

به نام خدا



دانشکده مهندسی کامپیوتر

مبانی و کاربردهای هوش مصنوعی ترم بهار ۱۴۰۲

### تمرین چهارم

مهلت تحویل ۲۵ خرداد ۱۴۰۲ ساعت ۲۳:۵۵

A	B	C	P
+	-	-	0.2
+	-	+	0.05
+	+	-	0.1
+	+	+	0.2
-	-	-	0.25
-	-	+	0.05
-	+	-	0.1
-	+	+	0.05

#### سوال اول (۲۶ نمره)

با در نظر داشتن جدول توزیع توام مقابل، به سوالات زیر پاسخ دهید.

الف) رابطه میان توزیع توام<sup>۱</sup> و توزیع حاشیه ای<sup>۲</sup> چیست؟ این موضوع را با حذف دو متغیر تصادفی دلخواه از توزیع توام جدول نشان دهید. (۲ نمره)

ب) احتمالات شرطی<sup>۳</sup> زیر را محاسبه کنید. (۶ نمره)

$$P(A+|B+)$$

$$P(A+|B-, C+)$$

ج) توزیع شرطی زیر را حساب کنید. (با normalization trick). (۴ نمره)

$$P(A|C=+)$$

د) با روش inference by enumeration ابتدا هر یک از Query, Evidence, Hidden Variable را مشخص کرده و سپس مقادیر زیر را محاسبه کنید. (۱۰ نمره)

$$P(A|B+, C-)$$

$$P(A|B+)$$

ه) فایده مستقل فرض کردن دو متغیر در چیست؟ به بیان دیگر، دلیل آنکه به دنبال یافتن استقلال (شرطی یا غیر شرطی)

متغیر ها هستیم چیست؟ (۲ نمره)

<sup>1</sup> Joint distribution

<sup>2</sup> Marginal distribution

<sup>3</sup> Conditional probability

و) هدف استفاده از شبکه های بیزین چیست؟ به بیان دیگر، استفاده از آنها چه تاثیری روی روند محاسبات دارد؟ (۲ نمره)

### سوال دوم (۱۲ نمره)

در هر قسمت با توجه به فرض داده شده، عبارت مورد نظر را ساده کنید.

الف) فرض:  $A \perp\!\!\!\perp B$

$$\sum_a P(a|B)P(C|a)$$

ب) فرض:  $B \perp\!\!\!\perp C \mid A$

$$\frac{P(A)P(B|A)P(C|A)}{P(B|C)P(C)}$$

ج) فرض:  $A \perp\!\!\!\perp B \mid C$

$$\frac{P(C, A|B)P(B)}{P(C)}$$

### سوال سوم (۱۲ نمره)

صحیح و غلط بودن موارد زیر را با ذکر دلیل مشخص کنید.

الف) با دانستن  $B \perp\!\!\!\perp C \mid A$ ، دو عبارت  $\frac{P(A) P(B|A) P(C|A,B)}{P(C)P(B|C)}$  و  $P(A \mid B,C)$  معادل اند.

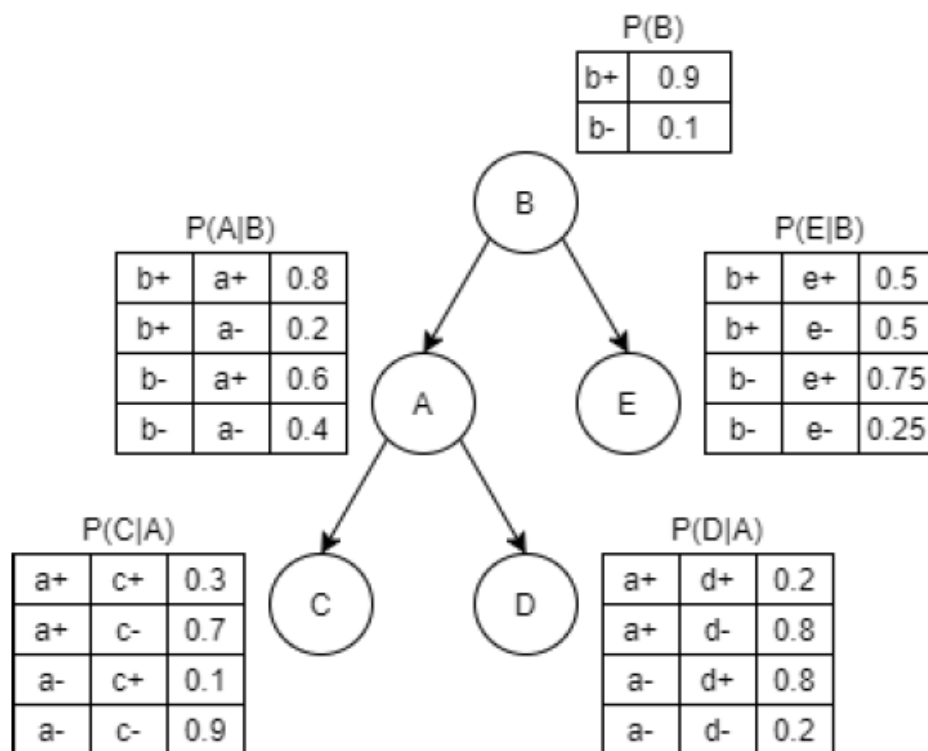
ب) با دانستن  $A \perp\!\!\!\perp B \mid C$ ، دو عبارت  $P(A \mid B, C) P(B \mid C)$  و  $P(A \mid B,C)$  معادل اند.

