

TUGAS 2

Persamaan Diferensial Ordiner

23 Februari 2021

PETUNJUK:

1. Kerjakan tugas ini secara berkelompok sesuai dengan kelompok eLOK.
2. Ada dua bagian soal, yaitu bagian A dan bagian B. Bagian A dikerjakan oleh semua kelompok. Bagian B dikerjakan sesuai dengan nomor kelompok. Kelompok bernomor ganjil mengerjakan soal ganjil dan kelompok bernomor genap mengerjakan soal genap.
3. Buatlah laporan yang berisi langkah-langkah pekerjaan pada satu file dalam format PDF atau MS-Word. Gunakan template yang sudah disediakan untuk menyusun laporan kelompok kalian. Jangan lupa untuk menuliskan nama dan NIM semua anggota kelompok.
4. File laporan dan semua file script/fungsi (berekstensi .m) digabung menjadi satu dalam format RAR atau ZIP, dan diberi nama **KN-T02-XX.rar** atau **KN-T02-XX.zip** dengan XX adalah nomor kelompok.
5. File disubmit via eLOK. Satu kelompok cukup mengumpul satu laporan saja, diwakili oleh salah satu anggota.
6. Deadline pengumpulan:
sesuai keterangan di eLOK.

Bagian A

Pada bagian ini kalian diminta menyusun program/*script* untuk menyelesaikan problem menggunakan metode Runge-Kutta, kemudian membandingkannya dengan hasil analitis yang sudah diketahui. Jadi inti dari kegiatan ini adalah kalian melakukan verifikasi program yang disusun sudah berjalan dengan yang diharapkan.

Problem yang akan diselesaikan adalah persamaan diferensial yang ada pada slide kuliah halaman 18, yaitu

$$y' + 1000(y - (t + 2)) - 1 = 0 \quad (1)$$

dengan syarat awal

$$y(0) = 1 \quad (2)$$

Solusi analitik terhadap persamaan diferensial tersebut adalah

$$y(t) = -e^{-1000t} + t + 2 \quad (3)$$

Kalian tahu bahwa persamaan ini adalah *stiff*, jadi kalian diminta untuk menyelesaikan persamaan diferensial ini menggunakan dua metode, yaitu metode *fixed time step* di mana nilai interval waktu (Δt) tetap dan metode *adjustable/adaptive time step* di mana interval waktu berubah-ubah.

TUGAS:

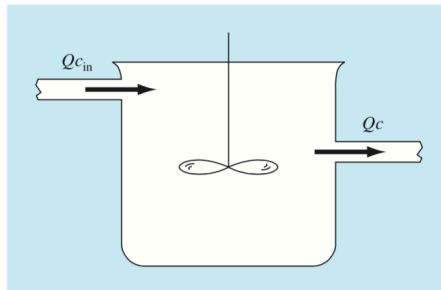
- Buatlah program/*script* Octave yang menyelesaikan persoalan di atas menggunakan metode **Runge-Kutta orde 4** dengan *time step* tetap. Tentukan sendiri berapa besarnya *time step* yang digunakan, namun harap diperhatikan syarat stabilitas. Lakukan perhitungan sampai dengan $t = 3$ detik.
- Buatlah program/textscript Octave yang menyelesaikan persoalan di atas menggunakan metode *adaptive time step*. Kelompok bernomor **ganjil** menggunakan metode **Runge-Kutta-Fehlberg/RKF** dan kelompok bernomor **genap** menggunakan metode **Runge-Kutta Cash-Karp/RKCK**. Tentukan sendiri batas toleransi maksimum (Tol_{max}), nilai *safety* (S) dan nilai ekspansi (N). Kalian bisa juga mencoba memvariasikan nilai-nilai tersebut untuk melihat bagaimana pengaruhnya terhadap hasil perhitungan.
- Bandingkan hasil antara kedua metode di atas dengan hasil analitis. Bagaimana galat yang dihasilkan? Bandingkan pula hasil antara kedua metode. Apakah terdapat perbedaan dalam akurasi dan waktu perhitungan? Bagaimana *timestep* yang ditentukan oleh program adaptif?

Bagian B

Pada bagian ini kalian diminta untuk **menerapkan** program yang telah kalian buat di Bagian A untuk menyelesaikan permasalahan yang lebih realistis. Kalian tidak perlu membandingkan hasil perhitungan dengan solusi analitis.

KELOMPOK GANJIL

Gambar berikut ini menunjukkan skema reaktor kimia berpengaduk.



Neraca massa yang untuk reaktor tunggal tersebut dapat dituliskan sebagai berikut

$$V \frac{dc}{dt} = Qc_{in} - Qc \quad (4)$$

dengan Q adalah laju alir, V adalah volume dan c adalah konsentrasi.

Jika konsentrasi bagian masukan (*inlet*) dinyatakan dengan relasi berikut

$$c_{in} = c_b \left(1 - e^{-0,12t} \right) \quad (5)$$

hitunglah konsentrasi keluaran pada reaktor tersebut sebagai fungsi dari waktu. Diketahui nilai-nilai sebagai berikut: $c_b = 40 \text{ mg/m}^3$, $Q = 6 \text{ m}^3/\text{menit}$, $V = 100 \text{ m}^3$, dan $c(0) = 20 \text{ mg/m}^3$.

Lakukan perhitungan dari $t = 0 - 100$ menit. Buatlah plot konsentrasi output dan input sebagai fungsi dari waktu.

KELOMPOK GENAP

Laju alir perpindahan kalor secara konduksi di antara dua titik pada batang silinder yang dipanasi pada salah satu sisinya dapat dinyatakan sebagai berikut

$$\frac{dQ}{dt} = \lambda A \frac{dT}{dx} \quad (6)$$

dengan λ adalah konstanta, A adalah luas tampang lintang silinder, Q adalah laju alir kalor, T adalah suhu, t adalah waktu, dan x adalah jarak dari sisi yang dipanasi.

Karena persamaan tersebut mengandung dua derivatif, kita lakukan penyederhanaan sebagai berikut

$$\frac{dT}{dx} = \frac{100(L - x)(20 - t)}{100 - xt} \quad (7)$$

dengan L adalah panjang batang silinder. Diketahui syarat awal $Q(0) = 0$ dan nilai-nilai parameter yang lain adalah $\lambda = 0,5 \text{ cal.cm/s}$, $A = 12 \text{ cm}^2$, $L = 20 \text{ cm}$, dan $x = 2,5 \text{ cm}$.

Lakukan perhitungan dari $t = 0 - 30$ detik. Buatlah plot laju alir kalor sebagai fungsi dari waktu.