

# جمع‌بندی میان ترم

کلاس حل تمرین معماری

هشتم آذر 1400

# فهرست

نقشه ذهن و خلاصه

حل تمرین

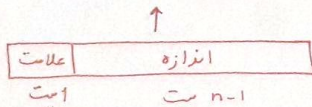
سوال های میان ترم ترم قبل

کوییز های ترم های قبل

سوالاتی کنکور

در صورت  $n$  بیتی بودن تنها اعداد صحیح  $0$  تا  $2^n - 1$  را می‌توانیم نشان دهیم.

این قسمت همدیگر علامت است.



در صورت  $n$  بیتی بودن، اعداد صحیح بازه  $(2^{n-1} - 1)$  تا  $2^{n-1} - 1$  را می‌توانیم نشان دهیم. ایراد: منفی صفر داریم.

اعداد مثبت هگلی مثل اندازه علامت هستند. اعداد منفی،  $not$  شده ی اعداد مثبت اند. در صورت  $n$  بیتی بودن، بازه  $(2^{n-1} - 1)$  تا  $2^{n-1} - 1$  را می‌توانیم نشان دهیم و از این نظر تفاوتی با اندازه علامت ندارد.

+ ایراد وجود صفر منفی برطرف نشده.   
  $\Leftarrow$  کلاً از این شیوه استفاده نمی‌کنیم.

بی علامت

اندازه علامت  
(علامت دار)

اعداد صحیح

مکمل 1  
1's complement

مکمل 2  
2's complement

مکمل 2  
افزونه بایس 1

مکمل 2  
افزونه بایس 2

پترون اعداد مثبت در این نمایش مثل اندازه علامت است. برای ترسیم کردن یک عدد، ابتدا تمام بیت‌ها را  $not$  می‌کنیم و دیگر به آن اضافه نمی‌کنیم.

3  $\xrightarrow{\text{مکمل 2}}$  00000011  $\xrightarrow{not}$  11111100  
-3  $\xrightarrow{\text{مکمل 2}}$  11111101

در صورت  $n$  بیتی بودن، بازه  $2^{n-1} - 1$  تا  $2^{n-1} - 1$  را می‌توانیم نشان دهیم. منفی صفر نداریم و  $2^{n-1} - 1$  به اعداد نسبت به نمایش‌های قبلی اضافه شده است.

\* بازه همون بازه است. عددا همون عددا! منتها پترن با  $2^{n-1}$  جمع شده.

3  $\xrightarrow{\text{مکمل 2}}$  10000011  
افزونه بایس 1

\* بازه همون بازه، عددا همون عددا! منتها پترن با  $2^{n-1} - 1$  جمع شده. 111:

3  $\xrightarrow{\text{مکمل 2}}$  10000010  
افزونه بایس 2

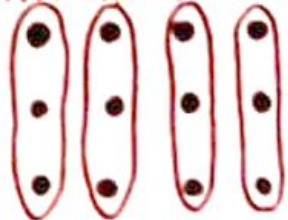
عدد (8 بیتی)	نمایش مکمل 2	نمایش مکمل 2 بایس 1	نمایش مکمل 2 بایس 2
+127	01111111	11111111	11111110
+126	01111110	11111110 $\rightarrow (+126 + 128)$	11111101
...	...	...	...
+2	00000010	10000010	10000001
+1	00000001	10000001	10000000
0	00000000	10000000	01111111
-1	11111111	01111111	01111110
-2	11111110	01111110 $\rightarrow (-2 + 128)$	01111101 $\rightarrow (-2 + 127)$
...	...	...	...
-127	10000001	00000001	00000000
-128	10000000	00000000 $\rightarrow (-128 + 128)$	11111111 $\rightarrow (-128 + 127)$





