

باسمه تعالی  
مجموعه تمرینات درس بهینه‌سازی



دانشگاه صنعتی امیرکبیر  
(پلی تکنیک تهران)

دانشکده مهندسی کامپیوتر و فناوری اطلاعات

شماره تمرین: ۲  
تاریخ تحویل: چهارم آذر

## مسائل تشریحی

۱ فرض کنید به جای شروط ولف از شروط زیر جهت تعیین مقدار بهینه  $\alpha$  استفاده میکنیم. بررسی کنید این شروط چه معایبی نسبت به شروط ولف ممکن است داشته باشد. ( $0 < c < 0.5$ )

$$f(x_k) + (1 - c)\alpha_k \nabla f_k^T p_k \leq f(x_k + \alpha_k p_k) \leq f(x_k) + c\alpha_k \nabla f_k^T p_k \quad (1)$$

۲ تابع زیر را در نظر بگیرید و نشان دهید این تابع در جهت  $p_k = [-1, 1]^T$  در نقطه  $[1, 0]^T$ ، یک جهت کاهشی می باشد. همچنین طول گام بهینه برای کمینه کردن تابع در این جهت را مشخص نمایید.

$$f(x) = (x_1 + x_2)^2 \quad (2)$$

۳ مسائل زیر را به فرم LP بازنویسی نمایید. (اختیاری: تمرین 4.11 مسائل بیشتری در این مورد دارد.)

$$\begin{aligned} & \text{(آ)} \quad \min \|Ax - b\|_1 \quad \text{با قید } \|x\|_\infty \leq 1 \\ & \text{(ب)} \quad \min \|Ax - b\|_\infty \end{aligned}$$

۴ مسائل زیر را از کتاب بوید حل نمایید 4.9, 4.12

## پیاده سازی

سوالات این بخش را بدون استفاده از جعبه ابزار پیاده سازی نمایید.

۱. به منظور پیدا کردن مینیمم تابع  $f_i(x)$  الگوریتم های زیر پیاده سازی نمایید

(آ) Steepest Decent  
(ب) Quasi Newton

i.  $f(x)$  را رسم نمایید و در مورد محدب بودن یا نبودن آن تحقیق نمایید

ii. از شرط ولف و شرط سوال ۱ (رابطه ۱) به صورت جداگانه برای ارزیابی مقادیر آلفا بهره بگیرید نواحی acceptable را گزارش کنید و ضرایب مناسب این شروط را با ذکر دلیل گزارش نمایید.

iii. برای هر یک از الگوریتم ها اندازه ابتدایی گام ( $\alpha_0$ ) را به طرز مناسبی انتخاب نمایید و دلیل خود را شرح دهید.

iv. در هر بار دفعه اجرا کاهش می‌بودن جهت  $p_k$  را بررسی نمایید و  $k$  هایی که این مقدار کاهش می‌یابد را در یک جدول گزارش نمایید. برای روش quasi newton ماتریس  $B_k$  را طوری بروزرسانی نمایید که مثبت قطعی بماند (روش دلخواه را برای بروزرسانی را شرح دهید و  $B_0 = \nabla^2 f(x_0)$  در نظر بگیرید)

v. نمودار  $|f(x_{k+1}) - f(x_k)|$  را بر حسب تعداد بار اجرا رسم نمایید. در مورد میزان سرعت همگرایی دو الگوریتم به جواب چه می‌توان گفت؟ دو نمودار را مقایسه و تحلیل نمایید.

vi. تابع  $\Phi(\alpha)$  را رسم نمایید. مقدار آلفای  $\alpha$  که یافته‌اید را با این نمودار مقایسه نمایید و محل قرار گیری آن را به صورت تقریبی مشخص نمایید. تعیین کنید آلفایی که یافته‌اید در کجای نمودار قرار دارد (در مینیمم محلی، مینیمم سراسری، هیچکدام از این دو نوع مینیمم) و نتیجه را تحلیل کنید.

vii. به جای روش backtracking ساده برای انتخاب آلفا، از روش Cubic Interpolation بهره بگیرید و موارد بالا را تکرار نمایید.

(ج) توابع را به ترتیب زیر در نظر بگیرید.

$$f_1(\mathbf{x}) = 100(x_2 - x_1^2)^2 + (1 - x_1)^2 \quad (3)$$

$$f_2(x) = x^2 + \exp\left(\frac{-1}{(100(x-1))^2}\right) - 1 \quad (4)$$

برای تابع  $f_1$  نقاط شروع الگوریتم‌ها را سه نقطه  $[-1, 1]^T$ ,  $[0, 1]^T$ ,  $[2, 1]^T$  در نظر بگیرید. و همچنین برای تابع  $f_2$  نقاط شروع را  $[2]$ ,  $[-1]$  در نظر بگیرید.

۲. برای تابع  $f_1$  الگوریتم Trust Region را پیاده‌سازی نمایید. و به سوالات زیر پاسخ دهید.

(آ) برای انتخاب ماتریس  $B_k$  آیا ماتریس هسین، ماتریس مناسبی است؟ چرا؟

(ب) در هر ایتريشن از الگوریتم  $\rho_k$  را بر حسب  $k$  رسم نمایید.

(ج) برای حل زیر مساله ناحیه اطمینان دو روش Cauchy Point و Dog Leg را پیاده کنید.

(د) برای تابع  $f_2$  ماتریس  $B_k$  را برابر با هسین تابع در نظر بگیرید. روش نقطه کوشی را برای حل زیر مساله مربوط به این تابع استفاده نمایید. آیا به مینیمم تابع می‌رسید؟ جواب خود را تحلیل نمایید. (این تابع دو مینیمم در نقاط ۰، ۱ دارد).

## چند نکته در رابطه با تحویل تمرین

• لطفا ابتدا روی سوالات فکر کنید! **و در راه حلی که می‌نویسید نشان دهید که روی سوال فکر کرده‌اید.** در صورتی که از روی حل المسائل می‌نویسید سعی کنید راه حلی کامل و واضح ارائه دهید. (اغلب حل المسائل راه حل کامل و واضحی ندارند و خیلی از موارد را بدیهی فرض کرده‌اند!)

• در صورتی که سوالی در رابطه با تمرینات دارید با ایمیل [arimorteza+ConvexOptimization97981@gmail.com](mailto:arimorteza+ConvexOptimization97981@gmail.com) در ارتباط باشید.

• گزارش را با فرمت pdf و با ساختار اسمی `FullName_StudentId_HwNumber.pdf` در مودل آپلود نمایید.

• در صورتی که به صورت دستنویس تمرینات را حل می‌کنید، فایل عکس نهایی را با کیفیت مناسب و خوانا تهیه نمایید.

- لطفا در مورد تمرینات پیاده سازی فقط موارد خواسته شده در سوال را توضیح دهید و تحلیل کنید و از نوشتن مطالب نامرتبط و بدیهی جهت افزایش طول گزارش اجتناب کنید.
- نمره تمرینات مشابه ( اعم از کد و گزارش و ...) برای تمامی طرفین درگیر صفر منظور می گردد.
- شما در مجموع می توانید ۱۰ روز تاخیر داشته باشید (برای کل تمرینات جمع تاخیرهای شما نباید از ۱۰ روز بیشتر شود) و در صورت تاخیر بیش از ۱۰ روز کسر ۵ درصد نمره از نمره کل تمرینات به ازای هر روز تاخیر کم می گردد. بنابراین سعی کنید از این ۱۰ روز به نحو بهینه ای استفاده نمایید.