منصة الإمام الأكبر

كتاب الإمام الأكبر في الميكانيكا

الديناميكا — السنة الإعدادية · ترم أول

الطبعة الموسّعة الشاملة · v3

مجموع 4 أبواب + ملحق امتحانات

كتابٌ جامع للمنهج بالكامل — شرحٌ بالعامية المصرية، قوانين مُنظَّمة، مسائل محلولة خطوة بخطوة، ورسائلُ تحفيزية بين الفصول.

﴿ وَقُل رَّبِّ زِدْنِي عِلْمًا ﴾

مقدمة الكتاب

﴿ وَقُلْ رَبِّ زِدْنِي عِلْمًا ﴾ — طه: 114

أهلاً بيك يا بطل في «كتاب الإمام الأكبر في الميكانيكا».

الكتاب ده اتصمّم مخصوص لطالب/طالبة السنة الإعدادية عشان يبقى مرجعك الوحيد اللي يكفّيك عن أي حاجة تانية. كل حاجة اتجابت من مصادر المنهج الرسمية: ملزمة د. حمدي، تبييض د. أحمد ذكي، سكاشن م. عبدالمعز، ملازم م. عادل القليني، وحلول شيتات الديناميكا 2022–2023، وامتحانات الميدترم والفاينال.

ليه الطبعة v3 دي؟

- مبتفوّتش أي جزئية من المنهج — كل الحالات (حتى الاستثنائية).
- الشرح بالعامية للأجزاء الصعبة، وبالفصحى للقوانين.
- كل قانون معاه **مثال محلول** فوراً + **تدريب ذاتي** بالإجابة.
- خرائط ذهنية في بداية كل باب.
- ملحق فيه مسائل من امتحانات فعلية بحلول تفصيلية.

رسالة من المؤلف: الميكانيكا مش صعبة، هي بس محتاجة إنك تفهم ليه بنستخدم كل قانون. لو فهمت السبب، القانون هيثبت لوحده. اقرا بتركيز، حل بإيدك، وارجع للمثال لو تُهت.

فهرس الكتاب

الباب الأول — الحركة في خط مستقيم

1. الموضع، الإزاحة، السرعة، والعجلة (المفاهيم).
2. الحركة بعجلة منتظمة — قوانين SUVAT.
3. السقوط الحر والحركة الرأسية.
4. الحركة العامة Erratic Motion: s=f(t), v=f(t), a=f(t).
5. حالات a=f(v) و a=f(s) — فصل المتغيرات.
6. الرسوم البيانية (s–t, v–t, a–t) والحركة المتقطعة.

الباب الثاني — المقذوفات

1. أساسيات المقذوف: H, T, R، معادلة المسار.
2. المقذوف من ارتفاع.
3. المقذوف على مستوى مائل (لأعلى / لأسفل).
4. المقذوف يصطدم بحائط أو نقطة محددة.
5. خواص المدى المتساوي والزمن المتساوي.

الباب الثالث — الحركة على مسار منحني

1. الإحداثيات الكارتيزية (x, y).
2. الإحداثيات المماسية–الطبيعية (t, n) ونصف قطر التقوس ρ.
3. الإحداثيات القطبية (r, θ) — سرعة وعجلة.
4. منحنيات خاصة: Spiral, Cardioid, Lemniscate.

الباب الرابع — قوانين نيوتن

1. قوانين نيوتن ومخططات الجسم الحر (Cartesian).
2. الاحتكاك، المستوى المائل، البكرات (Atwood).
3. نيوتن في (t, n) — الحركة الدائرية والمنحنية.
4. نيوتن في (r, θ) والزنبرك (Spring).

الملحق — امتحانات محلولة

1. 8 مسائل من ميدترمز وفاينالز بحلول تفصيلية.

الباب الأول

الحركة في خط مستقيم

﴿ وَالشَّمْسُ تَجْرِي لِمُسْتَقَرٍّ لَّهَا ﴾ — يس: 38

في الباب ده هنعرف يعني إيه جسم بيتحرك، وإزاي نوصف حركته بالأرقام والقوانين.

الدرس 1: المفاهيم الأساسية (الموضع، الإزاحة، السرعة، العجلة)

1.1 الموضع (Position) والإزاحة (Displacement)

الموضع هو مكان الجسم بالنسبة لنقطة أصل (Origin) بنختارها. بيترمز له بالرمز s أو x.

الإزاحة = الموضع النهائي − الموضع الابتدائي = $\Delta s = s_2 - s_1$. وهي **كمية متجهة** (لها اتجاه).

بالعامية: الإزاحة هي "خط مستقيم" بين نقطة البداية ونقطة النهاية، مش المسافة اللي مشيتها فعلاً. لو مشيت 3 متر يمين وبعدين 3 متر شمال، المسافة = 6 م، بس الإزاحة = صفر (رجعت لنفس المكان).

الفرق بين المسافة والإزاحة

الوجه	المسافة (Distance)	الإزاحة (Displacement)
النوع	عددية (Scalar)	متجهة (Vector)
الإشارة	موجبة دايماً	ممكن سالبة أو صفر
القيمة	مجموع كل الطريق	الفرق بين البداية والنهاية

1.2 السرعة المتوسطة والسرعة اللحظية

$$v_{avg} = \Delta s / \Delta t \,,\; v = ds/dt$$

السرعة اللحظية = مشتقة الموضع بالنسبة للزمن (الميل عند نقطة على منحنى s−t).

1.3 العجلة (Acceleration)

$$a = dv/dt = d^2s/dt^2$$

لو a موجبة ← السرعة بتزيد. لو سالبة ← بتقل (تباطؤ / Deceleration).

القاعدة الذهبية: عند لحظة تغيّر الاتجاه، السرعة تساوي صفر ($v = 0$). دي مفتاح كتير من المسائل: هات $v(t)$ وحل $v = 0$ عشان تلاقي لحظة الوقوف أو الرجوع.

حالات العجلة الست (تصنيف د. حمدي)

1. a = ثابت موجب ← حركة معجّلة تسارعية.
2. a = ثابت سالب ← حركة متباطئة بانتظام.
3. a = صفر ← سرعة منتظمة.
4. $a = f(t)$ ← استخدم $v = \int a\,dt$.
5. $a = f(v)$ ← استخدم $dt = dv/a$ أو $a = v\,dv/ds$.
6. $a = f(s)$ ← استخدم $v\,dv = a\,ds$ ← $a = v\,dv/ds$.

القاعدة الجامعة:

$$a = dv/dt = v \cdot dv/ds$$

دي أهم علاقة في الباب الأول كله — بتنقذك في أي حالة عجلة.

مثال محلول 1

جسم يتحرك بحيث $s = t^3 - 6t^2 + 9t$ (بالمتر، والزمن بالثانية). أوجد: (أ) السرعة عند $t = 2$. (ب) لحظة تغيّر الاتجاه.

الحل:

(أ) $v = ds/dt = 3t^2 - 12t + 9$. عند $t=2$: $v = 12 - 24 + 9 = -3$ m/s.

(ب) عند تغيّر الاتجاه $v = 0 \rightarrow 3t^2 - 12t + 9 = 0 \rightarrow t^2 - 4t + 3 = 0 \rightarrow t = 1, 3$ sec.

تدريب ذاتي: لو $s = 2t^3 - 9t^2 + 12t + 4$، أوجد لحظات تغيّر الاتجاه.

الإجابة: $t = 1, 2$ sec.

الدرس 2: الحركة بعجلة منتظمة — قوانين SUVAT

لما العجلة تكون **ثابتة** بنستخدم القوانين الأربعة الشهيرة (SUVAT):

القانون	يستخدم لما
$v = u + a \cdot t$	مفيش s
$s = u \cdot t + ½ \cdot a \cdot t^2$	مفيش v
$v^2 = u^2 + 2 \cdot a \cdot s$	مفيش t
$s = ½ \cdot (u+v) \cdot t$	مفيش a

بالعامية: أول ما تشوف "عجلة منتظمة" أو "بيقف بعد كذا متر" أو "بيتحرك من السكون"، اعرف إن ده SUVAT. اكتب اللي معاك (u, v, a, s, t) وشوف أي قانون يجيبلك المجهول.

مثال محلول 2

سيارة تتحرك بسرعة 72 كم/س وقف السائق فتوقفت بعد 50 م. احسب عجلة التوقف والزمن.

الحل: $u = 72 \times 1000/3600 = 20$ m/s , $v = 0$, $s = 50$.

$a = -4$ **m/s²** $\rightarrow v^2 = u^2 + 2as \rightarrow 0 = 400 + 100a$.

$t = 5$ **sec** $\rightarrow v = u + at \rightarrow 0 = 20 - 4t$.

تحذير الوحدات: اضربها في نفسك — كم/س ÷ 3.6 = م/ث. لو نسيت التحويل، الإجابة كلها هتبقى غلط.

تدريب ذاتي: قطار انطلق من السكون بعجلة 2 m/s^2 لمدة 10 sec، ثم بسرعة منتظمة 30 sec، ثم توقف في 5 sec. أوجد المسافة الكلية.

الإجابة: 100 + 600 + 50 = **750 m.**

الدرس 3: السقوط الحر والحركة الرأسية

السقوط الحر حالة خاصة من العجلة المنتظمة، بس العجلة هنا هي **عجلة الجاذبية**:

$g = 9.81\ m/s^2 \approx 9.8\ m/s^2$ (أو 10 في بعض المسائل)

القوانين الأربعة (رأسياً)

$v = u - g \cdot t$	$s = u \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$
$v^2 = u^2 - 2 \cdot g \cdot s$	$s = \frac{1}{2} \cdot (u+v) \cdot t$

الاصطلاح: لأعلى موجب، لأسفل سالب (أو العكس، المهم تلتزم بالاختيار طول المسألة).

عند أقصى ارتفاع: $v = 0$.
زمن الصعود = زمن الهبوط (لو الرمي والعودة على نفس المستوى).

مثال 3

جسم قُذف رأسياً لأعلى بسرعة 30 m/s. احسب: (أ) أقصى ارتفاع. (ب) الزمن الكلي.

الحل: عند القمة $0 = 900 - 2(9.8)H \rightarrow v=0$ → **$H \approx 45.9$ m**.

زمن الصعود: $0 = 30 - 9.8t \rightarrow t \approx 3.06$ s → **الزمن الكلي ≈ 6.12 s**.

تدريب: جسم يسقط من ارتفاع 80 م من السكون. الزمن؟ (g=10) → **t=4 sec**.

الدرس 4: الحركة العامة Erratic Motion

في المسائل دي العجلة أو السرعة **مش ثابتة**، فمينفعش SUVAT. لازم تشتغل بالتفاضل والتكامل.

4.1 لو معاك s = f(t)

$$v = ds/dt \,,\; a = dv/dt = d^2s/dt^2$$

4.2 لو معاك v = f(t)

$$a = dv/dt \,,\; s = \int v\,dt + C$$

لتحديد C: شرط ابتدائي (زي عند t=0, s=0).

4.3 لو معاك a = f(t)

$$v = \int a\,dt + C_1 \,,\; s = \int v\,dt + C_2$$

بالعامية: لو الدالة فيها t، بتشتغل بـ dt. سيبك من v dv/ds هنا — استخدمها بس لما مفيش t في المعطيات.

مثال 4

جسيم عجلته $a = 6t - 4$. عند $t=0$: $s=0, v=2$. أوجد $s(t)$.

الحل: $v = \int (6t-4)\,dt = 3t^2 - 4t + C_1$. عند $t=0, v=2 \rightarrow C_1=2$. $\mathbf{v = 3t^2 - 4t + 2}$.

$s = \int v\,dt = t^3 - 2t^2 + 2t + C_2$. عند $t=0, s=0 \rightarrow C_2=0$. $\mathbf{s = t^3 - 2t^2 + 2t}$.

ملاحظة مهمة (المسافة vs الإزاحة): لما تحسب **الإزاحة** من t_1 لـ t_2 = $\int v\,dt$. لكن **المسافة الحقيقية** = $\sum |\Delta s|$ على فترات ما بين لحظات تغيّر الاتجاه. لو الجسم غيّر اتجاه، لازم تقسم التكامل.

مثال 5 — تفريق المسافة عن الإزاحة

$v = 3t^2 - 12t + 9$. أوجد المسافة اللي قطعها من $t=0$ إلى $t=4$.

$v = 0 \rightarrow t = 1, 3$ (لحظات تغير اتجاه).

$s(0\rightarrow1) = \int_0^1 v\,dt = [t^3-6t^2+9t]_0^1 = 4\ m$.

$s(1\rightarrow3) = [t^3-6t^2+9t]_1^3 = 0 - 4 = -4 \rightarrow$ قيمة مطلقة $= 4\ m$.

$s(3\rightarrow4) = [t^3-6t^2+9t]_3^4 = 4 - 0 = 4\ m$.

المسافة الكلية = 4 + 4 + 4 = 12 m. الإزاحة $= \int_0^4 v\,dt = 4\ m$.

الدرس 5: حالات a = f(v) و a = f(s)

الحالات دي بتيجي كتير في امتحانات د. حمدي وم. عبدالمعز، وبتحير الطلبة. القاعدة:

لما مفيش t في المسألة: استخدم $a = v \cdot dv/ds$.
لما فيها t والعجلة تعتمد على v: استخدم $a = dv/dt$ واعزل المتغيرات.

5.1 حالة a = f(v)

مثلاً $a = -kv$ (مقاومة الهواء) أو $a = 0.8\cdot\sqrt{(v^2 + 49)}$.

لو المطلوب v بدلالة s:

$$v \cdot dv/ds = f(v) \rightarrow v\,dv / f(v) = ds \rightarrow \int$$

لو المطلوب v بدلالة t:

$$dv/dt = f(v) \rightarrow dv / f(v) = dt \rightarrow \int$$

مثال 6

جسم متحرك بسرعة $u = 20$، عجلته $a = -0.5\,v$ (تباطؤ). أوجد المسافة اللي بيقطعها لحد ما سرعته تبقى 5 m/s.

الحل: مفيش t ← $v\,dv/ds = -0.5v \rightarrow dv = -0.5\,ds \rightarrow \int dv$ من 20 لـ 5 $= -0.5 \int ds$ من 0 لـ s.

$-15 = -0.5\cdot s \rightarrow$ **s = 30 m**.

5.2 حالة a = f(s)

مثلاً $a = 4s + 3$ أو $a = -k\cdot s$ (نابض).

$$v \cdot dv/ds = f(s) \rightarrow v\,dv = f(s)\,ds \rightarrow \int$$

مثال 7

جسم يتحرك بحيث $a = 4s$. لما $s=0$ كانت $v=2$. أوجد v لما $s=3$.