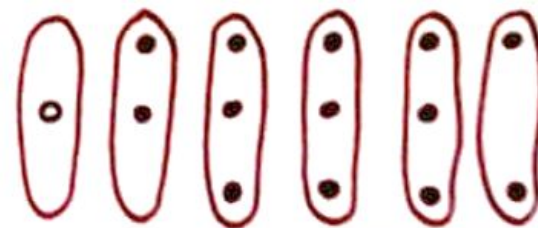
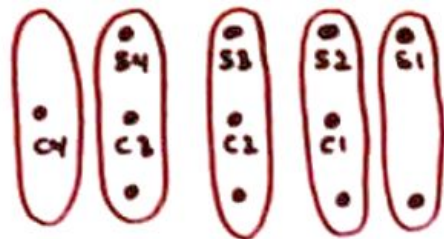


FA4 FA3 FA2 FA1



S4 S3 S2 S1

C4 C3 C2 C1



5 عدد 4 بیتی  
n m

جمع دو عدد  
6 بیتی

Ripple Adder

در هر بار یکی به تعداد  
بیت ها مون اضافه می شه.  
(از نظر انتق)

هر بار تعداد

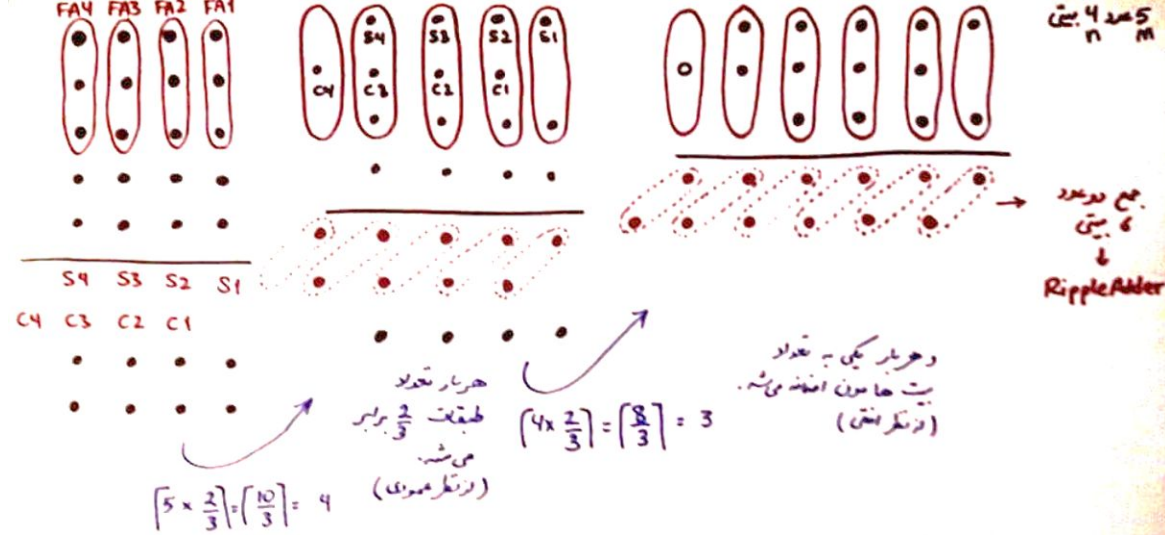
طبقات  $\frac{2}{3}$  برابر  
می شه.

(از نظر عمومی)

$$\left(4 \times \frac{2}{3}\right) = \left\lceil \frac{8}{3} \right\rceil = 3$$

$$\left\lceil 5 \times \frac{2}{3} \right\rceil = \left\lceil \frac{10}{3} \right\rceil = 4$$





$$\begin{aligned}
 \text{Delay} &= (\text{تعداد طبقه}) \times (\text{تاخیر FA}) + (\text{تاخیریک RA} - x \text{ بیت}) \\
 &= \left( \log_{\frac{3}{2}}^m \right) \times (2d) + \left[ n + \log_{\frac{3}{2}}^m \right] \text{-bit Ripple Adder} \\
 \text{Cost} &= \left( \sum_{i=1}^{\log_{\frac{3}{2}}^m} (n + i - 1) \times \frac{m}{3} \times \left( \frac{2}{3} \right)^{i-1} \right) \text{FA} + \left( n + \log_{\frac{3}{2}}^m \right) \text{RA}
 \end{aligned}$$

