

Nama : Farkhan

NPM : 20081010060

Kelas : B

Latihan Soal

JAWABAN:

1. Bentuk anti turunan :

$$\begin{aligned} \text{a. } \frac{3}{2}\sqrt{x} &= \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}} \\ &= \frac{1}{\frac{1}{2}+1} \frac{3}{2} x^{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3} \frac{3}{2} x^{\frac{3}{2}} = x^{\frac{3}{2}} = \sqrt{x^3} = x\sqrt{x} + C \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } \frac{1}{2\sqrt{x}} &= \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}} \\ &= \frac{1}{2} \frac{1}{1-\frac{1}{2}} x^{1-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} 2\sqrt{x} = \sqrt{x} + C \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c. } \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} &= x^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{x^{\frac{1}{2}}} \\ &= \frac{x^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} - \frac{1}{\left(\frac{1}{2}-1\right)x^{\frac{1}{2}+1}} \\ &= \frac{2x^{\frac{3}{2}}}{3} - \frac{1}{-\frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}}} \\ &= \frac{2x\sqrt{x}}{3} + \frac{x^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} \\ &= \frac{2x\sqrt{x}}{3} + 2\sqrt{x} + C \end{aligned}$$

2. Menentukan persamaan fungsi untuk kurva merah

$$\text{a. Diketahui turunannya : } y' = \frac{dy}{dx} = 1 - \frac{4}{3}x^{\frac{1}{3}}$$

Integralkan bentuk turunannya :

$$y = 1 - \frac{4}{3} \frac{1}{\frac{1}{3}+1} x^{\frac{1}{3}+1}$$

$$y = 1 - \frac{4}{3} \frac{3}{4} \sqrt[3]{x^4}$$

$$y = 1 - x\sqrt[3]{x} + C$$

substitusikan titik (1, 0.5) untuk menentukan nilai C:

$$(1, 0.5) \rightarrow y = 1 - x\sqrt[3]{x} + C$$

$$0.5 = 1 - 1^3\sqrt[3]{1} + C$$

$$0.5 = 1 - 1 + C$$

$$C = 0.5$$

b. Diketahui turunannya : $y' = \frac{dy}{dx} = x - 1$

Integralkan bentuk turunannya :

$$y = \frac{1}{1+1} x^{1+1}$$

$$y = \frac{1}{2} x^2$$

$$y = \frac{x^2}{2} + C$$

substitusikan titik (-1, 1) untuk menentukan nilai C:

$$(-1, 1) \rightarrow y = \frac{x^2}{2} + C$$

$$1 = \frac{(-1)^2}{2} + C$$

$$1 = \frac{1}{2} + C$$

$$C = \frac{1}{2}$$

c. Diketahui turunannya : $y' = \frac{dy}{dx} = \sin x - \cos x$

Integralkan bentuk turunannya :

$$y = -1 \cos x - 1 \sin x + C$$

$$y = -\cos x - \sin x + C$$

substitusikan titik $(-\pi, -1)$ untuk menentukan nilai C:

$$(-\pi, -1) \rightarrow y = -\cos x - \sin x + C$$

$$-1 = \cos \pi + \sin \pi + C$$

$$-1 = -1 + 0 + C$$

$$C = 0$$

d. Diketahui turunannya : $y' = \frac{dy}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x}} + \pi \sin \pi x$

Integralkan bentuk turunannya :

$$y = \frac{1}{2} \frac{1}{1-\frac{1}{2}} x^{1-\frac{1}{2}} - \pi \frac{1}{\pi} \cos \pi x$$

$$y = \frac{1}{2} 2\sqrt{x} - \cos \pi x$$

$$y = \sqrt{x} - \cos \pi x + C$$

substitusikan titik (1, 2) untuk menentukan nilai C:

$$(1, 2) \rightarrow y = \sqrt{x} - \cos \pi x + C$$

$$2 = \sqrt{1} - \cos \pi + C$$

$$2 = 1 + 1 + C$$

$$C = 0$$

3. Menghitung luas area di antara dua kurva $y = 3 - x^2$ dan $y = -1$

Titik potong kedua kurva yaitu:

$$3 - x^2 = -1$$

$$x^2 = 3 + 1$$

$$x^2 = 4$$

$$x = 2 \text{ atau } x = -2$$

selanjutnya menghitung luasnya :

$$\begin{aligned}
 &= \int_{-2}^2 [(3 - x^2) - (-1)] dx \\
 &= \int_{-2}^2 [(3 - x^2 + 1)] dx \\
 &= \int_{-2}^2 [(4 - x^2)] dx \\
 &= \left[4x - \frac{1}{2+1} x^{2+1} \right]_{-2}^2 \\
 &= \left[4x - \frac{x^3}{3} \right]_{-2}^2 \\
 &= \left[4 \cdot 2 - \frac{2^3}{3} \right] - \left[4 \cdot (-2) - \frac{(-2)^3}{3} \right] \\
 &= \left[8 - \frac{8}{3} \right] - \left[-8 + \frac{8}{3} \right] \\
 &= \frac{16}{3} - \left(-\frac{16}{3} \right) \\
 &= \frac{32}{3}
 \end{aligned}$$

Luasnya area di antara dua kurva tersebut adalah $\frac{32}{3}$ satuan luas

4. Menentukan perlambatan yang dibutuhkan.

$$\text{Dik : } v_0 = 44 \frac{m}{s}$$

$$v_t = 0 \frac{m}{s}$$

$$S = 45 \text{ m}$$

Untuk menghitung perlambatan, yaitu :

$$v_t^2 = v_0^2 - 2 \cdot a \cdot S$$

$$0^2 = 44^2 - 2 \cdot a \cdot 45$$

$$0 = 1936 - 90a$$

$$90a = 1936$$

$$a = \frac{1936}{90}$$

$$a = 21,51 \frac{m}{s^2}$$

Jadi, perlambatan yang dibutuhkan adalah 21,51 m/detik²