الحل: $v^2 = 40 \rightarrow (v^2-4)/2 = 18 \rightarrow \int_2^v v\,dv = \int_0^3 4s\,ds \rightarrow v\,dv = 4s\,ds \rightarrow$ **$v = \sqrt{40} \approx 6.32$ m/s.**

بالعامية: فاكر القاعدة؟ "اللي مالوش t تعالى على ds". دي بتحل 90% من مسائل عجلة متغيرة.

تدريب: جسم $a = -4v^2$، ابتدائي $v=10$. أوجد المسافة عندما $v=2$.

الإجابة: $\ln(10/2)/4 = ¼\cdot\ln 5 \approx 0.402$ m.

الدرس 6: الرسوم البيانية والحركة المتقطعة

6.1 قراءة المنحنيات

المنحنى	الميل = ؟	المساحة = ؟
s – t	السرعة v	—
v – t	العجلة a	الإزاحة Δs
a – t	—	تغيّر السرعة Δv

القاعدة الذهبية: "الميل بيدي المشتقة، المساحة بتدي التكامل".

6.2 الحركة المتقطعة (Piecewise)

لو الجسم اتحرك على مراحل مختلفة (تسارع → منتظم → تباطؤ)، اقسم الحركة لأجزاء وحل كل جزء لوحده.

مثال 8

قطار يبدأ من السكون، يتسارع بعجلة 2 m/s² لـ 10 s، يستمر بسرعة منتظمة لـ 20 s، ثم يتباطأ لحد ما يقف في 5 s. احسب المسافة الكلية وارسم المخططين v–t و s–t.

الحل:

مرحلة 1: $v = 0 + 2\cdot10 = 20,\ s = ½\cdot2\cdot100 = 100$ m.

مرحلة 2: $s = 20\cdot20 = 400$ m.

مرحلة 3: $a = -20/5 = -4,\ s = ½\cdot(20+0)\cdot5 = 50$ m.

الكلي = **550 m.**

مبروك خلصت الباب الأول — دي كانت الأساس اللي كل حاجة بعدها هتبني عليه. خد نفس، وقُم من مكانك دقيقتين، وبعدين تعالى للباب التاني.

بنك مسائل الباب الأول (20 مسألة محلولة)

يا نجم، الباب الأول أكتر باب بيتحط منه في الامتحان. لو حليت الـ 20 مسألة دي بإيدك، اعتبر إنك ماسك الباب من كل نواحيه — SUVAT، عجلة متغيرة، رسوم بيانية، وحركة نسبية.

م1 — SUVAT كلاسيكية

السؤال: سيارة تتحرك بسرعة 20 m/s ثم تفرمل بعجلة −4 m/s². أوجد المسافة حتى تقف والزمن.

الحل:

$v^2 = u^2 + 2as \rightarrow 0 = 400 - 8s \rightarrow s = \mathbf{50\ m}$.

$v = u + at \rightarrow 0 = 20 - 4t \rightarrow t = \mathbf{5\ s}$.

الإجابة: s = 50 m, t = 5 s

م2 — مرحلتين

السؤال: جسم انطلق من السكون بعجلة 2 m/s² لمدة 10 s، ثم استمر بسرعة منتظمة 15 s. أوجد المسافة الكلية.

الحل:

$v_1 = 20$ m/s, $s_1 = ½·2·100 = 100$ m. $s_2 = 20·15 = 300$ m. الكلي = **400 m**.

الإجابة: 400 m

م3 — تلاقي جسمين

السؤال: جسم A ينطلق من السكون بعجلة 2 m/s^2. بعد 3 ثواني، جسم B ينطلق من نفس النقطة بسرعة 12 m/s ثابتة. متى يلتقيان؟

الحل:

زمن A = t، زمن B = t − 3. مسافة $A = ½·2·t^2 = t^2$. مسافة $B = 12(t-3)$.

$t^2 = 12t - 36 \rightarrow t^2 - 12t + 36 = 0 \rightarrow (t-6)^2 = 0$ → **t = 6 s**.

الإجابة: t = 6 s

م4 — عجلة كدالة في t

السؤال: جسم يتحرك من السكون بعجلة $a = 6t - 12$ m/s^2. أوجد v و s عند t = 4.

الحل:

$v = \int a\,dt = 3t^2 - 12t + C$. عند $v(4) = 48 - 48$. $t=0, v=0 \rightarrow C=0$ → **0**.

$s = \int v\,dt = t^3 - 6t^2 + C'$. $s(4) = 64 - 96$ = **−32 m**.

الإجابة: v = 0, s = −32 m

م5 — عجلة كدالة في s

السؤال: جسم يتحرك بعجلة $a = 3s^2$، وعند s=0 كانت v=2. أوجد v عند s=2.

الحل:

$\int_2^v v\,dv = \int_0^2 3s^2\,ds \rightarrow (v^2-4)/2 = 8 \rightarrow v^2 = 20 \rightarrow v\,dv = a\,ds$ → **v ≈ 4.47 m/s**.

الإجابة: v ≈ 4.47 m/s

م6 — عجلة كدالة في v

السؤال: جسم يتحرك بعجلة $a = -0.5 \cdot v$، وعند $t=0$ كانت $v=10$. أوجد v عند $t=4$.

الحل:

$dv/dt = -0.5v \rightarrow dv/v = -0.5\,dt \rightarrow \ln v = -0.5t + C$ عند $t=0$: $C = \ln 10$.

$v = 10 \cdot e^{-2} \rightarrow \ln(v/10) = -2 \approx$ **1.35 m/s**.

الإجابة: $v \approx 1.35$ m/s

م7 — سقوط حر مع مقاومة

السؤال: أُلقي حجر رأسياً لأعلى بسرعة 30 m/s من ارتفاع 5 m. متى يصل الأرض؟ (g=10)

الحل:

$s = ut - \frac{1}{2}gt^2$ مع الاعتبار للاتجاه: $-5 = 30t - 5t^2 \rightarrow 5t^2 - 30t - 5 = 0 \rightarrow t^2 - 6t - 1 = 0$.

$t = (6 + \sqrt{40})/2 = 3 + \sqrt{10} \approx$ **6.16 s**.

الإجابة: $t \approx 6.16$ s

م8 — أعلى ارتفاع

السؤال: قذفة رأسياً لأعلى بسرعة 40 m/s. أوجد أعلى ارتفاع وزمن الوصول له. (g=10)

الحل:

$H = u^2/(2g) = 1600/20 =$ **80 m**. $t = u/g =$ **4 s**.

الإجابة: $H = 80$ m, $t = 4$ s

م9 — الحركة النسبية

السؤال: قطاران يتحركان في نفس الاتجاه: A بسرعة 30 m/s و B بسرعة 20 m/s. سرعة A نسبة إلى B؟

الحل:

v_{A/B} = v_A − v_B = **10 m/s** في اتجاه حركة A.

الإجابة: 10 m/s

م10 — مقاومة الهواء

السؤال: جسم يسقط بعجلة a = g − k·v. أثبت أن السرعة القصوى v_max = g/k.

الحل:

السرعة القصوى لما a=0 ⟵ g − k·v_max = 0 ⟵ **v_max = g/k**.

الإجابة: v_max = g/k

م11 — رسم v–t

السؤال: من رسم v–t: v ترتفع خطياً من 0 إلى 20 m/s في 10 s، ثم تظل ثابتة 10 s، ثم تقل خطياً إلى 0 في 5 s. أوجد المسافة الكلية.

الحل:

مساحة تحت المنحنى = مثلث + مستطيل + مثلث = ½·20·10 + 20·10 + ½·20·5 = 100+200+50

= **350 m**.

الإجابة: 350 m

م12 — تغيير اتجاه

السؤال: جسم يتحرك بسرعة $v = t^2 - 6t + 5$. متى يغير اتجاهه؟

الحل:

$(t-1)(t-5) = 0 \rightarrow t^2 - 6t + 5 = 0 \rightarrow v = 0 \rightarrow$ **$t = 1$ s و $t = 5$ s.**

الإجابة: $t = 1$ s, 5 s

م13 — سرعة متوسطة

السؤال: جسم قطع نصف المسافة بسرعة 20 m/s والنصف الثاني بسرعة 30 m/s. أوجد السرعة المتوسطة.

الحل:

لنفرض المسافة الكلية = 2s. الزمن = s/12 = s(3+2)/60 = s/30 + s/20. المتوسط = 2s/(s/12) = **24 m/s.**

الإجابة: 24 m/s

م14 — إزاحة كلية vs مسافة

السؤال: جسم تحرك 40 m شرقاً ثم رجع 30 m غرباً. أوجد المسافة والإزاحة.

الحل:

المسافة = 70 m (كل ما قطعه). الإزاحة = 40 − 30 = **10 m شرقاً.**

الإجابة: d = 70 m, إزاحة = 10 m شرقاً

م15 — عجلة معطاة زمنياً على مراحل

السؤال: جسم تحرك 20 s بعجلة 1 m/s^2، ثم توقّف عجلته 30 s (سرعة ثابتة)، ثم عجلة −2 m/s^2 حتى الوقوف. المسافة؟

الحل:

$v_1 = 20$. $s_1 = ½·1·400 = 200$. $s_2 = 20·30 = 600$. زمن الوقوف = 10 $s_3 = ½·20·10$ = 100. الكلي = **900 m.**

الإجابة: 900 m

م16 — لقاء وجهاً لوجه

السؤال: قطاران متقابلان: A سرعته 15 m/s و B سرعته 20 m/s، والمسافة بينهما 350 m. متى يلتقيان؟

الحل:

السرعة النسبية = 35 t = 350/35 → m/s = **10 s.**

الإجابة: 10 s

م17 — a كدالة في s (نموذج امتحان)

السؤال: جسم عجلته $a = 4s + 2$، وعند s=0 كانت v=3. أوجد v عند s=2.

الحل:

$v^2 = 33 \rightarrow 12 = 8+4 = 2s^2+2s|_0^2 = (v^2-9)/2 \rightarrow v\,dv = (4s+2)\,ds \rightarrow$ **$v \approx 5.74$ m/s.**

الإجابة: $v \approx 5.74$ m/s

م18 — قطار يوقف عند محطة

السؤال: قطار سرعته 25 m/s. يريد الوقوف عند محطة تبعد 156.25 m. أوجد أقل عجلة تفريز مطلوبة.

الحل:

$v^2 = u^2 + 2as \rightarrow 0 = 625 + 2a\cdot 156.25 \rightarrow a = -625/312.5 = -2$ **m/s²**.

الإجابة: |a| = 2 m/s²

م19 — سقوط من شرفة

السؤال: أُلقيت كرة من أعلى مبنى ارتفاعه 45 m. متى تصل الأرض وبأي سرعة؟ (g=10)

الحل:

$45 = 5t^2 \rightarrow s = \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow$ **t = 3 s**. $v = gt =$ **30 m/s**.

الإجابة: t = 3 s, v = 30 m/s

م20 — عجلة تعتمد على v^2 (مسألة تحدي)

السؤال: جسم عجلته $a = -0.02\cdot v^2$، وعند s=0 كانت v=50. أوجد v عند s=25.

الحل:

$v\,dv/ds = -0.02\,v^2 \rightarrow dv/v = -0.02\,ds \rightarrow \ln v = -0.02s + C$. عند s=0: $C = \ln 50$.

$\ln(v/50) = -0.5 \rightarrow v = 50\cdot e^{-0.5} \approx$ **30.33 m/s**.

الإجابة: v ≈ 30.33 m/s

الباب الثاني

المقذوفات (Projectiles)

﴿ وَمَا رَمَيْتَ إِذْ رَمَيْتَ وَلَٰكِنَّ اللَّهَ رَمَىٰ ﴾ — الأنفال: 17

الدرس 1: أساسيات المقذوف

المقذوف = جسم يتحرك في مستوى رأسي تحت تأثير الجاذبية بس (نُهمل الهواء).

تحليل السرعة الابتدائية

$u_x = u \cos \theta$ (سرعة أفقية ثابتة)

$u_y = u \sin \theta$ (سرعة رأسية تتأثر بـ g)

المعادلات في أي لحظة

المحور	السرعة	الإزاحة
الأفقي (x)	$v_x = u \cos \theta$	$x = u \cos \theta \cdot t$
الرأسي (y)	$v_y = u \sin \theta - g t$	$y = u \sin \theta \cdot t - ½ g t^2$

الكميات الأساسية

الزمن حتى القمة: $t\uparrow = u \sin \theta / g$

أقصى ارتفاع: $H = u^2 \sin^2\theta / (2g)$

زمن الطيران الكلي: $T = 2 u \sin \theta / g$

المدى الأفقي: $R = u^2 \sin 2\theta / g$

معادلة المسار: $y = x \cdot \tan \theta - (g x^2) / (2 u^2 \cos^2\theta)$

بالعامية: المقذوف = حركة SUVAT في محورين مستقلين. الأفقي ماشي بسرعة ثابتة، الرأسي شبه حركة السقوط الحر.

أقصى مدى

يحدث عندما $\sin 2\theta = 1 \rightarrow 2\theta = 90° \rightarrow \theta = 45°$.

وقتها $R_{max} = u^2/g$.

مثال 9

قُذف جسم بسرعة 50 m/s بزاوية 37° فوق الأفق. أوجد H, T, R. (g=10, sin 37=0.6, cos 37=0.8)

الحل: $u_x=40$, $u_y=30$.

$H = 30^2/20$ = **45 m**. $T = 60/10$ = **6 s**. $R = 40\cdot 6$ = **240 m**.

الدرس 2: المقذوف من ارتفاع

لو الجسم اتقذف من ارتفاع h فوق الأرض بزاوية θ وسرعة u، بنكتب معادلة الرأسي:

$$-h = u \sin\theta \cdot T - \tfrac{1}{2} g T^2$$

وبنحل المعادلة التربيعية في T ونختار القيمة الموجبة.

مثال 10

قُذف جسم أفقياً من قمة برج ارتفاعه 80 m بسرعة 20 m/s. أوجد: (أ) زمن الوصول للأرض. (ب) المدى.

الحل: رأسياً: $80 = 5t^2 \rightarrow h = \tfrac{1}{2} g t^2$ **$t = 4$ s.** أفقياً: $R = 20 \cdot 4 =$ **80 m.**

مثال 11 — مقذوف من ارتفاع بزاوية

قُذف جسم من ارتفاع 15 م بسرعة 20 m/s بزاوية 30° فوق الأفق. متى يصل للأرض؟ (g=10)

$-15 = 10t - 5t^2 \rightarrow t^2 - 2t - 3 = 0 \rightarrow (t-3)(t+1)=0$ **$t = 3$ s.** $\rightarrow u_y = 10,\ u_x = 10\sqrt{3}$.

$R = 10\sqrt{3} \cdot 3 \approx$ **51.96 m.**

الدرس 3: المقذوف على مستوى مائل

لو المقذوف بيسقط على مستوى مائل بزاوية β عن الأفق:

الحالة (أ): المستوى صاعد (المقذوف لأعلى)

$$R = 2u^2 \cos\theta \cdot \sin(\theta - \beta) / (g \cos^2\beta)$$

وأقصى مدى عند $\theta = 45° + \beta/2$.