تعداد FA ها

# پرچم های ALU

Z (zero)

C (carry)

N (negative)

V یا O(overflow)

S یا N (sign)

P (parity)

A (Above)

<https://riptutorial.com/x86/example/6976/flags-register>



$$\text{borrow} = x' \cdot y$$

$$\text{sub} = x \oplus y$$

$$\text{borrow} = x' \cdot (y + B) + x \cdot y \cdot z$$

$$A - B = A + (B' + 1)$$

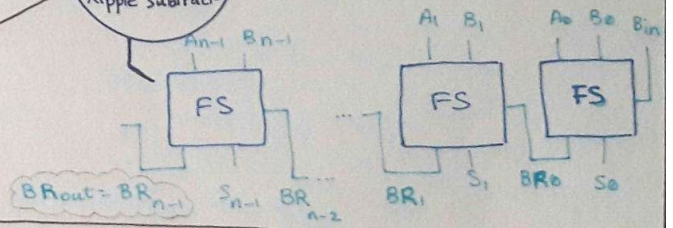
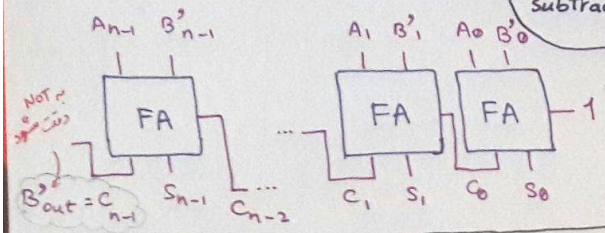
$$\begin{aligned} \text{subtract} &\leftarrow 2nd \\ \text{borrow} &\leftarrow (2n+1)d \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3n-2)d &\rightarrow \text{subtract} \\ 3nd &\rightarrow \text{borrow} \end{aligned}$$

مکمل گیر  
Complement subtractor

تفریق کننده  
ابتدای  
Ripple subtractor

تفریق کننده ها  
(بی علامت)



همه ی جمع کنده ها و تفریق کنده های اعداد بی علامت می تواند اعداد مکمل 2 را جمع بزند یا تفریق کند

تفاوت اینجاست.

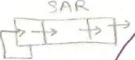
نیست

ایجاد رقم قرضی (زیرا نتیجه منفی است و تا به نمایش نبود بیت نقلی (در مدار مکمل گیر)  $\equiv$   $C_{out} = 1$   $\equiv$  ای در رقم نقلی  $\equiv$  جمع دو عدد بی علامت  $\equiv$  تفریق دو عدد بی علامت

$$\begin{aligned} A + B' - 1 &\equiv \text{در صورت سرریز} \equiv \begin{aligned} &\text{جمع دو عدد مکمل 2} \quad \text{تفریق دو عدد مکمل 2} \\ &\equiv A'_{n-1} \cdot B'_{n-1} \cdot S_{n-1} + A_{n-1} \cdot B_{n-1} \cdot S'_{n-1} = 1 \\ &\equiv C_{n-1} \oplus C_{n-2} = 1 \end{aligned} \end{aligned}$$

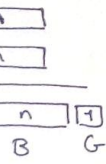




1:  $Q \leftarrow 0$   $G \leftarrow 0$   $sc \leftarrow n$   
 2: if  $B_0 G == 10$  then goto 3  
     else if  $B_0 G == 01$  then goto 4  
     else goto 5  
 3:  $E: Q \leftarrow Q + A' + 1$  then goto 5  
 4:  $E: Q \leftarrow Q + A$  then goto 5  
 5: SAR  $Q: B: G$    
      $sc \leftarrow sc - 1$   
 6: if  $sc \neq 0$  goto 2  
     else goto 7  
 7: Product =  $Q: B$   
     finish

الگوریتم

ضرب کننده  
بوش



ضرب کسره ها  
(2 عدد بیت)

