الإبداع هو أن يخرج الإنسان من وحل الفشل إلى إنسان يضرب به المثل

الرياضيات المتقدمة

New ٢٠٢٤

فصل دراسي أول — سلطنة عمان

صف ١٢

المهارات الأساسية

اليوم الأول

متطلبات الوحدة الأولى

إعداد : نصر حسنين

ت : ٧١٧٢٤١٢٥

الرياضيات المتقدمة ١٢

بشطتهالك

أ. نصر حسنين

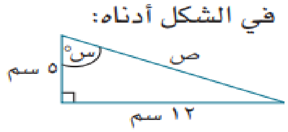
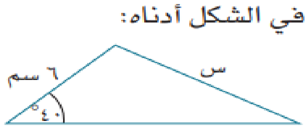
قد التحدي QdAlthdy

الوحدة الأولى

القياس الدائري

المتطلبات القبلية

معرفة قبلية

المصدر	تعلمت سابقًا أن:	اختبر مهاراتك
الصف التاسع، الوحدة السادسة عشرة	تجد محيط القطاع الدائري، ومساحته.	١) أوجِد محيط، ومساحة قطاع دائري نصف قطره ٦ سم، وقياس زاويته ٣٠°
الصف العاشر، الوحدة الحادية عشرة	تستخدم نظرية فيثاغورث، والنسب المثلثية في المثلث القائم الزاوية.	٢) في الشكل أدناه:  أوجِد قيمتَي س، ص.
الصف العاشر، الوحدة الثالثة عشرة	تحلّ مسائل تتضمّن قوانين الجيب وجيب التمام لأي مثلث، وتستخدم الصيغة: مساحة المثلث أ ب ج = $\frac{1}{2}$ أ´ ب´ جا ج	٣) في الشكل أدناه:  أوجِد كلًا مما يأتي: أ مساحة المثلث. ب قيمة س.

المتطلب الأول

القطاع الدائري و مساحته

الصف التاسع، الوحدة السادسة عشرة	تجد محيط القطاع الدائري، ومساحته.	١) أوجد محيط، ومساحة قطاع دائري نصف قطره ٦ سم، وقياس زاويته ٣٠°

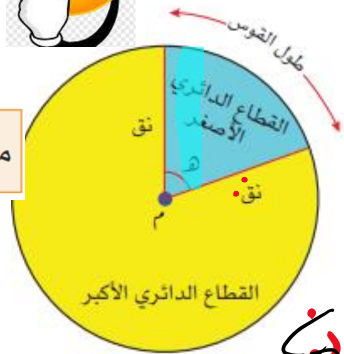
الكلام ده هتلاقية صفحة ١٧٦

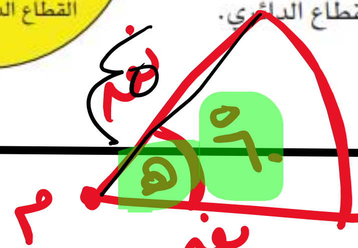
١٦-٢-د القوس والقطاع الدائري

يُبيِّن الشكل المُجاوِر دائرة مع نصفَي قطر رُسما من المركز. تُعرف المنطقة المحصورة بين نصفَي القُطرَين والقوس بينهما **بالقطاع الدائري**. لاحظ وجود قطاعَين دائريَين أحدهما أكبر من الآخر.

يُسمّى الجُزء من المُحيط **بالقوس الدائري**.

الزاوية المركزية هـ تُقابِل قوس القطاع الدائري.





