoard][yBoard] == 0){
            no++;
            board[xBoard][yBoard] = no;
            board[xBoard][yBoard + 1] = no;
            board[xBoard + 1][yBoard] = no;
        }
        return;
    }
    if (x_hole <= xCenter){
        if (y_hole <= yCenter){
            if (board[xCenter][yCenter + 1] == 0 && board[xCenter + 1][yCenter] == 0 && board[xCenter + 1][yCen
                no++;
                board[xCenter][yCenter + 1] = no;
                board[xCenter + 1][yCenter] = no;
                board[xCenter + 1][yCenter + 1] = no;
                quadrant = 1;
            }
        }
        else{
            if (board[xCenter][yCenter] == 0 && board[xCenter + 1][yCenter] == 0 && board[xCenter + 1][yCenter
                no++;
                board[xCenter][yCenter] = no;
                board[xCenter + 1][yCenter + 1] = no;
```

```
                quadrant = 2;
            }
        }
    }
    else{
        if (y_hole <= yCenter){
            if (board[xCenter][yCenter + 1] == 0 && board[xCenter][yCenter] == 0 && board[xCenter + 1][yCenter
                no++;
                board[xCenter][yCenter] = no;
                board[xCenter][yCenter + 1] = no;
                board[xCenter + 1][yCenter + 1] = no;
                quadrant = 3;
            }
        }
        else{
            if (board[xCenter + 1][yCenter] == 0 && board[xCenter][yCenter] == 0 && board[xCenter][yCenter + 1]
            no++;
            board[xCenter][yCenter] = no;
            board[xCenter][yCenter + 1] = no;
            board[xCenter + 1][yCenter] = no;
            quadrant = 4;
            }
        }
    }
    if (quadrant == 1){
        trominoTile (xBoard, yBoard, x_hole, y_hole, halfSize);
        trominoTile (xBoard, yCenter + 1, xCenter, yCenter + 1, halfSize);
        trominoTile (xCenter + 1, yBoard, xCenter + 1, yCenter, halfSize);
        trominoTile (xCenter + 1, yCenter + 1, xCenter + 1, yCenter + 1,halfSize);
    }
    if (quadrant == 2){
        trominoTile (xBoard, yBoard, xCenter, yCenter, halfSize);
        trominoTile (xBoard, yCenter + 1, x_hole, y_hole, halfSize);
```

```
        trominoTile (xCenter + 1, yBoard, xCenter + 1, yCenter, halfSize);
        trominoTile (xCenter + 1, yCenter + 1, xCenter + 1, yCenter + 1,halfSize);
    }
    if (quadrant == 3){
        trominoTile (xBoard, yBoard, xCenter, yCenter, halfSize);
        trominoTile (xBoard, yCenter + 1, xCenter, yCenter + 1, halfSize);
        trominoTile (xCenter + 1, yBoard, x_hole, y_hole, halfSize);
        trominoTile (xCenter + 1, yCenter + 1, xCenter + 1, yCenter + 1,halfSize);
    }
    if (quadrant == 4){
        trominoTile (xBoard, yBoard, xCenter, yCenter, halfSize);
        trominoTile (xBoard, yCenter + 1, xCenter, yCenter + 1, halfSize);
        trominoTile (xCenter + 1, yBoard, xCenter + 1, yCenter, halfSize);
        trominoTile (xCenter + 1, yCenter + 1, x_hole, y_hole, halfSize);
    }
}

int main (){
    int boardSize, x_hole, y_hole;
    do{
        printf ("\n---------------------------------------");
        printf ("\nEnter size of board (0 to quit): ");
        scanf ("%d", &boardSize);

        if (boardSize){
            printf ("\nEnter coordinates of missing hole: ");
            scanf ("%d %d", &x_hole, &y_hole);

            for (int i = 1; i <= pow (2, boardSize); i++){
                for (int j = 1; j <= pow (2, boardSize); j++){
                    board[i][j] = 0;
                }
```

```
            board[x_hole][y_hole] = -1;
            trominoTile (1, 1, x_hole, y_hole, pow (2, boardSize));

            for (int i = 1; i <= pow (2, boardSize); i++){
                for (int j = 1; j <= pow (2, boardSize); j++){

                    if (i == x_hole && j == y_hole){
                        board[i][j] == -1;
                        printf ("%4s", "X");
                    }
                    else{
                        printf ("%4d", board[i][j]);
                    }
                }
                cout << endl;
            }
        }
        no = 0;
    }while (boardSize);
    return EXIT_SUCCESS;
}
```

Screenshot :



// n adalah ukuran kotak yang diberikan, p adalah lokasi sel yang hilang Tile (int n, Point p)

1) Kasus dasar: n = 2, A 2 x 2 persegi dengan satu sel yang hilang tidak ada apa-apanya tapi ubin dan bisa diisi dengan satu ubin.

2) Tempatkan ubin berbentuk L di tengah sehingga tidak menutupi subsquare n / 2 * n / 2 yang memiliki kuadrat yang hilang. Sekarang keempatnya subskuen ukuran n / 2 x n / 2 memiliki sel yang hilang (sel yang tidak perlu diisi). Lihat gambar 2 di bawah ini.\

3) Memecahkan masalah secara rekursif untuk mengikuti empat. Biarkan p1, p2, p3 dan p4 menjadi posisi dari 4 sel yang hilang dalam 4 kotak.

a) Ubin (n / 2, p1)
b) Ubin (n / 2, p2)
c) Ubin (n / 2, p3)
d) Ubin (n / 2, p3)

2) Relasi rekurensi untuk algoritma rekursif di atas dapat ditulis seperti di bawah ini. C adalah konstanta. T (n) = 4T (n / 2) + C. Selesaikan rekurensi tersebut dengan Metode Master Jawab :

Kompleksitas Waktu:

Relasi perulangan untuk algoritma rekursif di atas dapat ditulis seperti di bawah ini. C adalah konstanta.

T (n) = 4T (n / 2) + C

Rekursi di atas dapat diselesaikan dengan menggunakan Metode Master dan kompleksitas waktu adalah O (n2)

Bagaimana cara kerjanya?

Pengerjaan algoritma Divide and Conquer dapat dibuktikan menggunakan Mathematical Induction. Biarkan kuadrat input berukuran 2k x 2k di mana k> = 1.

Kasus Dasar: Kita tahu bahwa masalahnya dapat diselesaikan untuk k = 1. Kami memiliki 2 x 2 persegi dengan satu sel hilang.
Hipotesis Induksi: Biarkan masalah dapat diselesaikan untuk k-1.

Sekarang perlu dibuktikan untuk membuktikan bahwa masalah dapat diselesaikan untuk k jika dapat diselesaikan untuk k-1. Untuk k, ditempatkan ubin berbentuk L di tengah dan memiliki empat subsqure dengan dimensi 2k-1 x 2k-1 seperti yang ditunjukkan pada gambar 2 di atas. Jadi jika dapat menyelesaikan 4 subskuares, dapat menyelesaikan kuadrat lengkap.