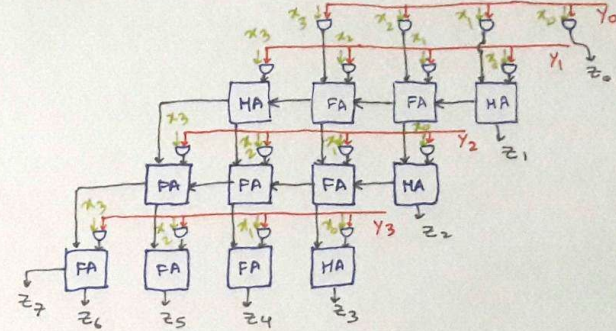
$x, y \begin{cases} 1d \\ 1g \end{cases}$

ضرب کسره  
اعداد بی علامت  
 $n=1$

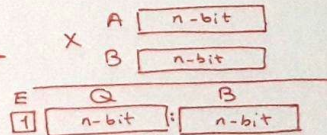
روش  
جمع های  
متوالی

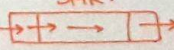
شیفت و جمع  
Shift-add  
multiplier

ضرب کسره  
آرایه ای  
Array multiplier



$$\begin{cases} \text{delay} = (5n-6) d \\ \text{Cost} = n^2 + (n-1)(5n-3) - 3 \\ = (6n^2 - 8n) g \end{cases}$$



1:  $Q \leftarrow 0$ ,  $sc \leftarrow n$   
 2: if  $B_0 == 1$  goto 3  
     else goto 4  
 3:  $E: Q \leftarrow Q + A$   
 4: SHR  $E: Q: B$    
      $sc \leftarrow sc - 1$   
 5: if  $sc \neq 0$  goto 2  
     else goto 6  
 6: Product =  $Q: B$  finish

SHR:

نکات: نمایش بوش برای عدد دوم (B)  
 \* اگر قطاری از یک های پشت سرهم از مرتبه  $2^k$  تا  $2^m$  باشد، می توان این عدد را به صورت  $+2^{k+1} - 2^m$  نوشت.  
 $+14 = 00001110 = 2^4 - 2^1$   
 $-31 = 11100001 = (0 - 2^5) + (2^1 - 2^0)$

1:  $Q \leftarrow 0$ ,  $R \leftarrow 0$   
 2: if  $B \neq 0$  then  
      $Q: R \leftarrow Q: R + A$   
      $B \leftarrow B - 1$   
 else  
     Product =  $Q: R$   
     finish

نکته  
سورایت نداریم  
در ضرب



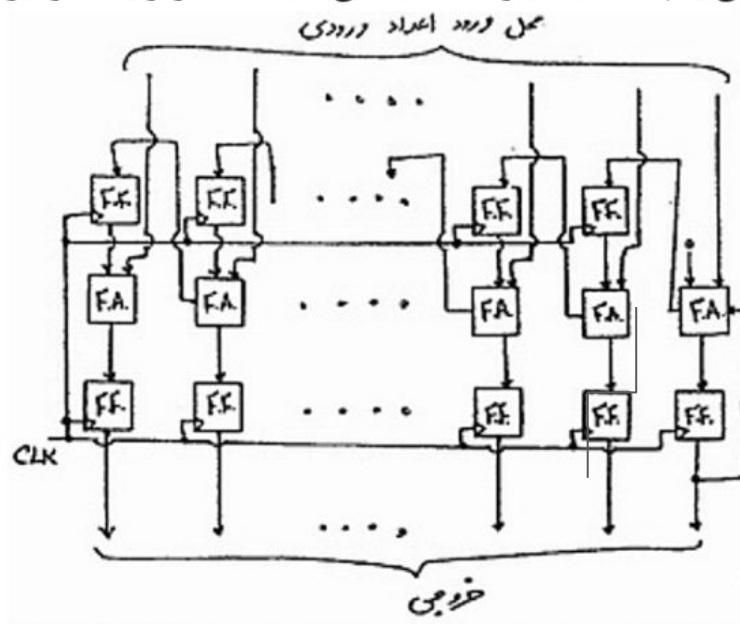
# سوال‌های میانترم ترم قبل

# سوال اول

مشابه سوال تمرین هفتم

سوال ۲ (جمع کننده)

