

٣-٣ خواص النهايات

إذا كان ك عدداً حقيقياً، أ ينتمي إلى مجال كل من د (س)، ع (س).
وكانت نها $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ د (س)، نها $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$ ع (س) موجودتين، فإن:

خاصية الثابت

$$\lim_{x \rightarrow a} (c) = c \quad \text{حيث } c \text{ ثابت}$$

إذا كانت نها $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ و $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = M$ أوجه نها $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x)) = L + M$

نها $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ و $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = M$ نها $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) \cdot g(x)) = L \cdot M$

توزيع النهايات على طرح

$$\lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) + \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow a} (f(x) - g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) - \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

إذا علمت أن نها $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ و $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = M$ فاستخدم خواص النهايات لإيجاد كل من:

$$\textcircled{1} \lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x)) = L + M \quad \textcircled{2} \lim_{x \rightarrow a} (f(x) - g(x)) = L - M$$

$$\textcircled{1} \lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) + \lim_{x \rightarrow a} g(x) = 8 + 2 = 10$$

$$\textcircled{2} \lim_{x \rightarrow a} (f(x) - g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) - \lim_{x \rightarrow a} g(x) = 8 - 2 = 6$$

$$\lim_{x \rightarrow a} (f(x) \cdot g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

إذا علمت أن نها $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ و $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = M$ فاستخدم خواص النهايات لإيجاد:

$$\lim_{x \rightarrow a} (f(x) \cdot g(x)) = L \cdot M$$

$$\lim_{x \rightarrow a} (f(x) \cdot g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

$$16 = 8 \times 2$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right) = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)} \quad \text{حيث } \lim_{x \rightarrow a} g(x) \neq 0$$

إذا علمت أن نها $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ و $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = M$ فاستخدم خواص النهايات لإيجاد

$$\lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right) = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)}$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right) = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)} = \frac{8}{2} = 4$$

(٦) نهـا (د (س))^ن = نهـا (د (س))^ن ، حيث ن عدد صحيح موجب.

إذا علمت أن نهـا (د (س))^٢ = نهـا (د (س))^٨ ، فاستخدم خواص النهايات لإيجاد

$$① \text{ نهـا (د (س))}^٣ \text{ نهـا (د (س))}^٤ \text{ نهـا (د (س))}^٥ \text{ نهـا (د (س))}^٦ \text{ نهـا (د (س))}^٧ \text{ نهـا (د (س))}^٨$$

$$\text{الحل} = \text{نهـا (د (س))}^٣ = \text{نهـا (د (س))}^٢ = ٨$$

$$② \text{ نهـا (د (س))}^٤ \text{ نهـا (د (س))}^٥ \text{ نهـا (د (س))}^٦ \text{ نهـا (د (س))}^٧ \text{ نهـا (د (س))}^٨$$

$$= \text{نهـا (د (س))}^٤ \text{ نهـا (د (س))}^٥ \text{ نهـا (د (س))}^٦ \text{ نهـا (د (س))}^٧ \text{ نهـا (د (س))}^٨$$

$$= \text{نهـا (د (س))}^٤ \text{ نهـا (د (س))}^٥ \text{ نهـا (د (س))}^٦ \text{ نهـا (د (س))}^٧ \text{ نهـا (د (س))}^٨$$

$$= \text{نهـا (د (س))}^٤ \text{ نهـا (د (س))}^٥ \text{ نهـا (د (س))}^٦ \text{ نهـا (د (س))}^٧ \text{ نهـا (د (س))}^٨$$

(٧) إذا كانت نهـا (د (س))^٢ < ٠ فإن نهـا (د (س))^٨ = نهـا (د (س))^٨ ،

حيث ن عدد صحيح موجب. ~ ز د ب

$$\text{إذا كان نهـا (د (س))}^٩ = ٩ \text{ فانه نهـا (د (س))}^٩$$

$$\text{نهـا (د (س))}^٩ = \text{نهـا (د (س))}^٩ = ٩ = ٩$$

نتائج أخرى لنهايات خاصة:

(أ) نهـا (د (س))^ج = ج ، حيث ج عدد ثابت.

$$\text{نهـا (د (س))}^٥ = ٥$$

(ب) نهـا (د (س))^أ = أ

$$\text{نهـا (د (س))}^٥ = ٥ \text{ نهـا (د (س))}^٦ = ٦$$

(ج) نهـا (د (س))^ن = أ^ن ، حيث ن عدد صحيح موجب.

$$\text{نهـا (د (س))}^٣ = \text{نهـا (د (س))}^٣ = ٨$$

(د) نهـا (د (س))^ن = أ^ن ، حيث ن عدد صحيح موجب، أ < ٠

$$\text{نهـا (د (س))}^٩ = \text{نهـا (د (س))}^٩ = ٩$$

١) إذا علمت أن نهـ $(س) = ١٠$ ، نهـ $(س) = ٨$ ، فاستخدم خواص النهايات لتجد كلاً ممّا يأتي:

١ نهـا (هـ س) + (ك س) ← س

ب نہا (ھـ) (س) × (ك) (س) ← س

ج نہا (ہ س) ۲
س ← ۰

د نهـ $\frac{1}{4} \sqrt{5 \text{ لك (س)} \times \text{هـ (س)}}$ ← سـ

(نہایت حساس)

$$1 \dots = 3 \quad 1 \dots =$$

نوعاً $\frac{1}{4} \sqrt{5} \text{ ك (سو) } \times 5 \text{ (سو)}$

$$\frac{1}{4} = \sqrt[4]{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{\frac{1}{2^2}} = \sqrt[4]{2^{-2}} = 2^{-\frac{2}{4}} = 2^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$
$$= \frac{1}{4} \sqrt{\text{نفا} \cdot \text{ك}(\text{س}) \times \text{نفا} \cdot \text{و}(\text{س})}$$
$$= \frac{1}{2} \sqrt{5} \times \text{نفاك (سو) نفاك (سو)}$$
$$0 = 0 \cdot x \cdot \frac{1}{3} = \sqrt{1 \cdot x \cdot x \cdot 1} \cdot \frac{1}{3} =$$

١ إذا علمت أن نهـ | د (س) = ٣٦، نهـ | ك (س) = $\frac{د (س)}{ك (س)}$ ، فأوجد نهـ | ك (س).

نفيا $\frac{D(S_1)}{D(S_2)} = -\varepsilon$

$$\{ - = \frac{\text{نفا د (س)}_{\text{س ۱}}}{\text{نفا د (س)}_{\text{س ۱}}} \quad \{ - = \frac{۳۶}{\text{نفا د (س)}_{\text{س ۱}}}$$

٤- نهال ك (سا) = ٣٦

نہیٰ لک (سرا) = $\frac{37}{4} = 9$

ب إذا علمت أن نه $\frac{\text{س}}{\text{س} \leftarrow 1}$ م (س) = ٢-، نه $\frac{\text{س}}{\text{س} \leftarrow 1}$ (ن (س)) = ٢-، فأوجد

نہ ۱
س ← - ۱

نہا (۲) (۱) = ۳

(نہا) ~ (سا) = ۳ - ۸ ← نہا (سا) ~ ۱ - ۲ - ۷

نصف ~ (نصف) - ۲

نہ ۱ (۳م (س) - ۵ن (س)) = ۳ نہام (س) - ۵ نہا (س)

$$\{ = 1 - 10 - 1 - x \quad \{ =$$

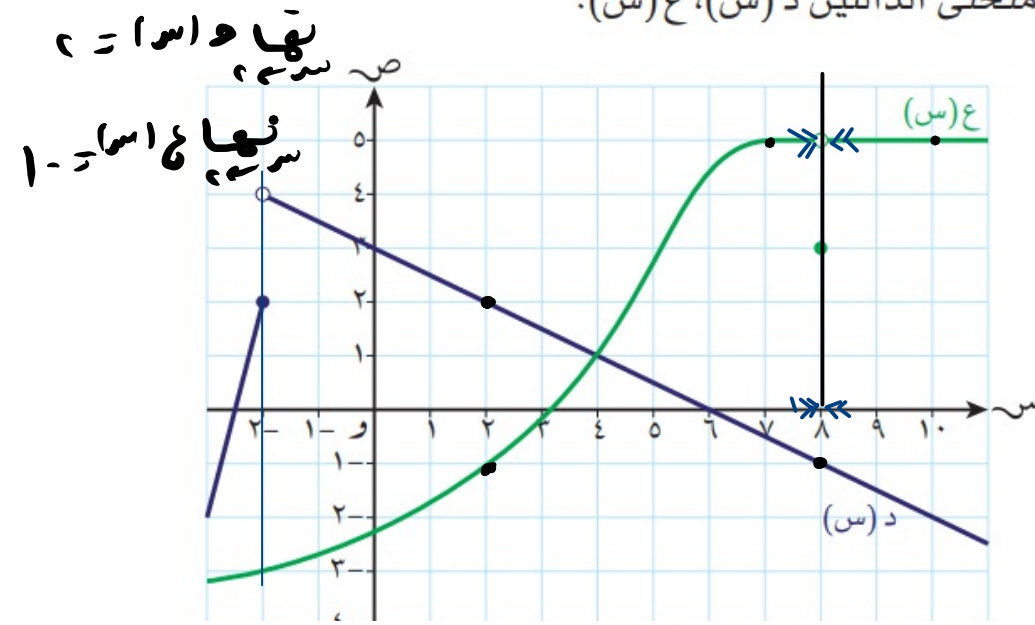
يبين الشكل الآتي جزءاً من منحني الدالتين د (س)، ع (س):

نہایم (س) = ۵

سہا (س) = ۲
۱۰۰

نہا د (سر) = ۱-۱
۱۰۰

نفاع (سر) = ۵



استخدم الشكل وخوارج النهايات لتجد النهايات الآتية:

١ نه ۱۰ ← س (د س) + ع (س) = ۲ = ۰ + ۲ =

ج. $\frac{1}{2} \leftarrow \frac{ع(س)}{د(س)} = \frac{بها(د)}{بها(س)}$

ه نه ۱ $\sqrt{d(s)}$ خ.م
س ← - ۲

(m) is $\sqrt{r-m}$

9. = 6x2

ب نہا (ع س) ← س

د نہ ۱ (د (س) × ع (س))
س ← ۸

0-1-X-0

إذا علمت أن نهـ ۱ د (س) = ۲، ۷، نهـ ۱ ع ۵ (س) = ۳ د (س) = ۸، ۱، نهـ ۱ ع (س) موجودة،
 س ← ۱ س ← ۱ س ← ۱

فأوجد نه $\frac{ع(س)}{د(س)}$ س ← ١

$$1,8 = \frac{\text{نفی اد (س)} }{\text{سرمایه (س)}}$$
$$1.08 = \frac{\text{۳ نهیا، د (سو) ۱ سو}}{\text{۵ نهیا، ع (سو) ۱ سو}}$$
$$1,18 = \frac{5,1 \times 2}{100}$$
$$\xi_1 = \frac{4,2 \times 3}{5 \times 1,8} = \frac{\text{نفى (س)}}{\text{سرسا}}$$
$$\frac{9}{9} = \frac{\frac{6}{\sqrt{2}}}{\frac{6}{\sqrt{2}}} = \frac{\frac{6}{\sqrt{2}}}{\frac{6}{\sqrt{2}}} = \frac{6}{6}$$

هـ نه $\sqrt{\quad}$ س ← - ۲ د (س)

٥) لتكن د (س) دالة تربيعية حيث نهـا د (س) = ٧، نهـا د (س) = ١٢، ع (س) دالة خطية:

١) إذا علمت أن نهـا د (س) × ع (س) = ٣٥، نهـا د (س) = ٠,٥

فأوجد العبارة الجبرية للدالة ع (س)، وأوجد قيمة نهـا ع (س).

ب) ما الفرضيات التي يجب أن تقدمها لتجيب عن الجزئية (أ)؟

نهـا د (س) = ١١ = ٣٥ / ٧ = ٥

نهـا ع (س) = ١٢ × ٠,٥ = ٦

نهـا ع (س) = ٦

نهـا ع (س) = ٦

نهـا د (س) = ١١

نهـا ع (س) = ٥

ع (٣) = ٥

(٥ ٦ ٣)

ع (س) = ٣ + س

٢ = ٥ - ٣ = ٢

ع (س) = ٣ + س

٥ = ٣ + ٢ × ١ = ٥

٢ = ٢

ع (س) = ٣ + س

نهـا د (س) = ١١ = ٣٥ / ٧ = ٥

ص = ١ - ت

١) يبين الشكل الآتي أجزاء من منحنى الدالة ع (س) = ١ - ت

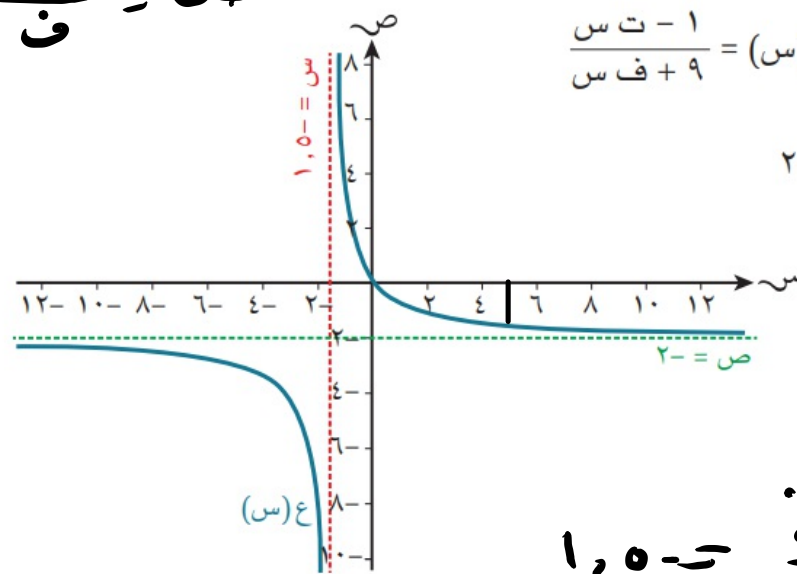
يوجد للمنحنى خط تقارب رأسي عند

س = -١,٥، وخط تقارب أفقي عند ص = ٢

١) أوجد قيمتي ت، ف.

ب) احسب نهـا ع (س) مقربة إلى أقرب منزلتين عشريتين.

إلى أقرب منزلتين عشريتين.



٩ + ف = ٢

ص = ١,٥

ف = ١,٥

٢ = ١ - ت

٢ = ١ - ت

١٢ = ١٢

ع (س) = ١ - ١٢ = -١١

٥٩ = ٣٩

١ - ١٢ = -١١

نهـا د (س) = ١١

٣,٦٧ = ٣,٦٧