Métodos numéricos para la ciensia e e ingeniería

Tarea 2, Farid Borbar

01 de Octubre, 2015

1 Introduction y Marco Teórico

Se buscó modelar el comportamiento de una pelota que rebotaba sobre una superficie oscilante. En particular se resolvio un método computacional que permitiera predecir la evolución de la velocidad de la pelota, considerando que cada choque la modificada segun:

$$v'_p(t^*) = (1+\eta)v_s(t^*) - \eta v_p(t^*) \tag{1}$$

Donde $v_p(t^*)'$ corresponde a la velocidad de la pelota despues del impacto, $v_s(t^*)$ es la velocidad del suelo, $v_p(t^*)$ Donde t^* es el instante del bote, v_p y v'_p son las velocidades justo antes y justo despues del bote, y v_s es la velocidad del suelo en ese instante y η es un coeficiente de restitucií (η entre 0, y 1; y de hecho η=1 corresponde al caso elástico).
Por otro lado la posición vertical del suelo fue modelada según la ecuación sinusoidal:

$$y_s(t) = ASin(\omega * t) \tag{2}$$

Con A la amplitud y ω su frecuencia de oscilación.
Se considero para la pelota la posición inicial $y_0 = 0$ y velocidad inicial v_0, esta última arbitraria. Considerando esto se hizo uso de la ecuación de itinerario para un cuerpo bajo la acción de la gravedad para modelar la posición de la pelota:

$$y_p(t) = y_0 + v_0(t) * t - t^2 * g/2 \tag{3}$$

Cabe destacar que con estas dos ecuaciones nos es posible conocer la velocidad respecto el tiempo $v_s(t)$ y $v_p(t)$ mediante una derivacií.
Bajo esta descripción se buscó obtener un método computacional que permitiera generar las $n+1$ iteraciones para la velocidad a partir de v_0 =velocidad inicial, estas iteraciones se obtubieron en el instante en que la pelota impacta la superficie, son cantidades discretas para tiempos puntuales. Y en paralelo a esto, se modificó ω para estudiar los diferentes comportamientos de la pelota bajo esta condición, en particular las soluciones estables que se generan luego de un tiempo de relajacií.

2 Procedimiento

2.1 Iteración de las velocidades

En la primera parte de la tarea se nos pedía encontrar una rutina capas de entregar la velocidad $v(n+1)$ a partir de una anterior $v_(n)$, esto puede entenderce como obtener la velocidad en un instante temporal posterior a partir de la velocidad que traía la pelota y las ecuaciones que ya mencionamos. Lo cual resulta lógico si se considera que lo que deseabamos estudiar es el cambio de velocidad en la pelota. Sin embargo no es posible implementar esto bajo un tiempo cantinuo, y entendiendo que lo realmente importante era cómo el choque con el suelo influía sobre la velocidad resultante v'_p (ver Ec.1) es que se buscó conocer el instante en el cual la pelota chocaba con el suelo (reprecentado por la interección de las ecuaciones que describen a ambos) para a partir de allí evaluar los valores de las velocidades y generar la velocidad reultante según la Ec.1

Con esta finalidad es que definimos una función en *python* que tomara como parametros la velocidad y posicion que tubiese la pelota, la llamamos *choques*, para entregarnos las siguientes. La función realizaba las siguientes operaciones:

1) Reconocer las ecuaciones que describen el movimiento del sistema, y_s,y_p,v_s y v_p.

2)Encontrar el punto de intersección entre ambas ecuaciones (la pelota y el suelo) mediante la función $optimize.bisect(f,a,b)$, interna de *python*. Les asignamos límites de busqueda y la función f, esta correspondió a la resta de las ecuaciones de posición. Esto nos permitio conocer el instante t (ó parámetro x en el código) en que se produce el choque.