الحالة (ب): المستوى نازل (المقذوف لأسفل)

$$R = 2u^2 \cos\theta \cdot \sin(\theta + \beta) / (g \cos^2\beta)$$

وأقصى مدى عند $\theta = 45° - \beta/2$.

الطريقة السهلة (طريقة السكشن م. عبدالمعز): دوّر المحاور بزاوية β فتصبح g بمركبتين: $g \cos\beta$ عمودي على المستوى، $g \sin\beta$ موازي. والسرعة الابتدائية بمركبتيها اللي بتحرك على طول المستوى وعمودي عليه. عند وصول الجسم للمستوى، الإزاحة العمودية = 0.

مثال 12

قُذف جسم من قاعدة مستوى مائل بزاوية 30°، بسرعة u = 40 وبزاوية 60° عن الأفق. احسب المدى على المستوى. (g=10)

$R = 2 \cdot 1600 \cdot \cos 60 \cdot \sin(60-30) / (10 \cdot \cos^2 30) = 2 \cdot 1600 \cdot 0.5 \cdot 0.5 / (10 \cdot 0.75) = 800/7.5 \approx$ **106.7 m.**

الدرس 4: المقذوف يصطدم بحائط / يمر بنقطة

لو الجسم لازم يمر بنقطة (x_o, y_o) أو يصطدم بحائط عمودي على بُعد d:

عوّض في معادلة المسار: $y = x \tan\theta - g x^2 / (2 u^2 \cos^2\theta)$ بالمعطيات، وحل للمجهول (u أو θ).

مثال 13

حائط ارتفاعه 10 m ويبعد 20 m. لو قُذف جسم بسرعة 20 m/s، عند أي زاوية يمر فوق الحائط بمقدار قليل جداً؟ (اجعل النقطة (20, 10)، g=10)

$10 = 20 \tan\theta - 5(1+\tan^2\theta)$ $= 20 \tan\theta - 5 \sec^2\theta$ $= \tan\theta - 10\cdot400 / (2\cdot400\cdot\cos^2\theta)$

$(\tan\theta-1)(\tan\theta-3)=0$ → $\tan^2\theta - 4\tan\theta + 3 = 0$ → $\theta = 45°$ أو **71.57°**.

القاعدة: لأي (x, y) في متناول المقذوف، يوجد زاويتان يمكن الرمي بهما — واحدة "منخفضة" وواحدة "مرتفعة".

الدرس 5: خواص المدى والزمن المتساوي

خاصية المدى المتساوي

لأي زاوية θ، الزاوية المكمّلة $90° - \theta$ بتدّي نفس المدى على المستوى الأفقي.
لكن الزاويتين مختلفتين في H و T.

$$R(\theta) = R(90° - \theta) = u^2 \sin 2\theta / g$$

العلاقة بين الأزمنة

$$T_1 \cdot T_2 = 2R / g$$

مثال 14

جسم قُذف بسرعة 40 m/s بزاويتي 30° و 60°. أثبت إن المدى واحد واحسبه.

$R = 1600 \cdot \sin 60 / 10 = 138.56$ m لنفس القيمتين. ✔

تمام يا نجم! خلصنا المقذوفات — دي كانت أمتع جزء في المنهج بصراحة. استرح، وتعال للجزء الأنيق: الحركة على منحنى.

بنك مسائل الباب الثاني (15 مسألة محلولة)

يا بطل، المقذوفات دايماً في الامتحان. المفتاح: **افصل الحركة الأفقية عن الرأسية.** لو ركّزت على ده، مفيش مسألة هتصعب عليك.

م1 — مدى أفقي

السؤال: قُذف بسرعة 40 m/s وزاوية 30°. أوجد المدى الأفقي وزمن التحليق. (g=10)

الحل:

$R = u^2 \sin 2\theta / g = 1600 \cdot \sin 60/10 = 160 \cdot 0.866 = \mathbf{138.56\ m}$.

$T = 2u \sin\theta / g = 80 \cdot 0.5/10 = \mathbf{4\ s}$.

الإجابة: R ≈ 138.56 m, T = 4 s

م2 — أعلى ارتفاع

السؤال: قذفة بسرعة 50 m/s وزاوية 53°. أوجد H. (sin53=0.8, g=10)

الحل:

$H = u^2 \sin^2\theta / (2g) = 2500 \cdot 0.64/20 = \mathbf{80\ m}$.

الإجابة: 80 m

م3 — مقذوف أفقي

السؤال: قُذف من ارتفاع 45 m بسرعة أفقية 20 m/s. أوجد المسافة الأفقية للسقوط. (g=10)

الحل:

زمن السقوط: $45 = 5t^2 \rightarrow t = 3$ s. المدى = 20·3 = **60 m.**

الإجابة: 60 m

م4 — يمر بنقطة معلومة

السؤال: قذفة من الأرض بسرعة 30 m/s وزاوية 60°. أوجد ارتفاعها عند x = 20 m. (g=10)

الحل:

$y = x \tan\theta - gx^2/(2u^2\cos^2\theta) = 20\cdot\sqrt{3} - 10\cdot400/(2\cdot900\cdot0.25) = 34.64 - 8.89 =$ **25.75 m.**

الإجابة: y ≈ 25.75 m

م5 — سرعة عند نقطة

السؤال: قذفة بسرعة 25 m/s زاوية 37°. أوجد سرعتها بعد 1 s. (sin37=0.6, cos37=0.8, g=10)

الحل:

vx = 25·0.8 = 20 (ثابت). $|v| = \sqrt{(400+25)} = \sqrt{425} = 20.62$. vy = 25·0.6 − 10·1 = 5 **m/s.**

الإجابة: ≈ 20.62 m/s

م6 — سطح مائل (لأعلى)

السؤال: قذفة من أسفل مستوى مائل زاوية $\alpha=30°$ بسرعة $u=20$ m/s تصنع 60° مع الأفقي. أوجد المدى على المائل. (g=10)

الحل:

R على مائل: $R = 2u^2 \cos\theta \cdot \sin(\theta-\alpha) / (g \cos^2\alpha)$ حيث θ من الأفقي.

$R = 2\cdot400\cdot\cos60\cdot\sin30/(10\cdot\cos^2 30) = 800\cdot0.5\cdot0.5/(10\cdot0.75) = 200/7.5$ = **26.67 m.**

الإجابة: R ≈ 26.67 m

م7 — سطح مائل (لأسفل)

السؤال: قذفة من قمة تل مائل 30° لأسفل، بسرعة 15 m/s أفقياً. متى تصل الأرض المائلة؟ (g=10)

الحل:

معادلة الأرض: $y = -x \tan 30$. حركة: $x = 15t,\ y = -5t^2$. $-5t^2 = -15t\cdot\tan30 = -5\sqrt{3}\cdot t \rightarrow t = 3\sqrt{3} \approx$ **1.73 s.**

الإجابة: t ≈ 1.73 s

م8 — اصطدام بحائط

السؤال: قذفة بسرعة 30 m/s زاوية 45° تصطدم بحائط رأسي يبعد 40 m. أوجد ارتفاع الاصطدام. (g=10)

الحل:

$vx = 30\cdot\cos45 \approx 21.21$. $t = 40/21.21 \approx 1.886$. $y = 21.21\cdot1.886 - 5\cdot1.886^2 = 40 - 17.78 \approx$ **22.22 m.**

الإجابة: y ≈ 22.22 m

م9 — زاويتان يعطيان نفس المدى

السؤال: أثبت أن الزوايا (θ) و $(90-\theta)$ تعطي نفس المدى.

الحل:

$R = u^2 \sin 2\theta / g$. لـ $(90-\theta)$: $\sin(180-2\theta) = \sin 2\theta$. **نفس المدى.**

الإجابة: $\sin 2\theta = \sin(180-2\theta)$

م10 — الزاوية المُثلى

السؤال: أثبت أن أقصى مدى عند $\theta=45°$.

الحل:

$R = u^2 \sin 2\theta / g$. أقصى قيمة لـ $\sin 2\theta$ هي 1 عند $2\theta = 90°$ ← $\theta=45°$. عندها $R_max = u^2/g$.

الإجابة: $\theta = 45°$

م11 — من قمة مبنى بزاوية

السؤال: قُذف من ارتفاع 20 m بسرعة 25 m/s وزاوية 37°. أوجد زمن الوصول للأرض. $(g=10)$

الحل:

$-20 = (t-4)(t+1)=0 \rightarrow t^2 - 3t - 4 = 0 \rightarrow 15t - 5t^2$ ← $t = 4$ s.

الإجابة: 4 s

م12 — أقل سرعة

السؤال: قذفة من الأرض تريد الوصول لسقف على ارتفاع 20 m ويبعد 40 m. أوجد أقل سرعة قذف. (g=10)

الحل:

من $y = x \tan\theta - gx^2/(2u^2\cos^2\theta)$ و بمعادلة الشرط للأقل سرعة نجد θ يحقق $\tan 2\theta = y/x$ شرط الحد الأدنى.

بحساب مباشر: يمكن إثبات $u_min^2 = g(y + \sqrt{(x^2+y^2)}) = 10(20 + \sqrt{2000}) = 10(20 + 44.72) = 647.2$ → **u ≈ 25.44 m/s**.

الإجابة: u_min ≈ 25.44 m/s

م13 — زمن مساوٍ لارتفاع معين

السؤال: قذفة تُقذف بسرعة 30 m/s وزاوية 53°. متى يكون ارتفاعها 20 m؟ (sin53=0.8, g=10)

الحل:

$y = 24t - 5t^2 \rightarrow 20 = 24t - 5t^2 \rightarrow 5t^2 - 24t + 20 = 0 \rightarrow t = (24 \pm \sqrt{(576-400)})/10$

$= (24 \pm 176\sqrt{})/10$.

$t \approx 1.07$ s (صاعد) أو $t \approx 3.73$ s (هابط).

الإجابة: t ≈ 1.07 s أو 3.73 s

م14 — سرعة و اتجاه عند لحظة

السؤال: قذفة بسرعة 40 m/s زاوية 60°. أوجد الاتجاه بعد 2 s. (g=10)

الحل:

$v_x = 40 \cdot 0.5 = 20$. $v_y = 40 \cdot (\sqrt{3}/2) - 20 = 34.64 - 20 = 14.64$.

$\tan\alpha = 14.64/20 = 0.732 \rightarrow \alpha \approx 36.2°$ **فوق الأفقي.**

الإجابة: $\alpha \approx 36.2°$

م15 — سؤال تحدي

السؤال: قذفة تُقذف من الأرض بسرعة 20 m/s وزاوية 45°. جسم ثاني قُذف من ارتفاع 10 m أفقياً بسرعة 20 m/s. أيهما يصل الأرض أولاً؟ (g=10)

الحل:

الأول: $T = 2u\sin\theta/g = 2 \cdot 20 \cdot (\sqrt{2}/2)/10 = 2\sqrt{2} \approx 2.83$ s.

الثاني: $-10 = -5t^2 \rightarrow t = \sqrt{2} \approx 1.41$ s. **الثاني يصل أولاً.**

الإجابة: الثاني (1.41 s)

الباب الثالث

الحركة على مسار منحني

﴿ كُلٌّ فِي فَلَكٍ يَسْبَحُونَ ﴾ — يس: 40

الدرس 1: الإحداثيات الكارتيزية (x, y)

لو المسار موصوف بمعادلتين $x = f(t)$ و $y = g(t)$، فإن:

$$v_x = dx/dt \,,\; v_y = dy/dt$$

$$a_x = d^2x/dt^2 \,,\; a_y = d^2y/dt^2$$

$$|v| = \sqrt{(v_x^2 + v_y^2)} \,,\; |a| = \sqrt{(a_x^2 + a_y^2)}$$

مثال 15

جسيم $x = 3t^2,\ y = t^3 - 4t$. أوجد السرعة والعجلة عند $t=2$.

$v_x = 6t = 12,\ v_y = 3t^2 - 4 = 8 \rightarrow |v| = \sqrt{(144+64)} = \sqrt{208} \approx$ **14.42**.

$a_x = 6,\ a_y = 6t = 12 \rightarrow |a| = \sqrt{(36+144)} = \sqrt{180} \approx$ **13.42**.

الدرس 2: الإحداثيات المماسية–الطبيعية (t, n)

هنا بنحلل السرعة والعجلة على محور **مماس للمنحنى** ومحور **عمودي عليه للداخل**.

السرعة كلها في اتجاه المماس: $v = ds/dt$

العجلة لها مركبتان:

$a_t = v \cdot dv/ds = dv/dt$ (تغيّر في المقدار)

$a_n = v^2 / \rho$ (تغيّر في الاتجاه، دايماً للمركز)

$|a| = \sqrt{(a_t^2 + a_n^2)}$

نصف قطر التقوس (Radius of Curvature) ρ

$$\rho = (1 + (dy/dx)^2)^{3/2} / |d^2y/dx^2|$$

بالعامية: ρ هو "نصف قطر الدائرة اللي بتلامس المنحنى في النقطة دي". كل ما المسار يكون منحنى شديد، ρ يبقى صغير و a_n يبقى كبير.

مثال 16

سيارة تتحرك على منحنى نصف قطره 200 m بسرعة ثابتة 20 m/s. أوجد العجلة الكلية.

$a_t = 0$ (سرعة ثابتة). $a_n = 400/200 = 2$ **m/s²** باتجاه المركز.

مثال 17

جسم يتحرك على منحنى $y = x^2/20$. أوجد ρ عند x=0.

$dy/dx = x/10 = 0$, $d^2y/dx^2 = 1/10 \rightarrow \rho = 1/(1/10) = 10$ **m**.

الدرس 3: الإحداثيات القطبية (r, θ) — Polar

موضع الجسم موصوف بـ بُعده r عن الأصل وزاوية θ عن محور مرجعي.

السرعة:

$\dot{r} = dr/dt = v_r$ (شعاعية — على امتداد r)

$r \cdot \dot{\theta} = v_\theta$ (عرضية — عمودية على r)

$|v| = \sqrt{(\dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2)}$

العجلة:

$\ddot{r} - r\,\dot{\theta}^2 = a_r$ (شعاعية)

$r\,\ddot{\theta} + 2\,\dot{r}\,\dot{\theta} = a_\theta$ (عرضية)

$|a| = \sqrt{(a_r^2 + a_\theta^2)}$

بالعامية: فكّر إن الجسم على "خيط بيطول ويقصر" (r) وبيلف حواليك بزاوية (θ). كل قانون فيه جزء بسبب التطويل، وجزء بسبب اللف.

مثال 18

جسيم يتحرك بحيث $r = 2t^2$, $\theta = t^3$ (rad). أوجد السرعة والعجلة عند t=1.

$r = 2$. $\dot{\theta} = 3t^2 = 3$, $\ddot{\theta} = 6t = 6$. $\dot{r} = 4t = 4$, $\ddot{r} = 4$.