(٥)

مساحة القطاع الدائري = $\frac{هـ}{٣٦٠°}$ × π × نق٢

طول القوس = $\frac{هـ}{٣٦٠°}$ × ٢ × π × نق

أمثلة توضيحية

أوجد مساحة ومُحيط كلّ شكل من الأشكال التالية:

أ **الحل**

نق = ٦ سم   هـ = ٤٠°

مساحة القطاع الدائري = $\frac{هـ}{٣٦٠°}$ × π × نق٢

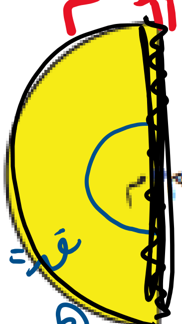
= $\frac{٤٠}{٣٦٠}$ × π × ٦٢ = ٤π سم٢

طول القوس = $\frac{هـ}{٣٦٠°}$ × ٢ × π × نق

= $\frac{٤٠}{٣٦٠}$ × ٢ × π × ٦ = $\frac{٤}{٣}$π سم

المحيط = نق + نق + طول القوس = ٦ + ٦ + ٤,١٩ = ١٦,١٩

ب **الحل**



نق = ٨,٦   هـ = ١٨٠

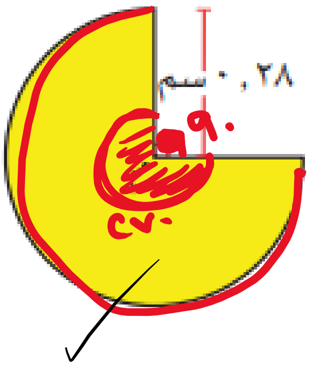
المساحة = $\frac{هـ}{٣٦٠}$ × π × نق٢ = $\frac{١٨٠}{٣٦٠}$ × π × ٨,٦٢

طول القوس = $\frac{١٨٠}{٣٦٠}$ × ٢ × π × ٨,٦ = ٨,٦π ≈ ٢٧,٠٢

المحيط = نق ...

ج

نق = ٠,٢٨ هـ = ٢٧٠



الحل

المساحة = $\frac{هـ}{٣٦٠}$ × ط × نق²

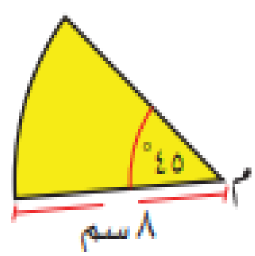
= $\frac{٢٧٠}{٣٦٠}$ × ط × ٠,٢٨² = ... م²

طول القوس = $\frac{٢٧٠}{٣٦٠}$ × ٢ ط نق = $\frac{٢٧٠}{٣٦٠}$ × ٢ × ط × ٠,٢٨ = $\boxed{}$

المحيط = ٢نق + طول القوس = ٢ × ٠,٢٨ + $\boxed{}$

درب نفسك

ب



الحل

المساحة = $\frac{هـ}{٣٦٠}$ × ط نق²

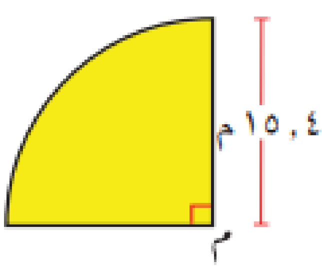
= $\frac{٤٥}{٣٦٠}$ × ط × ٨² = ٢٥,١٣ سم²

طول القوس = $\frac{هـ}{٣٦٠}$ × ٢ ط نق

= $\frac{٤٥}{٣٦٠}$ × ٢ × ط × ٨ = ٦,٢٨

المحيط = ٨ + ٨ + ٦,٢٨ = ٢٢,٢٨

درب نفسك



الحل

تدريب

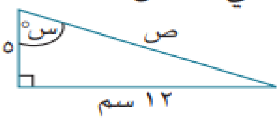
الرياضيات المتقدمة ١٢

بشطتهالك

أ. نصر حسنين

نظرية فيثاغورث و النسب المثلثية

المتطلب الثاني

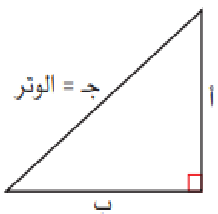
الصف العاشر، الوحدة الحادية عشرة	تستخدم نظرية فيثاغورث، والنسب المثلثية في المثلث القائم الزاوية.	٢) في الشكل أدناه:  أوجِد قيمتَي س، ص.