3)Teniendo el parametro de choque se evaluan las expreciones para las velocidades en ese instante para reformular la velocidad. Esto puede interpretarce como que en un mismo instante la pelota choca con sierta velocidad y rebota con una distinta.

2.2 Determinación de la velocidad de relajación

La intuición nos dice que a partir de un instante de tiempo el rebote de la pelota sobre la superficie oscilante debiese estabilizarce, es decir, encontrar una combinación en el movimiento en la cual la velocidad de la pelota tiende a mantenerce constante.

Para hacer esto se realizarón varias iteraciones, donde cada una definía un intervalo donde encontrar un choque y a partir de este se utilizó la función ya detallada para obtener la velocidad posterior al choque. Ademas de esto, se utilizó el parametro del choque para fijar allí la nueva posición yn a considerar como posicińn inicial en la ecuación de itinerario, y lo mismo para la nueva velocidad vn obtenida a partir de la Ec.1. Esto cambia constantemente las ecuaciones para la pelota y busca simular el proceso por el cual rebota siguiendo trayectorias diferentes, puesto que cada choque sucede en momentos en que la pelota tiene una ubicación y velocidad particular.

Dentro de la iteración se "llenaron" listas con los datos de velocidades y posiciones de los choques, junto con una lista que enumeraba el número de choques efectuados: todas estas listas estaban correlacionadas en orden, es decir, el choque n de la lista se corresponde con la velocidad de rebote n y posición de rebote n de sus listas correspondientes.

Considerando esto último solo bastó graficar $nvsv$, donde n es la lista de los choques y v lal ista de las velocidades posteriores al choque, con la función $matplotlib.pyplot.plot(x,y)$ y observar el grafico para deducir un número de choque a partir del cual el sistema se estabilizara, simulando un tiempo de relajación.

2.3 Pregunta 3

En esta pregunta se buscó repetir el proceso de iteración para distintos valores de ω: consideramos los valores $1,66$, $1,67$, $1,68$, $1,69$ y $1,7$.
Esto se realizó en base a la misma función *choques* ya definida, pero con la salvedad de que se incluyó la variable ω como otro parámetro, haciendo posible el variarlo dentro de la misma iteración. Asi, se reacignaron los valores elejidos de una lista equispaciada desde ω=1.66 hasta ω=1.7, con una cantidad arbitraria de elementos, en nuestro caso consideramos 5 frecuencias.
En base a esto se buscó comparar posteriormente las velocidades de relajación con respecto a la obtenida con $\omega = 1.66$.

2.4 Pregunta 4

En esta sección se nos pedia repetir el proceso anterior para valores de ω entre 1,66 y 1,79 para luego comparar estos valores con su la velocidad de relajación respectiva. Esto se podría haber realizó iterando la función anterior para un rango más amplio de frecuencias y analizando los datos para obtener los v_R buscadas. No pudo realizarce satisfactoriamente pero se tienen graficos similares al la pregunta 3.

3 Resultados

3.1 Pregunta 1

Como se mencionó anteriormente, para esta parte se hizo uso de la función $optimize.bisect(a, b, f)$, esta resulto en ser de bastante utilidad y se comprobó que encuentra los *ceros* de forma efectiva y sin mayor complicaciones.

3.2 Pregunta 2

La figura (1) Nos muestra la relación entre el números de intento y la velocidad con que la pelota rebota luego del choque. Puede verse que a partir del choque $n11$ comienza el régimen de relajación con v_n estable.

3.3 Pregunta 3

Se observa las figuras (2), (3), (4) y (5) que existe variación tanto en la velocidad de relajación del sistema como en el momento desde el cual comienza, respecto los cambios inducidos en ω.
Los resultados se resumen en la tabla 1. Donde v_r y $choque_R$ corresponden a la velocidad y de relajación y el número de choque desde la que comienza, aproximadamente.

3.4 Pregunta 4

Se observa en las figuras (6), (7) y (8) los gráficos correspondientes a las frecuencias $\omega = 1,738$, $1,764$ y $1,712$ respectivamente.