$v_r = 4$, $v_\theta = 2\cdot3 = 6 \rightarrow |v| = \sqrt{(16+36)} = \sqrt{52} \approx 7.21$.

$a_r = 4 - 2\cdot9 = -14$. $a_\theta = 2\cdot6 + 2\cdot4\cdot3 = 36 \rightarrow |a| = \sqrt{(196+1296)} = \sqrt{1492} \approx 38.63$.

تنبيه شائع: ما تنساش الـ 2 في $2\dot{r}\dot{\theta}$ — دي مركبة Coriolis وناس كتير بينسوها.

الدرس 4: منحنيات خاصة (Spiral, Cardioid, Lemniscate)

Spiral (المارّة الحلزونية): $r = a\cdot\theta$

مع الزمن θ بيزيد، فـ r بيكبر خطياً. مثال:

مثال 19

$r = 2\theta,\ \theta = t^2$. أوجد السرعة عند t=1.

$\dot{r} = 2\dot{\theta} = 4$. $v_r=4,\ v_\theta=2\cdot2=4 \rightarrow |v|=\sqrt{32}$ = **5.66**. $r=2,\ \theta=2t=2,\ \dot{\theta}=2$. $\ddot{\theta}=1$

Cardioid: $r = a(1 - \cos\theta)$

شكل قلبي. $\dot{r} = a\cdot\sin\theta\cdot\dot{\theta},\ \ddot{r} = a(\cos\theta\cdot\dot{\theta}^2 + \sin\theta\cdot\ddot{\theta})$.

Lemniscate: $r^2 = a^2\cdot\cos 2\theta$

شكل رقم 8. اشتق ضمنياً: $2r\cdot\dot{r} = -2a^2\cdot\sin 2\theta\cdot\dot{\theta} \rightarrow \dot{r} = -a^2\sin 2\theta\cdot\dot{\theta} / r$.

مثال 20

$r = 4(1 - \cos\theta),\ \theta = 2t$. عند $t = \pi/8$: $\theta = \pi/4$.

$\dot{r} = 4\cdot\sin(\pi/4)\cdot2 \approx 5.657$. $r = 4(1 - \sqrt{2}/2) \approx 1.172$. $\dot{\theta} = 0$. $\ddot{\theta} = 2$.

$|v| \rightarrow v_r = 5.657,\ v_\theta = 1.172\cdot2 = 2.344 \approx$ **6.12**.

شاطر! الباب ده كان أصعب باب، وخلصته. حماس الآن للأخير: قوانين نيوتن.

بنك مسائل الباب الثالث (15 مسألة محلولة)

الباب ده أصعب باب في الديناميكا الإعدادي، خصوصاً الـ Polar coordinates. لو حليت الـ 15 دول بإيدك، تكون فاهمه كويس جداً.

م1 — قطبيات: v و a

السؤال: جسيم $r = 4t^2$, $\theta = t$. أوجد v_r, v_θ, a_r, a_θ عند t=1.

الحل:

$r = 4$. $\dot{\theta} = 1$, $\ddot{\theta} = 0$. $\dot{r} = 8t = 8$, $\ddot{r} = 8$.

$v_r = 8$, $v_\theta = 4\cdot 1 = 4$.

$a_r = 8 - 4\cdot 1 = 4$. $a_\theta = 4\cdot 0 + 2\cdot 8\cdot 1 = 16$.

الإجابة: v = (8, 4), a = (4, 16)

م2 — سرعة كلية

السؤال: من مسألة (م1) أوجد |v|.

الحل:

$|v| = \sqrt{(64+16)} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5} \approx 8.94$.

الإجابة: ≈ 8.94

م3 — نصف قطر التقوس لدائرة

السؤال: لدائرة $x^2 + y^2 = 25$. أوجد ρ.

الحل:

دائرة نصف قطرها 5 → **ρ = 5** (ثابت في كل النقاط).

الإجابة: ρ = 5

م4 — نصف قطر لقطع مكافئ

السؤال: منحنى $y = x^2/4$. أوجد ρ عند (1 ,2).

الحل:

$y' = x/2 = 1$. $y'' = 1/2$. $\rho = (1+1)^{3/2}/(1/2) = 2\sqrt{2}/(0.5)$ = **$4\sqrt{2} \approx 5.66$.**

الإجابة: ≈ 5.66

م5 — a_t و a_n

السؤال: جسم يتحرك على منحني بسرعة $v = 3t^2$ وعجلة تماسية $a_t = dv/dt = 6t$. عند t=2 على مسار نصف قطر تقوسه 10 m. أوجد |a|.

الحل:

$v(2) = 12$. $a_t = 12$. $a_n = v^2/\rho = 144/10 = 14.4$. $|a| = \sqrt{(144+207.36)} = \sqrt{351.36}$ ≈ **18.75 m/s².**

الإجابة: ≈ 18.75 m/s²

م6 — قطبيات: مسار r=2 ثابت

السؤال: جسم r=2, θ = 3t. أوجد v, a.

الحل:

$\dot{r}=0$, $\ddot{r}=0$. $\dot{\theta}=3$, $\ddot{\theta}=0$.

$v_r = 0$, $v_\theta = 6$. $|v| = 6$.

$a_r = -2\cdot 9 = -18$. $a_\theta = 0$. $|a| = 18$ (نحو المركز).

الإجابة: $|v|=6$, $|a|=18$

م7 — Spiral: r = θ

السؤال: جسم على r = θ، $\dot{\theta}$ = 2t. أوجد v_r و v_θ عند t=1.

الحل:

$r = 2$, $\dot{r} = \ddot{\theta} = 2$. $\dot{\theta} = 2$, $\ddot{\theta} = 2$.

$v_r = 2$, $v_\theta = 2\cdot 2 = 4$.

الإجابة: $v_r=2$, $v_\theta=4$

م8 — Cardioid r = a(1+cosθ)

السؤال: أوجد $\dot{r}$ لجسم على cardioid r = 4(1+cos θ)، $\dot{\theta}$ = 3.

الحل:

$\dot{r} = dr/dt = -4 \sin\theta \cdot \dot{\theta} = -12 \sin\theta$.

الإجابة: $\dot{r} = -12 \sin\theta$

م9 — Circle كـ polar

السؤال: دائرة نصف قطرها 3 حول الأصل، سرعة زاوية ثابتة 2 rad/s. أوجد a_r و a_θ.

الحل:

r=3 ثابت → a_r = −3·4 = **−12**. ṙ=r̈=0. θ̇=2, θ=0. a_θ = 0.

الإجابة: a_r=−12, a_θ=0

م10 — سرعة زاوية متغيرة

السؤال: جسم على دائرة نصف قطرها 5، وزاوية $\theta = t^2$. أوجد a_r و a_θ عند t=1.

الحل:

r=5. a_r = 0 − 5·4 = **−20**. θ̇=2t=2, θ=2. a_θ = 5·2 + 0 = **10**.

الإجابة: a_r=−20, a_θ=10

م11 — قطبيات: $r = t^2$, $\theta = t$

السؤال: أوجد |v| و |a| عند t=2.

الحل:

r=4. θ̇=1, θ=0. ṙ = 2t = 4, r̈ = 2.

|v|=√32≈5.66. v_r=4, v_θ=4.

|a|=√68≈8.25. a_r=2−4·1=−2. a_θ=0+2·4·1=8.

الإجابة: |v|≈5.66, |a|≈8.25

م12 — الزاوية بين v و r

السؤال: من (م11) أوجد ψ الزاوية بين المتجه v والاتجاه الشعاعي.

الحل:

$\tan \psi = v_\theta / v_r = 4/4 = 1 \rightarrow \psi = 45°$.

الإجابة: 45°

م13 — نصف قطر تقوس عند نقطة معلومة

السؤال: منحنى $y = \sin x$. أوجد ρ عند (0, 0).

الحل:

$y' = \cos x = 1$, $y'' = -\sin x = 0$. $\rho = (1+1)^{3/2}/|0| \rightarrow \infty$ (نقطة انعطاف).

الإجابة: ρ → ∞

م14 — منحني عام

السؤال: جسم على منحني بسرعة v ثابتة = 10 m/s و ρ = 25 m. أوجد a_t و a_n و |a|.

الحل:

$a_t = 0$ (سرعة ثابتة). $a_n = v^2/\rho = 100/25 = 4 \rightarrow |a| = 4\ m/s^2$.

الإجابة: 4 m/s²

م15 — تحدي polar

السؤال: جسم r = e^t, θ = t. أوجد النسبة v_r/v_θ عند أي t.

الحل:

r = r·1 = r. v_θ = r. v_r = r. ṙ = e^t. النسبة = **1** (زاوية 45° دائماً — spiral لوغاريتمي).

الإجابة: النسبة = 1

الباب الرابع

قوانين نيوتن للحركة

﴿ اللَّهُ الَّذِي رَفَعَ السَّمَاوَاتِ بِغَيْرِ عَمَدٍ تَرَوْنَهَا ﴾ — الرعد: 2

الدرس 1: قوانين نيوتن ومخطط الجسم الحر

القوانين الثلاثة

1. **القصور الذاتي:** الجسم يستمر في حالته ما لم تؤثر عليه قوة.
2. $\mathbf{\Sigma F = m \cdot a}$ — القوة المحصلة = الكتلة × العجلة.
3. **الفعل ورد الفعل:** لكل فعل رد فعل مساوٍ ومضاد في الاتجاه.

خطوات حل أي مسألة نيوتن

1. ارسم مخطط الجسم الحر (FBD) — كل القوى المؤثرة.
2. اختر محاور (x, y) — عادة على طول الحركة.
3. حلل القوى واكتب $\Sigma F_x = ma_x$ و $\Sigma F_y = ma_y$.
4. حل المعادلات للمجاهيل.

مثال 21

جسم كتلته 5 kg على سطح أفقي أملس، أُثّرت عليه قوة أفقية 20 N. احسب العجلة.

$a = F/m = 20/5 = 4$ **m/s²**.

الدرس 2: الاحتكاك، المستوى المائل، البكرات

الاحتكاك

$$f_s \le \mu_s \cdot N \text{ (سكوني)} \,,\; f_k = \mu_k \cdot N \text{ (حركي)}$$

المستوى المائل بزاوية θ (بدون احتكاك)

مكوّن الوزن على المستوى (يسحب لأسفل): $W \sin\theta = m g \sin\theta$

مكوّن الوزن العمودي على المستوى (يحدد N): $N = m g \cos\theta$

العجلة على المستوى (لأسفل): $a = g \sin\theta$

مع الاحتكاك

$$a = g(\sin\theta - \mu\cos\theta)$$

مثال 22

جسم كتلته 10 kg على مستوى مائل 30°، $\mu = 0.2$. أوجد العجلة. (g=10)

$(\sqrt{3}/2)) = 10(0.5 - 0.173) = a = 10(0.5 - 0.2\cdot$ **3.27 m/s².**

بكرة أتوود (Atwood Machine)

كتلتان m_1 و m_2 $(m_1 > m_2)$ معلقتان على جانبي بكرة أملس:

$$a = (m_1 - m_2)\, g / (m_1 + m_2)$$

$$T = 2\, m_1 m_2\, g / (m_1 + m_2)$$

مثال 23

$m_1 = 6$ kg, $m_2 = 4$ kg. $a = (6-4)\cdot 10/10 =$ **2 m/s².** $T = 2\cdot 6\cdot 4\cdot 10/10 =$ **48 N.**

الدرس 3: نيوتن في الإحداثيات (t, n)

لجسم يتحرك على مسار منحني:

$$\Sigma F_t = m \cdot a_t = m \cdot dv/dt$$

$$\Sigma F_n = m \cdot a_n = m \cdot v^2 / \rho \quad \text{(نحو مركز التقوس)}$$

مثال 24

سيارة كتلتها 800 kg تدور على منعطف نصف قطره 50 m بسرعة 20 m/s. ما القوة الأفقية المطلوبة (احتكاك)؟

$F = m\,v^2/\rho = 800 \cdot 400/50 =$ **6400 N** نحو المركز.

مثال 25 — كرة معلّقة في خيط تدور دائرياً

كرة كتلة 2 kg معلّقة بخيط طوله 1 m، تدور في مستوى أفقي بحيث الخيط يصنع 30° مع الرأسي.

رأسياً: $T \cos 30 = mg \rightarrow T = 20/0.866 =$ **23.09 N**.

أفقياً: $T \sin 30 = m\,v^2/r$ حيث $r = L \sin 30 = 0.5$.

$0.5 \cdot 23.09 = 2.89 \cdot 2 = v^2 \rightarrow v^2/0.5 \rightarrow$ **$v \approx 1.7$ m/s**.

الدرس 4: نيوتن في (r, θ) والزنبرك

القوى في القطبيات:

$$\Sigma F_r = m \cdot (\ddot{r} - r\,\dot{\theta}^2)$$

$$\Sigma F_\theta = m \cdot (r\,\ddot{\theta} + 2\,\dot{r}\,\dot{\theta})$$

الزنبرك (Spring)

قانون هوك: $F = -k \cdot x$ حيث k ثابت الزنبرك و x الانضغاط/الشد.

مثال 26

جسم كتلته 3 kg متصل بزنبرك ثابته 12 N/m. لو أزيح 0.2 m عن موضع الاتزان، أوجد العجلة.

$F = 12 \cdot 0.2 = 2.4$ N → $a = 2.4/3 = 0.8$ **m/s²** نحو موضع الاتزان.

مثال 27 — نيوتن في polar

جسيم كتلة 0.5 kg يتحرك في مسار $r = 2$ m (ثابت)، $\theta = 3$ rad/s ثابتة. القوى الشعاعية؟

$\dot{r} = 0$, $\ddot{r} = 0$, $\dot{\theta} = 0$. $a_r = 0 - 2 \cdot 9 = -18$. $F_r = 0.5 \cdot (-18) = -9$ **N** (نحو المركز).

تمام كده! خلصنا الأبواب الأربعة. فاضل الملحق: نماذج امتحانات محلولة. لو حسّيت إن باب معين محتاج مذاكرة تانية، ارجعله دلوقتي قبل الملحق.

بنك مسائل الباب الرابع (15 مسألة محلولة)

نصيحة ذهبية: قبل ما تكتب F = ma، ارسم **مخطط جسم حر** (FBD). كل قوة تلمس الجسم = سهم في الرسمة. الرسمة هتحلّك 70% من المسألة.

م1 — قوة أفقية

السؤال: جسم كتلته 10 kg تدفعه قوة 40 N أفقياً على سطح أملس. أوجد a.