١ **فيثاغورث** صفحة ٥٨

تصف نظرية فيثاغورث العلاقة بين أطوال أضلاع مثلّث قائم الزاوية. يُعرَف أطول ضلع (الضلع الذي يقابل ولا يُجاور الزاوية القائمة) **بالوتر**.

تنصّ نظرية فيثاغورث في المثلّث القائم على أن $أ^2 + ب^2 = جـ^2$.

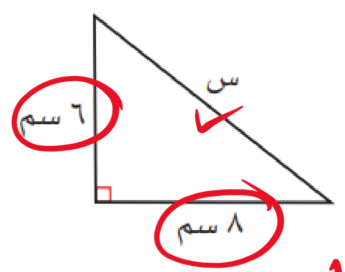
يعني ذلك أن مربّع طول الوتر يساوي مجموع مربّعي طولَي ضلعَي



أمثلة توضيحية

١ أوجد طول الضلع المشار إليه بالحرف س

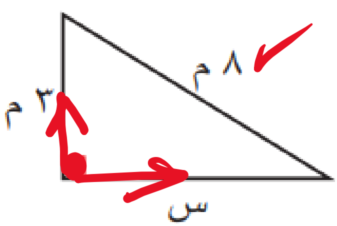
أ



الحل المطلوب الوتر .

$س = \sqrt{٨^2 + ٦^2} = ١٠$

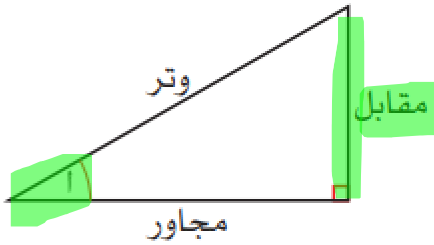
ب



الحل المطلوب الضلع

$س = \sqrt{٨^2 - ٣^2} =$

٢ النسب المثلثية صفحة ٦٣

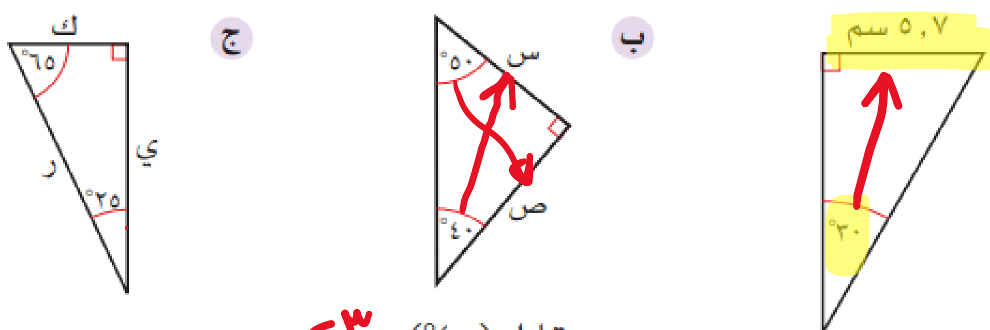


- تعتمد النسبة بين طولَي أي ضلعَين في المثلّث قائم الزاوية على قياس زوايا المثلّث:
  - جا(أ) = طول الضلع المقابل للزاوية (أ) / الوتر
  - جتا(أ) = طول الضلع المجاور للزاوية (أ) / الوتر
  - ظا(أ) = طول الضلع المقابل للزاوية (أ) / طول الضلع المجاور للزاوية (أ)

- يمكنك استخدام النسب المثلّثية لتحسب قياس الزاوية المجهولة بمعلومية طولَي ضلعَين.
- يمكنك استخدام النسب المثلّثية لتحسب طول الضلع المجهول بمعلومية قياس زاوية وطول ضلع.

