

Tarea 9 Métodos numéricos para la ciencia e ingeniería

Farid Borbar

25 de noviembre de 2015

1. Pregunta 1

1.1. Introducción

El método de las cefeidas es una manera de calcular la distancia a la que se encuentran las galaxias, y por lo tanto como se desplazan a través del tiempo. Las cefeidas son estrellas que mantienen una relación muy constante entre sus pulsaciones y el brillo de estas, de esta manera es posible, cuantificando las pulsaciones, conocer el brillo. Como sabemos, mediante el efecto dopler, es posible conocer la distancia a la que las cefeidas se encuentran si ya sabemos cuanto brillan; y si realizamos varias mediciones se puede aproximar y predecir la velocidad a la que viajan y hacia donde. Considerando que en una galaxia hay gran número de estas estrellas es que puede inferirse que el universo está en expansión, que es justamente la teoría que plantio Hubble: Las galaxias se alejan a velocidad proporcional a la que se encuentran.

En esta tarea buscaremos estimar una constante teórica conocida como la constante de Hubble: H_o . De forma tal que tuviera un intervalo de confianza del 95 %.

1.2. Marco teórico y metodología

El modelo que se propuso fue:

$$v = H_o * D \quad (1)$$

Donde H_o es la ya mencionada constante de Hubble, D es la distancia a la que se calculó se encuentran las galaxias y V corresponde a la velocidad a la que se alejan las mismas.

Utilizando los datos experimentales de Hubble, guardados en el archivo *data/hubble_ooriginal.dat*, es que se crea un arreglo que se ajuste a estos datos y nos permita estimar un valor para H_o (considerando que la constante de Hubble tiene un valor de $70(km/s)/Mpc, +2,4/-3,2$). Al valor obtenido a través del ajuste es al cual le aplicamos la minimización del calculo del error χ^2 .

Esto se hizo con ayuda del método de *bootstrap* para construir el intervalo de confianza en base a muestras sintéticas.

Por otra parte, la ecuación (1) también puede reescribirse como:

$$v = 1/H_o * D \quad (2)$$

Ambas ecuaciones son validas y por lo mismo es que se buscó obtener tanto H_o (caso a), como $1/H_o$ (caso b), para luego presentar la solución final como un promedio de ambos. Cabe destacar que para la segunda expresión fue necesario realizar una inversión al final de los cálculos, esto se aprecia en los códigos.

1.3. Resultados

En base a estos métodos fue que se obtuvo los siguientes valores para la optimización de la constante H_o :

$$Caso_a : H_o = 423,937(km/s)/Mpc \quad (3)$$

$$Caso_b : H_o = 520,343(km/s)/Mpc \quad (4)$$

Obteniendo el resultado final de:

$$H_oexperimental = 472,14(km/s)/Mpc \quad (5)$$

Dentro del intervalo de confianza: $[366,134; 601,103](km/s)/Mpc$.

En la figura (1) puede observarse el gráfico que ajusta la recta generada por la constante $H_oexperimental$ a los datos.

2. Pregunta 2

2.1. Introducción

Si bien el método de las cefeidas fue muy utilizados, al parecer presenta un alto grado de errores en las mediciones de los pulsos, y por tanto en los datos experimentales con los que se construye el modelo. Existe otro método alternativo a este, llamado el de las supernovas tipo Ia, con este método fue posible obtener mediciones con menos error y por tanto estimar un mejor valor para la constante de Hubble.

En esta pregunta se buscó realizar el mismo procedimiento de la pregunta 1 pero en base a estos nuevos datos más precisos.

2.2. Marco teórico y metodología

Se procedió de manera análoga a la pregunta 1, ahora utilizando los datos del archivo *data/SN1a.dat*. Puede corroborarse la analogía entre ambas preguntas en el código.

2.3. Resultados

Considerando el mismo método ya descrito y los datos más precisos fue que obtuvo los siguientes valores para la optimización de la constante H_o :

$$Caso_a : H_o = 70,667(km/s)/Mpc \quad (6)$$

$$Caso_b : H_o = 71,015(km/s)/Mpc \quad (7)$$

Obteniendo el resultado final de:

$$H_{oexperimental} = 70,841(km/s)/Mpc \quad (8)$$

Dentro del intervalo de confianza: $[0,013; 0,014](km/s)/Mpc$.