الحل:

40/10 = F/m = a = **4 m/s².**

الإجابة: 4 m/s²

م2 — مع احتكاك

السؤال: جسم كتلته 5 kg على سطح أفقي μ=0.2، قوة أفقية 20 N. أوجد a. (g=10)

الحل:

(20−10)/5 = a = 10, f = 50 = N = **2 m/s².**

الإجابة: 2 m/s²

م3 — قوة بزاوية

السؤال: قوة 50 N بزاوية 30° فوق الأفقي على جسم كتلته 10 kg (μ=0.1). أوجد a. (g=10)

الحل:

F_x = 50·cos30 ≈ 43.3. F_y = 50·sin30 = 25 (لأعلى).

a = (43.3 − 7.5)/10 = 3.58 m/s². f = 7.5. N = mg − 25 = 100 − 25 = 75.

الإجابة: ≈ 3.58 m/s²

م4 — مائل أملس

السؤال: جسم على مائل 30°، أملس. أوجد a. (g=10)

الحل:

a = g sin θ = 10·0.5 = 5 m/s².

الإجابة: 5 m/s²

م5 — مائل مع احتكاك

السؤال: مائل 45°، μk = 0.3. أوجد a. (g=10)

الحل:

a = g(sin θ − μ cos θ) = 10·(0.707 − 0.3·0.707) = 10·0.495 = 4.95 m/s².

الإجابة: ≈ 4.95 m/s²

م6 — أتوود بسيط

السؤال: بكرة أملس، $m_1=4$ kg, $m_2=6$ kg. أوجد a و T. (g=10)

الحل:

$a = g(m_2-m_1)/(m_1+m_2) = 10\cdot 2/10 = 2$ **m/s².**

$T = m_1(g+a) = 4\cdot 12 = 48$ **N.**

الإجابة: a=2, T=48

م7 — كتلتان متصلتان أفقياً

السؤال: كتلتان $m_1=3$, $m_2=2$ kg متلاصقتان على سطح أملس، قوة 20 N على m_1. أوجد a وقوة الاتصال.

الحل:

$a = 20/5 = 4$ m/s². قوة m_1 على $m_2 = m_2\cdot a = 8$ **N.**

الإجابة: a=4, F=8 N

م8 — منعطف أفقي

السؤال: سيارة 1000 kg على منعطف نصف قطره 100 m بسرعة 20 m/s. أوجد قوة الاحتكاك المطلوبة.

الحل:

$F = m v^2/\rho = 1000\cdot 400/100 = 4000$ **N.**

الإجابة: 4000 N

م9 — أقصى سرعة على منعطف

السؤال: منعطف $\rho=80$ m، $\mu=0.5$. أقصى سرعة؟ $(g=10)$

الحل:

$\mu mg = mv^2/\rho \rightarrow v^2 = \mu g\rho = 0.5\cdot10\cdot80 = 400 \rightarrow$ **$v = 20$ m/s.**

الإجابة: 20 m/s

م10 — دائري رأسي — قمة

السؤال: كرة 1 kg تدور رأسياً في نهاية خيط طوله 0.5 m. أقل سرعة عند القمة يبقى الخيط مشدود؟

الحل:

عند الحد الأدنى $T=0 \rightarrow mg = mv^2/r \rightarrow v = \sqrt{(gr)} = \sqrt{5} =$ **2.24 m/s.**

الإجابة: ≈ 2.24 m/s

م11 — دائري رأسي — قاع

السؤال: من (م10) لو السرعة في القاع = 5 m/s. أوجد الشد. $(g=10)$

الحل:

$T = 10 + 25/0.5 \rightarrow T - mg = mv^2/r =$ **60 N.**

الإجابة: 60 N

م12 — زنبرك

السؤال: زنبرك ثابته 200 N/m انضغط 0.1 m. القوة؟

الحل:

$F = k \cdot x = 200 \cdot 0.1 = \mathbf{20\ N}$.

الإجابة: 20 N

م13 — نيوتن + مقذوف

السؤال: كرة 0.2 kg قُذفت بزاوية 45° بسرعة 20 m/s. أوجد المتجه الكلي للقوة أثناء التحليق. (g=10)

الحل:

القوة الوحيدة = الوزن = $mg = 0.2 \cdot 10 = \mathbf{2\ N}$ لأسفل.

الإجابة: 2 N لأسفل

م14 — أتوود بمائل

السؤال: m_1=4 kg على مائل أملس 30° متصلة عبر بكرة بـ m_2=3 kg معلقة. أوجد a. (g=10)

الحل:

لـ m_2: $m_2 g - T = m_2 a \rightarrow 30 - T = 3a$.

لـ m_1: $T - m_1 g \sin 30 = m_1 a \rightarrow T - 20 = 4a$.

بالجمع: $7a = 10 \rightarrow \mathbf{a \approx 1.43\ m/s^2}$.

الإجابة: ≈ 1.43 m/s²

م15 — نيوتن في polar

السؤال: جسم 2 kg يتحرك بحيث r=3 ثابت، θ=2 rad/s ثابتة. أوجد F_r.

الحل:

a_r = −3·4 = −12. F_r = 2·(−12) = **−24 N** (نحو المركز).

الإجابة: −24 N

الملحق

امتحانات محلولة

﴿ رَبِّ اشْرَحْ لِي صَدْرِي · وَيَسِّرْ لِي أَمْرِي ﴾ — طه: 25–26

8 مسائل مختارة من الميدترمز والفاينالز الفعلية للسنة الإعدادية.

مسائل محلولة

مسألة 1 — Erratic (a = f(v))

السؤال: جسم يتحرك من السكون بعجلة $a = 0.8\cdot\sqrt{(v^2 + 49)}$. أوجد **v** لما يقطع مسافة 50 m.

الحل:

مفيش $t \rightarrow v\,dv/ds = a \rightarrow v\,dv / \sqrt{(v^2+49)} = 0.8\,ds \rightarrow \int_0^v v\,dv/\sqrt{(v^2+49)} = 0.8\cdot s$.

التكامل = $\sqrt{(v^2+49)} - 7 = 0.8\cdot 50 = 40 \rightarrow \sqrt{(v^2+49)} = 47 \rightarrow v^2 = 2160 \rightarrow v \approx 46.48$ m/s.

الإجابة: v ≈ 46.48 m/s

مسألة 2 — SUVAT

السؤال: قطار انطلق من السكون بعجلة 1 m/s² لمدة 30 s، ثم بسرعة منتظمة لمسافة 900 m، ثم توقف في 10 s. أوجد المسافة الكلية.

الحل:

مرحلة 1: $v = 30$ m/s, $s_1 = ½\cdot 1\cdot 900 = 450$ m. مرحلة 2: $s_2 = 900$. مرحلة 3: $s_3 = ½\cdot 30\cdot 10 = 150$.

الإجابة: 1500 m

مسألة 3 — مقذوف يمر بنقطة

السؤال: جسم قُذف من الأرض بسرعة 30 m/s ويجب أن يمر فوق حائط ارتفاعه 15 m ويبعد 20 m. أوجد زاوية القذف الصغرى. (g=10)

الحل:

$y = x \tan\theta - gx^2/(2u^2\cos^2\theta) \rightarrow 15 = 20\tan\theta - 10\cdot 400/(2\cdot 900\cdot\cos^2\theta) = 20\tan\theta - 20/9\cdot\sec^2\theta$.

استخدم $\sec^2\theta = 1 + \tan^2\theta$. اجعل $T = \tan\theta$: $15 = 20T - (20/9)(1+T^2) \rightarrow 135 = 180T - 20T^2 \rightarrow 20T^2 - 180T + 155 = 0 \rightarrow 4T^2 - 36T + 31 = 0 \rightarrow T = (36 \pm \sqrt{(1296-496)})/8 = (36 \pm \sqrt{800})/8$.

$T \approx 0.964$ أو $8.036 \rightarrow \theta \approx 43.9°$ أو $82.9°$. الزاوية الصغرى $\approx 43.9°$.

الإجابة: $\theta \approx 43.9°$

مسألة 4 — Polar

السؤال: جسيم $r = 3t,\ \theta = t^2/2$. أوجد $|v|, |a|$ عند $t=2$.

الحل:

$r = 6.\ \dot\theta = t = 2,\ \ddot\theta = 1.\ \dot r = 3,\ \ddot r = 0$.

$v_r = 3,\ v_\theta = 6\cdot 2 = 12 \rightarrow |v| = \sqrt{(9+144)} = \sqrt{153} \approx 12.37$.

$a_r = 0 - 6\cdot 4 = -24.\ a_\theta = 6\cdot 1 + 2\cdot 3\cdot 2 = 18 \rightarrow |a| = \sqrt{(576+324)} = \sqrt{900} = 30$.

الإجابة: $|v| \approx 12.37,\ |a| = 30$

مسألة 5 — نصف قطر التقوس

السؤال: منحنى $y = x^2$. أوجد ρ عند $(1, 1)$.

الحل:

$dy/dx = 2x = 2$. $d^2y/dx^2 = 2$. $\rho = (1+4)^{3/2}/2 = 5\sqrt{5}/2 \approx 5.59$.

الإجابة: $\rho \approx 5.59$

مسألة 6 — نيوتن + احتكاك على مائل

السؤال: جسم كتلته 20 kg على مائل 37°، $\mu_k = 0.25$. أوجد العجلة أثناء الانزلاق. ($g=10$, $\sin 37=0.6$, $\cos 37=0.8$)

الحل:

$a = g(\sin\theta - \mu\cos\theta) = 10(0.6 - 0.25\cdot 0.8) = 10\cdot 0.4 = 4\ m/s^2$.

الإجابة: $a = 4\ m/s^2$

مسألة 7 — أتوود مع احتكاك

السؤال: $m_1 = 5$ kg معلقة، $m_2 = 3$ kg على سطح أفقي $\mu = 0.2$. أوجد a والشد. ($g=10$)

الحل:

الشد يسحب m_2: $T - \mu\cdot m_2\cdot g = m_2\cdot a$ وm_1 ينزل: $m_1\cdot g - T = m_1\cdot a$.

بالجمع: $m_1\cdot g - \mu\cdot m_2\cdot g = (m_1+m_2)\cdot a \rightarrow 50 - 6 = 8\cdot a \rightarrow a = 5.5\ m/s^2$.

$T = 5\cdot(10 - 5.5) = 22.5\ N$.

الإجابة: $a = 5.5\ m/s^2$, $T = 22.5\ N$

مسألة 8 — دائرية رأسية (نيوتن في t–n)

السؤال: كرة كتلتها 0.5 kg في نهاية خيط طوله 1 m، تدور في مستوى رأسي. عند القمة سرعتها 4 m/s. أوجد الشد. (g=10)

الحل:

عند القمة: $T + mg = m\,v^2/r \rightarrow T = 0.5\cdot16/1 - 0.5\cdot10 = 8 - 5 = 3\ N$.

الإجابة: T = 3 N

ملحق أ

مذكرة القوانين الشاملة

﴿ وَقُلْ رَبِّ زِدْنِي عِلْمًا ﴾ — طه: 114

دي مذكرة سريعة بكل قوانين المنهج — للمراجعة قبل الامتحان مباشرة. اطبعها لوحدها و علّق نسخة قدامك وأنت بتذاكر.

الحركة في خط مستقيم (SUVAT)

$$v = u + a \cdot t$$

$$s = u \cdot t + \tfrac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

$$v^2 = u^2 + 2 \cdot a \cdot s$$

$$s = \tfrac{1}{2} \cdot (u+v) \cdot t$$

الحركة بعجلة متغيرة

$$v = ds/dt \; ; \; a = dv/dt = d^2s/dt^2$$

$a = v \cdot dv/ds$ (لما مفيش t)

باستخدام الحالة المناسبة:

لو a دالة في:	استخدم:
t	$a = dv/dt \rightarrow v = \int a\, dt$
s	$a = v \cdot dv/ds \rightarrow v\, dv = a\, ds$
v	$a = dv/dt$ أو $v \cdot dv/ds$ حسب المطلوب

المقذوفات

$v_x = u \cdot \cos\theta$ (ثابتة)

$v_y = u \cdot \sin\theta - g \cdot t$

$x = u \cos\theta \cdot t\,;\; y = u \sin\theta \cdot t - \frac{1}{2} g t^2$

$T = 2 u \sin\theta / g$ (زمن التحليق)

$H = u^2 \sin^2\theta / (2g)$ (أعلى ارتفاع)

$R = u^2 \sin 2\theta / g$ (المدى الأفقي)

$y = x \tan\theta - g x^2 / (2 u^2 \cos^2\theta)$ (معادلة المسار)

على مستوى مائل زاوية α

$R = 2 u^2 \cos\theta \cdot \sin(\theta - \alpha) / (g \cos^2\alpha)$ (لأعلى المائل)

الحركة على مسار منحني

الإحداثيات الذاتية (t, n)

$a_t = dv/dt$ (تماسية)

$a_n = v^2 / \rho$ (عمودية نحو المركز)

$|a| = \sqrt{(a_t^2 + a_n^2)}$

نصف قطر التقوس ρ لمنحنى y = f(x)

$$\rho = (1 + (dy/dx)^2)^{3/2} / |d^2y/dx^2|$$

الإحداثيات القطبية (r, θ)

$$v_r = \dot{r};\ v_\theta = r\cdot\dot{\theta}$$

$$a_r = \ddot{r} - r\cdot\dot{\theta}^2$$

$$a_\theta = r\cdot\ddot{\theta} + 2\cdot\dot{r}\dot{\theta}$$

$$|v| = \sqrt{v_r^2 + v_\theta^2}\ ;\ |a| = \sqrt{a_r^2 + a_\theta^2}$$

قوانين نيوتن

$$\Sigma F = m\cdot a \quad \text{(القانون الثاني)}$$

$$W = m\cdot g \quad \text{(الوزن)}$$

$$f = \mu\cdot N \quad \text{(الاحتكاك)}$$

على مائل زاوية θ (أملس)

$$a = g\cdot\sin\theta$$

مع احتكاك حركي

$$a = g\cdot(\sin\theta - \mu\cdot\cos\theta) \quad \text{(أثناء النزول)}$$

نيوتن في (t, n)

$$\Sigma F_t = m\cdot dv/dt\ ;\ \Sigma F_n = m\cdot v^2/\rho$$

نيوتن في (r, θ)

$$\Sigma F_r = m\cdot(\ddot{r} - r\cdot\dot{\theta}^2)$$

$$\Sigma F_\theta = m\cdot(r\cdot\ddot{\theta} + 2\cdot\dot{r}\dot{\theta})$$

الزنبرك

$$F = -k \cdot x \quad \text{(قانون هوك)}$$

الحركة النسبية

$$v_{A/B} = v_A - v_B$$

$$a_{A/B} = a_A - a_B$$

ثوابت مهمة: $g = 9.8$ أو $10\ m/s^2$ (اقرأ السؤال). $\sin 30° = 0.5$, $\cos 30° = \sqrt{3}/2 \approx 0.866$, $\sin 37° = 0.6$, $\cos 37° = 0.8$, $\sin 53° = 0.8$, $\cos 53° = 0.6$.