ب) با دانستن  $B \perp\!\!\!\perp C \mid A$ ، دو عبارت  $P(A \mid C) P(C \mid B)$  و  $P(A \mid B,C)$  معادل اند.

### سوال چهارم (۱۶ نمره)

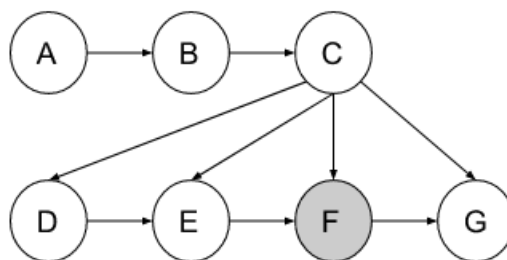
شبکه بیزی زیر و جداول احتمالات آن را در نظر بگیرید. احتمال  $p(A \mid b+, c-)$  را با استفاده از دو روش

**Enumeration , Elimination** محاسبه کرده و تعداد محاسبات هر روش را بدست آورید.



### سوال پنجم (۱۲ نمره)

برای شبکه بیز زیر کوثری  $P(B, D|+f)$  داده شده است.



پس از در نظر گرفتن evidence، فاکتورهای زیر را در اختیار داریم:

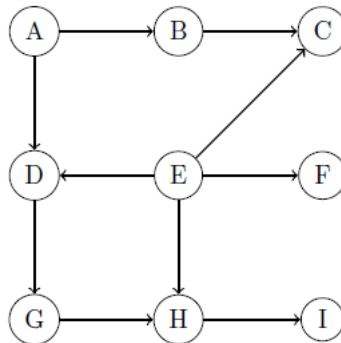
$P(A), P(B|A), P(C|B), P(D|C), P(E|C, D), P(+f|C, E), P(G|C, +f)$

الف) برای محاسبه پاسخ این کوثری می‌خواهیم variable elimination را با ترتیب از چپ به راست متغیرهای A, C, E, G اجرا کنیم. در هر مرحله فاکتورها و سائز آنها را مشخص کنید.

ب) توضیح دهید با استفاده از فاکتورهای به دست آمده از قسمت الف چگونه کوثری داده شده محاسبه می‌شود.

سوال ششم (۱۲ نمره)

صحیح و غلط بودن مواد زیر را با بررسی کامل مشخص کنید. (توضیحات کامل)

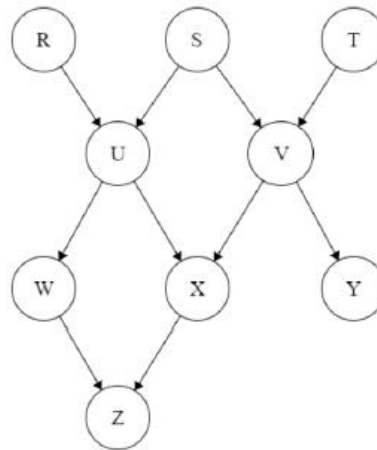


الف)  $B \perp\!\!\!\perp E \mid F$

ب)  $C \perp\!\!\!\perp G \mid A, I$

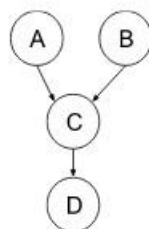
ج) با توجه به شکل زیر و با استفاده از **D-Separation** درستی یا نادرستی گزاره زیر را مشخص کنید. در صورت نادرست بودن، یک مسیر معتبر بین دو متغیر تصادفی بنویسید:

$W \perp\!\!\!\perp T \mid U, X, Z$



سوال هفتم (۱۰ نمره + ۵ نمره امتیازی قسمت ج)

شبکه بیز زیر را در نظر بگیرید:



A	$\mathbb{P}(A)$
+a	1/5
-a	4/5

B	$\mathbb{P}(B)$
+b	1/3
-b	2/3

A	B	C	$\mathbb{P}(C A, B)$
+a	+b	+c	0
+a	+b	-c	1
+a	-b	+c	0
+a	-b	-c	1
-a	+b	+c	2/5
-a	+b	-c	3/5
-a	-b	+c	1/3
-a	-b	-c	2/3

C	D	$\mathbb{P}(D C)$
+c	+d	1/2
+c	-d	1/2
-c	+d	1/4
-c	-d	3/4

الف) فرض کنید می‌خواهیم به کمک روش rejection sampling مقدار  $P(+c|-a, -b, -d)$  را تخمین بزنیم. همه نمونه‌هایی که در محاسبه این احتمال استفاده خواهند شد را خط بزنید و مقدار تخمینی را به دست آورید.

$(-a, -b, +c, +d)$   $(+a, -b, -c, -d)$   
 $(+a, -b, -c, +d)$   $(-a, +b, +c, +d)$   
 $(-a, -b, +c, -d)$   $(-a, -b, -c, -d)$

ب) در روش likelihood weighting برای محاسبه  $P(+c|-a, -b, -d)$  نمونه‌های زیر به دست آمده است. وزن هر نمونه را مشخص کنید و مقدار تخمینی احتمال را محاسبه کنید.

$(-a, -b, -c, -d)$   
 $(-a, -b, +c, -d)$   
 $(-a, -b, +c, -d)$

ج) در روش نمونه‌برداری Gibbs کدام ترتیب‌های تولید نمونه ممکن است رخ دهد؟ (امتیازی)

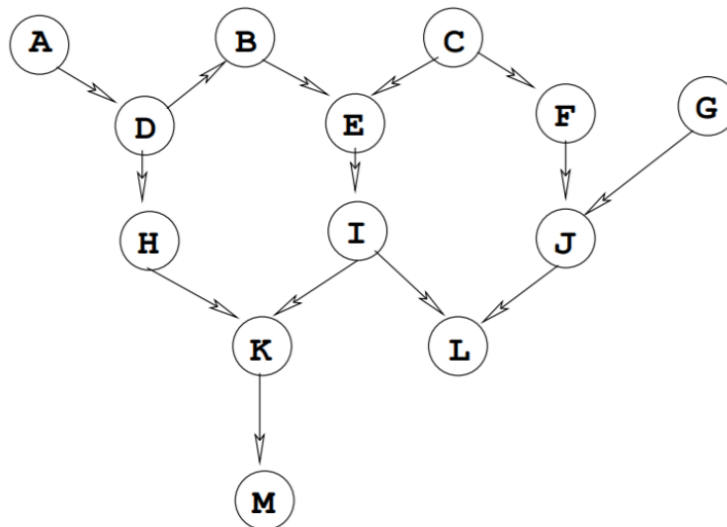
ترتیب ۳				
+d	-c	-b	-a	۱
-d	-c	-b	-a	۲
-d	-c	+b	-a	۳

ترتیب ۲				
+d	-c	-b	-a	۱
-d	-c	-b	-a	۲
+d	+c	-b	-a	۳

ترتیب ۱				
+d	-c	-b	-a	۱
+d	-c	-b	-a	۲
+d	+c	-b	-a	۳

### سوال هشتم (۱۰ نمره امتیازی)

در شبکه بی‌زی زیر توضیح دهید اگر بخواهیم متغیرهای  $A$  و  $J$  مستقل باشند، کدام متغیرها باید مشاهده شوند.



## توضیحات تکمیلی

- پاسخ به تمرین ها باید به صورت فردی انجام شود. در صورت مشاهده تقلب، برای همه ی افراد نمره صفر لحاظ خواهد شد.
- پاسخ خود را در قالب یک فایل PDF به صورت تایپ شده یا دست نویس (مرتب و خوانا) در سامانه کورسز آپلود کنید.
- فرمت نامگذاری تمرین باید مانند AI\_HW4\_9931099 باشد.
- در صورت هر گونه سوال یا ابهام از طریق ایمیل [aispring1401@gmail.com](mailto:aispring1401@gmail.com) با تدریس یاران در ارتباط باشید. همچنین خواهشمند است در متن ایمیل به شماره دانشجویی خود اشاره کنید.
- همچنین می توانید از طریق تلگرام نیز با آیدی های زیر در تماس باشید و سوالاتتان را مطرح کنید:
  - @marmar\_kt
  - @Arriann
  - @Shafiei\_Maryam
- ددلاین این تمرین ۲۵ خرداد ۱۴۰۲ ساعت ۲۳:۵۵ است و امکان ارسال با تاخیر وجود ندارد، بنابراین بهتر است انجام تکلیف را به روز های پایانی موکول نکنید.