از مدار زیر برای جمع  $m$  عدد  $n$  بیتی به روش Carry-Save-adder استفاده می شود. برای جمع  $f$  عدد ۱۶ بیتی به چند کلاک نیاز است؟ (تمامی FF ها مقدار اولیه صفر دارند) (۲ نمره)



$$n+f-1 = 16+f-1$$

If  $f = 1$ : answer = 16 clock



## سوال دوم

سوال ۳ (ضرب کننده)

الف) عدد ددهی  $-fg$  (منفی  $f$  دهگان و  $g$  یکان) را در نمایش مکمل دو  $A$  بیتی بیان کنید و آنرا  $A$  بنامید (۱ نمره).

ب) عدد ددهی  $+de$  (مثبت  $d$  دهگان و  $e$  یکان) را در نمایش مکمل دو،  $A$  بیتی بیان کنید و آنرا  $B$  بنامید (۱ نمره).

ج) چنانچه ضرب دو عدد  $A$  (مضروب) در  $B$  (مضروب فیه) بدست آمده در مرحله قبل، مدنظر باشد، مطلوبست:

ج-۱) تعداد عملیات جمع هنگام ضرب شیفت و جمع (۱ نمره).

ج-۲) تعداد عملیات جمع و تفریق هنگام ضرب به روش بوث (۱ نمره).

## سوال سوم

### سوال ۴ (تقسیم کننده)

در خصوص تقسیم دو عدد اندازه علامت مقسوم و مقسوم علیه به ترتیب  $S_A A$  و  $S_B B$  که در آن  $A$  و  $B$  اندازه و ۸ بیتی هستند در خارج قسمت  $S_Q Q$  و باقیمانده  $S_R R$  که  $Q$  و  $R$  نیز اندازه دو عدد و ۸ بیتی هستند:

الف) الگوریتم تقسیم را بصورت دقیق ترسیم کنید (۴ نمره).

ب) برای دو عدد  $fg -$  (منفی اف جی) و  $de +$  (مثبت دی ای) الگوریتم را اجرا کنید و نتیجه را ذکر کنید (۲ نمره).

# کوییز های ترم های قبل



## سوال چهارم

سوال ۱) در نمایش بی علامت، همانطور که مستحضرید جمع کننده **Ripple Adder** به دلیل آنکه **Carry** عامل کندی در محاسبات است، روش های مختلفی برای حذف این عامل تاخیر همچون **Carry Look A-head** و نیز **Uniform Carry Select Adder** ارایه شد. با دقت به مراحل توجیهی و نیز طراحی هر یک از این جمع کننده ها به سوال زیر پاسخ دهید:

الف) در تفریق به روش **Ripple Subtractor** که از آبشاری کردن واحدهای **Full Subtractor** استفاده می شود، حرکت آبشاری رقم قرضی عامل کندی است. آیا می توان مشابه روش **Carry Look A-Head**، تفریق کننده **Borrow Look A-Head** ساخت؟ اگر بله، مراحل طراحی را برای اعداد ۸ بیتی توضیح دهید.

## سوال چهارم

$$B_0 = X'_0 \cdot (y_0 + B_{in}) + X_0 \cdot y_0 \cdot B_{in}$$

$$= B_{in} \underbrace{(X_0 y_0 + X'_0)}_{G_0} + \underbrace{X'_0 y_0}_{P_0}$$

$$\Rightarrow P_i = X'_i \cdot y_i, \quad G_i = X_i y_i + X'_i$$

$$B_0 = X'_0 \cdot (y_0 + B_{in}) + X_0 \cdot y_0 \cdot B_{in} = B_{in} \overbrace{(X_0 y_0 + X'_0)}^{G_0} + \overbrace{X'_0 y_0}^{P_0}$$