ملحق ب

الأخطاء الشائعة في الامتحان

﴿ رَبَّنَا لَا تُؤَاخِذْنَا إِن نَّسِينَا أَوْ أَخْطَأْنَا ﴾ — البقرة: 286

دي أكتر الأخطاء اللي بيقع فيها الطلبة في الامتحان. اقرأها كويس وحاول متكرّرش منها.

1) خلط SUVAT مع عجلة متغيرة

الخطأ: استخدام $v^2 = u^2 + 2as$ والعجلة متغيرة.

الصح: قوانين SUVAT شغّالة فقط لو العجلة ثابتة. لو a دالة في t أو s أو v، لازم تكامل.

2) الإشارات في الحركة الرأسية

الخطأ: اعتبار g موجبة دايماً.

الصح: حدد اتجاه موجب (عادةً لأعلى) وخلي $g = -10$ لو لأسفل. أو اعتبر لأسفل موجب من الأول.

3) في المقذوفات — استخدام v الابتدائية للحساب لأي لحظة

الخطأ: vy = u sin θ في كل اللحظات.

الصح: vy = u sin θ − g·t (تتغير مع الزمن). vx فقط اللي بيفضل ثابت = u cos θ.

4) في polar — نسيان $\ddot{\theta}$

الخطأ: كتابة a_θ = 2·ṙ·θ̇ بس.

الصح: a_θ = r·θ̈ + 2·ṙ·θ̇. لو θ ثابتة يبقى θ̈=0 وتشيل الحد الأول.

5) في نيوتن — نسيان قوة رد الفعل الطبيعي مع قوة مائلة

الخطأ: N = mg دايماً.

الصح: لو فيه قوة بزاوية فوق الأفقي، N = mg − F sin α. لو تحت الأفقي، N = mg + F sin α.

6) في المائل — استخدام محاور أفقية/رأسية

الخطأ: تحليل القوى على محاور x و y الأفقيين.

الصح: استخدم محاور **موازية للمائل وعمودية عليه**. ده بيبسّط الحل جداً.

7) الاحتكاك — استخدام μ_s بدل μ_k

الخطأ: استخدام معامل الاحتكاك السكوني في مسألة الجسم بيتحرك.

الصح: لو الجسم بيتحرك استخدم μ_k (الحركي). μ_s للجسم اللي على وشك الحركة.

8) المقذوفات على مائل — الزاوية

الخطأ: اعتبار θ زاوية القذف من المائل.

الصح: في المعادلات القياسية θ من الأفقي، و α ميل السطح. اقرأ السؤال بعناية.

9) نسيان تحويل الوحدات

الخطأ: حل مسألة بسرعة km/hr دون تحويل.

الصح: حوّل كل شيء لـ m/s. الطريقة: km/hr ÷ 3.6 = m/s.

10) في الدائري — خلط بين a_t و a_n

الخطأ: اعتبار a_n = 0 لو السرعة ثابتة.

الصح: $a_n = v^2/\rho$ موجودة دايماً لما يكون فيه مسار منحني، حتى لو v ثابتة. اللي بيبقى صفر هو a_t فقط.

خلاصة: 90% من الأخطاء بتيجي من قراءة السؤال بسرعة أو نسيان رسمة FBD. اقرأ السؤال 3 مرات وارسم الرسمة قبل ما تبدأ في المعادلات.

ملحق ج

10 مسائل امتحانات إضافية

﴿ رَبِّ اشْرَحْ لِي صَدْرِي · وَيَسِّرْ لِي أَمْرِي ﴾ — طه: 25–26

امتحان 1 — Erratic

السؤال: جسم ينطلق من السكون بعجلة $a = 4\sqrt{s}$. أوجد v عند $s = 9$.

الحل:

$v^2/2 = 8 \cdot s^{3/2}/3 \rightarrow v^2 = 16 \cdot 27/3 = 144 \rightarrow v\,dv = 4\sqrt{s}\,ds$ → **v = 12 m/s**.

الإجابة: v = 12 m/s

امتحان 2 — SUVAT مركّبة

السؤال: قطار يتحرك بعجلة 0.5 m/s² لمدة 40 s ثم يفرمل بعجلة −1 m/s² حتى يقف. المسافة الكلية؟

الحل:

$s_1 = ½·0.5·1600 = 400$. $v = 20$ m/s. زمن التوقف = 20/1 = 20. $s_2 = 20·20 − ½·1·400$ = 200. الكلي = **600 m**.

الإجابة: 600 m

امتحان 3 — مقذوف يصل نقطة

السؤال: قذفة بسرعة 25 m/s وزاوية θ يجب أن تمر بنقطة (30, 10). أوجد θ. (g=10)

الحل:

$10 = 30 \tan\theta − 7.2 \sec^2\theta$. $10 = 30 \tan\theta − 10·900/(2·625·\cos^2\theta)$.

$10 = 0 = 2.39 + 4.17T − T^2 \leftarrow 17.2 + 30T − 7.2T^2 \leftarrow 7.2(1+T^2) − 30T$.

$T \approx 3.48 \leftarrow (4.17 \pm 2.79)/2 = (4.17 \pm \sqrt{(17.36−9.56)})/2 = T$ أو 0.69.

$\theta \approx 74°$ أو **34.6°**.

الإجابة: θ ≈ 34.6° أو 74°

امتحان 4 — polar coordinates

السؤال: جسيم يتحرك بحيث $r = 4 \sin t$, $\theta = 2t$. أوجد v_r و v_θ عند $t = \pi/4$.

الحل:

$r = 4 \cos t$. عند $\theta = 2$. $t=\pi/4$: $r = 4·(\sqrt{2}/2) = 2\sqrt{2}$, $\dot{r} = 4·(\sqrt{2}/2) = 2\sqrt{2}$.

$v_r = 2\sqrt{2} \approx 2.83$. $v_\theta = 2\sqrt{2}·2 = 4\sqrt{2} \approx 5.66$.

الإجابة: $v_r \approx 2.83$, $v_\theta \approx 5.66$

امتحان 5 — نصف قطر التقوس

السؤال: منحنى $y = \ln x$. أوجد ρ عند $x = 1$.

الحل:

$\rho = (1+1)^{3/2}/1$. $y'' = -1/x^2 = -1$. $y' = 1/x = 1$ = $2\sqrt{2} \approx 2.83$.

الإجابة: ≈ 2.83

امتحان 6 — نيوتن على مائل + احتكاك

السؤال: جسم 10 kg على مائل 37° مع $\mu=0.25$ يُدفع لأعلى بقوة 100 N موازية للمائل. أوجد a. (g=10)

الحل:

$N = mg\cos 37 = 100 \cdot 0.8 = 80$. $f = 20$ (يعارض الحركة).

$a = 20/10 = 2$ m/s². $F_{net} = 100 - mg\sin 37 - f = 100 - 60 - 20 = 20$.

الإجابة: 2 m/s²

امتحان 7 — بكرة معقدة

السؤال: $m_1=8$ kg على سطح أفقي أملس، متصل بحبل عبر بكرة بـ $m_2=2$ kg معلقة. أوجد a و T. (g=10)

الحل:

$m_2g - T = m_2a$: $20 - T = 2a$.

$T = m_1a = 8a$.

$a = 20/10a = 2$ m/s². $T = 16$ N.

الإجابة: a=2, T=16

امتحان 8 — دائري رأسي كامل

السؤال: كرة 0.5 kg في نهاية خيط 1 m تدور رأسياً. سرعتها عند القمة 4 m/s. أوجد الشد عند القاع. (g=10)

الحل:

بحفظ الطاقة: ½mv²_قاع = ½mv²_قمة + m·g·(2r)_قاع → v² = 16 + 40 = 56.

T = mv²/r + mg = 5 + 0.5·56 → **T = 33 N.**

الإجابة: 33 N

امتحان 9 — مقذوف يصطدم بمائل

السؤال: قذفة من قاعدة مائل 30° بسرعة 20 m/s تصنع 60° مع الأفقي. أوجد المدى على المائل. (g=10)

الحل:

R = 2u² cos θ sin(θ−α)/(g cos²α) = 2·400·cos60·sin30/(10·cos²30)

= 800·0.5·0.5/(10·0.75) = 200/7.5 ≈ **26.67 m.**

الإجابة: ≈ 26.67 m

امتحان 10 — نيوتن + polar

السؤال: جسم 3 kg يتحرك بحيث r = 2t, θ = t². أوجد F_r و F_θ عند t = 1.

الحل:

r = 2، θ = 2t = 2، θ̇ = 2، r̈ = 0.

F_r = 3·(−8) = −8. a_r = 0 − 2·4 = **−24 N.**

F_θ = 3·12 = 36، a_θ = 2·2 + 2·2·2 = **36 N.**

الإجابة: F_r=−24, F_θ=36

ملحق د

بنك مسائل التحدي (25 مسألة)

﴿ وَأَن لَّيْسَ لِلْإِنسَانِ إِلَّا مَا سَعَىٰ ﴾ — النجم: 39

المسائل دي أصعب شوية من العادي. لو حليتها لوحدك، اعتبر إنك جاهز لأصعب امتحان ممكن يجيلك.

ت1 — Erratic معقّدة

السؤال: جسم عجلته $a = -k \cdot v^2$، وعند $t=0$ سرعته u. أوجد v كدالة في t.

الحل:

$dv/dt = -kv^2 \rightarrow dv/v^2 = -k\,dt \rightarrow -1/v = -kt + C$. عند $t=0$: $C = -1/u$.

$\rightarrow v = 1/u + kt/1$ $\rightarrow$ $\mathbf{v = u/(1 + k \cdot u \cdot t)}$.

الإجابة: $\mathbf{v = u/(1+kut)}$

ت2 — تلاقي 3 أجسام

السؤال: 3 أجسام على خط واحد: A في x=0 بسرعة 10، B في x=50 بسرعة 5، C في x=100 ساكن بعجلة 1 m/s^2. متى A يوصل C؟

الحل:

$= x_A = 10t,\ x_C = 100 + \frac{1}{2}t^2.\ 10t = 100 + 0.5t^2 \rightarrow t^2 - 20t + 200 = 0 \rightarrow \Delta$

$400-800 < 0$. **مايوصلوش.**

الإجابة: لا يلتقيان

ت3 — مقذوف من ارتفاع بزاوية سالبة

السؤال: قُذف من ارتفاع 50 m بسرعة 20 m/s بزاوية 30° تحت الأفقي. أوجد زمن السقوط. (g=10)

الحل:

$+ y = -10t - 5t^2 = -50 \rightarrow t^2 + 2t - 10 = 0 \rightarrow t = (-2$ (لأسفل). $vy_0 = -20\cdot0.5 = -10$

$\sqrt{44})/2 = \approx$ **2.32 s.**

الإجابة: ≈ 2.32 s

ت4 — مقذوف بأقصى ارتفاع = المدى

السؤال: أوجد الزاوية اللي تخلي أعلى ارتفاع = المدى الأفقي.

الحل:

$H = R \rightarrow u^2 \sin^2\theta/(2g) = u^2 \sin 2\theta/g = 2u^2 \sin\theta \cos\theta/g$.

$\tan\theta = 4 \rightarrow \sin\theta = 4\cos\theta \rightarrow \sin^2\theta/2 = 2\sin\theta\cos\theta \rightarrow$ **$\theta \approx 76°$.**

الإجابة: $\theta \approx 76°$

ت5 — سلسلة polar

السؤال: جسم $r = 2e^{\theta}, \theta = 3$. أوجد v_r و v_θ عند $\theta=0$.

الحل:

$r = 2. \; dr/d\theta = 2e^{\theta} = 2$ عند $\theta=0$. $\dot{r} = (dr/d\theta)\cdot\dot{\theta} = 6$.

$v_r = 6. \; v_\theta = r\cdot\dot{\theta} = 6$.

الإجابة: $v_r=v_\theta=6$

ت6 — نصف قطر تقوس متقدّم

السؤال: دائرة نصف قطر 4 معطاة بارامترياً: $x=4\cos t, y=4\sin t$. أوجد ρ (بالبرهنة).

الحل:

$dx/dt=-4\sin t, dy/dt=4\cos t \rightarrow dy/dx = -\cot t$.

d^2y/dx^2 بحساب: بعد التبسيط $\rightarrow \rho = 4$ (كما هو متوقع لدائرة).

الإجابة: $\rho = 4$

ت7 — نيوتن + أتوود مركّب

السؤال: بكرة عليها حبل نهايتين $m_1=2$ kg على مائل 30° أملس، والنهاية الأخرى $m_2=3$ kg على مائل 60° أملس. أوجد a. $(g=10)$

الحل:

$m_2 g \sin 60 - m_1 g \sin 30 = (m_1+m_2)a \rightarrow 30\cdot(\sqrt{3}/2) - 20\cdot 0.5 = 5a \rightarrow 25.98 - 10 = 5a$

$\rightarrow a \approx 3.2 \text{ m/s}^2$.

الإجابة: ≈ 3.2 m/s²

ت8 — دائري رأسي — سرعة عند زاوية

السؤال: كرة 1 kg على خيط 2 m. سرعتها في القاع 10 m/s. أوجد سرعتها عند زاوية 90° من العمودي. (g=10)

الحل:

بحفظ الطاقة: $\frac{1}{2}60 = 100 - 2\cdot10\cdot2 = \frac{1}{2}\cdot100 + gh = v^2 \rightarrow$ **$v \approx 7.75$ m/s.**

الإجابة: ≈ 7.75 m/s

ت9 — مقذوف يخترق نافذة

السؤال: قذفة أفقية من ارتفاع 30 m بسرعة 15 m/s تجد نافذة على ارتفاع 15 m. متى تمر منها؟ (g=10)

الحل:

$-15 = -5t^2 \rightarrow t = \sqrt{3} \approx 1.73$ s.

الإجابة: ≈ 1.73 s

ت10 — عجلة كدالة في s متقدمة

السؤال: جسم $a = 6s^2 - 4$، عند s=1 كانت v=2. أوجد v عند s=3.

الحل:

$v\,dv = (6s^2-4)\,ds \rightarrow (v^2-4)/2 = (2s^3 - 4s)|_1^3 = (54-12) - (2-4) = 44 \rightarrow v^2 = 92$ **$\rightarrow$**

≈ 9.59 m/s.

الإجابة: ≈ 9.59 m/s

ت11 — قوة متغيرة

السؤال: قوة $F = 10t$ نيوتن مطبقة على جسم كتلته 2 kg من السكون. أوجد v عند $t=4$.

الحل:

$v(4) = \int 5t\,dt = 2.5t^2$. $a = 5t$ = **40 m/s**.

الإجابة: 40 m/s

ت12 — polar مع r متغيرة

السؤال: $r = 3\cos\theta$, $\dot\theta = 2$. أوجد $\dot r$ و v_r و v_θ عند $\theta=\pi/3$.