أمثلة توضيحية

١ انسخ العبارات أسفل كل مثلّث من المثلّثات التالية وأكملها:



تحقق من فهمك

مقابل (٣٠°) = ٥٫٧سم

مقابل (٤٠°) = س

مقابل (٥٠°) = ص

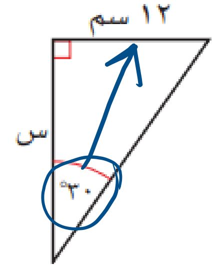
ك = (٦٥°) مجاور

ي = (٢٥°) مجاور

ر = الوتر

٢ احسب طول الضلع المشار إليه بحرف في كلّ حالة من الحالات التالية. يتوقّع منك أن تحسب طول الضلع المجاور. تأكّد من أنك تعوّض بانتباه في قاعدة ظل الزاوية:

أ



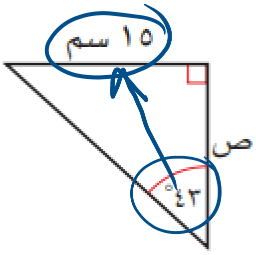
الحل

ظاهـ = مقابل / مجاور

ظا ٣٠ / ١ = ١٢ / س

س = ١×١٢ / ظا ٣٠ = ١٢√٣ = ٢٠,٧٨

ب



الحل

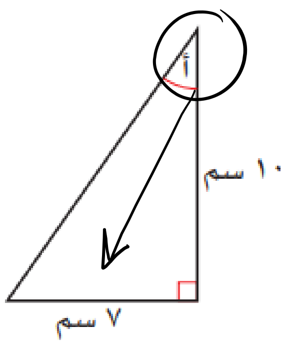
ظاهـ = المقابل / المجاور

ظا ٤٣ / ١ = ١٥ / ص

ص = ١×١٥ / ظا ٤٣ =

أوجد قياس كل زاوية من الزوايا المشار إليها بحرف، مقرّبًا الناتج إلى أقرب منزلة عشرية واحدة:

أ **الحل**



ظاهـ = المقابل / المجاور

مهم

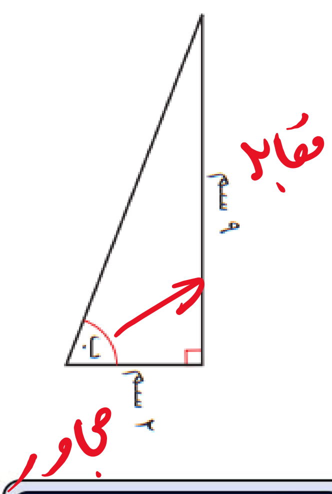
$\boxed{\text{sh}}$ $\boxed{\text{tan}}$

ظا(أ) = ٧ / ١٠

أ = ظا$^{-1}$(٧ / ١٠) = ٣٤,٩٩°

ب **الحل**

درب نفسك

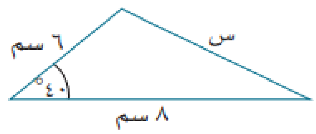


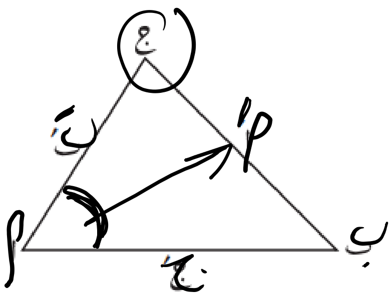
ظا ب = ٩ / ٢

ب = ظا$^{-1}$(٩ / ٢) = ٧٧,٤٧°

المتطلب الثالث

قانون الجيب و جيب التمام

الصف العاشر، الوحدة الثالثة عشرة	تحلّ مسائل تتضمّن قوانين الجيب وجيب التمام لأي مثلث، وتستخدم الصيغة: مساحة المثلث $أب ج = \frac{١}{٢} أ' ب' جا ج$	٣) في الشكل أدناه:  أوجد كلًّا مما يأتي: (أ) مساحة المثلث. (ب) قيمة س.



