

Trigonometri

AGUNG MUSTIKA RIZKI, S.KOM., M.KOM.

Outline Matematika Komputasi

1. Pengenalan Matematika Komputasi
2. Sistem Bilangan
3. Fungsi Ilmu Logika
4. Kombinatorika
5. Probabilitas
- 6. Trigonometri**
7. Sistem Koordinat
8. Vektor
9. Matriks
10. Transformasi Matriks
11. Aritmetika
12. Turunan
13. Integral 1
14. Integral 2 (Kondisional)

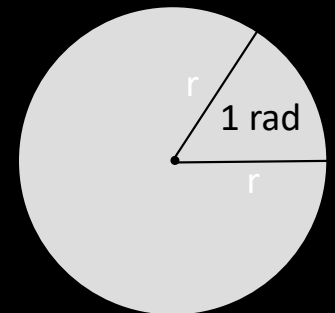
PENDAHULUAN

- Kata “trigonometri” terbagi menjadi tiga bagian: “tri”, “gon”, “metry”, yang berarti pengukuran poligon bersisi tiga, yaitu segitiga.
- Trigonometri merupakan bagian dari ilmu matematika yang mempelajari tentang hubungan antara sisi dan sudut dari suatu segitiga serta fungsi dasar yang muncul dari relasi tersebut.
- Trigonometri juga identik dengan fungsi trigonometri yang meliputi sinus (sin), cosinus (cos), tangen (tan), cosecan (cosec), secan (sec), dan cotangen (cotan) yang kesemuanya itu merupakan cara untuk menentukan suatu sisi sebuah segitiga dan sudut yang terbentuk dari dua buah sisi dalam sebuah segitiga.

SATUAN PENGUKURAN SUDUT

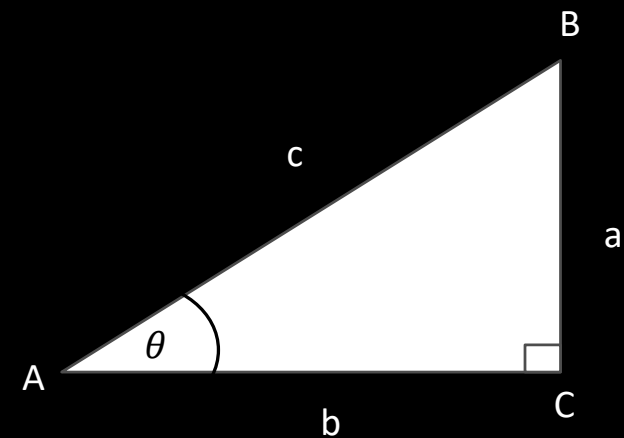
- Pengukuran sudut merupakan inti dari trigonometri, dan saat ini dua unit pengukuran sudut : derajat dan radian.
- Derajat (atau seksagesimal) satuan ukuran yang berasal dari satu rotasi penuh sebagai 360° . Setiap derajat terbagi menjadi 60 menit. Satuan ukur ini agak tidak sesuai bila digunakan bersama dengan sistem desimal saat ini.
- Radian adalah sudut yang dibentuk oleh dua jari-jari, garis dari pusat ke keliling luar lingkaran, di mana busur yang terbentuk adalah sama dengan jari-jari.

-
- Keliling lingkaran adalah $2\pi r$, 2π radian berhubungan dengan satu putaran penuh. Karena 360° sama dengan 2π radian, 1 radian sama dengan $180^\circ / \pi$, maka 1 rad sekitar $57,3^\circ$.
 - Hubungan radian dan derajat :
 - $\frac{\pi}{2}$ [rad] = 90° , π [rad] = 180°
 - $\frac{3\pi}{2}$ [rad] = 270° , 2π [rad] = 360°
 - Konversi x° ke radian : $\frac{\pi x^\circ}{180}$ [rad]
 - Konversi x [rad] ke derajat : $\frac{180x}{\pi}$ [derajat / $^\circ$]



