Nama : Farkhan
NPM : 20081010060
Kelas : B

RANGKUMAN SISTEM KOORDINAT

PENDAHULUAN

Sistem koordinat, disebut juga koordinat kartesius karena Rene Descartes dianggap sebagai penemunya, padahal Pierre de Tancredi Fermat mungkin adalah penemu yang pertama. Namun, Fermat tidak menrbitkan karya tulisnya. Pada saat yang sama, Rene Descartes mengembangkan sistem analisis geometri dan pada tahun 1637 ia menerbitkan secara khusus hasil-hasil temuannya. Oleh karean itu Descartes dianggap dikaitkan dengan penemuan bidang XY yang disebut koordinat kartesius. sistem koordinat juga sudah digunakan oleh masyarakat mesir kuno sejak 2000 tahun sebelumnya.

KOORDINAT KARTESIUS

Koordinat kertesius digunakan untuk menentukan letak titik-titk, menggunakan sepasang variabel (x, y). Titik(0, 0) disebut sebagai origin atau titik asal. Descartes menyarankan menggunakan huruf x dan y sebagai variabel, dan huruf lain digunakan sebagai angka, seperti pada persamaan $y=ax^2 + bx + c$. Sumbu-sumbu yang digunakan, berorientasi berlawanan arah jarum jam.

GRAFIK FUNGSI

Grafik fungsi memiliki kaitan yang erat dengan bidang kartesius, sehingga ketika fungsi memiliki bentuk yang mudah diidentifikasi seperti linier, parabola, gelombang, parabola, dan bentuk 'S'.

REPRESENTASI BENTUK

Setiap titik-titik yang ada pada bidang kartesius dapat dihubungkan dengan cara menarik garis luru dari satu titik ke titik yang lain dan bisa sampai merepresentasikan bentuk 2D. Luas dari poligon yang terbntuk dapat dihitung dengan rumus

$$= \frac{1}{2}[(x_0\, y_1 - x_1\, y_0) + (x_1\, y_2 - x_2\, y_1) + (x_2\, y_3 - x_3\, y_2) + (x_3\, y_0 - x_0\, y_3)]$$

dengan menghitung hasil perkalian x dengan y berikutnya, yang dikurangi x berikutnya dengan y sebelumnya. Untuk menentuka X dan Y mana yang lebih dulu, maka diurutkan berlawanan arah jarum jam, apabila searah, maka hasilnya akan negatif.

TEOREMA PYHTAGORAS

Teorema Pythagoras dapat digunakan untuk menentukan jarak antara dua titik yang membentuk sisi miring. Untuk menentukan sisi datarnya dihitung dari jarak antara X1 dan X2, dan untuk sisi tegaknya dengan menghitun jarak Y1 dan Y2. Atau rumusnya dapat juga ditulis seperti ini: $d = \sqrt{(x_2 - x_1) - (y_2 - y_1)}$

KOORDINAT KERTESIUS 3D

Untuk menentukan titik pada ruang kartesius 3D memerlukan 3 sumbu yaitu X, Y, dan Z. untuk menambahkan sumbu Z dapat menggunakan sistem aksian tangan kanan dan tangan kiri. ketiga sumbu tersebut saling tegak lurus. Penggunaan sistem pada paket grafis komputer komersial harus diperhatikan karena bisa menjadi masalah ketika memproyeksian titik 3D ke bidang 2D. Penggunaan tangan kanan tidak lagi digunakan untuk ruang 4 dimensi atau lebih.

TEOREMA PYHTAGORAS PADA RUANG 3D

Teorema Pythagoras pada 3D adalah pengembangan dari aturan 2D, dan berlaku untuk dimensi yang lebih tinggi. Rumus menghitung sisi miring adalah :

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) + (z_2 - z_1)}$$

Untuk menghitung jarak suatu titik dari titk origin adalah:

$$d = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

KOORDINAT KUTUB

Koordinat kutub digunakan untuk menangani data berupa sudut, di mana:

$x = \rho \cos \theta \qquad y = \rho \sin \theta$

$\rho = \sqrt{x^2+y^2} \qquad \theta = \arctan(y/x)$

Misalnya, pada titik Q(4, 0.8π) memiliki koordinat kartesius :

$x = 4 \cos(0.8\pi) \approx -3.24$

$y = 4 \sin(0.8\pi) \approx 2.35$

Dan titik (3, 4) memiliki koordinat kutub:

$\rho = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$

$\theta = \arctan(4/3) \approx 53.13°$

Bentuk rumus ini hanya bisa digunakan pada kuadran 1, sedangkan yang lainnya harus menggunakan perangkat lunak

KOORDINAT KUTUB BULAT

Titik P(x, y, z) setara dengan koordinat kutub bulat P($\rho, \emptyset, \theta$), di mana:

$x = \rho \sin \phi \cos \theta \qquad \rho = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

$y = \rho \sin \phi \sin \theta \qquad \phi = \arccos(z/\rho)$

$z = \rho \cos \phi \qquad \theta = \arctan(y/x)$

Misalnya, pada titik (3, 4, 0) memiliki koordinat kutub bulat :

$\rho = \sqrt{3^2 + 4^2 + 0^2} = 5$

$\phi = \arccos(0/5) = 90°$

$\theta = \arctan(4/3) \approx 53.13°$

Berhati-hatilah dalam menggunakan koordinat kutub bulat karena penulisnya sering menukar antara ϕ dengan θ

KOORDINAT SILINDER

Titik P(x, y, z) koordinat silinder yang setara dengan P($\rho, \emptyset, z$), di mana:

$x = \rho \cos \theta \qquad y = \rho \sin \theta \qquad z = z$

$\rho = \sqrt{x^2+y^2} \qquad \theta = \arctan(y/x)$

Misalnya, titik (3, 4, 6) memiliki koordinat silinder yang sama dengan:

$\rho = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$

$\theta = \arctan(4/3) \approx 53.13°$

$z = 6$

KOORDINAT BARISENTRIK

Koordinat barisentrik atau dikenal juga koordinat lokal, menentukan titik pada ruang relatif. Hal ini ditemukan oleh metematikawan Jerman, August Mobius (1790-1868).

Diberikan dua titik di bidang 2D A(x_a, y_a) dan B(x_b, y_b), dan titik tengahnya P(x_p, y_p) memiliki koordinat barisentrik:

$$x_p = sx_a + tx_b$$
$$y_p = sy_a + ty_b$$
$$1 = s + t$$

Contoh, jika s = t = 0.5, P berada antara A dan B dalam ruang 3D, maka rumusnya akan menjadi seperti ini:

$$x_p = rx_a + sx_a + tx_b$$
$$y_p = ry_a + sy_a + ty_b$$
$$z_p = rz_a + sz_a + tz_b$$
$$1 = r + s + t$$

KOORDINAT HOMOGEN

Koordinat homogen diusulkan oleh Mobius, Feuerbach, Bobillier, dan Plucker pada awal abad ke-19. Koordinat homogen menggunakan tiga titik pada bidang. Ini artinya titik (x, y) pada koordinat homogeny menjadi (xt, yt, t), di mana t adalah angka sembarang. Contohnya titik (3, 4) menjadi (6, 8, 2), karena 3 = 6/2 dan 4 = 8/2.

Alasan disebut “homogen” karena dapat mengubah fungsi f(x, y) menjadi f(x/t, y/t) tanpa menggangu titik kurva. Dalam 3D, titik (x, y, z) menjadi (xt, yt, zt, t).

Sumber buku : “Foundation Mathematics for Computer Science” – John Vince