

معماری کامپیوتر

تمرین نهم

سوال اول

دو عدد A و B را با استفاده از الگوریتم Booth در هم ضرب کنید. (نمایش دودویی ۴ بیتی)

$$A = -7 = 1001 \text{ و } B = +3 = 0011$$

برای مشخص شدن مراحل و اینکه هر لحظه در کدام بخش از فلوچارت الگوریتم Booth هستیم در پایین الگوریتم به صورت شبه کد نوشته شده است (شماره‌های هر سطر در ستون step جدول آمده):

0: start

1: $Q \leftarrow 0, G \leftarrow 0, sc \leftarrow 4$ (چون اعداد ۴ بیتی هستند)

2: if $B0:G = 10$ then goto 3

else if $B0:G = 01$ then goto 4

else goto 5

3: $E:Q \leftarrow Q + A' + 1$ then goto 5

4: $E:G \leftarrow Q + A$ then goto 5

5: SAR $Q:B:G$ and $sc \leftarrow sc - 1$

6: if $sc \neq 0$ goto 2 else goto 7

7: finish

سوال اول

تاخیر جمع: 10ns - تاخیر شیفت: 2ns - تاخیر مکمل‌گیری: 5ns

$$A = -7 = 1001 \Rightarrow A' = 0110$$

step	sc	E:Q3Q2Q1Q0	B3B2B1B0	G	Delay	Operation
1	4	0:0000	0011	0	0	مقداردهی اولیه
2	4	0:0000	0011	0	0	B:G = 10 → goto 3
3	4	0:0111	0011	0	10ns + 10ns	<p>$E:Q \leftarrow 0000 + 0110 + 1$ then goto 5</p> <p>فرض می‌کنیم در این بخش مکمل A محاسبه می‌شود. چون در ادامه تغییری نمی‌کند که لازم باشد هر بار با رسیدن به مرحله‌ی ۳ مکمل A دوباره حساب شود. در حین محاسبه شدن A' می‌توانیم Q+1 را حساب کنیم و بعد هم حاصل را با A' جمع کنیم.</p>

سوال اول

تاخیر جمع: 10ns - تاخیر شیفت: 2ns - تاخیر مکمل‌گیری: 5ns

$$A = -7 = 1001 \Rightarrow A' = 0110$$

step	sc	E:Q3Q2Q1Q0	B3B2B1B0	G	Delay	Operation
5	3	0:0011	1001	1	5ns + 10ns شیفت دادن همزمان با مکمل‌گیری یک، در نظر گرفته شده است	SAR 0111:0011:0 $SC \leftarrow SC - 1$ برای اینکه مقدار SC را یکی کم کنیم، می‌توانیم SC را با 1 جمع کنیم. پس باید یک بار مکمل 1 را حساب کنیم و هر بار با آن جمع کنیم. (البته اگر هر بار حساب کرده‌اید یا 1- را حساب شده در نظر گرفتید هم درست است) بعد از بررسی شدن SC در مرحله 6 به مرحله 2 می‌رویم.
2	3	0:0011	1001	1	0	B:G = 11 → goto 5

سوال اول

تاخیر جمع: 10ns - تاخیر شیفت: 2ns - تاخیر مکمل‌گیری: 5ns

$$A = -7 = 1001 \Rightarrow A' = 0110$$

step	sc	E:Q3Q2Q1Q0	B3B2B1B0	G	Delay	Operation
5	2	0:0001	1100	1	10ns	SAR 0011:1001:1 $sc \leftarrow sc - 1$ این بار هم شیفت دادن می‌تواند همزمان با عمل جمع انجام شود. (در صورتی که جدا حساب کردید هم درست است). بعد از بررسی شدن sc در مرحله 6 به مرحله 2 می‌رویم.
2	2	0:0001	1100	1	0	B:G = 01 \rightarrow goto 4
4	2	0:1010	1100	1	10ns	E:G \leftarrow 0001 + 1001

سوال اول

تاخیر جمع: 10ns - تاخیر شیفت: 2ns - تاخیر مکمل‌گیری: 5ns

$$A = -7 = 1001 \Rightarrow A' = 0110$$

step	sc	E:Q3Q2Q1Q0	B3B2B1B0	G	Delay	Operation
5	1	0:1101	0110	0	10ns	SAR 1010:1100:1 $sc \leftarrow sc - 1$ شیفت دادن همزمان با عمل جمع انجام شده. و در ادامه به مرحله 2 می‌رویم.
2	1	0:1101	<u>0110</u>	<u>0</u>	0	B:G = 00 \rightarrow goto 5
5	0	0:1110	1011	0	10ns	SAR 1101:0110:0 $sc \leftarrow sc - 1$ شیفت دادن همزمان با عمل جمع انجام شده. این بار از بررسی شدن SC در مرحله 6 به مرحله 7 می‌رویم.

حاصل ضرب Q:B
 $Q:B = 1110:1011 = -21$

سوال دوم

فرض کنید مقایسه‌ی دو عدد A و B به صورت $A+B'+1$ انجام می‌شود. با توجه به پرچم‌های Z ، V ، C و S استفاده شده در پردازنده‌ها به سوالات زیر پاسخ دهید (پرچم V برای سرریز است یعنی زمانی 1 می‌شود که حاصل عملیات دچار سرریز شود).

الف) مشخص کنید که آیا $C = 1$ شرط لازم و کافی برای $A \geq B$ ، در صورتی که A و B بدون علامت باشند، هست؟ چرا؟

بله هست. برای توضیح از استدلال‌های مختلفی می‌توان استفاده کرد. یک استدلال می‌تواند در قالب مثال زدن باشد و بعد جامعیت دادن به مثال باشد.

استدلال بعدی با توجه به اطلاعات اولیه‌ی مساله است. اگر حالتی را بررسی کنیم که شرط مساله برقرار است یعنی $A \geq B$ ، می‌توان به زبان دیگر گفت که A از مکمل B' (که خود B است) بزرگتر است. با این جمله متوجه می‌شویم در $A+B'+1$ قرار است B' با عددی جمع شود که از مکمل آن بزرگتر است و بعد هم با 1 جمع شود پس حتما حاصل جمع سرریز خواهد داشت.

سوال دوم

استدلال دیگر می‌تواند اینطور باشد...

اگر قرار باشد $A \geq B$ برقرار باشد، در این صورت باید حاصل $A - B$ یک عدد مثبت باشد. چون A و B اعدادی بی‌علامت هستند پس تنها کافی است مطمئن شویم حاصل تفاضل این دو عدد رقم قرضی نداشته است و در درس دیدیم Borrow = not carry پس هر زمان که رقم قرضی نداشته باشیم حتما بیت نقلی خواهیم داشت و $C = 1$ خواهد بود.

سوال دوم

ب) اگر $A=10110010$ و $B=10011011$ در سیستم مکمل دو باشند، مقدار هر پرچم را پس از عملیات مقایسه‌ی A و B مشخص کنید.

$$B' = 01100100$$

$$B' + 1 = 01100101$$

$$A + B' + 1 = 1:00010111$$

در حاصل جمع یک رقم carry به وجود آمد بنابراین بیت $C=1$ خواهد بود.
اما سرریز اتفاق نیفتاده است (با چک کردن شرط سرریز اعداد مکمل دو) بنابراین $V=0$ خواهد بود.
از آنجا که حاصل صفر نشده است پس zero flag یا $Z=0$ خواهد بود.
و در انتها چون حاصل جمع عددی مثبت است sign یا علامت ما برابر صفر می‌شود یعنی $S = 0$

پایان