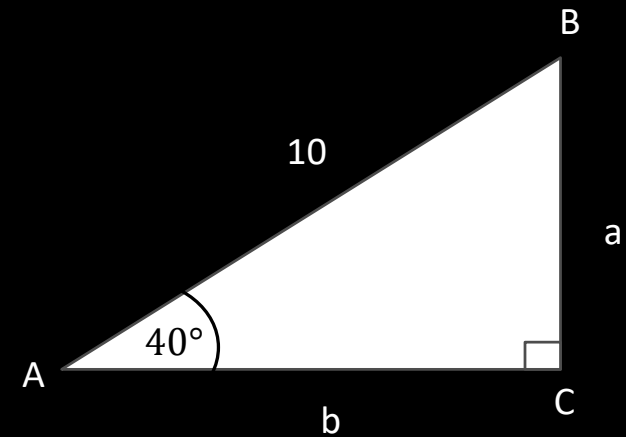
RASIO TRIGONOMETRI

- Segitiga berapa pun ukurannya memiliki beberapa sifat yang melekat, terutama rasio sisi dan sudutnya. Jadi jika rasio diketahui, maka masalah yang melibatkan segitiga dengan panjang dan sudut yang tidak diketahui dapat ditemukan penyelesaiannya.
- Rasio pada trigonometri :
- $\sin \theta = \frac{a}{c}$, $\cos \theta = \frac{b}{c}$, $\tan \theta = \frac{a}{b}$
- $\csc \theta = \frac{1}{\sin \theta}$, $\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}$, $\cot \theta = \frac{1}{\tan \theta}$



Contoh

- Diketahui segitiga dengan kondisi sebagai berikut, maka dapat dihitung nilai sisi yang lain.
- Penyelesaian :
- $\sin 40^\circ = \frac{a}{10}$
 $a = 10 \sin 40^\circ \Rightarrow 10 \times 0.64278 = 6.4278$
- $\cos 40^\circ = \frac{b}{10}$
 $b = 10 \cos 40^\circ \Rightarrow 10 \times 0.7660 = 7.660$
- Dibuktikan dengan teori pythagoras :
 $6.4278^2 + 7.660^2 = 10^2$



Domain dan Range

- Sifat periodik $\sin \theta$, $\cos \theta$ dan $\tan \theta$, mengindikasikan bahwa domain mereka sangat besar. Oleh karena itu perlu pembatasan domain untuk masing-masing fungsi trigonometri.
- Domain
 $\sin \theta \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right]$, $\cos \theta [0, \pi]$, $\tan \theta \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right]$
- Range
 $\sin \theta [-1, 1]$, $\cos \theta [-1, 1]$, $\tan \theta] -\infty, \infty [$

INVERS DARI RASIO TRIGONOMETRI

- Fungsi $\sin \theta$, $\cos \theta$, $\tan \theta$, $\csc \theta$, $\sec \theta$ dan $\cot \theta$ memberikan rasio yang berbeda untuk sudut θ , dan fungsi trigonometri terbalik (invers) mengubah rasio kembali menjadi sudut.
- Jika $\sin y = x$, maka fungsi invers dari sinus didefinisikan dengan $\arcsin x = y$. Hal ini juga berlaku untuk \cos , \tan , \csc , \sec dan \cot .
- Contoh
 $\sin 30^\circ = 0.5$ maka $\arcsin (0,5) = 30^\circ$
- Domain dari \arcsin adalah range dari \sin , sebaliknya range dari \arcsin adalah domain dari \sin . Hal ini juga berlaku untuk \cos , \tan , \csc , \sec dan \cot .

IDENTITAS TRIGONOMETRI

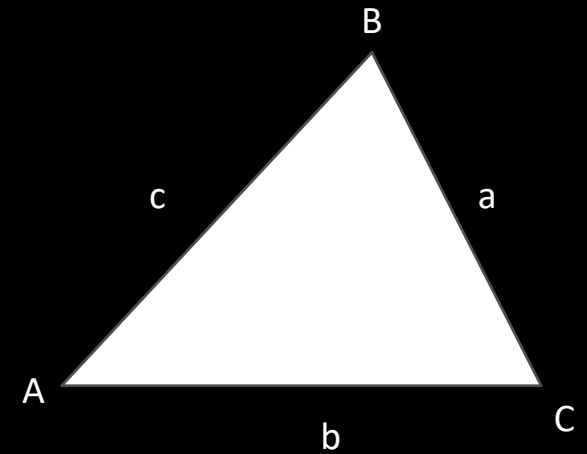
- Rumus identitas trigonometri menyatakan hubungan suatu fungsi dengan fungsi trigonometri lainnya.
- Dari rumus berikut $\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \tan \theta$ akan menghasilkan rumus turunan sebagai berikut :

$$\begin{aligned}\sin^2 \theta + \cos^2 \theta &= 1 \\ 1 + \tan^2 \theta &= \sec^2 \theta \\ 1 + \cot^2 \theta &= \csc^2 \theta.\end{aligned}$$

- Sebenarnya, ada banyak fungsi identitas trigonometri. Tiga fungsi identitas trigonometri yang diberikan di atas hanyalah sebagian. Rumus tersebut merupakan rumus turunan yang diperoleh dengan menghubungkan satu fungsi trigonometri dengan fungsi trigonometri lainnya.