الحل:

$dr/d\theta = -3\sin\theta$. عند $\theta=\pi/3$: $dr/d\theta = -3\cdot(\sqrt{3}/2)$, $\dot r = -3\sqrt{3}$.

$r = 3\cdot 0.5 = 1.5$. $v_r = \dot r = -3\sqrt{3} \approx -5.2$. $v_\theta = 1.5\cdot 2 = 3$.

الإجابة: $v_r \approx -5.2$, $v_\theta = 3$

ت13 — نيوتن — كتلتان على مائل مع احتكاك

السؤال: $m_1=4$ kg و $m_2=6$ kg متلاصقتان على مائل 30° مع $\mu=0.1$. القوة اللازمة لتحريكهما لأعلى بعجلة 2 m/s^2؟ ($g=10$)

الحل:

$F = (m_1+m_2)a + (m_1+m_2)g\sin 30 + \mu(m_1+m_2)g\cos 30$

$= 2\cdot 10 + 0.5\cdot 10\cdot 10 + 0.866\cdot 10\cdot 10\cdot 0.1 = 20 + 50 + 8.66 \approx$ **78.66 N**.

الإجابة: ≈ 78.66 N

ت14 — منعطف مصكوب

السؤال: منعطف مائل بزاوية 15°، $\rho=100$ m. أقصى سرعة بدون احتكاك؟ ($g=10$)

الحل:

$v^2 = 100\cdot10\cdot\tan15 = 268 \rightarrow \tan\theta = v^2/(g\rho) \rightarrow$ **$v \approx 16.4$ m/s.**

الإجابة: ≈ 16.4 m/s

ت15 — قذيفة تسقط في نفس مستوى الأرض

السؤال: قذفة سرعتها 30 m/s وزاوية 45°. متى تصل الأرض؟ ($g=10$)

الحل:

$T = 2u\sin45/g = 60\cdot(\sqrt{2}/2)/10 = 3\sqrt{2} \approx$ **4.24 s.**

الإجابة: ≈ 4.24 s

ت16 — مقذوف يمر بنقطتين

السؤال: أثبت إن مقذوف يمر بنقطتين بارتفاع h في زمنين t_1 و t_2 يحقق: $t_1\cdot t_2 = 2h/g$.

الحل:

$y = u\sin\theta\cdot t - \frac{1}{2}gt^2 = h \rightarrow \frac{1}{2}gt^2 - u\sin\theta\cdot t + h = 0$.

بقانون فييتا: $t_1\cdot t_2 = h/(\frac{1}{2}g) =$ **$2h/g$.**

الإجابة: $t_1t_2 = 2h/g$

ت17 — polar: تحدي

السؤال: أثبت أن الجسم اللي يتحرك على منحني بحيث $v_r = 0$ دايماً هو جسم على دائرة حول الأصل.

الحل:

$r \to \dot{r} = v_r = 0$ ← ثابت = معادلة دائرة حول الأصل.

الإجابة: r = ثابت

ت18 — نيوتن مع زنبرك

السؤال: جسم 2 kg متصل بزنبرك أفقي k=50 N/m على سطح أملس. أُزيح 0.1 m وأُطلق. أوجد أقصى سرعة.

الحل:

بحفظ الطاقة: $\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mv^2 \to v^2 = kx^2/m = 50 \cdot 0.01/2 = 0.25$ ← **v = 0.5 m/s.**

الإجابة: 0.5 m/s

ت19 — عجلة كدالة في t + شرطين

السؤال: $a = 2t - 3$، عند t=0: v=1, s=0. أوجد s عند t=3.

الحل:

$s = t^3/3 - 3t^2/2 + t$. $s(3) = 9 - 13.5 + 3 = -1.5$ m. $v = t^2 - 3t + 1$ ← **−1.5 m.**

الإجابة: −1.5 m

ت20 — سؤال معقد على المائل

السؤال: جسم 5 kg على مائل 45° مع $\mu_s=0.4$, $\mu_k=0.3$. هل ينزلق؟ لو أيوه أوجد a. (g=10)

الحل:

$\tan\theta = 1 > \mu_s = 0.4$ → ينزلق.

$a = g(\sin 45 - \mu_k \cos 45) = 10\cdot 0.707\cdot(1-0.3)$ ≈ **4.95 m/s²**.

الإجابة: ≈ 4.95 m/s²

ت21 — polar بمعادلة قطبية

السؤال: cardioid — $r = 5(1 + \cos\theta)$. عند $\theta=\pi/2$: أوجد $\dot{r}$ لو $\dot{\theta}=4$.

الحل:

$\dot{r} = -5\cdot 4 = -5\sin\theta = dr/d\theta$ = **−20**.

الإجابة: −20

ت22 — نصف قطر مثلث

السؤال: منحنى $y = x^3/3$ عند $x=1$. أوجد ρ.

الحل:

$y' = x^2 = 1$. $y'' = 2x = 2$. $\rho = (1+1)^{3/2}/2$ = **$2\sqrt{2}$ ≈ 1.41**.

الإجابة: ≈ 1.41

ت23 — نيوتن — كتلة على كتلة

السؤال: $m_1=3$ kg فوق $m_2=5$ kg على أرض أملس. μ بين الكتلتين = 0.4. أقصى قوة على m_1 ما تعملش انزلاق؟ (g=10)

الحل:

بدون انزلاق: العجلة نفسها للاتنين. أقصى احتكاك على $m_1 = \mu \cdot m_1 \cdot g = 12$ N، وده اللي يدفع m_2 (كل النظام).

a_max: القوة تدفع m_1 لكن m_2 يتحرك بحد أقصى F_max. $a = f/m_2 = 12/5 = 2.4$ m/s². $a = 8 \cdot 2.4 \cdot (m_1+m_2) =$ **19.2 N**.

الإجابة: ≈ 19.2 N

ت24 — مقذوف من قمة برج

السؤال: من قمة برج ارتفاع 100 m قُذف بسرعة 40 m/s وزاوية 30°. أوجد المدى الأفقي عند وصول الأرض. (g=10)

الحل:

$vy_0 = 20$, $vx = 20\sqrt{3}$. y: $-100 = 20t - 5t^2 \rightarrow t^2 - 4t - 20 = 0 \rightarrow t = (4+\sqrt{96})/2 \approx 6.9$.

$R = 20\sqrt{3} \cdot 6.9 \approx$ **239 m**.

الإجابة: ≈ 239 m

ت25 — تحدي نيوتن + polar

السؤال: جسم 1 kg يتحرك بحيث $r = 2 + t$, $\theta = t^2$. أوجد F_r عند $t=1$.

الحل:

$r=3$، $\theta=2$, $\dot{\theta}=2$. $\ddot{r}=0$, $\dot{r}=1$.

$F_r = 1\cdot(-12)$. $a_r = 0 - 3\cdot 4 = -12$ = **−12 N**.

الإجابة: −12 N

ملحق هـ

دليل حل مسائل الميكانيكا

﴿ فَإِنَّ مَعَ الْعُسْرِ يُسْرًا ﴾ — الشرح: 5

دليل عملي: خطوات بتخليك تعرف تحل أي مسألة ميكانيكا حتى لو شكلها صعب.

الخطوة 1: اقرأ السؤال 3 مرات

القراءة الأولى بتفهم الفكرة العامة. التانية بتحدد المعطيات. التالتة بتحدد **المطلوب** بالظبط. كتير من الطلبة بيغلطوا لأنهم قرأوا السؤال مرة واحدة بسرعة.

مثال: "أوجد السرعة عند وصول الأرض" غير "أوجد أقصى سرعة" غير "أوجد السرعة الأفقية". كل كلمة مهمة.

الخطوة 2: ارسم الرسمة

أي مسألة ميكانيكا بترسمها لازم تكون فيها:

- الجسم أو الأجسام (نقطة أو مستطيل بسيط).
- المحاور (x, y أو t, n حسب المسألة).
- كل القوى المؤثرة (أسهم مع اتجاه ومقدار).

• المعطيات مكتوبة على الرسمة.

الخطوة 3: صنّف المسألة

نوع المسألة	الأدوات
عجلة ثابتة	SUVAT (4 معادلات)
a دالة في t	a = dv/dt ← تكامل
a دالة في s	v dv = a ds
a دالة في v	حسب المطلوب: dt أو ds
مقذوف	x, y منفصلين
مسار منحني	t, n أو r, θ
قوى	F = ma مع FBD

الخطوة 4: اختر الاتجاه الموجب

حدد اتجاه موجب من البداية والتزم به. لو الجواب طلع سالب معناه العكس.

الخطوة 5: تحقق من الوحدات

كل معادلة نهائية لازم الوحدات تكون متوازنة. لو طلع عندك m^2 في ناتج سرعة، فيه غلطة.

الخطوة 6: راجع منطقية النتيجة

لو طلعت لك سرعة سيارة = 500 m/s، ده يساوي 1800 km/hr — غلط أكيد.
لو طلع لك ارتفاع مقذوف = 10 km وأنت قاذفه بسرعة 20 m/s، غلط أكيد.
لو طلع لك زمن سالب، غلط في الحسابات أو الافتراضات.

ترتيب الحل النموذجي (الورقة)

1. **المعطى:** اكتب كل الأرقام والوحدات.
2. **المطلوب:** اكتب اللي مطلوب بالحرف.
3. **الرسمة:** ارسم بوضوح.
4. **القانون:** اكتب القانون قبل ما تعوض.
5. **التعويض:** بأرقام معطى في السؤال.
6. **الحل:** خطوة خطوة.
7. **الإجابة:** ارسم عليها مربع، مع الوحدة.

يا نجم، الترتيب ده مش ترف. الدكتور بيصحح 300 ورقة، لو ورقتك مرتبة هيتعامل معاها كويس. لو الحل شغبطة، ممكن يخصم منك حتى لو الإجابة صح.

ملحق و

مسائل بمستوى الفاينال (15 مسألة)

﴿ وَقُل رَّبِّ زِدْنِي عِلْمًا ﴾ — طه: 114

المجموعة دي مسائل بمستوى الفاينال الفعلي — طويلة، متعددة الفروع، بتختبر أكتر من موضوع في نفس المسألة.

ف1 — SUVAT متعددة المراحل

السؤال: قطار انطلق من السكون بعجلة $a_1 = 0.4\ m/s^2$ لمدة 50 s، ثم بسرعة منتظمة لمدة 100 s، ثم فرمل بعجلة $-0.5\ m/s^2$ حتى وقف. أوجد: (أ) أقصى سرعة، (ب) المسافة الكلية، (ج) الزمن الكلي.

الحل:

(أ) $v_{max} = 0.4 \cdot 50 = 20$ **m/s.**

(ب) $s_1 = ½ \cdot 0.4 \cdot 2500 = 500$. $s_2 = 20 \cdot 100 = 2000$. زمن الفرملة $= 20/0.5 = 40$. $s_3 = ½ \cdot 20 \cdot 40 = 400$. المسافة الكلية = **2900 m.**

(ج) $t_{total} = 50 + 100 + 40 = 190$ **s.**

الإجابة: v=20, s=2900, t=190

ف2 — Erratic كاملة

السؤال: جسم يتحرك بعجلة $a = 6 - 2v$ m/s² وابتدأ من السكون. أوجد: (أ) v_max، (ب) v عند t=1، (ج) s عند t=1.

الحل:

(أ) $a=0 \rightarrow 6 = 2v \rightarrow$ v_max لما v_max = **3 m/s.**

(ب) $dv/(6-2v) = dt \rightarrow -\frac{1}{2}\ln(6-2v) = t + C$ عند t=0, v=0: $C = -\frac{1}{2}\ln 6$.

$v(1) = 3(1 - e^{-2})$. $\ln((6-2v)/6) = -2t \rightarrow v = 3(1 - e^{-2t})$ ≈ **2.59 m/s.**

(ج) $s = \int_0^1 3(1-e^{-2t})\,dt = 3[t + \frac{1}{2}e^{-2t}]_0^1 = 3(1 + \frac{1}{2}e^{-2} - \frac{1}{2}) = 3(0.5 + 0.0677)$ ≈ **1.7 m.**

الإجابة: v_max=3, v(1)≈2.59, s(1)≈1.7

ف3 — مقذوف متعدد الفروع

السؤال: قذفة من الأرض بسرعة 50 m/s وزاوية 37°. أوجد: (أ) H، (ب) R، (ج) T، (د) الارتفاع عند x=60 m. (sin37=0.6, cos37=0.8, g=10)

الحل:

(أ) $H = 2500\cdot0.36/20$ = **45 m.**

(ب) $R = 2500\cdot\sin74/10 = 2500\cdot0.961/10$ = **240.2 m.**

(ج) $T = 100\cdot0.6/10$ = **6 s.**

(د) $y = 60\cdot(0.6/0.8) - 10\cdot3600/(2\cdot2500\cdot0.64) = 45 - 11.25$ = **33.75 m.**

الإجابة: 45, 240.2, 6, 33.75

ف4 — مقذوف على مائل — متعدد

السؤال: قذفة من أسفل مائل زاوية $\alpha=30°$، بسرعة 40 m/s وزاوية $\theta=60°$ مع الأفقي. أوجد: (أ) المدى على المائل، (ب) زمن الوصول لأعلى نقطة. (g=10)

الحل:

(أ) $R = 2u^2 \cos\theta \sin(\theta-\alpha)/(g \cos^2\alpha) = 2\cdot1600\cdot0.5\cdot0.5/(10\cdot0.75)$ = **106.67 m.**

(ب) $T = 2u \sin(\theta-\alpha)/(g \cos\alpha) = 80\cdot0.5/(10\cdot0.866)$ ≈ **4.62 s.**

الإجابة: R≈106.67, T≈4.62

ف5 — polar شامل

السؤال: جسيم $r = 4 + 2t^2$, $\theta = t^3/3$. أوجد v و a عند t=1.

الحل:

$r = 6$. $\dot\theta = t^2 = 1$, $\dot\theta = 2t = 2$. $\dot r = 4t = 4$, $\ddot r = 4$.

$|v| = \sqrt{52}$. $v_\theta = 6$, $v_r = 4$ ≈ **7.21.**

$|a| = \sqrt{404}$. $a_\theta = 6\cdot2 + 2\cdot4\cdot1 = 20$. $a_r = 4 - 6\cdot1 = -2$ ≈ **20.1.**

الإجابة: |v|≈7.21, |a|≈20.1

ف6 — نصف قطر تقوس + t,n

السؤال: جسم يتحرك على منحنى $y = x^2/8$ بسرعة v = 6 m/s عند النقطة (2 ,4). أوجد a_n و ρ.

الحل:

$y' = x/4 = 1$. $y'' = 1/4$. $\rho = (1+1)^{3/2}/(1/4) = 8\sqrt{2}$ ≈ **11.31.**

$a_n = v^2/\rho = 36/11.31$ ≈ **3.18 m/s².**

الإجابة: ρ≈11.31, a_n≈3.18

ف7 — نيوتن — كتلة ومائل مركب

السؤال: جسم 10 kg على مائل 45°، μ=0.2. يُدفع لأعلى المائل بقوة أفقية F. لو العجلة = 3 m/s² لأعلى، أوجد F. (g=10)

الحل:

على المائل، حلّل F الأفقية:

بموازاة المائل: $F\cos45 - mg\sin45 - \mu N = ma$.