En la figura (2) puede observarse el gráfico que ajusta la recta generada por la constante $H_{oexperimental}$ a los datos.

3. Pregunta 3

3.1. Introducción

Para esta pregunta se buscó analizar los datos provenientes del catálogo de cuasares *data/DR9Q.dat*, en particular los flujos en la banda *i* y la banda *z*, para posteriormente realizar una aproximación lineal de los datos *iv/sz* de modo tal que estuviese dentro de un intervalo de confianza del 95 %

3.2. Marco teórico y metodología

Se utilizó el método de Monte Carlo para obtener el intervalo de confianza, considerando que en este caso contábamos con la información de los errores asociados a cada dato.

En base a este intervalo de confianza se

3.3. Resultados

El ajuste realizado para los datos de flujos de las bandas I y Z, fue:

$$Y = M * X + N \quad (9)$$

Donde M y N fueron: 1,102 y 3,149 respectivamente.

$$Y = 1,102 * X + 3,149 \quad (10)$$

Análogamente se llegó al intervalo de confianza para $M = [0,942 ; 1,143]$. Y para $N = [2,246 ; 7,965]$.

El gráfico de los datos juntos con el ajuste lineal para estos puede verse en la figura (3).

4. Conclusiones Generales

En las preguntas 1 y 2 puede observarse que se obtuvieron valores muy diferentes para las estimaciones de la constante H_o .

Por un lado para la pregunta 1 se obtuvo un valor demasiado alejado del valor teórico esperado para H_o , a la vez que este valor se condice con el intervalo de confianza. Por otro lado, para la pregunta 2 se obtuvo una estimación de H_o muy similar a la esperada. Sin embargo, con un intervalo de confianza que no presentó coherencia con el orden de magnitud de la constante estimada.

El error encontrado en la pregunta 1 se asocia a los datos utilizados, los cuales se nos dicen presentaban errores de antemano. Diferente es el caso de la

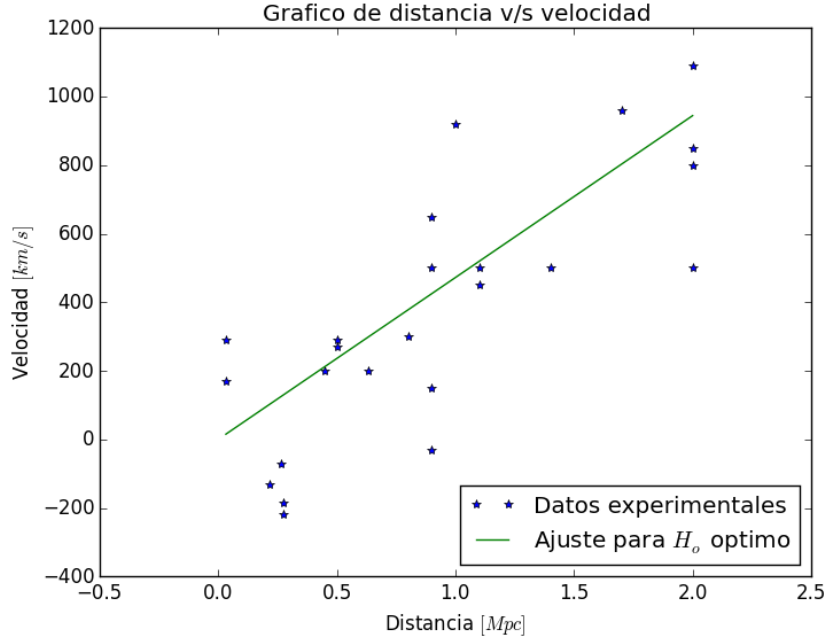


Figura 1: En esta figura se muestran tanto los datos experimentales (puntos azules), como el ajuste lineal utilizando H_o experimental, ó equivalentemente H_o optimo.

pregunta 2 donde no se pudo asociar el error identificado a una causa, permanece en desconocimiento la razón de los resultados para el intervalo de confianza.

Para la pregunta 3 se observó satisfactoriamente la obtención de los intervalos de confianza a la vez del ajuste lineal deseado. Sin embargo, se ve que hay puntos para los cuales el ajuste parece muy coherente, mientras que para los puntos correspondientes a los valores mayores de ambas Bandas, el ajuste deja de ser tan preciso.