4 Concluciones

Respecto el método de bisección se concluye que es muy confiable y puesto que bajo los parámetros correctos nunca fallará en encontrar la raiz de una funciń, para este caso resulto util ya que no se necesitaba un codigo muy complejo que oterar y las funciones eran relativamente simples.

En base a los resultados obtenidos en los graficos y la tabla1, puede observarse que la frecuencia de oscilación del pizo mantiene una dependencia directa respecto la rapidez para alcanzar una velocidad de relajación. Sin embargo, a partir de valores superiores a 1.7 esta relación se pierde, lo cual puede apreciarce en los gráficos de la pregunta 4.
Se concluye que si bien la oscilación del pizo puede coordinarce con el movimiento de la pelota bajo gravedad, esta coordinación solo se produce bajo siertos rangos de frecuencias.

Valor de ω	v_R	$Choque_R$
1,66	2,2	9
1,67	2,22	7
1,68	2,24	7
1,69	2,25	5
1,7	2,26	5

Tabla 1: Se muestra las relaciones entre los valores estudiados para ω y los obtenidos para la velocidad de relajación v_R y el choque desde el que comienza el régimen $choque_R$

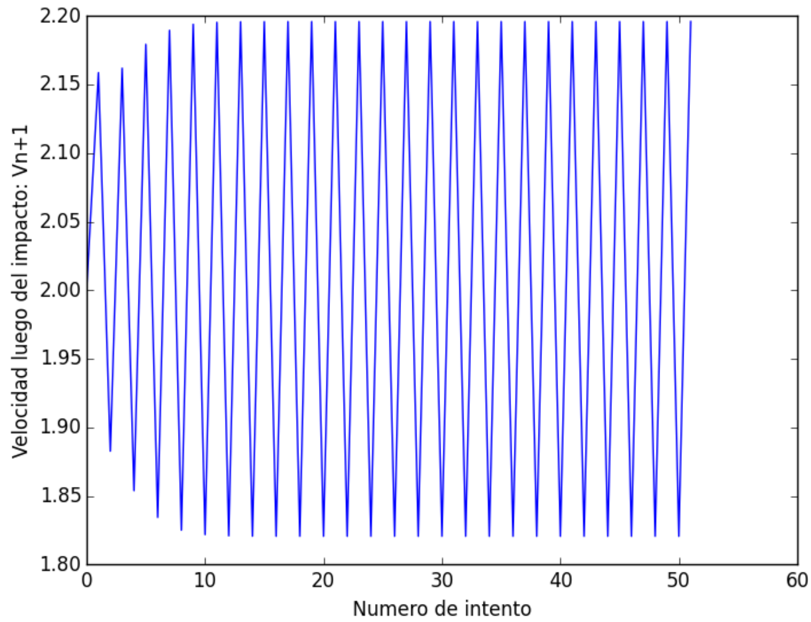

Figure 1: Gráfico de número de intentos vs Velocidad posterior al choque. ω=1,66. Con 50 iteraciones.