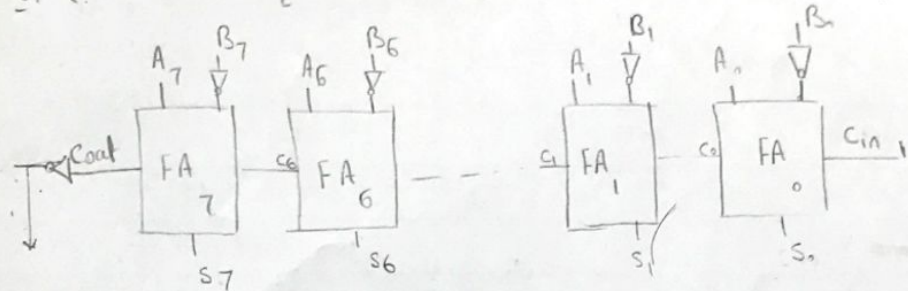
$$B_1 = X'_1 \cdot (y_1 + B_0) + X_1 y_1 B_0 = B_0 (X_1 y_1 + X'_1) + X'_1 y_1 = (B_{in} (X_0 y_0 + X'_0) + X'_0 y_0) (X_1 y_1 + X'_1) + X'_1 y_1$$

$$= B_{in} (X_0 y_0 + X'_0) ((X_1 y_1 + X'_1) + X'_1 y_1) + X'_0 y_0 ((X_1 y_1 + X'_1) + X'_1 y_1)$$

$$= B_{in} (G_0) ((G_1 + P_1) + P_0 (G_1 + P_1))$$

# سوال چهارم

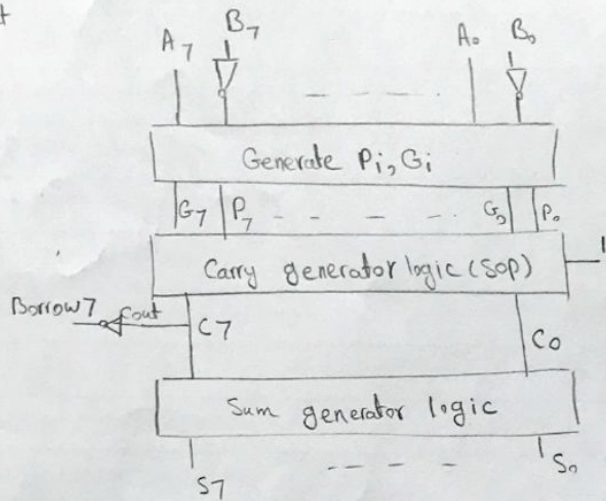
الف) طبقه ۱ همان طور که می دانیم در حالت کلی  $A-B = A+B' + 1$  می باشد. ما می توانیم تقریباً این نوعی به جمع تبدیل کنیم و نتیجه را به دست آوریم