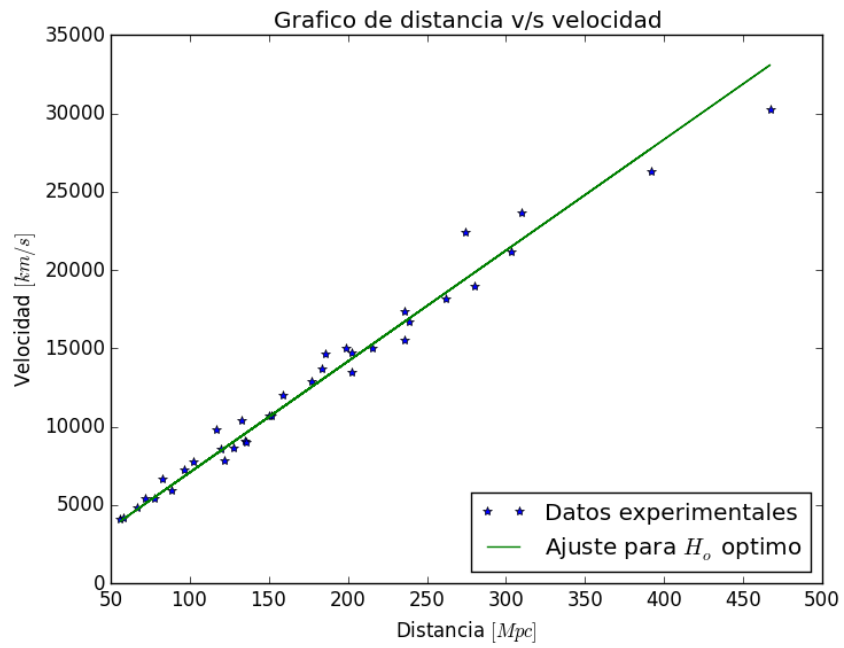


Figura 2: En esta figura se muestran tanto los datos experimentales (puntos azules), como el ajuste lineal utilizando H_o *optimo* para los datos del archivo *data/SNIa.dat*.

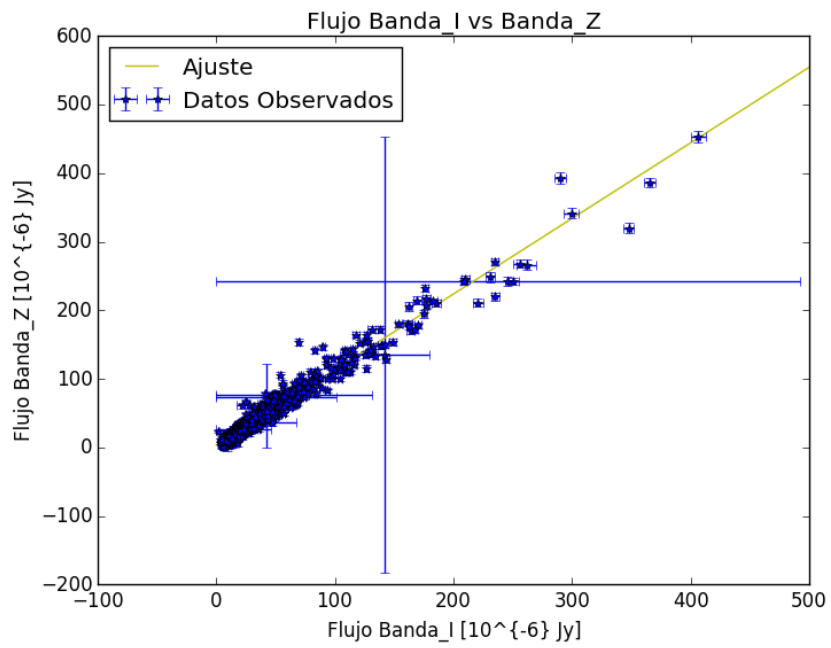


Figura 3: En esta figura se muestran los datos experimentales (puntos azules), a la vez que el ajuste lineal utilizando las constantes M y N tales de obtener los intervalos de confianza del 95 % para ambas.