١

قانون الجيب

يمكن القول في المُثلّث أعلاه: إنّ

$$\frac{\text{جا(أ)}}{\text{أ'}} = \frac{\text{جا(ب)}}{\text{ب'}} \text{ و } \frac{\text{جا(أ)}}{\text{أ'}} = \frac{\text{جا(ج)}}{\text{ج'}} \text{ و } \frac{\text{جا(ب)}}{\text{ب'}} = \frac{\text{جا(ج)}}{\text{ج'}}$$

٢

قانون جيب التمام

$$(\text{أ'})^٢ = (\text{ب'})^٢ + (\text{ج'})^٢ - ٢(\text{ب'})(\text{ج'})(\text{جتا(أ)})$$

$$\text{جتا(أ)} = \frac{(\text{ب'})^٢ + (\text{ج'})^٢ - (\text{أ'})^٢}{٢(\text{ب'})(\text{ج'})}$$

$$\frac{\text{جا أ}}{\text{أ'}} = \frac{\text{جا ب}}{\text{ب'}}$$

٣

$$\text{المساحة} = \frac{١}{٢} \times \text{أ'} \times \text{ب'} \times \text{جا(ج)}$$

أمثلة توضيحية

١ قانون الجيب

١ أوجد قيمة س في كل معادلة من المعادلات التالية مقرّبًا الناتج إلى أقرب منزلة عشرية:

أ $\frac{\text{جا(س)}}{١١} = \frac{\text{جا(٤٥°)}}{١٢}$

$\text{جا س} = \frac{١١ \times \text{جا ٤٥}}{١٢}$

$\text{س} = \text{جا}^{-١} (\ ) \div (\ ) = ٤٠,٤$

ب $\frac{\text{س}}{\text{جا(٥٠°)}} = \frac{٢٣}{\text{جا(٧٢°)}}$

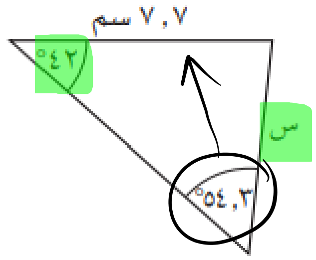
$\text{س} = \frac{\text{جا ٥٠} \times ٢٣}{\text{جا ٧٢}}$

س = ٨,٩

كيف نستخدم الضرب التبادلي

٢ أوجد قيمة س في كل مثلّث من المثلّثات التالية:

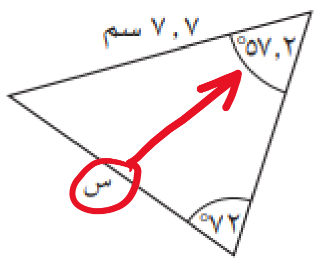
أ **الحل**



$$\frac{\text{جا}(٤٢)}{\text{س}} = \frac{\text{جا}(٥٤,٣)}{٧,٧}$$

$$\text{س} = \frac{٧,٧ \times \text{جا}(٤٢)}{\text{جا}(٥٤,٣)} =$$

ب **الحل**



$$\frac{\text{س}}{\text{جا}(٥٧,٢)} = \frac{٧,٧}{\text{جا}(٧٢)}$$

$$\text{س} = \frac{٧,٧ \times \text{جا}(٥٧,٢)}{\text{جا}(٧٢)} =$$

٢ قانون جيب التمام

أمثلة توضيحية

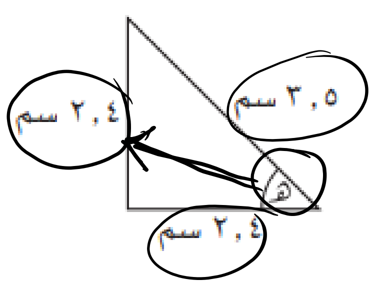
مُساعَدة
يُستخدم قانون جيب التمام عند معرفة أطوال الأضلاع الثلاثة في المثلّث، أو معرفة طولَي ضلعَين، وقياس الزاوية المحصورة بينهما.