HUKUM SINUS (SIN)

- Dalam trigonometri, hukum sinus ialah pernyataan tentang segitiga sembarang. Jika sisi segitiga ialah (kasus sederhana) a , b dan c dan sudut yang berhadapan bersisi (huruf besar) A , B and C , hukum sinus menyatakan sebagai berikut.
- $$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$
- Rumus tersebut dapat digunakan untuk mencari sudut atau panjang sisi lain yang tidak diketahui.



Contoh

- Jika $A = 60^\circ$, $B = 40^\circ$, $C = 80^\circ$, and $b = 10$, maka :

- Sisi a :

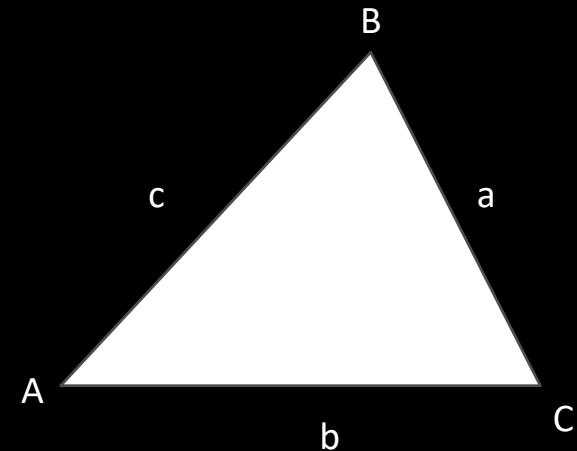
- $$\frac{a}{\sin 60^\circ} = \frac{10}{\sin 40^\circ}$$

- $$a = \frac{10 \sin 60^\circ}{\sin 40^\circ} = 13.47$$

- Sisi c :

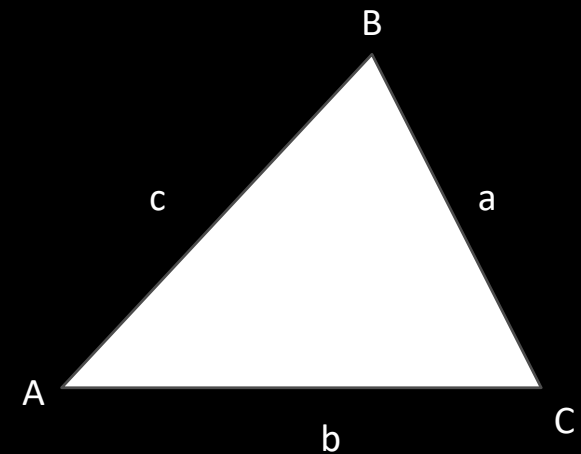
- $$\frac{c}{\sin 80^\circ} = \frac{10}{\sin 40^\circ}$$

- $$c = \frac{10 \sin 80^\circ}{\sin 40^\circ} = 15.32$$



HUKUM COSINUS (COS)

- Hukum cosinus, atau disebut juga aturan cosinus, dalam trigonometri adalah aturan yang memberikan hubungan yang berlaku dalam suatu segitiga, yaitu antara panjang sisi-sisi segitiga dan kosinus dari salah satu sudut dalam segitiga tersebut.
- $$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$
$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos B$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$
- Jika panjang dua sisi segitiga dan sudut yang diapit oleh kedua sisi tersebut diketahui, maka dapat ditentukan panjang sisi lain.
- Jika panjang dari tiga sisi diketahui, maka dapat menentukan besar sudut dalam segitiga tersebut.



TRIGONOMETRI PADA KOMPUTER

- Pada komputer trigonometri sering digunakan sebagai dasar pada pembuatan game-game ataupun animasi dan juga pengolahan citra.
- Berikut ini adalah beberapa contoh:
 - Sudut pandang karakter pada game.
 - Memutar sebuah objek.
 - Penanganan lintasan proyektil tembakan dari senjata pada sudut tertentu.
 - Menentukan kejadian jika terjadi tabrakan antara dua objek.
 - Menemukan sudut lintasan (mengingat kecepatan obyek dalam arah x dan arah y).
 - Dsb.

TERIMA KASIH

