Farhan Syed Task 13

Ind 1 1) Vi ska bevisa $\sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ för $n \geq 1$

Bassteg: $n=1$ VL: $\sum_{i=1}^{1} i^2 = 1^2 = 1$

HL: $\frac{1(1+1)(2(1)+1)}{6} = \frac{6}{6} = 1$

VL = HL så basfallet gäller

Induktionsantagandet: Vi gör antagandet att likheten gäller för $n=k$

Det ger: $\sum_{i=1}^{k} i^2 = \frac{k(k+1)(2k+1)}{6}$ $k \geq 1$

Induktionssteg: Vi vill visa att likheten gäller för $n=k+1$

Vi har: $\sum_{i=1}^{k+1} i^2 = \frac{(k+1)(k+1+1)(2(k+1)+1)}{6}$

$\Rightarrow \sum_{i=1}^{k} i^2 + (k+1)^2 = \frac{(k+1)(k+2)(2k+3)}{6}$

Enligt induktionsantagandet: $\frac{k(k+1)(2k+1)}{6} + (k+1)^2 = \frac{(k+1)(k+2)(2k+3)}{6}$

Förenkla VL: $VL = \frac{(k^2+k)(2k+1) + 6(k+1)^2}{6}$

$= \frac{2k^3+k^2+2k^2+k+6k^2+12k+6}{6}$

$= \frac{2k^3+9k^2+13k+6}{6}$

Förenkla HL: $HL = \frac{(k^2+2k+k+2)(2k+3)}{6} = \frac{(k^2+3k+2)(2k+3)}{6}$

$= \frac{2k^3+3k^2+6k^2+9k+4k+6}{6} = \frac{2k^3+9k^2+13k+6}{6}$

Således, VL = HL för $n=k+1$

Enligt induktionsprincipen gäller likheten för alla $n \geq 1$

~~n ∈ ℕ~~

Farhan Syed Task 13

Ind 1 2) Vi ska bevisa $\sum_{j=1}^{n}(2j-1) = n^2$ för $n \geq 1$

Bassteg: $n=1$ $VL = \sum_{j=1}^{1}(2j-1) = 2-1 = 1$

$HL = (1)^2 = 1$

$VL = HL$ så basfallet gäller

Induktionsantagandet: Vi gör antagandet att likheten gäller för $n=k$

Det ger: $\sum_{j=1}^{k}(2j-1) = k^2$ $k \geq 1$

Induktionssteg: Vi vill visa att likheten gäller för $n=k+1$

Vi har: $\sum_{j=1}^{k+1}(2j-1) = (k+1)^2$

$\Rightarrow \sum_{j=1}^{k}(2j-1) + 2(k+1)-1 = k^2+2k+1$

Enligt induktionsantagandet: $k^2 + (2k+2-1) = k^2+2k+1$

Förenkla: $k^2+2k+1 = k^2+2k+1$

Således $VL = HL$ för $n=k+1$

Enligt induktionsprincipen gäller likheten för alla $n \geq 1$