: Ripple Adder

Borrow out =  $\overline{Cout}$

Borrow look ahead



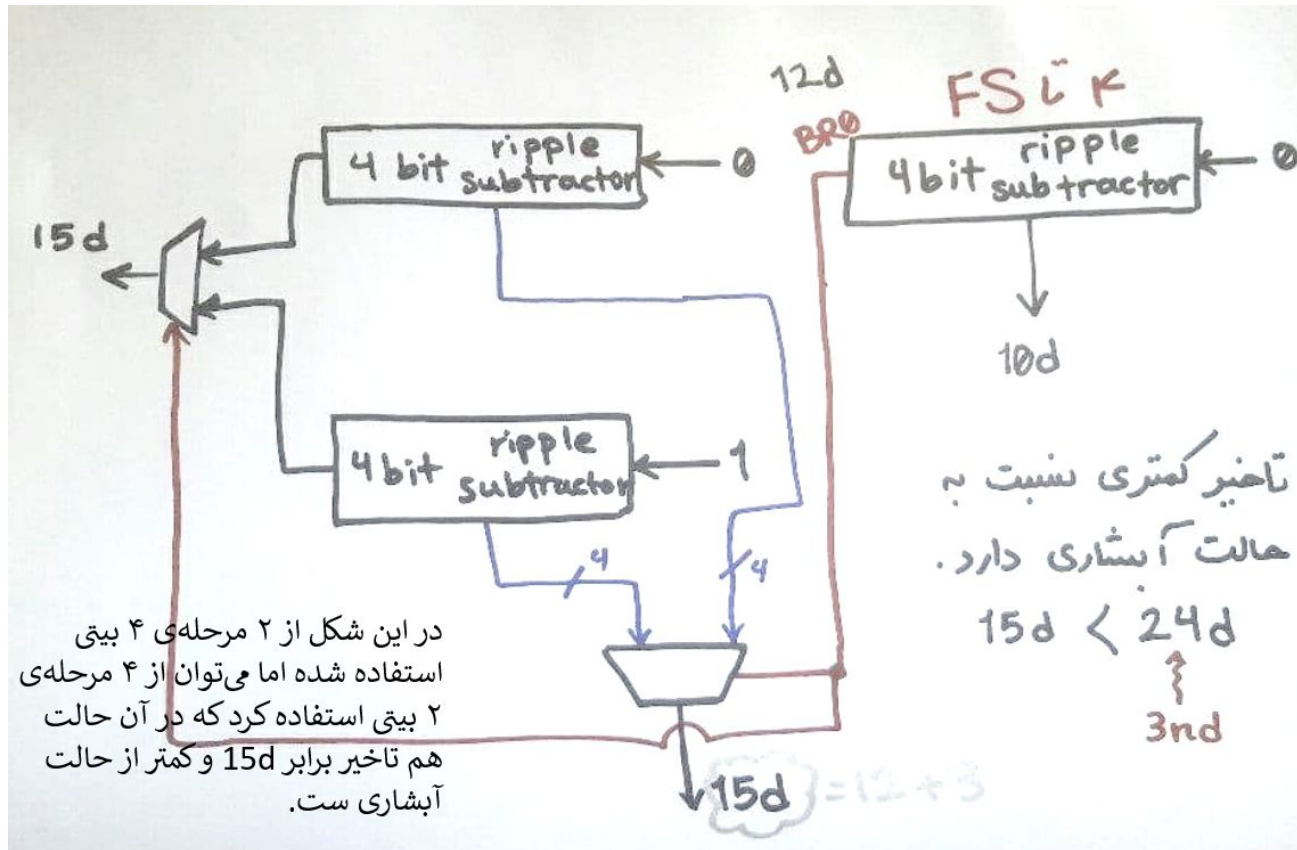
یا (۲)



## سوال چهار و نیم

ب) در تفریق به روش **Ripple Subtractor** که از آبشاری کردن واحدهای **Full Subtractor** استفاده می‌شود، حرکت آبشاری رقم قرضی عامل کندی است. آیا می‌توان مشابه روش **Uniform Carry Select Adder**، تفریق کننده **Uniform Borrow Select Subtractor** ساخت؟ اگر بله، مراحل طراحی را برای اعداد ۸ بیتی توضیح دهید.

## سوال چهار و نیم



# سوالات کنکور



۷۳- حداقل شرط لازم و کافی برای تشخیص دو عدد بی علامت  $A$  و  $B$  به طوری که  $A \geq B$  باشد، با استفاده از روش

$A + \bar{B} + 1$  کدام است؟

$Z = 1$  OR  $S = 0$  (۱)

$Z = 1$  OR  $C = 1$  (۲)

$S = 0$  (۳)

$C = 1$  (۴)

$$A \geq B \Rightarrow A - B \geq 0 \Rightarrow A + B' + 1 \geq 0$$

۷۲- برای جمع ترکیبی ۹ عدد دودویی  $n$  بیتی به روش carry-save ، حداقل تعداد جمع کننده carry-save کدام است؟

(۱) ۷ (۲) ۹ (۳) ۱۱ (۴) بستگی به  $n$  دارد.

$9=3,3,3$   
 $2,2,2=3,3$   
 $2,2=3,1$   
 $2,1=3$   
 $2$