بعموده: $N = mg\cos45 + F\sin45$.

$F\cdot0.707 - 70.7 - 0.2(70.7 + 0.707F) = 30$.

$0.707F - 70.7 - 14.14 - 0.1414F = 30 \rightarrow 0.566F = 114.84 \rightarrow$ **$F \approx 203$ N.**

الإجابة: ≈ 203 N

ف8 — مقذوف عمودي مع فرملة

السؤال: قُذف جسم رأسياً لأعلى بسرعة 60 m/s، ثم ضربه هواء بعجلة إضافية −0.2v. أوجد v عند أعلى نقطة (لحظياً v=0) — احسب الزمن للوصول للقمة. (g=10)

الحل:

$dv/dt = -(10 + 0.2v)$. $dv/(10+0.2v) = -dt \rightarrow 5\ln(10+0.2v) = -t + C$.

عند $t=0, v=60$: $C = 5\ln 22$. عند $v=0$: $t = 5\cdot[\ln 22 - \ln 10] = 5\cdot\ln 2.2 \approx$ **3.94 s.**

الإجابة: ≈ 3.94 s

ف9 — دائري رأسي معقد

السؤال: كرة 2 kg على قضيب صلب طوله 0.8 m تدور في مستوى رأسي. سرعتها عند القمة 3 m/s. أوجد: (أ) الشد عند القمة، (ب) السرعة عند القاع، (ج) الشد عند القاع. (g=10)

الحل:

(أ) عند القمة (قضيب صلب فيمكن يكون طارد): $T = 2\cdot 9/0.8 - 20 = mv^2/r + mg = T$

$22.5 - 20 = \mathbf{2.5\ N}$.

(ب) بحفظ الطاقة: $v_{قاع}^2 = 9 + 32 = 41 + 9 = 2g(2r) \rightarrow \mathbf{v \approx 6.4\ m/s}$.

(ج) $T = 20 + 2\cdot 41/0.8 = 20 + 102.5 = mv^2/r + mg = T$ **N 122.5**.

الإجابة: T_قمة=2.5, v_قاع≈6.4, T_قاع=122.5

ف10 — نيوتن polar

السؤال: جسم 3 kg بحيث $r = t^2, \theta = t$. أوجد F_r و F_θ عند t=2.

الحل:

$r = 4,\ \theta = 0.\ \dot{\theta} = 1,\ \ddot{r} = 2.\ \dot{r} = 2t = 4$.

$F_r = 3\cdot(-2) = a_r = 2 - 4\cdot 1 = -2$. **−6 N**.

$F_\theta = 3\cdot 8 = a_\theta = 0 + 2\cdot 4\cdot 1 = 8$. **24 N**.

الإجابة: F_r=−6, F_θ=24

ف11 — مقذوف يمر بحائط

السؤال: قُذف بسرعة 25 m/s زاوية 53°، حائط ارتفاعه 15 m يبعد 30 m. (أ) هل تعبره؟ (ب) لو أي، بأي ارتفاع تعبره؟ (g=10)

الحل:

$= y = 30\cdot\tan53 - 10\cdot900/(2\cdot625\cdot\cos^2 53) = 30\cdot(4/3) - 4500/(1250\cdot0.36) = 40 - 10$

30 m.

(أ) 30 > 15 ← **تعبره.** (ب) بارتفاع 30 m فوق الأرض، أي 15 m فوق الحائط.

الإجابة: نعم، على ارتفاع 30 m

ف12 — Erratic + رسم

السؤال: جسم عجلته a = 4 − t. ابتدأ بسرعة 6 m/s. متى يقف؟

الحل:

$\approx v = \int(4-t)dt = 4t - t^2/2 + 6.\ v=0 \rightarrow t^2 - 8t - 12 = 0 \rightarrow t = (8+\sqrt{112})/2 = 4+\sqrt{28}$

9.29 s.

الإجابة: ≈ 9.29 s

ف13 — عجلة مائل مع 3 كتل

السؤال: 3 كتل متصلة: $m_1=2$ على مائل 30° أملس، $m_2=3$ معلقة، $m_3=1$ على مائل 60° أملس. أوجد a. (g=10)

الحل:

افترض النظام يتحرك بحيث m_3 ينزل: $m_3g \sin60 + m_2g - m_1g \sin30 = (m_1+m_2+m_3)a$

$= 8.66 + 30 - 10 = 6a \rightarrow$ **$a \approx 4.78$ m/s².**

الإجابة: ≈ 4.78 m/s²

ف14 — منحنى بارامتري + t,n

السؤال: جسم على المسار $x=2t^2, y=t^3$. أوجد ρ عند t=1.

الحل:

$dx/dt=4, dy/dt=3. dy/dx = 3/4$.

$d^2y/dx^2 = d(3/4)/dt \cdot dt/dx$. عند $d^2y/dx^2 \rightarrow dx/dt=4$، $d/dt = 3/4$. $dy/dx = 3t/4$: t=1

$= 3/16$.

$\rho = (1 + 9/16)^{3/2}/(3/16) = (25/16)^{3/2}\cdot(16/3) = (125/64)\cdot(16/3) \approx$ **10.42.**

الإجابة: ≈ 10.42

ف15 — مسألة تجميعية

السؤال: قذفة من قمة برج 20 m بسرعة 30 m/s وزاوية 37° لأعلى. عند لحظة اصطدامها بالأرض أوجد: (أ) الزمن، (ب) المدى الأفقي، (ج) السرعة اللحظية، (د) زاوية السرعة مع الأفقي. (sin37=0.6, cos37=0.8, g=10)

الحل:

$vx = 24$ (ثابت). $vy_0 = 18$.

(أ) $-20 = (3.6+\sqrt{30.96})/2 \leftarrow t = 3.6t - 4 = 0 \leftarrow t^2 - 18t - 5t^2 \approx$ **4.58 s.**

(ب) $R = 24 \cdot 4.58 \approx$ **109.9 m.**

(ج) $|v| = \sqrt{(576+772.8)}$. $vy = 18 - 10 \cdot 4.58 = -27.8 \approx$ **36.7 m/s.**

(د) $\tan \alpha = 27.8/24 \rightarrow \alpha \approx$ **49.2° تحت الأفقي.**

الإجابة: t≈4.58, R≈109.9, v≈36.7, α≈49.2°

ملحق ح

ملخصات الأبواب (مراجعة سريعة)

﴿ سَنُقْرِئُكَ فَلَا تَنسَىٰٓ ﴾ — الأعلى: 6

صفحتان لكل باب — لو معندكش وقت تقرأ الكتاب كله قبل الامتحان، اقرأ الملخصات دي.

الباب الأول: الحركة في خط مستقيم

- **الأساسيات:** موضع s، سرعة v = ds/dt، عجلة a = dv/dt.
- **SUVAT:** شغّالة فقط لو a ثابتة. القوانين الأربعة: $v=u+at$, $s=ut+\frac{1}{2}at^2$, $v^2=u^2+2as$, $s=\frac{1}{2}(u+v)t$.
- **عجلة متغيرة:** a=f(t) → تكامل مع a=f(v). v dv = a ds → a=f(s). dt → حسب المطلوب.
- **الحركة الرأسية:** السقوط الحر بعجلة g لأسفل. عند أعلى نقطة v=0.
- **الرسوم البيانية:** ميل s-t = v. ميل v-t = a. مساحة v-t = s.
- **الحركة النسبية:** v_{A/B} = v_A − v_B.

مفتاح الباب: اسأل نفسك أولاً — العجلة ثابتة ولا لأ؟ لو ثابتة → SUVAT. لو لأ → تكامل.

الباب الثاني: المقذوفات

- **القاعدة الذهبية:** افصل الحركة الأفقية عن الرأسية.
- **الأفقي:** $v_x = u\cos\theta$ (ثابتة). $x = u\cos\theta \cdot t$.
- **الرأسي:** $v_y = u\sin\theta - gt$. $y = u\sin\theta \cdot t - \frac{1}{2}gt^2$.
- **القوانين الجاهزة:** $T = 2u\sin\theta/g$, $R = u^2\sin 2\theta/g$, $H = u^2\sin^2\theta/(2g)$.
- **معادلة المسار:** $y = x\tan\theta - gx^2/(2u^2\cos^2\theta)$.
- **على المائل:** استخدم محاور موازية وعمودية على المائل، أو معادلة $R = 2u^2\cos\theta\cdot\sin(\theta-\alpha)/(g\cos^2\alpha)$.

مفتاح الباب: ارسم المسار وحدد المعطى والمطلوب. لو مسألة نقطة معلومة، استخدم معادلة المسار.

الباب الثالث: الحركة على مسار منحني

- **الإحداثيات الذاتية (t, n):** $a_t = dv/dt$ تماسية. $a_n = v^2/\rho$ نحو مركز التقوس.
- **نصف قطر التقوس:** $\rho = (1+y'^2)^{3/2}/|y''|$.
- **القطبية (r, θ):** $v_r = \dot{r}$, $v_\theta = r\cdot\dot{\theta}$.
- $\mathbf{a_r = \ddot{r} - r\cdot\dot{\theta}^2}$; $\mathbf{a_\theta = r\cdot\ddot{\theta} + 2\cdot\dot{r}\cdot\dot{\theta}}$.
- **منحنيات خاصة:** Spiral $r=\theta$, Cardioid $r=a(1+\cos\theta)$, Circle r=ثابت.

مفتاح الباب: لو المسار دائري أو قطبي واضح، استخدم polar. لو منحنى $y=f(x)$، استخدم t,n.

الباب الرابع: قوانين نيوتن

- **القانون الأول:** جسم في سكون يفضل في سكون، وجسم متحرك يفضل متحرك بسرعة ثابتة، إلا لو أثرت عليه قوة.
- **القانون الثاني:** $\Sigma F = m\cdot a$.
- **القانون الثالث:** لكل فعل رد فعل مساوٍ له في المقدار ومضاد له في الاتجاه.
- **الاحتكاك:** $f = \mu N$. μ_s للسكون، μ_k للحركة.

- **على مائل أملس:** $a = g \sin \theta$.
- **مع احتكاك:** $a = g(\sin \theta - \mu \cos \theta)$.
- **الدائري:** $\Sigma F_n = mv^2/\rho$ نحو المركز.
- **الزنبرك:** $F = -k \cdot x$ (قانون هوك).

مفتاح الباب: ارسم FBD (مخطط جسم حر) لكل جسم. طبّق $\Sigma F = ma$ في اتجاهين متعامدين.

خريطة الترابط بين الأبواب

الأبواب مش منفصلة — دي مبنية على بعض:

1. الباب 1 يعرّفك **الحركة** على خط مستقيم.
2. الباب 2 يمدد الحركة لتشمل **بُعدين** (المقذوفات).
3. الباب 3 يعمّم الحركة لأي **منحنى**.
4. الباب 4 يضيف **السبب** وراء الحركة (القوى).

لو فهمت الترابط ده، هتلاقي المنهج كله عبارة عن فكرة واحدة بتتوسّع تدريجياً. مفيش حاجة اسمها "حفظ" في الميكانيكا — كله **فهم وتدريب**.

ملحق ز

رسائل قبل الامتحان

﴿ رَبَّنَا أَفْرِغْ عَلَيْنَا صَبْرًا وَثَبِّتْ أَقْدَامَنَا ﴾ — البقرة: 250

ليلة الامتحان

يا بطل، ليلة الامتحان مش وقت مذاكرة جديد. راجع بس مذكرة القوانين (ملحق أ) والأخطاء الشائعة (ملحق ب). نام بدري، الدماغ محتاجة راحة.

صباح الامتحان

- افطر كويس (تمرة + كوباية حليب أو زبادي).
- خد معاك آلة حاسبة احتياطية.
- قلم رصاص و مسطرة لرسم المخططات.
- ادعي: "رَبِّ اشْرَحْ لِي صَدْرِي وَيَسِّرْ لِي أَمْرِي وَاحْلُلْ عُقْدَةً مِّن لِّسَانِي يَفْقَهُوا قَوْلِي".

في الامتحان

1. **اقرأ الورقة كلها** قبل ما تبدأ الحل. حدد الأسهل واللي هتبدأ بيه.
2. ابدأ بالسؤال اللي متأكد منه — ده هيديك ثقة.
3. لو وقفت في سؤال، عدّي للي بعده وارجعله في الآخر.
4. خلي 15 دقيقة للمراجعة في الآخر.
5. لو خلص الوقت والسؤال متحلش، اكتب **القانون** والمعطيات — ممكن تاخد نص الدرجة.

لو حسّيت بضغط

خد نفس عميق 3 مرات. قول في نفسك: "أنا ذاكرت كويس، وأنا قادر". اقرأ آية الكرسي. الضغط طبيعي، الكل بيحس بيه، لكنه مش هيوقفك.

وصية أخيرة: النتيجة مش هي كل حاجة. اللي بينفع فعلاً هو **المجهود**. الله ما بيضيعش تعب أحد. "﴿ إِنَّا لَا نُضِيعُ أَجْرَ مَنْ أَحْسَنَ عَمَلًا ﴾".

بالتوفيق يا نجم — أنت أهل للنجاح إن شاء الله.

خاتمة الكتاب

﴿ وَمَا تَوْفِيقِي إِلَّا بِاللَّهِ عَلَيْهِ تَوَكَّلْتُ وَإِلَيْهِ أُنِيبُ ﴾ — هود: 88

يا بطل، وصلت لآخر صفحة في «كتاب الإمام الأكبر في الميكانيكا». لو ذاكرت الكتاب ده حق مذاكرة، وحلّيت المسائل بإيدك، فأنت جاهز لأي امتحان يجيلك — ميدترم أو فاينال.

خطة المذاكرة الموصى بها

1. الباب الأول (الحركة الخطية) — 3 أيام. حل شيت د. حمدي كامل.
2. الباب الثاني (المقذوفات) — يومين. مع تدريب على معادلة المسار.
3. الباب الثالث (الحركة المنحنية) — 3 أيام. ركّز على polar coordinates.
4. الباب الرابع (نيوتن) — يومين.
5. الملحق + امتحانات — يومين قبل الامتحان.

رسالة أخيرة: النجاح مش عن الذكاء بس، دي كمان صبر وتكرار. لو ما فهمتش موضوع من أول مرة، ارجعله تاني وتالت. واسأل ربنا التوفيق قبل ما تفتح الكتاب: "رَبِّ اشْرَحْ لِي صَدْرِي وَيَسِّرْ لِي أَمْرِي".

بالتوفيق يا نجم — منصة الإمام الأكبر معاك.

تمّ بحمد الله