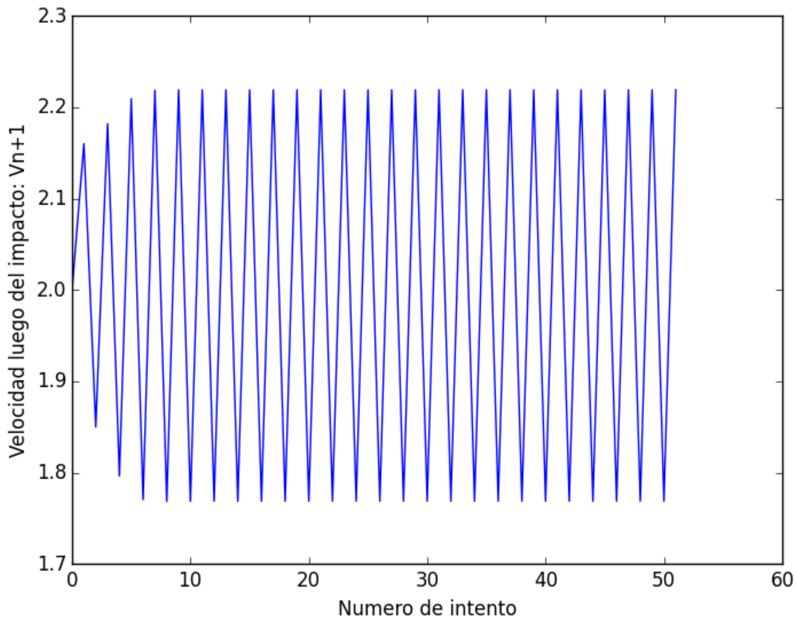

Figure 2: Número de intentos vs Velocidad para ω=1,67. Con 50 iteraciones.

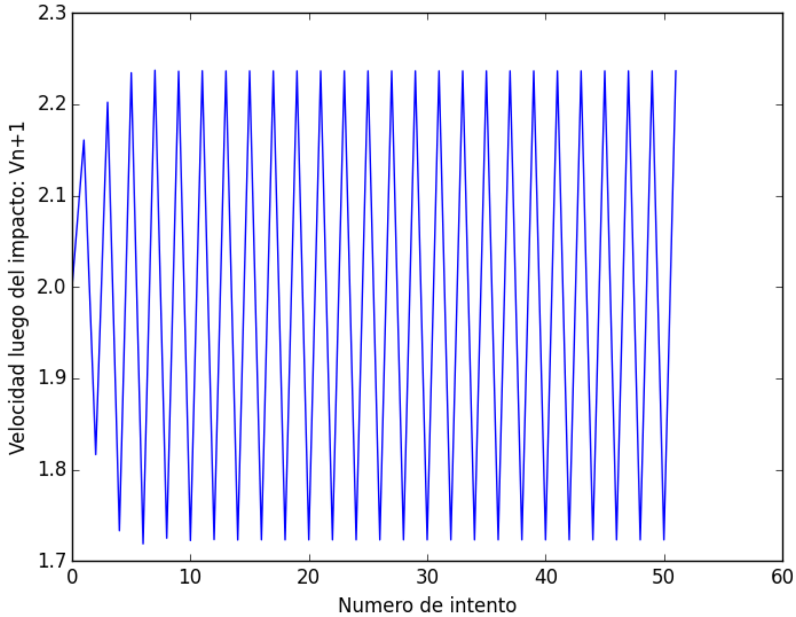

Figure 3: Número de intentos vs Velocidad para ω=1,68.Con 50 iteraciones.