$$(\text{أ})^2 = (\text{ب})^2 + (\text{ج})^2 - ٢(\text{ب})(\text{ج})\text{جتا}(\text{أ})$$

$$\text{جتا}(\text{أ}) = \frac{(\text{ب})^2 + (\text{ج})^2 - (\text{أ})^2}{٢(\text{ب})(\text{ج})}$$

١ أوجد قياس الزاوية هـ في كل مثلّث من المثلّثات التالية مُقرِّبًا الناتج إلى أقرب منزلة عشرية:

الحل

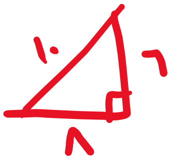


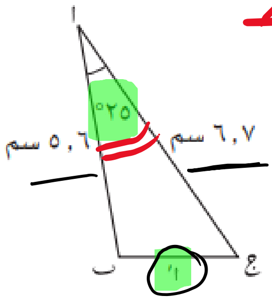
المقابل

$$\text{جتا}\ \text{هـ} = \frac{٣,٥^2 + ٢,٤^2 - ٢,٤^2}{٢ \times ٣,٥ \times ٢,٤}$$

$$\text{هـ} = \text{جتا}^{-1}(\quad) =$$

٢ أوجد طول الضلع المجهول في كل مثلّث من المثلّثات التالية مُقرّبًا الناتج إلى أقرب منزلة عشرية:





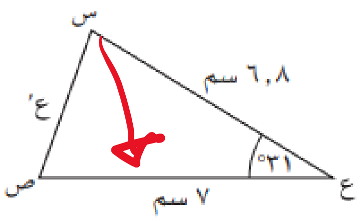
أ **الحل**

أ² = ب² + ع² − ٢ × ب × ع × جتا أ

أ² = ٦,٧² + ٥,٦² − ٢ × ٦,٧ × ٥,٦ × جتا ٢٥

أ² = الناتج

ص ١٢



ب **الحل**

س ص ع

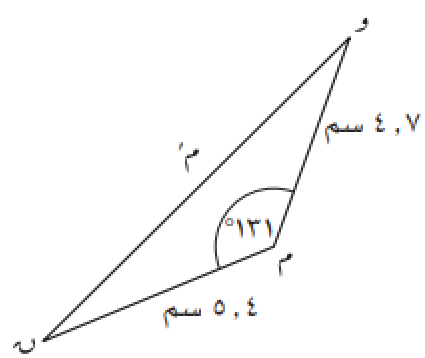
ع² = س² + ص² − ٢ × س ص جتا ع

ع² = ٧² + ٦,٨² − ٢ × ٧ × ٦,٨ × جتا ٣١

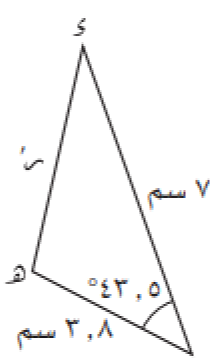
ع = الناتج

درب نفسك

ج



د



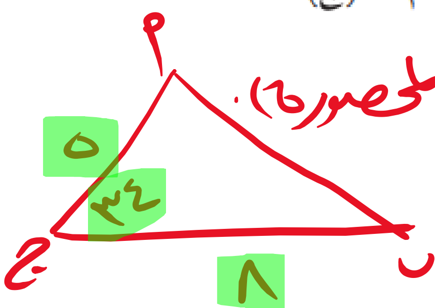
$\Delta = \frac{1}{2}$ م × ع

أمثلة توضيحية

③ المساحة = $\frac{1}{2}$ × أ′ × ب′ × جا(ج)

① ارسم رسمًا تشبيهيًّا لكل مثلّث من المثلّثات التالية قبل حساب المساحة:

أ المثلّث أ ب ج، حيث $\overline{\text{ب ج}}$ = ٨ سم، $\overline{\text{أ ج}}$ = ٥ سم، ق$(\hat{\text{ج}})$ = ٣٤°



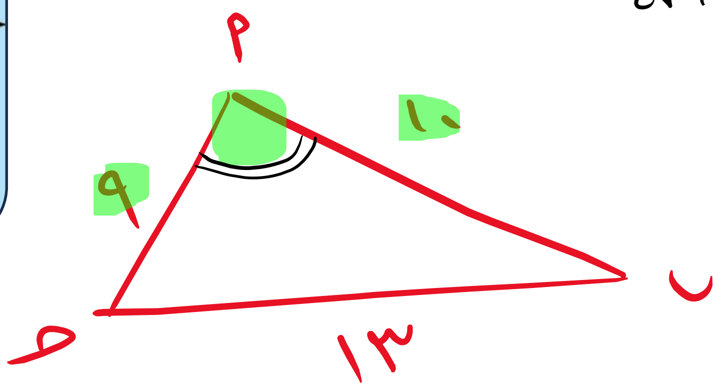
الحل

المساحة = $\frac{1}{2}$ ضرب ضلعين × جا المحصورة.

م Δ = $\frac{1}{2}$ × ٥ × ٨ × جا (٣٤)

② أوجد مساحة مثلث أطوال أضلاعه ١٣ سم، ١٠ سم، ٩ سم.

الحل



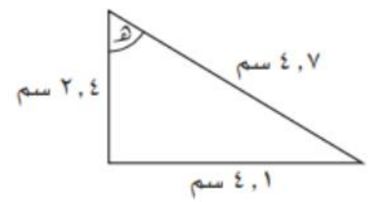
درب نفسك

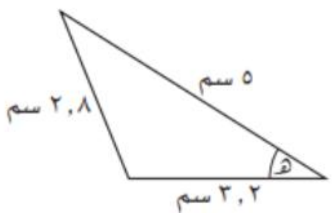
المثلّث أ ب ج، حيث أ′ = ٤,٥ سم، ب′ = ١٢ سم، ق$(\hat{\text{ج}})$ = ١١٠°

الواجب

① المثلّث ا ب ج، حيث $\overline{\text{اج}}$ = ٦ سم، $\overline{\text{اب}}$ = ٧ سم، ق($\hat{\text{ا}}$) = ٥٤°

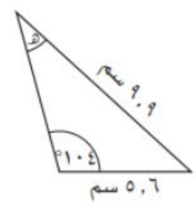
② أوجد طول الضلع المجهول في كل مثلّث من المثلّثات التالية مُقرِّبًا الناتج إلى أقرب منزلة عشرية:



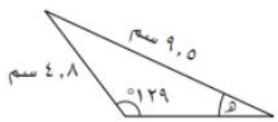


③ أوجد قياس الزاوية الحادّة ﻫ في كل مثلّث من المثلّثات التالية:

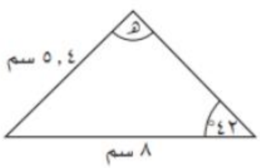
أ



ب



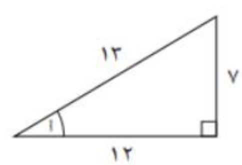
ج



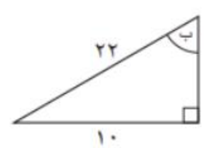
④ لكل مثلّث من المثلّثات التالية، اكتب قيمة كل من:

(١) جيب الزاوية المشار إليها بحرف (٢) جيب تمام الزاوية المشار إليها بحرف (٣) ظل الزاوية المشار إليها بحرف

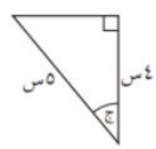
أ



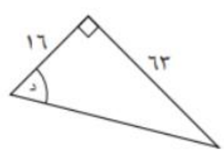
ب



ج



د



ﻫ