



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE  
ESCUELA DE INGENIERÍA  
DEPARTAMENTO DE CIENCIA DE LA COMPUTACIÓN

IIC2133 Estructuras de datos y algoritmos  
2° semestre 2016

# Ayudantía de Árboles

## 1. Estructuras de datos

1. Se quiere encontrar la mediana de un grupo de  $n$  datos numéricos distintos. Para esto, se ingresan los datos en una estructura.
  - a) ¿Qué estructura de las estudiadas en clase me conviene usar para encontrar eficientemente la mediana de los datos?
  - b) Describa un algoritmo para encontrar la mediana usando la estructura
  - c) ¿Qué complejidad tiene este algoritmo?

## 2. Árboles binarios de búsqueda

1. Supongamos que cada vez que nuestro programa tiene acceso a una clave  $k$  de un árbol, necesita saber cuántas claves en el árbol son menores que  $k$ . Esto se conoce como el rango de  $k$ .
  - a) ¿Qué información adicional sería necesario almacenar en el árbol?
  - b) ¿Cómo se determinaría el rango de  $k$  y cuál sería la complejidad de esta operación?
  - c) ¿Cuánto costaría mantener actualizada la información adicional del árbol cuando se produce una inserción de una clave?
2. Supongamos que la búsqueda de una clave  $k$  en un ABB termina en una hoja. Consideremos tres conjuntos:  $A$ , las claves a la izquierda de la ruta de búsqueda;  $B$ , las claves en la ruta de búsqueda; y  $C$ , las claves a la derecha de la ruta de búsqueda. Tomemos tres claves:  $a \in A$ ,  $b \in B$  y  $c \in C$ . ¿Es cierto o es falso que  $a < b < c$ ? Justifica
3. ¿Es la operación de eliminación conmutativa en el sentido de que eliminar  $x$  y luego  $y$  de un ABB deja el mismo árbol que eliminar  $y$  y luego  $x$ ? Demuestra que efectivamente lo es o da un contra-ejemplo.

### 3. Árboles AVL

1. Haga un algoritmo en pseudocódigo de certificación para árboles AVL, suponiendo que sabemos que el árbol es un ABB. Es decir, tu algoritmo debe verificar que la propiedad de balance del árbol se cumple. Tu algoritmo debe correr en tiempo  $O(n)$ .
2. Considera un árbol AVL inicialmente vacío, en el que queremos almacenar las claves 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9. ¿Es posible insertar estas claves en el árbol en algún orden tal que nunca sea necesario ejecutar una rotación? Da un ejemplo si crees que se puede o una demostración en el caso contrario.
3. Muestra la secuencia de árboles AVL's que se forman al insertar las claves 3, 2, 1, 4, 5, 6, 7, 16, 15 y 14, en este orden, en un árbol AVL inicialmente vacío.