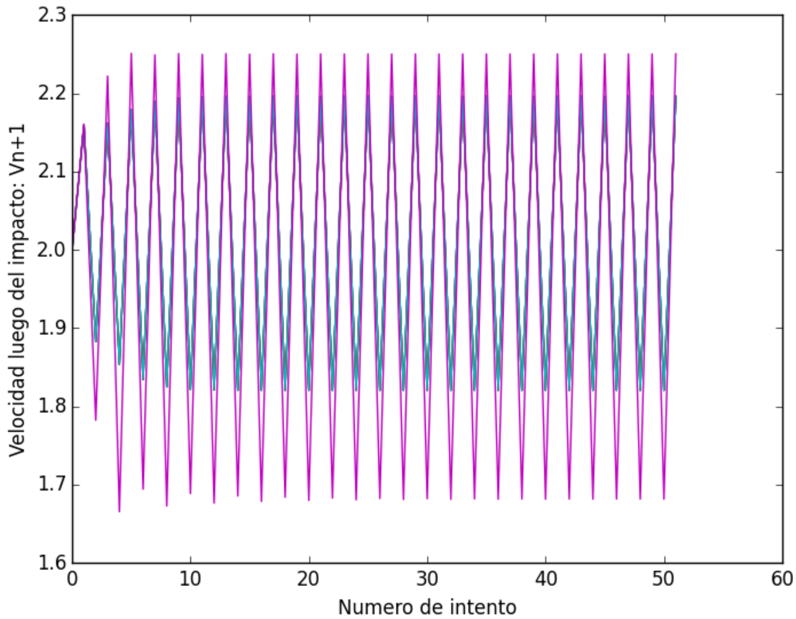

Figure 4: Número de intentos vs Velocidad para ω=1,69.Con 50 iteraciones.

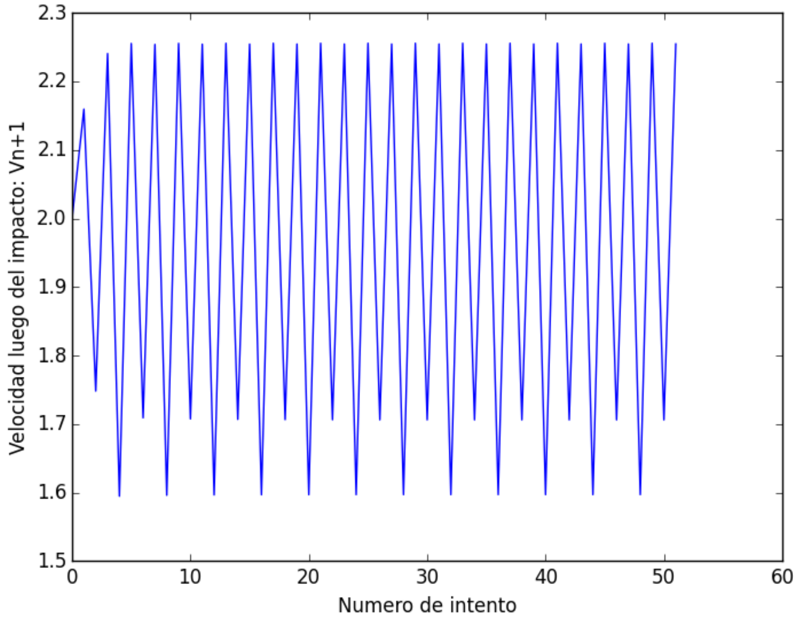

Figure 5: Número de intentos vs Velocidad para ω=1,7.Con 50 iteraciones.

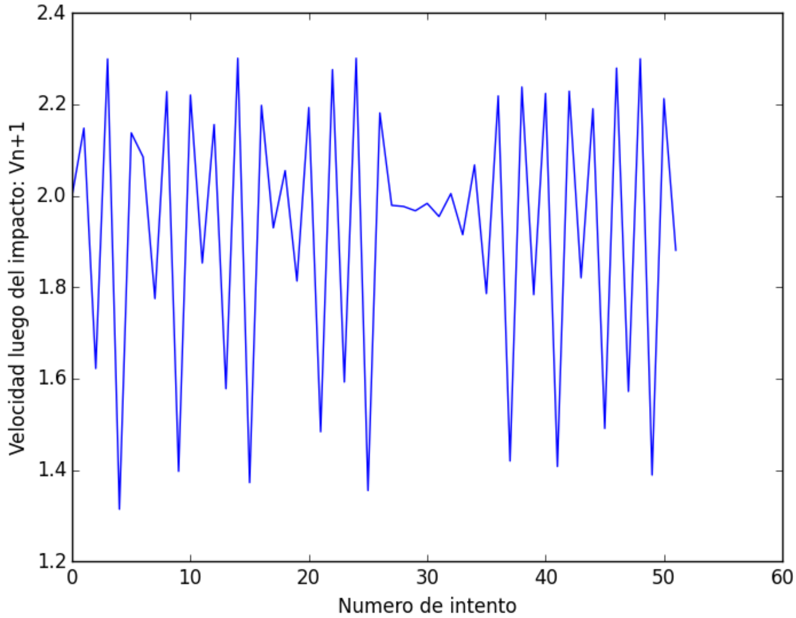

Figure 6: Número de intentos vs Velocidad para ω=1,738.Con 50 iteraciones.

