Metodos Numéricos para la Ciensia e Ingeniería
Tarea 1

Farid Borbar

25 de Septiembre, 2015

1 Introducción y Marco Teórico

El objetivo de la tarea consistió en estimar el radio del Sol mediante la implementación de los metodos de integración discreta vistos en el curso Metodos Numéricos para la Ciensia e Ingeniería de la FCFM. Para ello se hizo uso de la constante Solar y del flujo de energía irradiada por un cuerpo negro, en este caso el Sol, sobre la atmósfera terrestre: Es la relación entre estas dos cantidades lo que nos permite obtener el radio solar.

En términos simples la constante solar corresponde a la cantidad de energía (en forma de radiación) que es recibida, por unidad de tiempo y superficie, por la atmosfera terrestre, para estimarla se hizo uso de los datos contenidos en el archivo $sun - AMO.dat$, que correspondían al espectro del sol medido en la superficie de la atmosfera, en unidades de energia por tiempo por area por longitud de onda, es decir, contenía los datos del flujo energético asociado a cada longitud de onda.

Por el otro lado se estimó el Flujo de radiación solar en unidad de energia por unidad de area por unidad de tiempo, atravez de la función de Planck para cuerpos negros:

$$B_\lambda(T) = \frac{2\pi hc^2/\lambda^5}{e^{hc/\lambda k_B T} - 1} \qquad Ec.(1)$$

En esta función T corresponde a la temperatura del cuerpo negro, c a la velocidad de la luz en el vacío, h la constante de Planck, λ la longitud de onda y Kb la constante de Boltzman

Para este caso nuestro cuerpo negro corresponde al Sol, por lo que la termperatura usada fue 5778K.

En la practica, la integración de la función de Plack se convierte en la siguiente integral:

$$P = \frac{2\pi h}{c^2}\left(\frac{k_B T}{h}\right)^4 \int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x - 1} \qquad Ec.(2)$$

Donde P corresponde al área bajo la función de Planck.

La estimación consistio en integrar discretamente dicha función.

2 Procedimiento

2.1 Constante Solar

Para obtener la constante solar se integro discretamente los datos de flujo v/s longitud de onda del archivo $sun - AMO.dat$ utilizando el método del trapézio, este consistió en aproximar el area bajo la curva que reprecentaban los puntos discretos de flujo, mediante trapézios con una base de igual tamaño y de altura dada por la union de puntos de flujo consecutivos mediante una recta. Se utilizó este método debido a la sencillez de su implementación y los buenos resultados que se obtuvo.

2.2 Flujo Solar

En este punto se buscó estimar la cantidad de energía irradiada por el Sol, sobre la superficie atmosférica a lo largo del tiempo, en unidades de energia por superficie por unidad de tiempo $[J/m2s]$. Para esto se utilizó la Ec.(2) integrandola mediante el cambio de variable $y = arctg(x)$ para poder realizarlo en un intervalo finito, con esto se obtuvo:

$$\int_0^{\pi/2} \frac{tan(y)^3 + tan(y)^5}{e^{tan(y)} - 1} \qquad Ec.(3)$$

Esto nos da la ventaja de tener los nuevos límites de integración entre 0 y $pi/2$, es decir un intervalo finito, por lo que resultó posible integrar discretamente. Este procedimiento se realizó con el método de simpson 1/3 ya que se consideró era suficientemente bueno para un calculo un poco más complejo que el anterior.

Como caso particular se nos pidio la opción de realizar un refinamiento de los intervalos de integración a voluntad, se elijio el tamaño de 100 intervalos equispaciados puesto que en esta cantidad el camputador calculaba una aproximación satisfactoria en un tiempo bastante corto.

3 Resultados

Los resultados de la primera sección corresponde al gráfico de flujo v/s longitud de onda que se observa en la figura 1. En esta se observa que el flujo energético decae exponencialmente en relación a la longitud de onda, al mismo tiempo que el valor máximo se corresponde con aproximadamente 0.5 $[\mu m]$ de longitud de onda para la radiación solar.

El calculo de la integración de esta curva, mediante el método del trapezio tanto como el método $.trapz$ de $Python$, arrojo un valor para la constante solar K de $1366090[erg/cm2s]$, obteniendo un error de 0.0.

Mediante la integración de $Ec.(3)$ se obtuvo un valor para F = Energia por unidad de area por unidad de tiempo sobre la atmósfera terrestre, de $63200675.6006[J/m2s]$ al aplicar el método de Simpson 1/3, y de $63200679.7[J/m2s]$ utilizando el método $.Quad$ de $Python$. Esto arroja un error absoluto de 4.0994.

Ademas, los cuatro métodos utilizados fueron medidos en base al tiempo de respuesta del computador para sus cálculos con la función *time.time*() de *Python*. Los resultados se observan en la Tabla 1.

Finalmente se estimó el radio del sol mediante la relación:

$$Radio = \sqrt{\frac{K}{F}} * a0$$

Obteniendo una valor para el radio de 695511662.449$[m]$. Donde $a0$ corresponde a la constante de la distancia entre la tierra y el sol.

"Método" (elemento calculado)	Tiempo de demora$[s]$
"Trapecio" (Constante Solar)	0.972
"*.trapz*" (Constante Solar)	0.000
"Simpson 1/3" (Flujo Solar)	0.002
"*.Quad*" (Flujo solar)	0.003

Tabla 1: Esta tabla muestra los tiempos de demora para cada método implementado en el calculo de integrales discretas junto con sus comparaciones provenientes de *Python*.

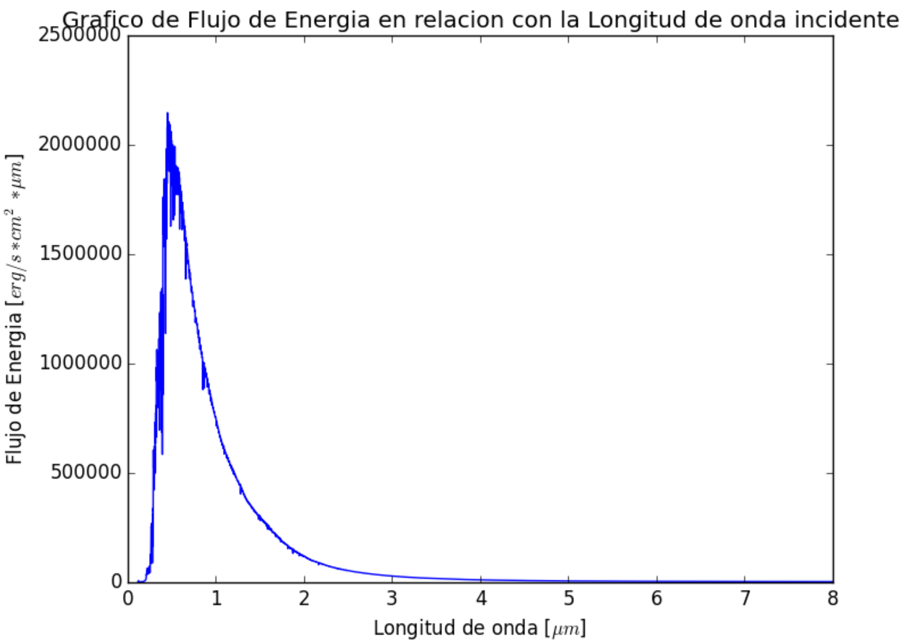

Figura 1: Gráfico de flujo energético versus longitud de onda para la radiación solar sobre la atmosfera terrestre.