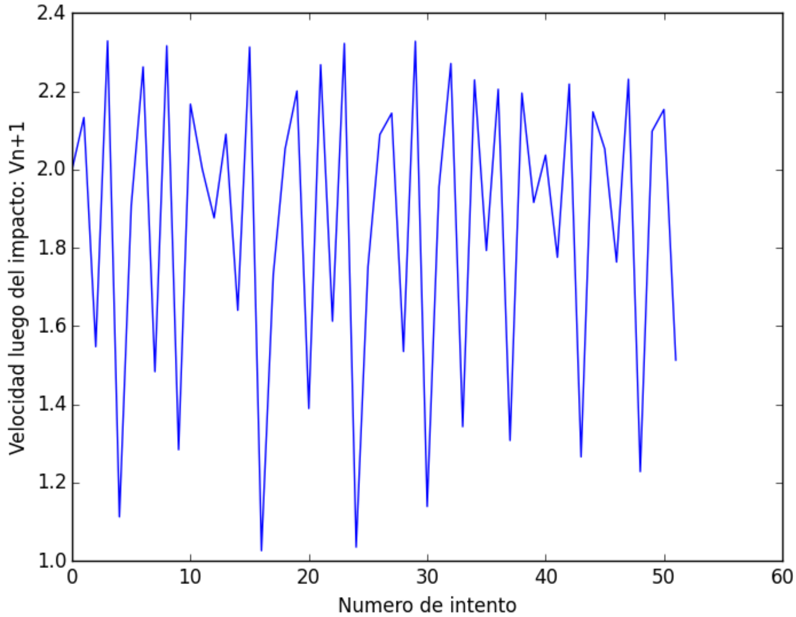

Figure 7: Número de intentos vs Velocidad para ω=1,764.Con 50 iteraciones.

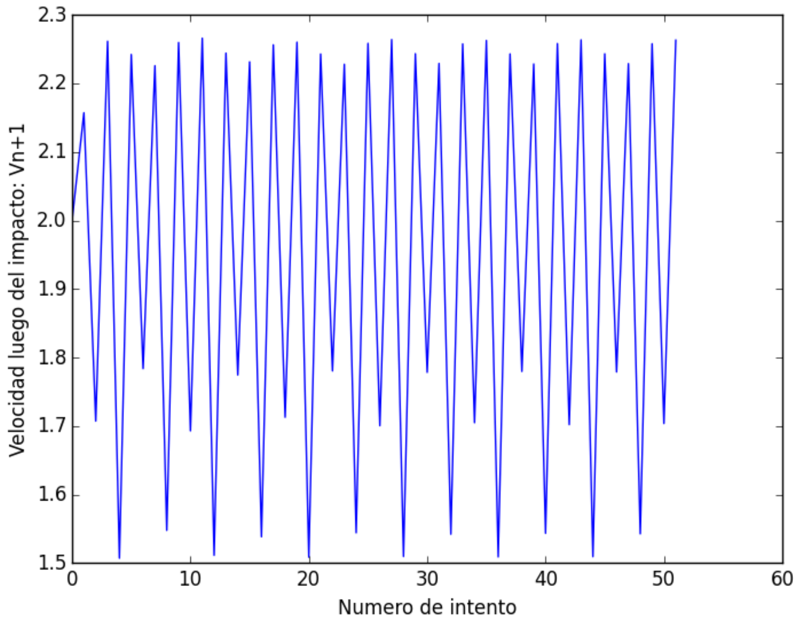

Figure 8: Número de intentos vs Velocidad para ω=1,712.Con 50 iteraciones.